

**Математическое
моделирование поведения
продавца в условиях
совершенной конкуренции**

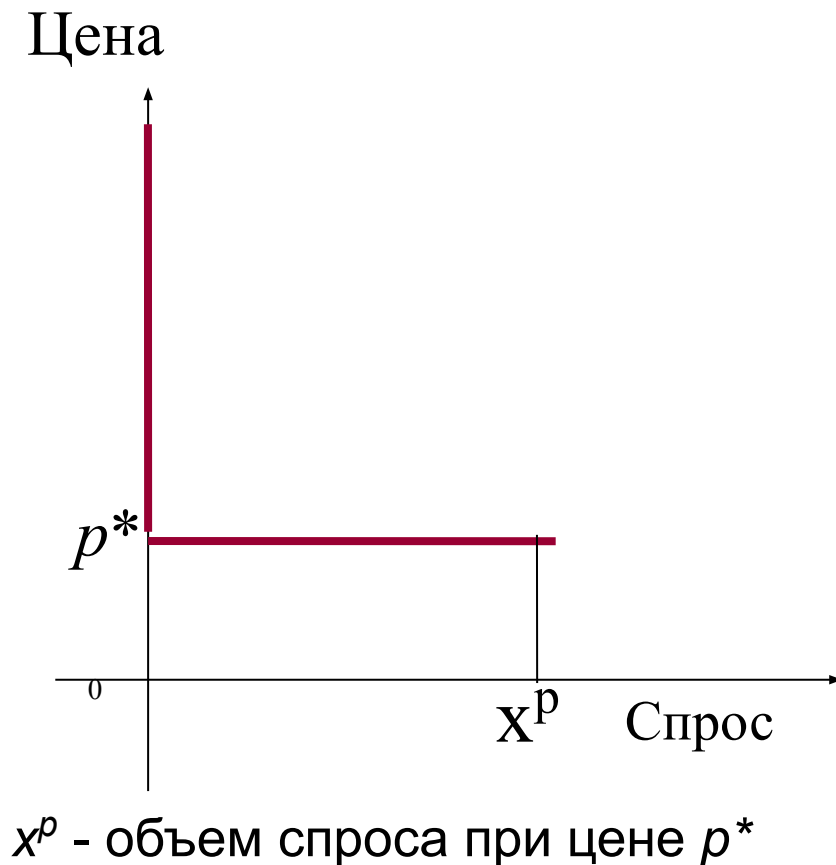
Условия совершенной конкуренции

Необходимые и (в совокупности) достаточные условия для существования совершенной конкуренции в отрасли:

- **Однородный** продукт.
- **Много производителей** и много потребителей, причем их взаимодействие носит случайный характер.
- Производители и потребители обладают приемлемым **знанием** о рыночных возможностях.
- **Вход в отрасль и выход из нее открыты.**

Примеры: пшеница, розничная продажа яиц, пива и кваса (раньше).

Кривая спроса на продукцию фирмы в условиях совершенной конкуренции



- При цене p^* функция спроса на продукцию фирмы терпит разрыв, соответственно, не определена эластичность спроса. Тем не менее, поскольку в условиях совершенной конкуренции отсутствует лояльность потребителей, увеличение цены, например, на 1%, сократит спрос до нуля. Поэтому эластичность спроса при цене p^* можно трактовать как 100%

Планирование производства в условиях совершенной конкуренции

у фирмы нет оснований отклоняться от сложившейся в отрасли цены p ,
планирование сводится к задаче
определения объема предложения
товара, максимизирующего прибыль
фирмы.

$$\pi(x) = R(x) - C(x) = px - C(x) \rightarrow \max$$

$$\pi'(x) = R'(x) - C'(x) = p - C'(x) = 0$$

Необходимое условие максимальной прибыли совершенного конкурента:

если максимум функции прибыли достигается в ее критической точке x^* , то в этой точке выполняется соотношение:

$$p = C'(x^*) \quad \text{или} \quad p = MC(x^*)$$

- Функция $x=s(p)$, сопоставляющая рыночной цене p объем предложения товара $s(p)$, который принесет производителю наибольшую прибыль, называется **функцией предложения** фирмы.

