Математическое моделирование поведения продавца в условиях совершенной конкуренции

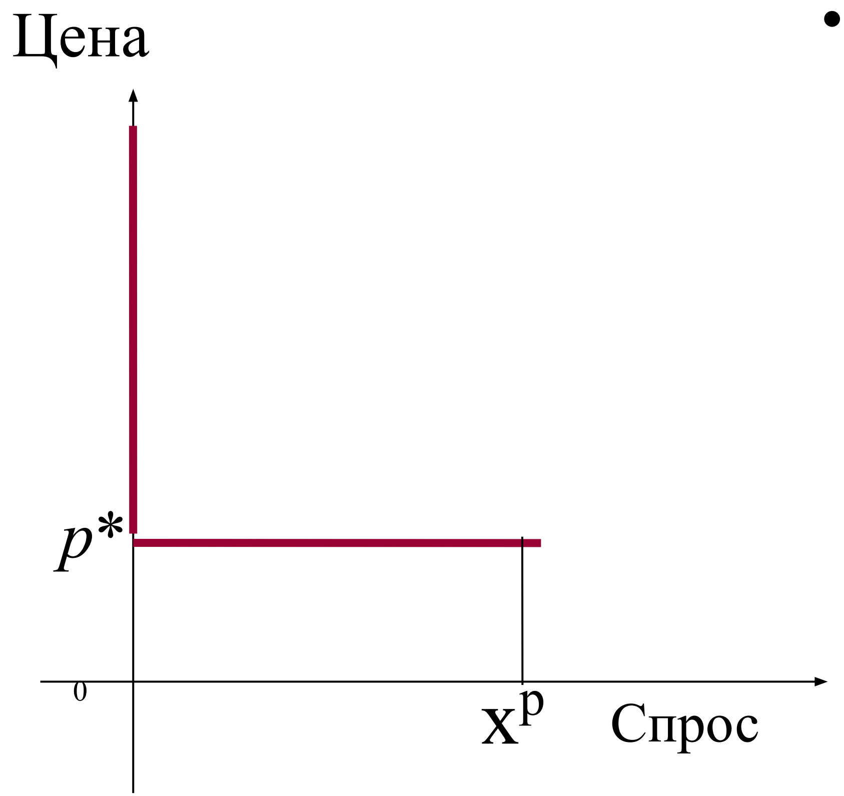
Условия совершенной конкуренции

Необходимые и (в совокупности) достаточные условия для существования совершенной конкуренции в отрасли:

- **Однородный** продукт.
- **Много производителей** и много потребителей, причем их взаимодействие носит случайный характер.
- Производители и потребители обладают приемлемым **знанием** о рыночных возможностях.
- **Вход в отрасль и выход из нее открыты**.

Примеры: пшеница, розничная продажа яиц, пива и кваса (раньше).

Кривая спроса на продукцию фирмы в условиях совершенной конкуренции



x^p - объем спроса при цене p^*

- При цене p^* функция спроса на продукцию фирмы терпит разрыв, соответственно, не определена эластичность спроса. Тем не менее, поскольку в условиях совершенной конкуренции отсутствует лояльность потребителей, увеличение цены, например, на 1%, сократит спрос до нуля. Поэтому эластичность спроса при цене р* можно трактовать как 100%

Планирование производства в условиях совершенной конкуренции

у фирмы нет оснований отклоняться от сложившейся в отрасли цены р, **планирование сводится к задаче определения объема предложения товара, максимизирующего прибыль** фирмы.

$$\pi(x) = R(x) - C(x) = px - C(x) \rightarrow \boldsymbol{max}$$

$$\pi'(x) = R'(x) - C'(x) = p - C'(x) = 0$$

Необходимое условие максимальной прибыли совершенного конкурента:

если максимум функции прибыли достигается в ее критической точке *x**, то в этой точке выполняется соотношение:

$$\boxed{p = C'(x^*)} \quad \text{или} \quad \boxed{p = MC(x^*)}$$

- Функция *x=s(p)*, сопоставляющая рыночной цене *p* объем предложения товара *s(p)*, который принесет производителю наибольшую прибыль, называется **функцией предложения** фирмы.

