Распределение частиц по скоростям в плазме

В отсутствие внешних сил газ находится в термодинамического равновесия, если выполняются условия теплового и химического равновесия.

$$T_e = T_i = T_a = T$$

В случае полного термодинамического равновесия спектральная плотность излучения плазмы совпадает с плотностью излучения черного тела

$$U_\lambda(T) = \frac{a_1}{\lambda^5}\frac{1}{\exp(\frac{a_2}{\lambda T}) - 1}$$

При кинетическом описании процессов в газе или плазме применяются статистические методы, при которых основной характеристикой ансамбля частиц принимают функцию распределения частиц по скоростям (энергиям) *f*(*v*).

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1 \qquad \langle v \rangle = \int_0^\infty vf(v)dv$$

Функция распределения

- $d\mathbf{v} = d\mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = dvx \cdot dvy \cdot dvz \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$

Функцию распределения частиц определяют из условия, что вероятное число частиц, находящихся в данный момент времени в элементе объема *dr* вблизи точки *r* и обладающих скоростями **v** в интервале *dv*, равно $\boldsymbol{f(r,v,t)dvdr}.$

$$ndr = dr \int f\,(v,\ r,t)dv$$

$$n = \int fdv.$$

Чтобы характеризовать поведение системы частиц в пространстве и времени, необходимо знать изменение функции распределения

Кинетическое уравнение Больцмана

- Уравнение которому должна удовлетворять функция $f(\vec{r},\vec{v},t)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{q\vec{E}\partial f}{M\partial \vec{v}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{st}$$

Физический смысл функции распределения *f* состоит в том, что она характеризует вероятное распределение числа частиц, обладающих координатами в элементе r + *dr* и имеющих скорости в интервале v + *dv* так, что интеграл от функции распределения по скоростям дает плотность числа частиц в окрестностях точки dvdr

Уравнене Больцмана- Власова

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \left(\mathbf{v}_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial r}\right) + \left(e\left(\mathbf{E} + [\mathbf{v}_\alpha \mathbf{B}]\right)\frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}_\alpha}\right) = 0$$

$$n_i = \int f_i\, dv_i, \quad n_e = \int f_e\, dv_e$$

$$\rho_{\text{своб}} = e\left(\int f_i\, dv_i - \int f_e\, dv_e\right)$$

$$v\frac{\partial f_e}{\partial x} - \frac{e}{m}\cdot\frac{\partial \varphi}{\partial x}\cdot\frac{\partial f_e}{\partial v} = 0;$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{e}{\varepsilon_0}\int (f_i - f_e)\, dv,$$

Функция распределения Максвелла

$$v\frac{\partial f_e}{\partial x}-\frac{e}{m}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial x}\cdot\frac{\partial f_e}{\partial v}=0;$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}=\frac{e}{\varepsilon_0}\int(f_i-f_e)\,dv,$$

$$f_e=F(v)\,G(x),$$

$$\frac{1}{e\frac{\partial\varphi}{\partial x}G}\cdot\frac{dG}{dx}=\frac{1}{mvF}\cdot\frac{dF}{dv}=-\alpha^2,$$

α^2 - Постоянная разделения

Функция распределения Максвелла

- . Интегрируя

$$G(x) = \mathrm{e}^{-\alpha^2 e\varphi}, \quad F(v) = A\mathrm{e}^{-\alpha^2 \frac{mv^2}{2}}$$

$$f_e = A\mathrm{e}^{-\alpha^2\left(\frac{mv^2}{2} + e\varphi\right)}$$

принимая *1/α2 =kTe*

$$n_{e0} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_e\, dv \qquad A = n_{e0}\left(\frac{m}{2\pi kT_e}\right)^{3/2}$$

$$f_e = n_{e0}\left(\frac{m}{2\pi kT_e}\right)^{3/2} \mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT_e} - \frac{e\varphi}{kT_e}}$$