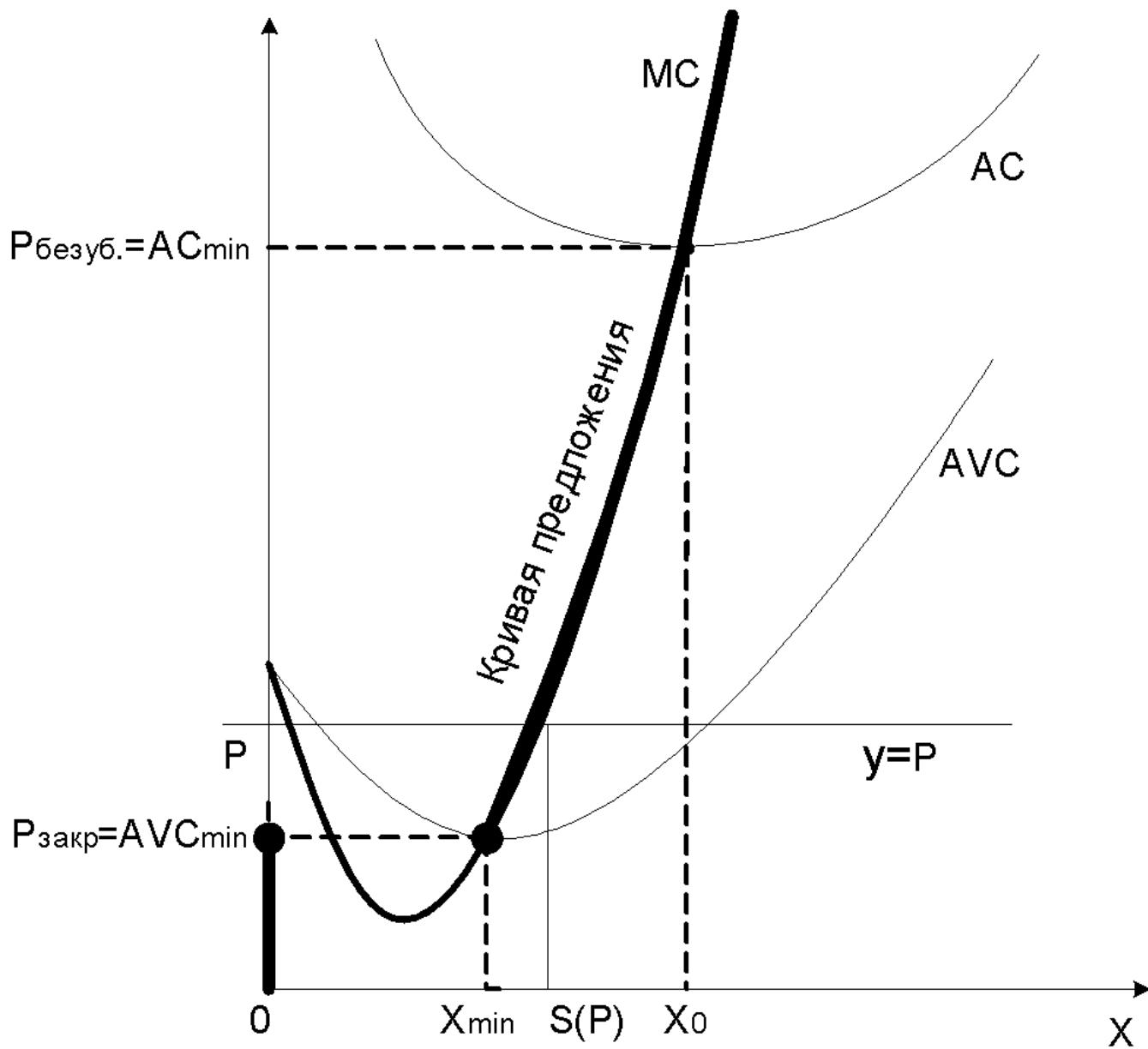


Рис. 2. Кривая предложения фирмы .