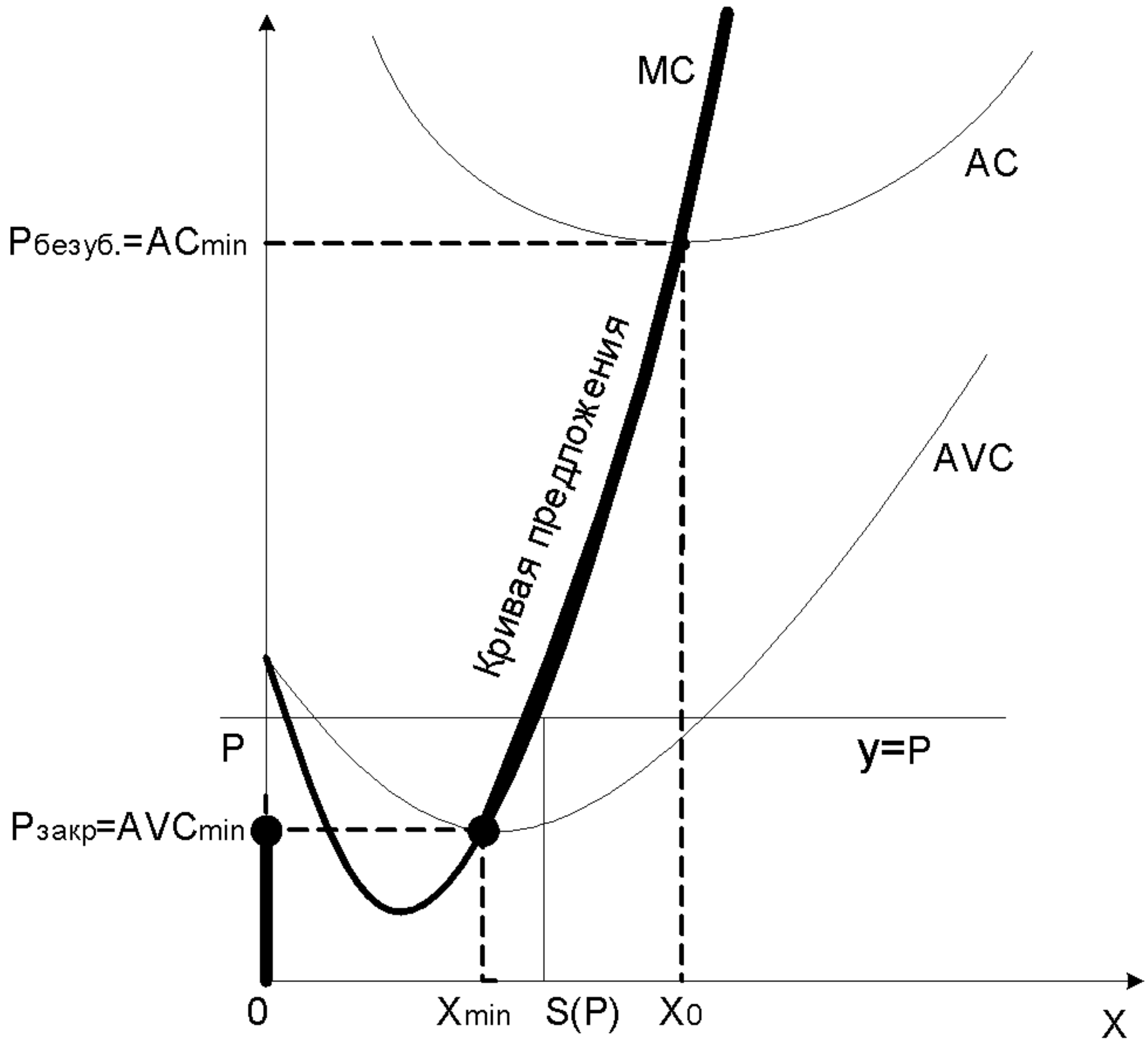


Рис. 2. Кривая предложения фирмы .

Анализ безубыточности

$$\pi(x) = (p - AC(x))x$$

- Пусть наименьшее значение функции средних общих издержек ACmin на промежутке [0, x^p] достигается в точке x^0.

$$p > AC_{\min}$$

рыночная цена выше себестоимости

$$\Downarrow$$

экономическая прибыль положительна.

