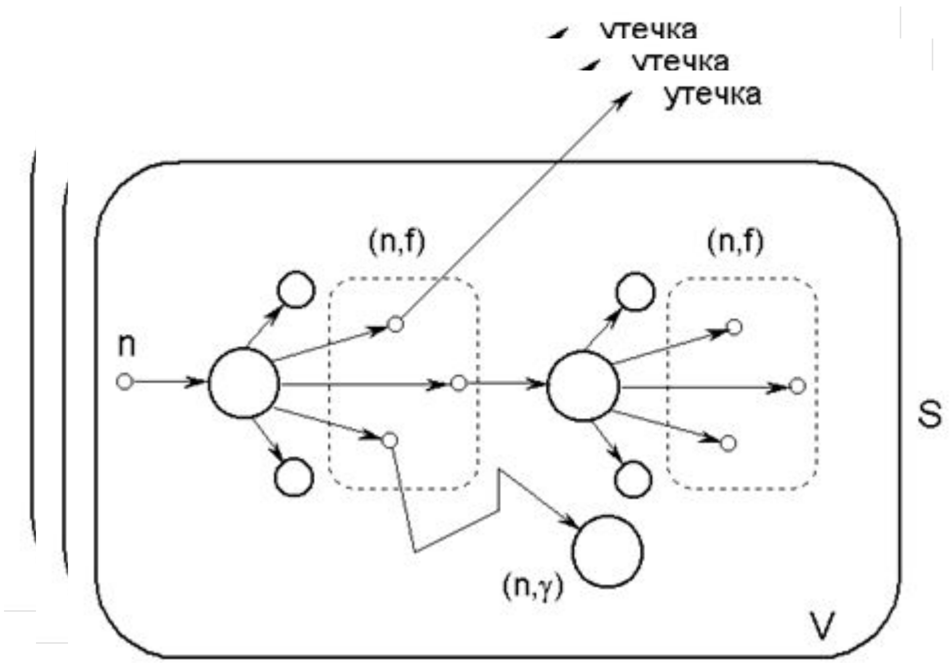
Коэффициент размножения нейтронов в цепном процессе

кафедра
«Теоретическая и экспериментальная физика ядерных реакторов»
доцент
Савандер В.И.

Цепной процесс деления ядер

- Превышение $\nu_f > 1$ над единицей создает возможность развития цепной реакции деления.



Цепной процесс деления ядер

- Наряду со средним числом нейтронов на один акт деления используют величину, равную числу нейтронов деления в расчете на один поглощенный делящимся нуклидом

$$\nu_{eff} = \frac{\nu_f(E)\cdot\sigma_f(E)}{\sigma_f(E)+\sigma_c(E)} = \frac{\nu_f(E)}{1+\alpha(E)}$$

- Условие осуществимости цепного процесса

$$\nu_{eff} > 1$$

Цепной процесс деления ядер

- При рассмотрении цепных процессов все нейтроны в размножающей среде в любой момент времени можно разделить на отдельные поколения. Нейтрон каждого поколения проходит следующий жизненный цикл:
- рождается в реакции деления;
- некоторое время движется в активной зоне, рассеиваясь на ядрах среды (замедляется и диффундирует);
- затем либо порождает нейтроны следующего поколения, либо теряется, например в реакции радиационного захвата, либо покидает пределы размножающей среды.

Цепной процесс деления ядер

упрощенная модель цепного процесса

1. размножающая среда представляется бесконечной, однородной и изотропной.
2. всем нейтронам в среде приписывается одна и та же энергия (так называемая, односкоростная модель)
3. все нейтроны каждого поколения рождаются одновременно, живут определенное время τ (время жизни одного поколения), и одновременно заканчивают свой жизненный цикл, порождая нейтроны следующего поколения.