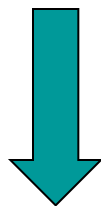
Анализ безубыточности

$$\pi(x) = (p - AC(x))x$$

- Пусть наименьшее значение функции средних общих издержек AC_{\min} на промежутке $[0, x^p]$ достигается в точке x^0 .

$$p > AC_{\min}$$

рыночная цена выше себестоимости



экономическая прибыль положительна.

Анализ безубыточности 2

При рыночной цене $p = AC_{min}$

- **доход** $R(x_0) = px_0 = AC_{min}x_0,$
- **издержки** $C(x_0) = AC(x_0)x_0 = AC_{min}x_0$
- **прибыль** $\pi(x_0) = R(x_0) - C(x_0) = 0.$

Цена товара, при которой доход продавца в точности совпадает с его издержками, называется **ценой безубыточности**.

Цена безубыточности

- при цене, равной минимальной себестоимости

$$P_{\text{безуб}} = AC_{\text{min}},$$

фирма в точности может покрыть все свои издержки, выставив на продажу x_0 единиц товара.

При других объемах предложения она будет терпеть убытки

$$p = MC(x^*)$$

При рыночной цене $AVC_{\min} < p < AC_{\min}$
прибыль отрицательна

(фирма минимизирует убытки).

Выручка от продажи x^* единиц товара
**компенсирует полностью переменные
издержки и часть постоянных.**

Это выгодней, чем остановить производство,
ведь тогда убытки будут в размере постоянных
издержек .

$$\pi(0) = -C_0$$

$$p = MC(x^*)$$

- При рыночной цене $p = AVC_{min}$ задача имеет два решения: $x=0$ и $x = x_{min}$

$$\pi(x_{min}) = \pi(0) = -C_0.$$

- Экономический смысл: при продаже x_{min} единиц продукции **доход продавца в точности покрывает его переменные издержки**, и он терпит убытки в размере постоянных издержек.
- любое другое предложение приводит к еще большим убыткам.
- Цена на уровне минимальных средних переменных издержек называется **ценой закрытия фирмы**.

$$\pi(x) = R(x) - C(x) = px - C(x) \rightarrow \max$$

При рыночной цене $p < AVC_{min}$

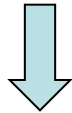
**продажа товара не имеет
экономического смысла**

$$x=0, \quad \text{или} \quad s(p)=0$$

следует прекратить производство

$$p = MC(x^*)$$

при $p > AVC_{\min}$



- Определим объем предложения x^* товара **геометрически** в системе координат «предложение» – «цена»
- прямая $y = p$ может пересекать кривую предельных издержек в двух точках:
 1. на промежутке убывания предельных издержек ($C''(x) < 0$) функция прибыли фирмы выпукла и не может достигать максимума.
$$\pi''(x) = -C''(x) > 0$$
 2. при цене p прибыль фирмы будет максимальна в точке $x=s(p)$, которая является абсциссой точки пересечения прямой $y = p$ и возрастающей ветви кривой предельных издержек $y = C'(x)$.