Анализ безубыточности 2

При рыночной цене **$p = AC_{min}$**

- **доход** $$R(x_0) = px_0 = AC_{\min} x_0,$$
- **издержки** $$C(x_0) = AC(x_0)x_0 = AC_{\min} x_0$$
- **прибыль** $$\pi(x_0) = R(x_0) - C(x_0) = 0.$$

Цена товара, при которой доход продавца в точности совпадает с его издержками, называется **ценой безубыточности**.

Цена безубыточности

- при цене, равной минимальной себестоимости

$$p_{безуб} = AC_{min},$$

фирма в точности может покрыть все свои издержки, выставив на продажу x_0 единиц товара.

При других объемах предложения она будет терпеть убытки

$$\boxed{p = MC(x^*)}$$

При рыночной цене **$AVC_{min} < p < AC_{min}$** прибыль отрицательна

(фирма минимизирует убытки).

Выручка от продажи *x** единиц товара **компенсирует полностью переменные издержки и часть постоянных**.

Это выгодней, чем остановить производство, ведь тогда убытки будут в размере постоянных издержек .

$$\pi(0) = -C_0$$

$$\boxed{p = MC(x^*)}$$

- При рыночной цене **p = AVC$_{min}$** задача имеет два решения: x**=0** и $x = x_{min}$

$$\pi(x_{\min}) = \pi(0) = -C_0.$$

- Экономический смысл: при продаже $x_{\min}$ единиц продукции **доход продавца в точности покрывает его переменные издержки**, и он терпит убытки в размере постоянных издержек.
- любое другое предложение приводит к еще большим убыткам.
- Цена на уровне минимальных средних переменных издержек называется **ценой закрытия фирмы**.

$$\boxed{\pi(x) = R(x) - C(x) = px - C(x) \to \max}$$

При рыночной цене $p < AVC_{min}$

продажа товара не имеет экономического смысла

$$x=0, \quad \text{или} \quad s(p)=0$$

следует прекратить производство

$$\boxed{p = MC(x^*)}$$ при $p > AVC_{min}$

- Определим объем предложения x* товара **геометрически** в системе координат «предложение» – «цена»

- прямая $y = p$ может пересекать кривую предельных издержек в двух точках:

1. на промежутке убывания предельных издержек ($C''(x) < 0$) функция прибыли фирмы выпукла и не может достигать максимума.

$$\pi''(x) = -C''(x) > 0$$

2. при цене p прибыль фирмы будет максимальна в точке $x=s(p)$, которая является абсциссой точки пересечения прямой $y = p$ и возрастающей ветви кривой предельных издержек $y = C'(x)$.