Цепной процесс деления ядер

<u>Определение коэффициента размножения </u>коэффициента размножения нейтронов есть отношение числа нейтронов последующего поколения в единичном объеме среды , к числу нейтронов предыдущего поколения в том же объеме

$$K = \frac{n^{(i+1)}}{n^{(i)}};$$

Цепной процесс деления ядер

- Для выбранной модели изменение во времени плотности нейтронов будет описываться кусочно-постоянной функцией

$$n(t) = K^m \cdot n(0) \quad m \cdot \tau \leq t < (m+1) \cdot \tau$$

- Однако, если время жизни поколения мало, а коэффициент размножения не сильно отличается от единицы, временное поведение плотности нейтронов можно описать непрерывной функцией времени

Цепной процесс деления ядер

$$n(t+\tau) = K \cdot n(t) \cdot \quad ;$$

$$\Delta n = n(t+\tau) - n(t) = (K-1)\cdot n(t);$$

$$n(t+\tau) - n(t) \approx \frac{dn(t)}{dt}\cdot\tau;$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{K-1}{\tau}\cdot n(t)$$

Цепной процесс деления ядер

- Решение этого уравнения

$$n(t) = n(0) \cdot \exp\left(\frac{K-1}{\tau} \cdot t\right)$$

- Очевидно, что при K=1 получим n(t)=const, то есть, в такой размножающей среде будет осуществляться стационарный процесс (критическая среда)
- При K>1 – рост числа нейтронов (надкритическая среда),
- при K<1-затухание процесса (подкритическая среда)

Цепной процесс деления ядер

- Величина $T = \frac{\tau}{|K-1|}$ называется периодом разгона или затухания.

Задача с источником

1. в среде присутствует внешний источник нейтронов постоянной мощности q, не связанный с реакцией деления в среде
2. источник распределен равномерно по объему среды

Цепной процесс деления ядер

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{K_\infty - 1}{\tau} \cdot n(t) + q;$$

$$A(t) = A_0 \cdot e^{\frac{K_\infty - 1}{\tau} \cdot t} + \frac{q \cdot \tau}{1 - K_\infty}$$

Цепной процесс деления ядер

В критической среде K=1

$$n(t) = n(0) + qt$$

Для подкритической среды

$$n(t) = \frac{q \cdot \tau}{1 - K_{\infty}}$$

то есть в подкритической среде с источником возможен стационарный процесс.

Цепной процесс деления ядер

Газокинетическое уравнение для бесконечной однородной среды

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} + \Sigma_{tot} \cdot \Phi(t) = \int_0^\infty dE' \cdot \Sigma_s(E' \to E) \cdot \Phi(t, E') +$$

$$+\chi(E) \cdot \int_0^\infty dE' \cdot \nu_f(E') \cdot \Sigma_f(E') \cdot \Phi(t, E');$$

$$\Phi(t, E,) = V(E) \cdot n(t, E,)$$

Цепной процесс деления ядер

- Будем искать решение нестационарной задачи в разделенных переменных

$$\mathrm{n}(t,E)=A(t)\cdot n(E)$$

- проинтегрируем по энергетической переменной , получим уравнение

$$\frac{dA}{dt}\cdot\int_0^\infty n(E)dE+A(t)\cdot\int_0^\infty \Sigma_t(E)\cdot V(E)\cdot n(E)dE=$$

$$A(t)\cdot\int_0^\infty dE\int_0^\infty dE'\cdot\Sigma_s(E'\to E)\cdot V(E')\cdot n(E')+$$

$$+A(t)\cdot\int_0^\infty dE\cdot\chi(E)\int_0^\infty dE'\cdot\nu_f(E')\cdot\Sigma_f(E')\cdot V(E')\cdot n(E')$$

Цепной процесс деления ядер

- Введем следующую нормировку по энергетической переменной

$$\int_0^\infty n(E)\cdot dE = 1$$

$$\frac{\int_0^\infty \Sigma_t(E)\cdot V(E)\cdot n(E)dE}{\int_0^\infty V(E)\cdot n(E)dE} = \overline{\overline{\Sigma}}_t; \quad \int_0^\infty \Sigma_s(E'\to E)dE = \Sigma_s(E');$$

$$\frac{\int_0^\infty \Sigma_s(E)\cdot V(E)\cdot n(E)dE}{\int_0^\infty V(E)\cdot n(E)dE} = \overline{\overline{\Sigma}}_s \quad \int_0^\infty V(E)\cdot n(E)dE = \overline{V}$$

$$\frac{\int_0^\infty \nu_f(E)\cdot \Sigma_f(E)\cdot V(E)\cdot n(E)dE}{\int_0^\infty V(E)\cdot n(E)dE} = \overline{\nu}_f\overline{\overline{\Sigma}}_t$$