Функция распределения Максвелла

$$\bar{v} = \int_0^\infty v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

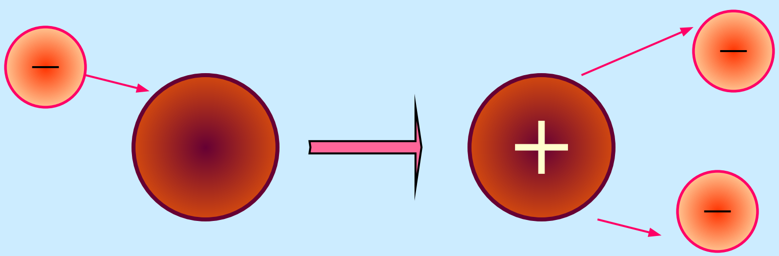
$$v_{\max} = \sqrt{2kT / m}$$

$$f(E) = 2\pi (\pi kT)^{-3/2} \exp(-E / kT) \sqrt{E}$$

Элементарные процессы в плазме

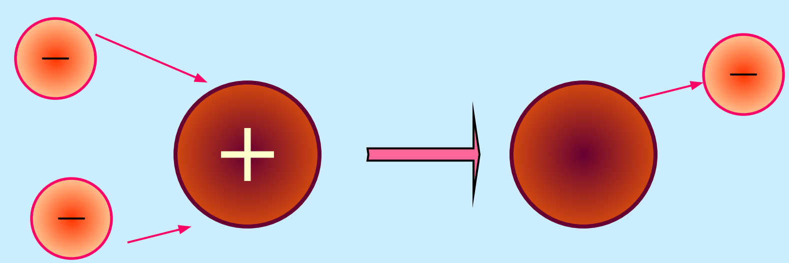
= Процессы, происходящие при столкновениях атомов, ионов, электронов и фотонов (важны для плазмы, не находящейся в термодинамическом равновесии).

ионизация электронным ударом



$$H + e \rightarrow H^{+} + e + e$$

рекомбинация тройная



$$H^{+} + e + e \rightarrow H + e$$

Изменение числа электронов:

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_{\text{эл}} = n_e n_a \langle \sigma_e v \rangle - \beta n_e^2 n_i .$$

Коэффициент диффузии

$$\frac{d(nmV_x)}{dt} = -mV_x n \nu_{ei}$$

$$\frac{d(nV_x)}{dt} = -v_x n \nu_{ei}$$

$$\frac{d(nv_x)}{dt} = v_x \frac{d(nV_x)}{dx} = V_x^2 \frac{dn}{dx} = -nV_x \nu_{ei}$$

$$\Gamma_x = nV_x \quad V_x^2 = V^2/3 \qquad \Gamma_x = -(\frac{V^2}{3\nu_{ei}})_{cp} \frac{dn}{dx}$$

$$\Gamma = -(\frac{V^2}{3\nu_{ei}})\nabla n = -D\nabla n \qquad D = \frac{V^2}{3\nu_{ei}}$$

Тройная рекомбинация

$$-\frac{dn_e}{dt} \sim (n_i \sigma_c v_e)\, n_e \cdot (nb^3) \cdot \delta\,.$$

$$-\frac{dn_e}{dt} = n_i n_e \cdot \frac{e^4}{T_e^2} \cdot \frac{T_e^{1/2}}{m^{1/2}} \cdot n_e \cdot \frac{e^6}{T_e^3} = \frac{e^{10}}{m^{1/2} T_e^{9/2}}\, n_e n_i n_e\,.$$