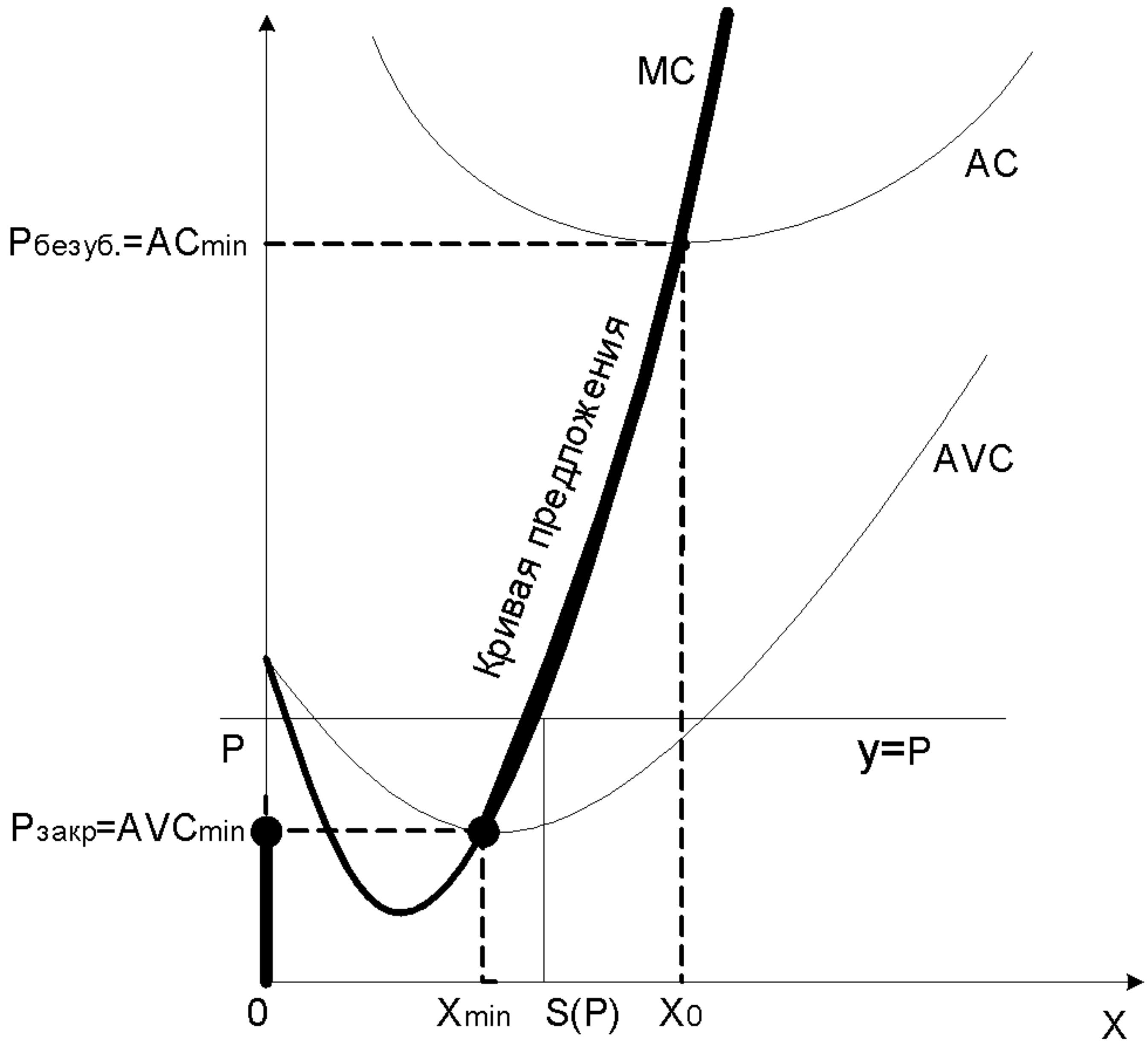


Рис. 2. Кривая предложения фирмы .

Функция предложения

\- функция $x=s(p)$, сопоставляющая рыночной цене p объем предложения товара $s(p)$, который принесет производителю наибольшую прибыль

- при $p \geq$ **AVCmin** **кривая предложения фирмы совпадает с возрастающей ветвью кривой предельных издержек.**
- Вторая ветвь графика ниже точки закрытия фирмы (при $p \leq$ **AVCmin**) совпадает с вертикальной осью, где **предложение x=0**.
- Аналитически функцию предложения можно найти, разрешив уравнение относительно x*

ПРИМЕР: **общие издержки фирмы C(x) зависят от объема x проданной партии товара:**