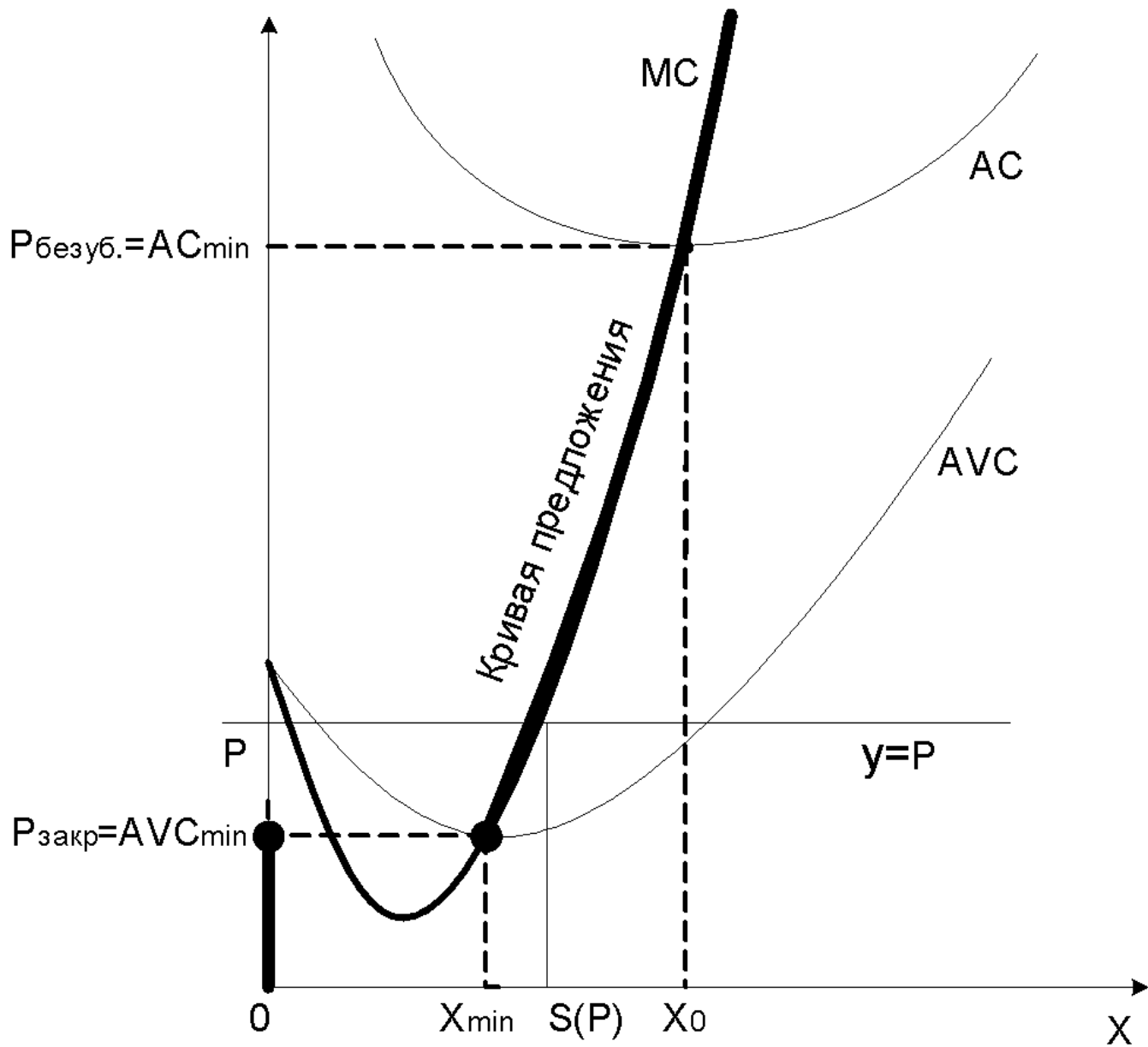


Рис. 2. Кривая предложения фирмы .

Функция предложения

- функция $x=s(p)$, сопоставляющая рыночной цене p объем предложения товара $s(p)$, который принесет производителю наибольшую прибыль
- при $p \geq AVC_{min}$ кривая предложения фирмы совпадает с **возрастающей ветвью кривой предельных издержек**.
- Вторая ветвь графика ниже точки закрытия фирмы (при $p \leq AVC_{min}$) совпадает с вертикальной осью, где **предложение $x=0$** .
- Аналитически функцию предложения можно найти, разрешив уравнение относительно x^*

ПРИМЕР: общие издержки фирмы $C(x)$ зависят от объема x проданной партии товара:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 27$$