$$\beta = \frac{e^{10}}{m^{1/2} T_e^{9/2}}$$

Подвижность

$$m\frac{dv}{dt}+m\nu_{ei}v=-eE_0e^{j\omega t}$$

$$v=\frac{-e/m}{j\omega+\nu_{em}}E_0e^{j\omega t}$$

$$E=const$$

$$v=\mu E \qquad \mu=\frac{e}{m\nu_{em}}$$

Амбиполярная диффузия

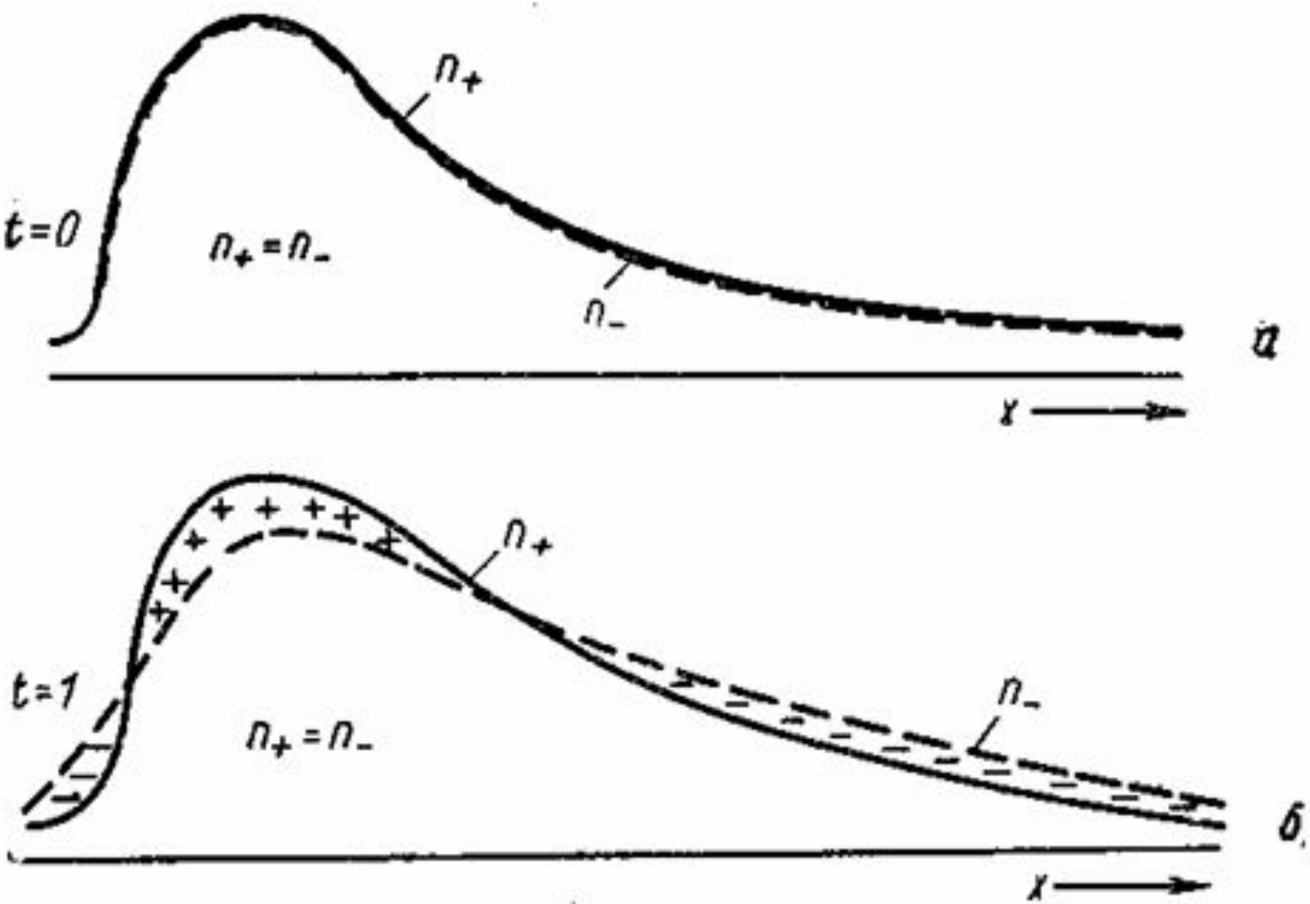


Рис. 3.60. Распределение заряженных частиц, создающее поле пространственного заряда.

Амбиполярная диффузия

$$\Gamma_{-} = -D\nabla n + \mu_{-} E_x n_{-}$$

$$V_{+} = -\frac{D}{n_{+}}\nabla n + \mu_x E_x \qquad V_{-} = -\frac{D}{n_{+}}\nabla n + \mu_{-} E_x$$

$$V = -\left(\frac{D_{+}\mu_{-} + D_{-}\mu_{+})}{\mu_{+} + \mu_{-}}\right)\frac{\nabla n}{n}$$

$$D_a = \frac{D_{+}\mu_{-} + D_{-}\mu_{+})}{\mu_{+} + \mu_{-}}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_a \nabla^2 n$$

Уравнение диффузии

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n \quad n(x,y,z,t) = n_0(x,y,z)e^{-t/\tau}$$

$$n = A_1 e^{-t/\tau_1} + A_2 e^{-t/\tau_2} + A_3 e^{-t/\tau_3} \ldots.$$

$$\tau_1/\tau_2 = 3.67 \qquad \tau_1/\tau_3 = 6.33$$

Цилиндр с плоскими концами

- n=0 на стенках

$$n = n_0 \cos ax J_0(br)$$

$$a = \pi / h$$

$$a^2 + b^2 = 1/Dt$$

$$b = 2.405 / r$$

Сфера

$$n = n_0 \frac{1}{(4\pi Dt)^{3/2}} \exp(-\frac{r^2}{4Dt})$$