$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 27$$

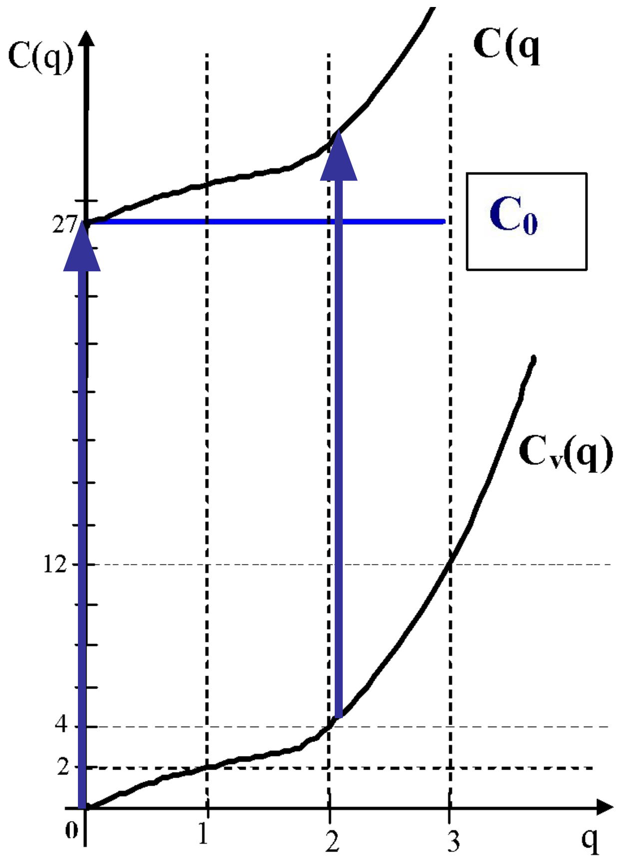
1. Изобразить в одной системе координат графики *функций общих и переменных издержек*,
2. изобразить в одной системе координат графики функций средних общих, средних переменных и предельных издержек;
3. построить *функцию предложения фирмы* в условиях совершенной конкуренции;
4. найти минимальную цену товара, при которой продажа товара имеет экономический смысл;
5. найти цену товара, при которой доход продавца в точности совпадает с его издержками.

$C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 27$

1) Графики *функций общих и переменных издержек* $C_V(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$

- обе функции определены только для неотрицательных значений аргумента;
- $C(0) = \mathbf{C_0 = 27}$ – график функции общих издержек пересекает ось ординат в точке (0, 27);
- $C_V(0) = 0$ – график функции переменных издержек выходит из начала координат;
- $C'(x) = C_V'(x) = 3x^2 - 6x + 4 > 0$ – функции общих и переменных издержек являются строго монотонно возрастающими при всех $x > 0$;
- $C''(x) = C_V''(x) = 6x - 6 = 6(x - 1)$ – функции общих и переменных издержек вогнуты при $0 \le x \le 1$ и выпуклы при $x \ge 1$.