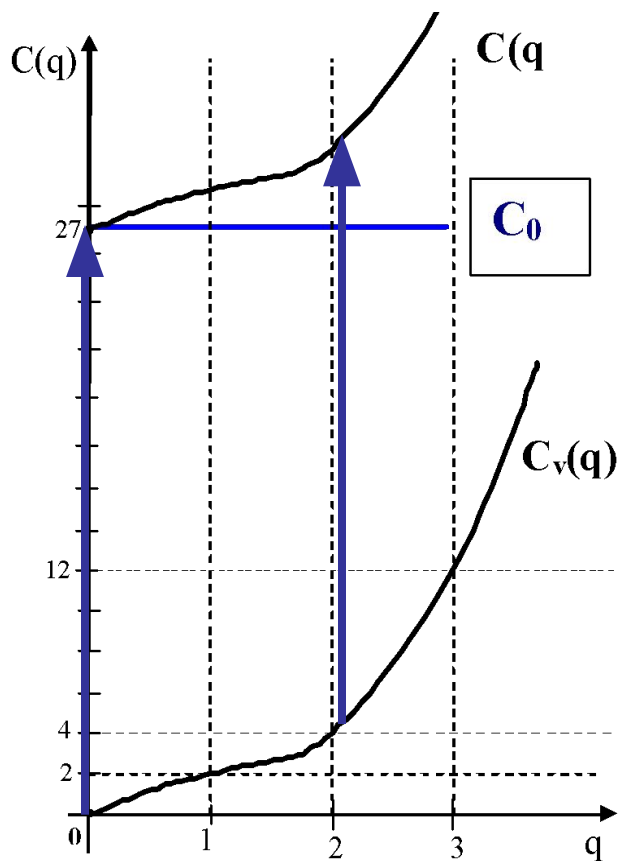
1. Изобразить в одной системе координат графики *функций общих и переменных издержек*,
2. изобразить в одной системе координат графики *функций средних общих, средних переменных и предельных издержек*;
3. построить *функцию предложения фирмы* в условиях совершенной конкуренции;
4. найти минимальную цену товара, при которой продажа товара имеет экономический смысл;
5. найти цену товара, при которой доход продавца в точности совпадает с его издержками.

$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 27$$

1) Графики *функций общих и переменных издержек* $C_V(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$

- обе функции определены только для неотрицательных значений аргумента;
- $C(0) = C_0 = 27$ – график функции общих издержек пересекает ось ординат в точке $(0, 27)$;
- $C_V(0) = 0$ – график функции переменных издержек выходит из начала координат;
- $C'(x) = C_V'(x) = 3x^2 - 6x + 4 > 0$ – функции общих и переменных издержек являются строго монотонно возрастающими при всех $x > 0$;
- $C''(x) = C_V''(x) = 6x - 6 = 6(x - 1)$ – функции общих и переменных издержек вогнуты при $0 \leq x \leq 1$ и выпуклы при $x \geq 1$.