Цепной процесс деления ядер

- С учетом введенных обозначений, получим нестационарное уравнение

$$\frac{1}{\bar{\bar{V}}}\cdot\frac{dA(t)}{dt}=\left(\bar{\nu}_f\bar{\bar{\Sigma}}_f-\bar{\bar{\Sigma}}_a\right)\cdot A(t)$$

$$A(t)=A(0)\cdot e^{\alpha\cdot t}$$

$$\alpha=\frac{1}{\tau}\cdot\left(\frac{\bar{\nu}_f\bar{\bar{\Sigma}}_f}{\bar{\bar{\Sigma}}_a}-1\right),\qquad \tau=\frac{1}{\bar{\bar{\mathrm{V}}}\cdot\bar{\bar{\Sigma}}_a}$$

- коэффициент размножения для однородной бесконечной среды

$$K=\frac{\overline{\nu_f\Sigma_f}}{\overline{\overline{\Sigma}}_a};\quad \tau=\frac{\lambda_{\mathrm{a}}}{\bar{\bar{\mathrm{V}}}},\quad \lambda_{\mathrm{a}}=\frac{1}{\bar{\bar{\Sigma}}_a}$$

Цепной процесс деления ядер

- Таким образом, в среде, где одновременно присутствуют нейтроны разных поколений, коэффициент размножения можно определить как отношение скорости рождениях нейтронов в размножающей среде в данный момент нейтронов, к скорости поглощения нейтронов в тот же момент времени нейтронов. Обычно, для бесконечной среды коэффициент размножения обозначается K_∞

Последовательные поколения

1. В общем случае в размножающей среде в любой момент времени присутствуют нейтроны разных поколений

2. Предположим, что в момент времени $t=0$ в размножающую среду одномоментно впустили Q_0 нейтронов в каждый элементарный объем.

3. Рассмотрим развитие цепного процесса во времени от поколения к поколению.

4. Будем рассматривать нейтроны всех энергий, принадлежащих к данному поколению

$$n(t) = \int_0^\infty n(E,t)\,dE$$

Последовательные поколения

Нейтроны нулевого поколения

$$\frac{dn^{(0)}(t)}{dt} = -\overline{\Sigma}_a \cdot \overline{V} \cdot n^{(0)}(t),$$

$$n^{(0)}(0) = Q_0, \qquad \lim_{t\to\infty} n^{(0)}(t) = 0$$

Нейтроны первого поколения

$$\frac{dn^{(1)}(t)}{dt} = -\overline{\Sigma}_a \cdot \overline{V} \cdot n^{(1)}(t) + \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \overline{V} \cdot n^{(0)}(t),$$

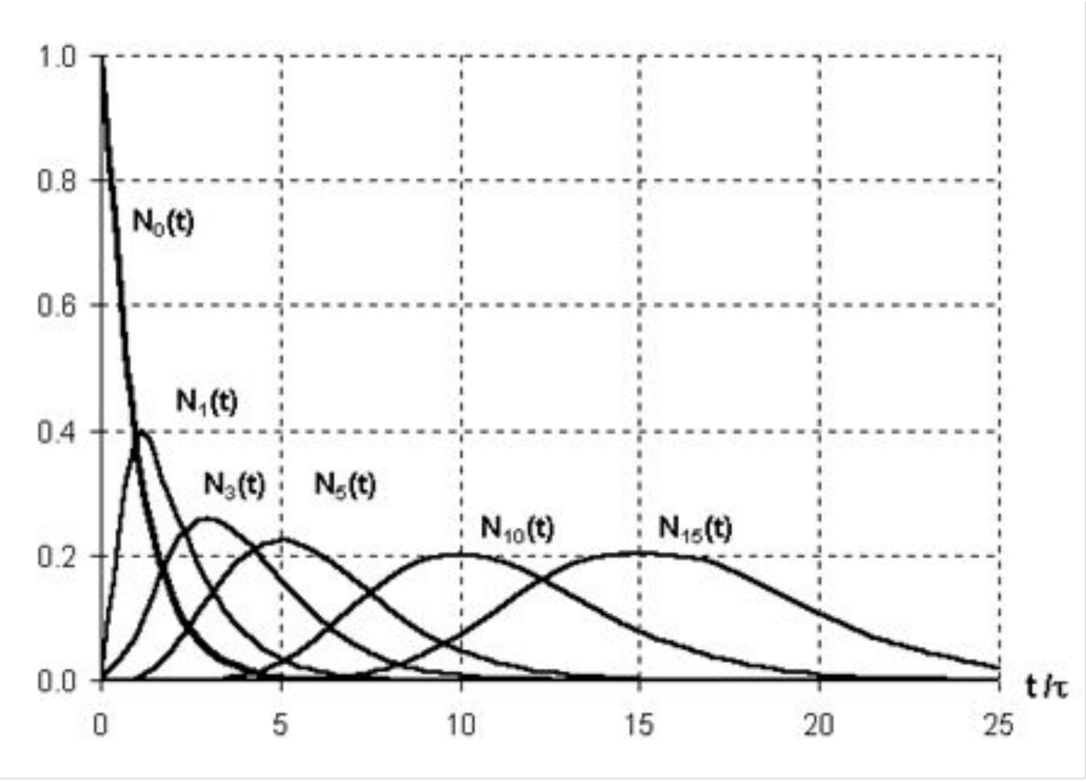
$$n^{(1)}(0) = 0, \qquad \lim_{t\to\infty} n^{(1)}(t) = 0$$