1) Кривые *общих и переменных издержек*

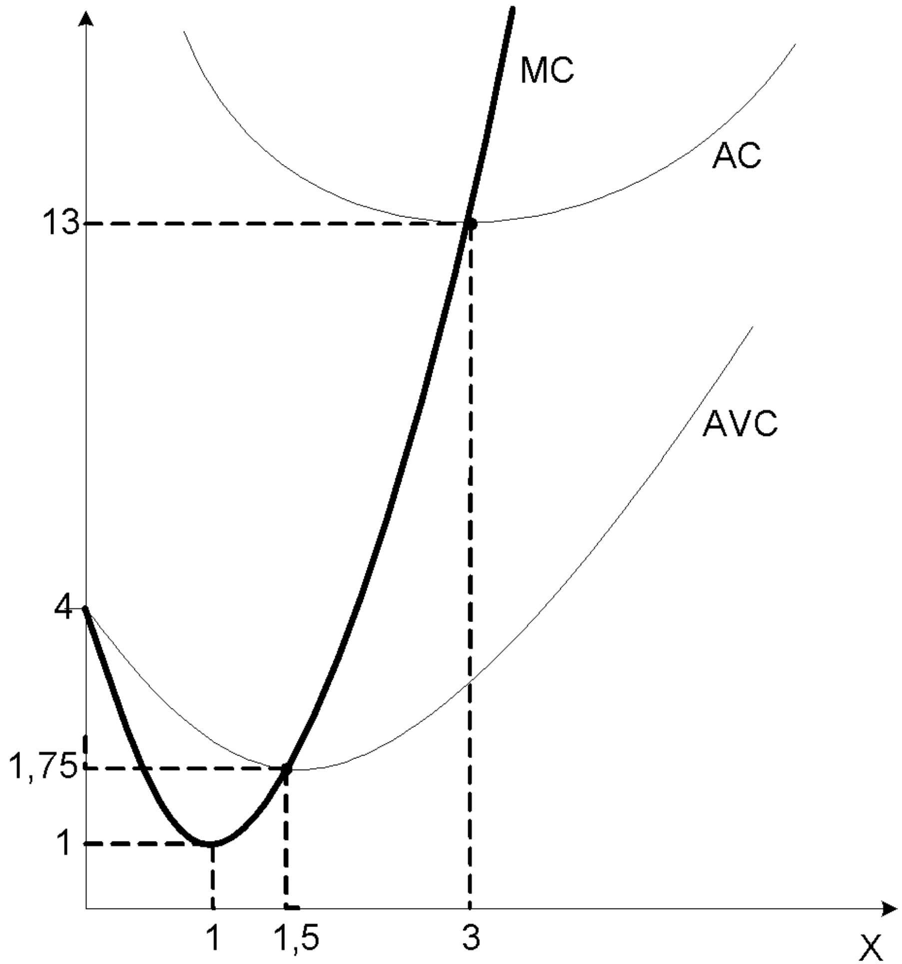


$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 27$$

$$C_0 = 27$$

$$C_V(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$$

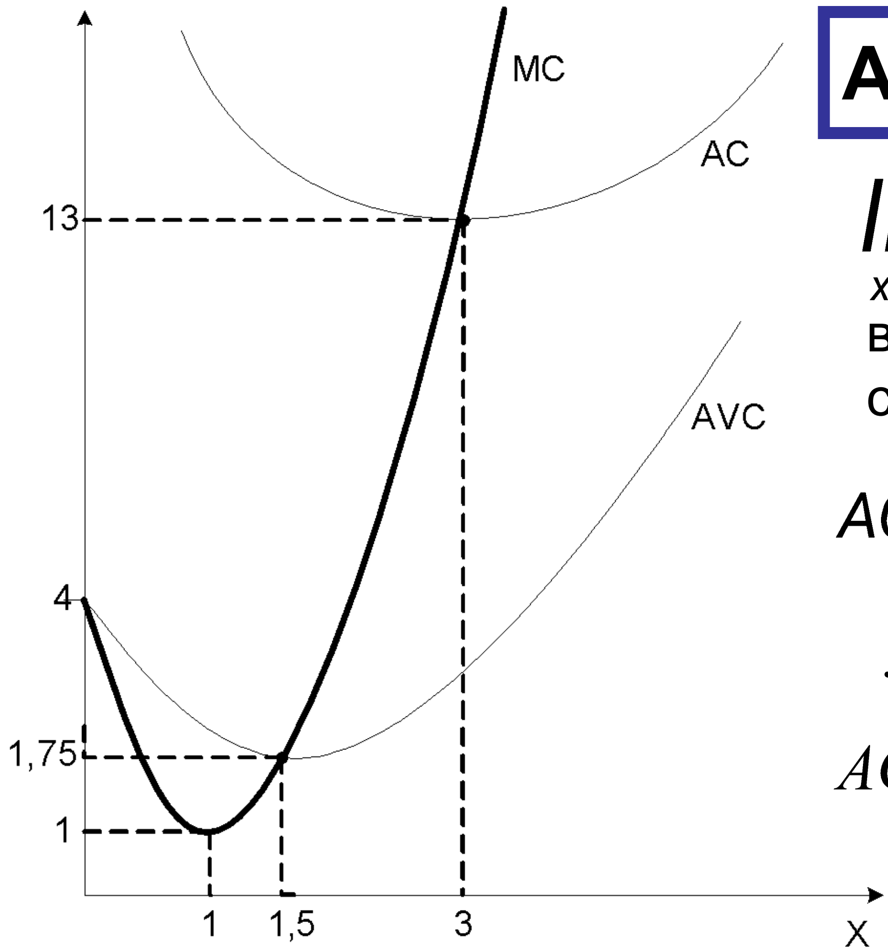
2) Графики функций средних общих, **средних переменных** и предельных издержек



$AVC(x) = x^2 - 3x + 4$

парабола
с вершиной
в точке (1,5; 1,75) и
ветвями,
направленными вверх.