1) Кривые общих и переменных издержек

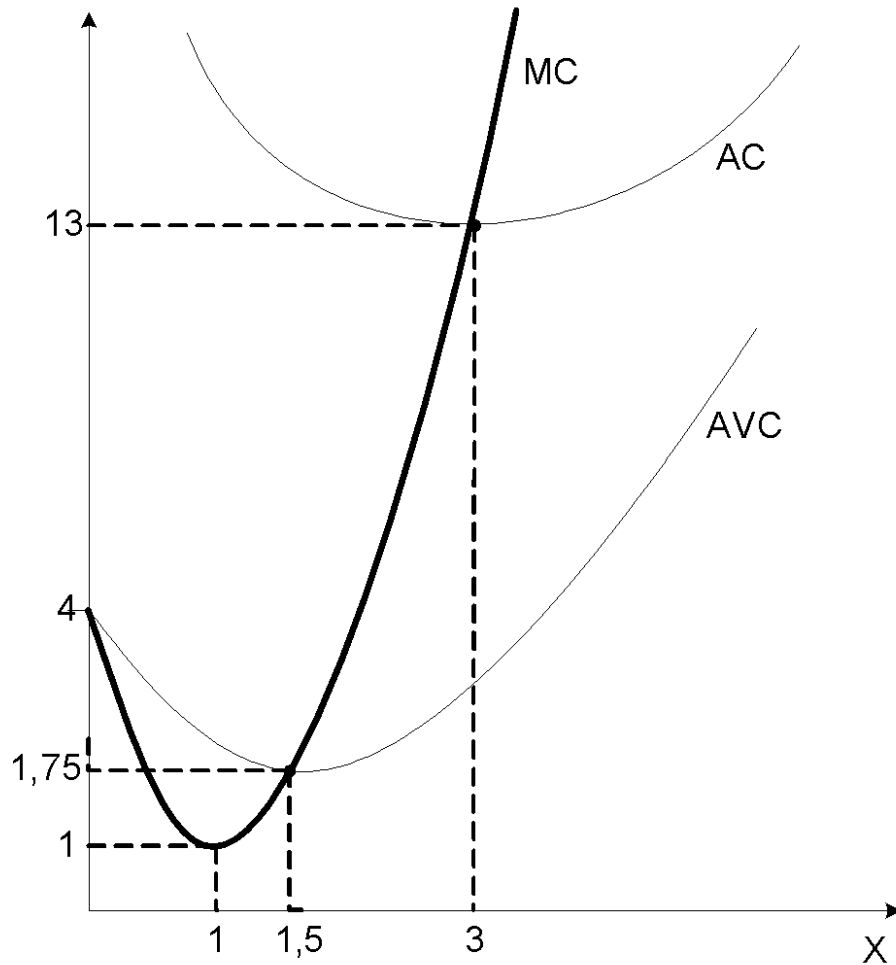


$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 27$$

$$C_0 = 27$$

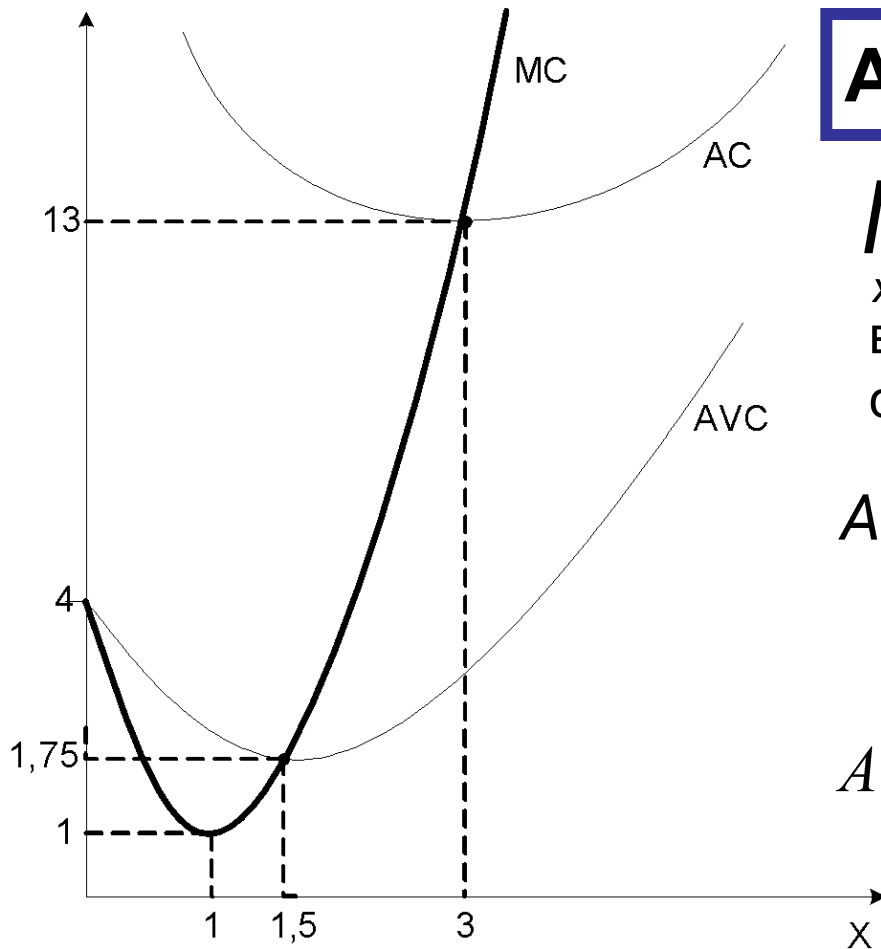
$$C_v(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$$

2) Графики функций средних общих, **средних переменных** и предельных издержек



$AVC(x) = x^2 - 3x + 4$
парабола
с вершиной
в точке $(1,5; 1,75)$ и
ветвями,
направленными вверх.