$$\frac{dn^{(i)}(t)}{dt} = -\overline{\Sigma}_a \cdot \overline{V} \cdot n^{(i)}(t) + \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \overline{V} \cdot n^{(i-1)}(t),$$

$$n^{(i)}(0) = 0; \qquad \lim_{t\to\infty} n^{(i)}(t) = 0, \quad i = 0,1,..$$

Последовательные поколения

Временное поведение различных поколений нейтронов



Последовательные поколения

Полное число нейтронов в каждом поколении

$$Q^{(i)} = \int_0^{\infty} \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \overline{V} \cdot N^{(i-1)}(t)dt$$

Проинтегрируем уравнения для плотности нейтронов в каждом поколении по времени в интервале $(0,\infty)$

$$\int_0^{\infty} dt \cdot n^{(i)}(t) = N^{(i)};$$

$$\int_0^{\infty} dt \cdot \frac{dn^{(0)}(t)}{dt} = N^{(0)}(t)\Big|_0^{\infty} = N^{(0)}(\infty) - N^{(0)}(0) = -N^{(0)}(0) = -Q_0,$$

$$\int_0^{\infty} dt \cdot \frac{dn^{(i)}(t)}{dt} = N^{(i)}(\infty) - N^{(i)}(0) = 0;$$

Последовательные поколения

соотношения для последовательных поколений нейтронов

$$-\overline{\Sigma}_a \cdot \Phi^{(1)} + \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \Phi^{(0)} = 0, \quad \overline{\Sigma}_a \cdot \Phi^{(1)} = \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \Phi^{(0)}, \; Q^{(1)} = \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \Phi^{(0)},$$

$$\ldots,$$

$$\overline{\Sigma}_a \cdot \Phi^{(i)} = \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \Phi^{(i-1)}, \; Q^{(i)} = \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \Phi^{(i-1)} = \overline{\Sigma}_a \cdot \Phi^{(i)},$$

коэффициент размножения есть отношения общего числа нейтронов в двух последовательных поколениях

$$K_\infty = \frac{Q^{(i)}}{Q^{(i-1)}}$$

Последовательные поколения

Учитывая соотношения

$$\Phi^{(i)} = \overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \;^{(i-1)}, \qquad \Phi^{(i-1)} = \overline{\nu_f \Sigma_f}\, \Phi^{(i-2)} = \bar{\Sigma}_a \cdot \;^{(i-1)}$$

Получим

$$K_\infty = \frac{\overline{\nu_f \Sigma_f} \cdot \Phi^{(i-1)}}{\bar{\Sigma}_a \cdot \Phi^{(i-1)}} = \frac{\overline{\nu_f \Sigma_f}}{\bar{\Sigma}_a}$$

Таким образом, в итоге получили эквивалентность обоих выражений для коэффициента размножения в бесконечной размножающей среде.