Графики функций **средних общих**, средних переменных и предельных издержек



$$\boxed{\mathbf{AC}(x) = x^2 - 3x + 4 + 27/x,}$$

$$\lim_{x \to 0^+}\left(x^2 - 3x + 4 + \frac{27}{x}\right) = +\infty.$$

вертикальная асимптота кривой AC совпадает с осью ординат

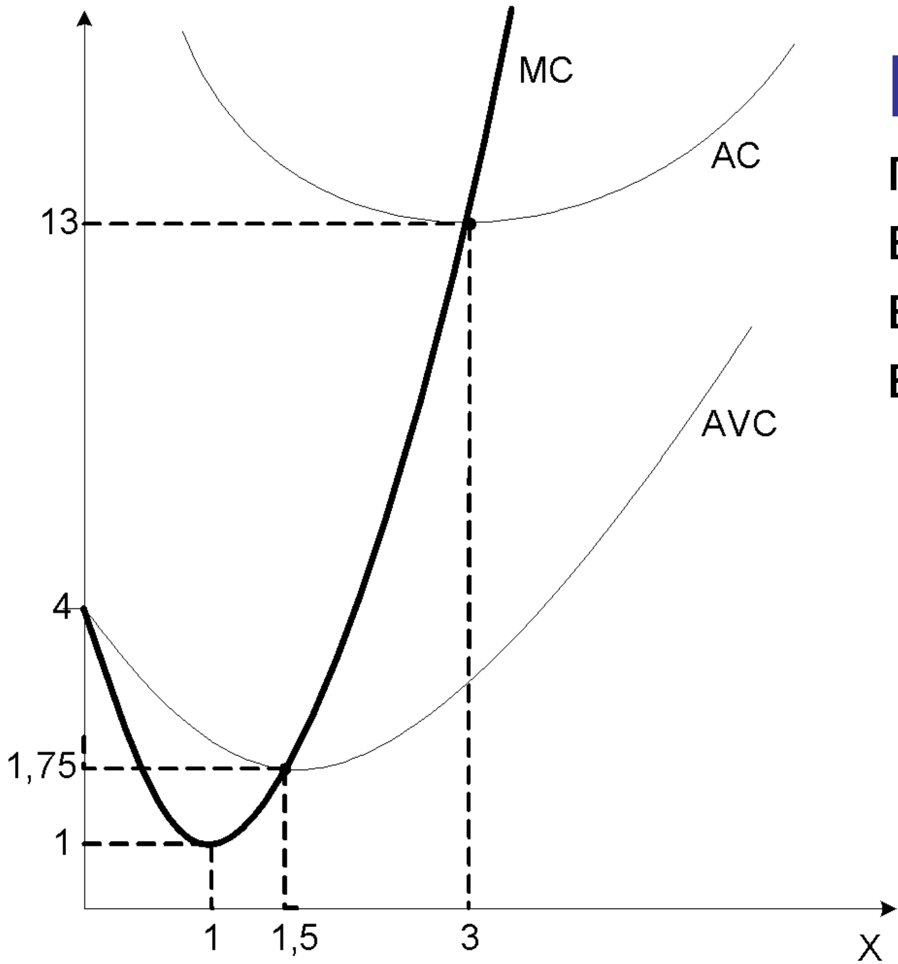
$$AC'(x) = 2x - 3 - \frac{27}{x^2} = \frac{2x^3 - 3x^2 - 27}{x^2}.$$

x = 3 - корень этого уравнения

$AC''(x) = 2 + \frac{54}{x^3} > 0$ при всех $x > 0$,

функция AC выпукла,
ее локальный минимум является глобальным

Графики функций средних общих, средних переменных и **предельных издержек**



$MC(x) = 3x^2 – 6x + 4$
парабола с вершиной
в точке (1; 1) и
ветвями, направленными
вверх.

$MC(0) = 4 = AVC(0)$,

$MC(1,5) = 1,75 = AVC(1,5)$,

$MC(3) = 13 = AC(3)$

3) Функция предложения

$\pi(x) = R(x) - C(x) = px - (x^3 - 3x^2 + 4x + 27) \to max,$

$0 \le x \le x^p.$ при **p > AVC_{min}** = 1,75

$$\boxed{\pi'(x) = p - (3x^2 - 6x + 4)}$$

$3x^2 - 6x + 4 - p = 0$, p - параметр

две критические точки: $x_1 = 1 - \sqrt{\dfrac{p-1}{3}}, \quad x_2 = 1 + \sqrt{\dfrac{p-1}{3}}.$