Графики функций **средних общих**, средних переменных и предельных издержек



$$AC(x) = x^2 - 3x + 4 + \frac{27}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x^2 - 3x + 4 + \frac{27}{x} \right) = +\infty.$$

вертикальная асимптота кривой AC
совпадает с осью ординат

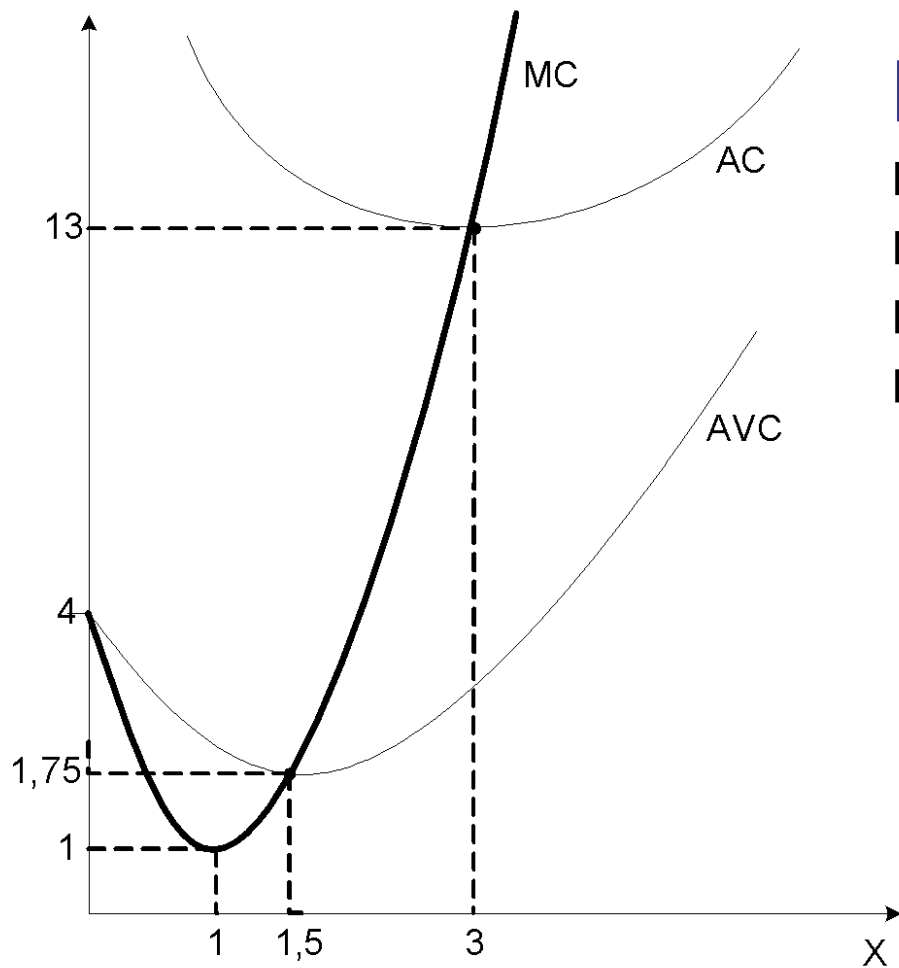
$$AC'(x) = 2x - 3 - \frac{27}{x^2} = \frac{2x^3 - 3x^2 - 27}{x^2}.$$

$x = 3$ - корень этого уравнения

$$AC''(x) = 2 + \frac{54}{x^3} > 0 \text{ при всех } x > 0,$$

функция AC выпукла,
ее локальный минимум
является глобальным

Графики функций средних общих, средних переменных и **предельных издержек**



$$MC(x) = 3x^2 - 6x + 4$$

парабола с вершиной в точке (1; 1) и ветвями, направленными вверх.

$$MC(0) = 4 = AVC(0),$$

$$MC(1,5) = 1,75 = AVC(1,5),$$

$$MC(3) = 13 = AC(3)$$

3) Функция предложения

$$\pi(x) = R(x) - C(x) = px - (x^3 - 3x^2 + 4x + 27) \rightarrow \max,$$

$0 \leq x \leq x^p$. при $p > AVC_{\min} = 1,75$

$$\pi'(x) = p - (3x^2 - 6x + 4)$$

$$3x^2 - 6x + 4 - p = 0, \quad p - \text{параметр}$$

две критические точки: $x_1 = 1 - \sqrt{\frac{p-1}{3}}, \quad x_2 = 1 + \sqrt{\frac{p-1}{3}}.$

$$\pi''(x) = -6(x - 1)$$

$$\pi''(x_1) > 0$$

$$\pi''(x_2) < 0$$

$x_1 - \min,$

$x_2 - \max$

Функция предложения

$$s(p) = \begin{cases} 0, & p < 1,75; \\ \{0; 1,5\}, & p = 1,75; \\ 1 + \sqrt{\frac{p-1}{3}}, & p > 1,75. \end{cases}$$

