

Тема урока:

1. Перестановки.

2. Размещения.

3. Сочетания.



Факториал .

Произведение n натуральных чисел от 1 до n обозначают $n!$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$$

Например :

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$1! = 1 \quad \text{и} \quad 0! = 1$$



1. Перестановки .

Перестановка из n элементов – это расположение их в определенном порядке.

Для любого натурального числа n справедлива формула

$$P_n = n!$$



Задача

**Антон, Борис и Виктор купили
3 билета на футбол на 1-е, 2-е, 3-е
места первого ряда стадиона.
Сколько способами мальчики
могут занять эти места?**



Решение задачи

	1-е место	2-е место	3-е место
А (Антон)	А	Б	В
	А	В	Б
Б (Борис)	Б	А	В
	Б	В	А
В (Виктор)	В	А	Б
	В	Б	А

$$P_3 = 3!$$

2.Размещение .



$$x_1, x_2, x_3$$

Назовите все пары элементов, составленные из них:

Размещением из n элементов $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ по k называют любой упорядоченный набор из k элементов, составленный из n элементов.

$$A_n^k$$



Размещение .

$$A_n^1 = n$$

$$A_n^2 = n(n-1) \qquad A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$



Пример :

Сколькими способами можно распределить два билета на разные кинофильмы между семью друзьями?

$$A_n^2 = n(n-1)$$

$$A_7^2 = 7 \cdot (7-1) = 7 \cdot 6 = 42$$



3. Сочетания

- **Сочетанием** из n элементов по k называют любую группу из k элементов, составленную из данных n элементов.
- Число сочетаний из n элементов по k обозначают через C_n^k (по первой букве французского слова combination – сочетание).

Разница заключается в том, что если в размещении переставить местами элементы, то получится другое размещение, но сочетание не зависит от порядка входящих в него элементов.

Сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Пример 2.

Сколькими различными способами из семи участников математического кружка можно составить команду из двух человек для участия в олимпиаде?

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$

Пример 3.

Из перетасованной колоды, состоящей из 36 карт, наугад взяты 4 карты. Какова вероятность того, что все взятые карты тузы?

$$\begin{aligned} C_{36}^4 &= \frac{36!}{4!(36-4)!} = \frac{36!}{4! \cdot 32!} = \\ &= \frac{32! \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36}{32! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 58905 \end{aligned}$$

$$P = \frac{1}{58905}$$