$\pi''(x) = -6(x-1)$ $\boxed{\pi''(x_1) > 0}$ $\boxed{\pi''(x_2) < 0}$

x_1 – *min*, x_2 – *max*

Функция предложения

$$s(p) = \begin{cases} 0, & p < 1{,}75; \\ \{0;\ 1{,}5\}, & p = 1{,}75; \\ 1 + \sqrt{\dfrac{p-1}{3}}, & p > 1{,}75. \end{cases}$$

4) **минимальная цена** товара, при которой продажа товара имеет **экономический смысл = цена закрытия фирмы**

- При $\boldsymbol{p < AVC_{min}}$ $\qquad s(p)=0$

$$\boldsymbol{AVC_{min} = 1,75} \quad \text{при} \quad x_{min} = 1,5,$$

- $s(p)=0$ при $p < 1,75$, т.к. любое предложение товара приведет к убыткам, превосходящим постоянные издержки продавца
- При $\boldsymbol{p = AVC_{min} = 1,75}$ два решения: $x=0$ и $x=x_{min}$, поскольку $\pi(x_{min}) = \pi(0) = -C_0 = -27$,

т.е. при продаже x_{min} единиц продукции доход продавца в точности покрывает его переменные издержки, и он терпит убытки в размере постоянных издержек.

5) Цена безубыточности

- цена товара, при которой доход продавца в точности совпадает с его издержками

- $p_{безуб} = AC_{min} = 13$ **при $x = x_0 = 3$**
- **при цене p = 13 фирма в точности может покрыть свои издержки, выставив на продажу 3 единицы товара.**

$$R(x_0) = p\,x_0 = AC_{min}\,x_0 = 39,$$

$$C(x_0) = AC(x_0)\,x_0 = AC_{min}\,x_0 = 39,$$

$$\pi(x_0) = R(x_0) - C(x_0) = 0$$

Совершенные конкуренты в длительном периоде

Совершенные конкуренты в длительном периоде

$$\pi(x) = (p - AC(x))x$$

- В начале

  рыночная цена

  $$\boxed{p > AC_{\min}}$$

  выше себестоимости

$$\Downarrow$$

$\boxed{\text{экономическая прибыль положительна.}}$

$$\Downarrow$$

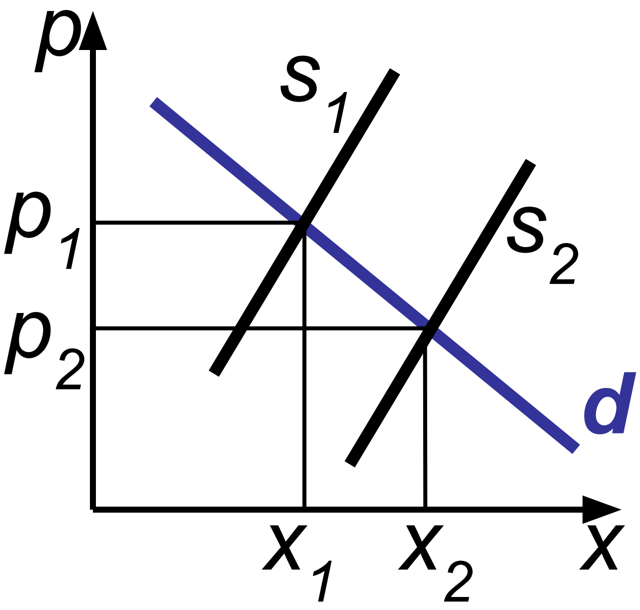
Приток новых производителей (нет барьеров на входе)

Совершенные конкуренты в длительном периоде 2

- Увеличивается число предприятий на рынке
- Увеличивается объём предложения

Цена падает

Экономическая прибыль уменьшается



Совершенные конкуренты в длительном периоде

$$\pi \to 0$$

Конкуренция выравнивает уровень доходности в длительном периоде

$$\boxed{\pi = 0}$$

В состоянии равновесия экономическая прибыль =0

$$\boxed{p^* = LAC_{\min}}$$

Товары производятся наиболее экономично, **цены минимальны** на уровне себестоимости

$$\boxed{p^* = LMC}$$

Ограниченные ресурсы распределены оптимально в соответствии со спросом

Совершенные конкуренты в длительном периоде

$$LMC=MR=LAC_{min}=P$$