4) минимальная цена товара, при которой продажа товара имеет экономический смысл = **цена закрытия фирмы**

- При $p < AVC_{\min}$ $s(p)=0$
 $AVC_{\min} = 1,75$ при $x_{\min} = 1,5$,
- $s(p)=0$ при $p < 1,75$, т.к. любое предложение товара приведет к убыткам, превосходящим постоянные издержки продавца
- При $p = AVC_{\min} = 1,75$ два решения: $X=0$ и $X=X_{\min}$, поскольку $\pi(x_{\min}) = \pi(0) = -C_0 = -27$, т.е. при продаже x_{\min} единиц продукции доход продавца в точности покрывает его переменные издержки, и он терпит убытки в размере постоянных издержек.

5) Цена безубыточности

- цена товара, при которой доход продавца в точности совпадает с его издержками

- $p_{\text{безуб}} = AC_{\min} = 13$ при $x = x_0 = 3$
- при цене $p = 13$ фирма в точности может покрыть свои издержки, выставив на продажу 3 единицы товара.

$$R(x_0) = p x_0 = AC_{\min} x_0 = 39,$$

$$C(x_0) = AC(x_0) x_0 = AC_{\min} x_0 = 39,$$

$$\pi(x_0) = R(x_0) - C(x_0) = 0$$

Совершенные конкуренты в длительном периоде

Совершенные конкуренты в длительном периоде

$$\pi(x) = (p - AC(x))x$$

- В начале

рыночная цена

$$p > AC_{\min}$$

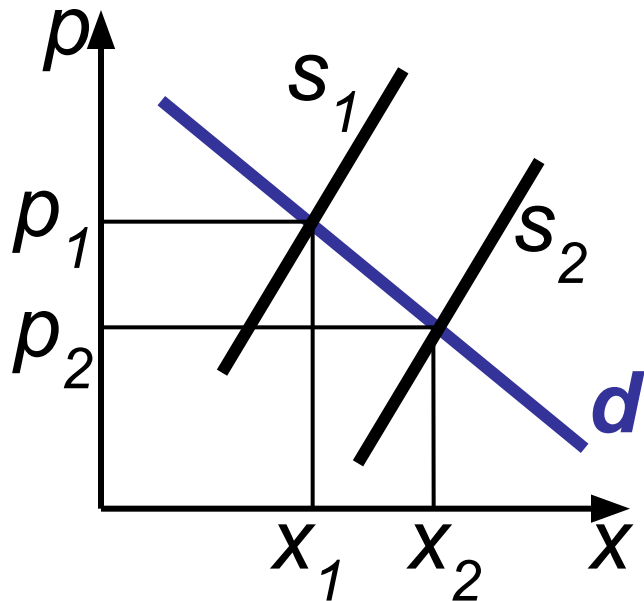
выше себестоимости

экономическая прибыль положительна.

Приток новых производителей (нет барьеров на входе)

Совершенные конкуренты в длительном периоде 2

- Увеличивается число предприятий на рынке
- Увеличивается объём предложения



Цена падает



Экономическая прибыль уменьшается



Совершенные конкуренты в длительном периоде

$$\pi \rightarrow 0$$

Конкуренция выравнивает уровень доходности в длительном периоде

$$\pi = 0$$

В состоянии равновесия экономическая прибыль = 0

$$p^* = LAC_{\min}$$

Товары производятся наиболее экономично, **цены минимальны** на уровне себестоимости

$$p^* = LMC$$

Ограниченные ресурсы распределены оптимально в соответствии со спросом

Совершенные конкуренты в длительном периоде

$$LMC = MR = LAC_{\min} = P$$

