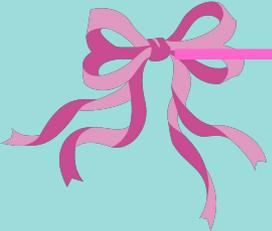




6.4. БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой величиной, если для любого, даже сколь угодно большого числа $M > 0$ найдется такое число $\delta > 0$, что для всех $x \neq x_0$ и удовлетворяющих условию $|x - x_0| < \delta$ выполняется неравенство

$$|f(x)| > M$$

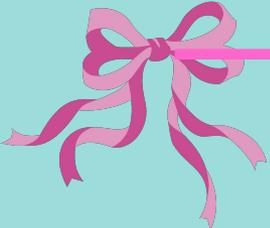


Если $f(x) > M$ то

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$$

Если $f(x) < -M$ то

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$$



ПРИМЕР.

Функция

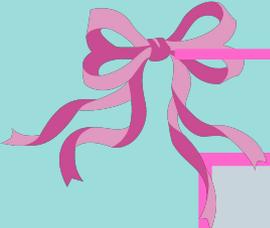
$$y = \operatorname{tg}x$$

является бесконечно большой величиной при

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

поскольку

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg}x = \infty$$

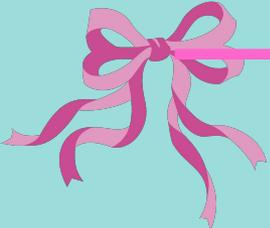


Замечание

*Бесконечно большая величина
является неограниченной
функцией при*

$x \rightarrow x_0$ *или при* $x \rightarrow \infty$

*но в то же время
неограниченная функция не
обязательно бесконечно
большая.*



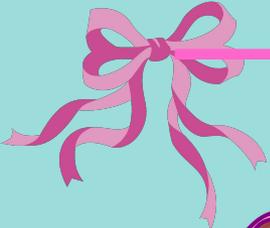
ПРИМЕР.

Функция $y = x \sin x$

является неограниченной функцией, но при

$$x \rightarrow \infty$$

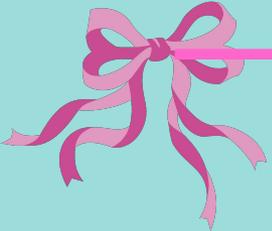
она не будет бесконечно большой, поскольку ее значения колеблются, переходя от положительных к отрицательным через ноль.



Свойства бесконечно больших величин



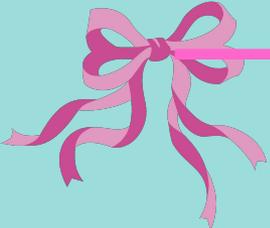
*Сумма бесконечно большой величины
и ограниченной функции есть величина
бесконечно большая.*



Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, есть величина бесконечно большая.



Частное от деления бесконечно большой величины на функцию, имеющую предел, есть величина бесконечно большая.



ПРИМЕР.

Функция $f(x) = \operatorname{tg}x$

является бесконечно большой при

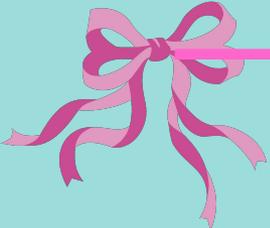
$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Функция $\varphi(x) = 4x - 3$

имеет предел при

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (4x - 3) = 2\pi - 3 \neq 0$$



Функция $\psi(x) = \sin x$

является ограниченной.

Тогда функции

$$f(x) \pm \psi(x) = \operatorname{tg}x \pm \sin x$$

$$\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{\operatorname{tg}x}{4x - 3}$$

являются бесконечно большими величинами

при

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$