Последовательные поколения

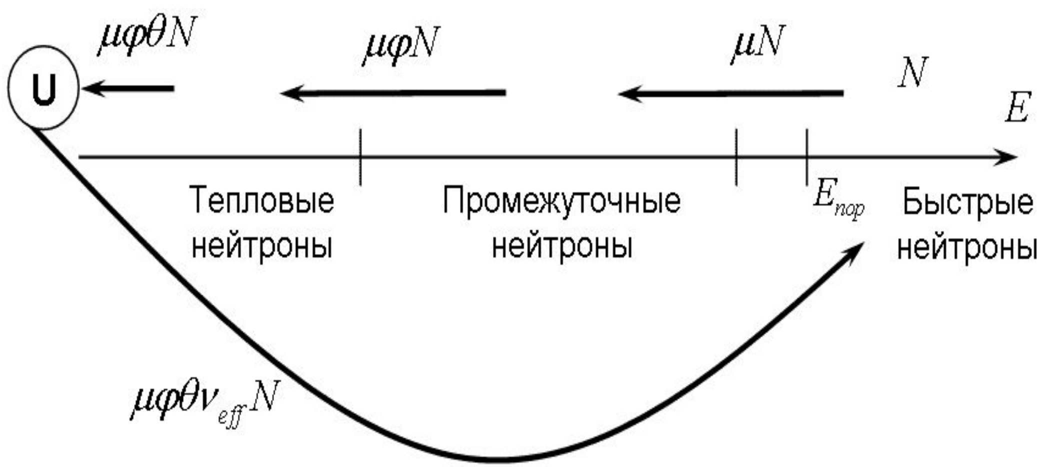
Отметим два важных следствия из полученных соотношений.

$$\frac{\Phi^{(i)}}{\Phi^{(i-1)}} = \frac{Q^{(i)}}{Q^{(i-1)}} = K_{\infty};$$

$$-\overline{\Sigma}_a \Phi^{(i)} + \frac{\overline{\nu \Sigma}_f \cdot \Phi^{(i)}}{K_{\infty}} = 0;$$

Формула 4-х сомножителей

- Для реакторов на тепловых нейтронах удобной для вычисления коэффициента размножения является так называемая формула 4-х сомножителей.



Формула 4-х сомножителей

- Рассматривается однородная бесконечная размножающая среда, состоящая из смеси урана-235 , урана-238 и замедлителя.
- Рассмотрим жизненный цикл одного поколения нейтронов при их движении по энергетической шкале.
- Пусть в единице объема среды появился один быстрый нейтрон в результате деления ядра урана-235 тепловым нейтроном.

Формула 4-х сомножителей

- Нейтроны с энергией $E>E_{пор}$ могут вызывать деление ядер урана-238. Эти вновь родившиеся нейтроны отнесем к этому же поколению.
- Это увеличение числа нейтронов в результате размножения на быстрых нейтронах характеризуется коэффициентом μ, равным числу быстрых нейтронов, которые замедлились до энергии ниже порога деления , отнесённому к одному быстрому нейтрону, появившемуся при делении U-235 тепловыми нейтронами.

Формула 4-х сомножителей

- В результате размножения на U-238 за порог деления уйдет μ быстрых нейтронов.
- Эти нейтроны, сталкиваясь с ядрами замедлителя, будут замедлятся.
- В процессе замедления часть нейтронов будет потеряно в результате резонансного поглощения на ядрах U-238.
- Резонансное поглощение нейтронов в процессе замедления характеризуется коэффициентом φ- вероятностью того, что быстрый нейтрон в процессе замедления избежит радиационного захвата.
- до тепловой энергии замедляются $\mu\varphi$ нейтронов

Формула 4-х сомножителей

- Не все тепловые нейтроны поглотятся в топливе. Часть их будет захвачена ядрами замедлителя.
- Введем коэффициент θ, определив его как вероятность захвата теплового нейтрона ураном .
- В результате ядрами урана будет поглощено $\mu\varphi\theta$ нейтронов.
- Часть этих нейтронов будет поглощено ядрами U-235, в результате чего появятся быстрые нейтроны нового поколения .
- Их число, приходящееся на один нейтрон, поглощенный в топливе, обозначим через ν_{ef} – среднее число нейтронов деления на один захваченный тепловой нейтрон в топливе.

Формула 4-х сомножителей

- Очевидно, что $\nu_{eff} = \nu_f \cdot P_f$ а $P_f = \dfrac{x \cdot \sigma_f^5}{x \cdot \sigma_a^5 + (1-x) \cdot \sigma_a^8}$

\- вероятность того, что при захвате теплового нейтрона топливом произойдет реакция деления.

\- Таким образом во втором поколении число быстрых нейтронов деления изменится до значения $\mu\varphi\theta\nu_{ef}$

$$K_\infty = \mu \cdot \phi \cdot \theta \cdot \nu_{eff}$$