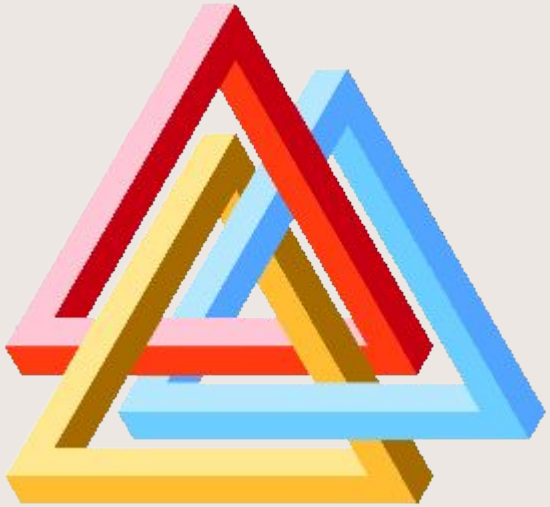


Учитель: Маковская Ольга Михайловна

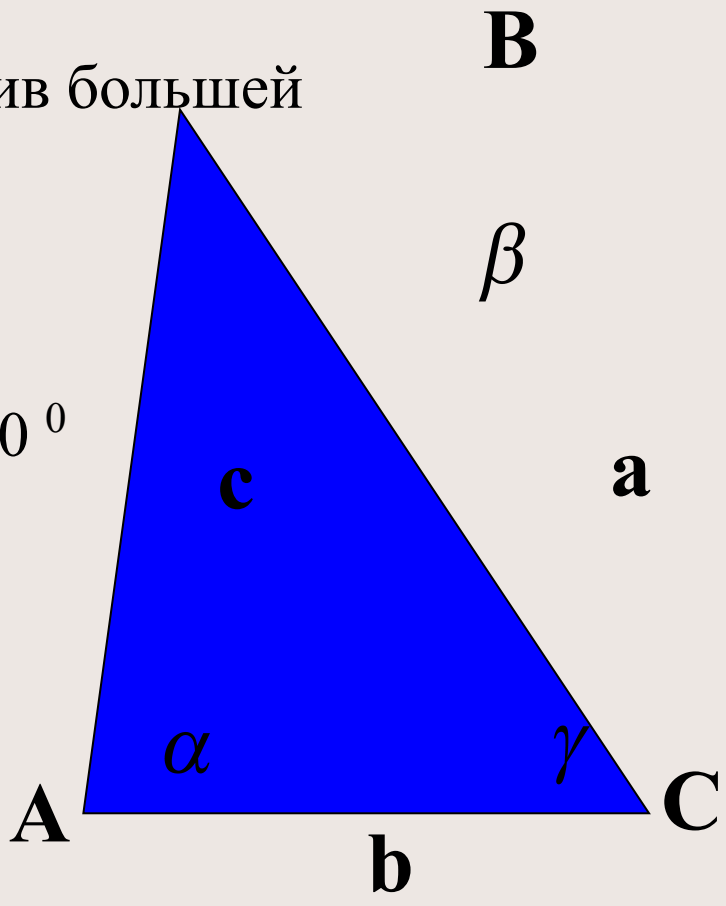
Цели урока:

- Познакомить учащихся с методами решения треугольников;
- закрепить знание учащимися теорем синусов и косинусов;
- научить применять эти теоремы в ходе решения задач;
- развивать логическое мышление, память, математическую речь, прививать интерес к геометрии;
- воспитывать ответственное отношение к учебному труду.

Стороны и углы треугольника

В любом треугольнике напротив большей стороны лежит больший угол

Сумма углов треугольника 180^0



Синус, косинус и тангенс угла.

Формулы приведения

$\sin(90 - \alpha) =$	$\cos\alpha$
$\cos(90 - \alpha) =$	$\sin\alpha$
$\sin(180 - \alpha) =$	$\sin\alpha$
$\cos(180 - \alpha) =$	$-\cos\alpha$

Укажите значение синуса и косинуса углов

- $\alpha = 150^0$
- $\beta = 30^0$
- $\gamma = 120^0$

- $\sin\alpha = \frac{1}{2}$
- $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\sin\beta = \frac{1}{2}$
- $\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\sin\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos\gamma = -\frac{1}{2}$

Укажите градусную меру угла

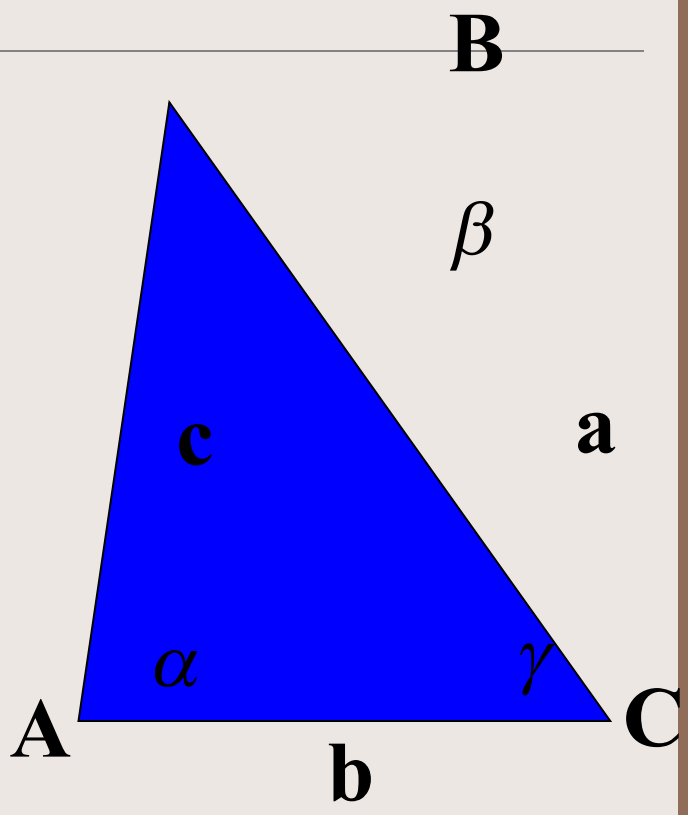
- $\sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\cos\beta = \frac{1}{2}$
- $\sin\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos\gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\sin\alpha = 1$

- $\beta = 45^0$, $\beta = 135^0$
- $\beta = 60^0$
- $\gamma = 60^0$, $\gamma = 120^0$
- $\gamma = 135^0$

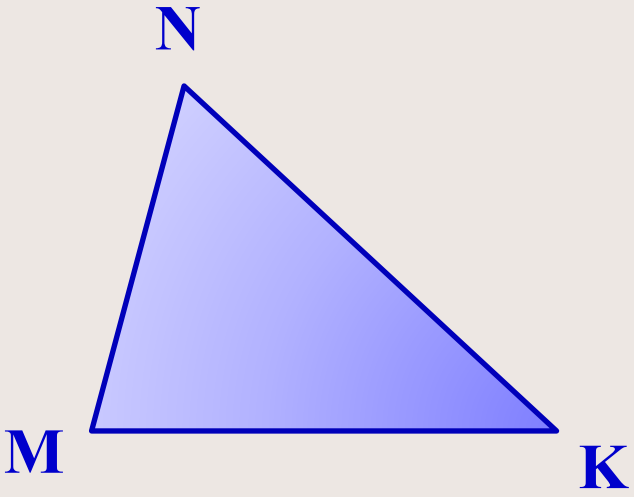
Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$



Запишите теорему синусов для треугольника MNK



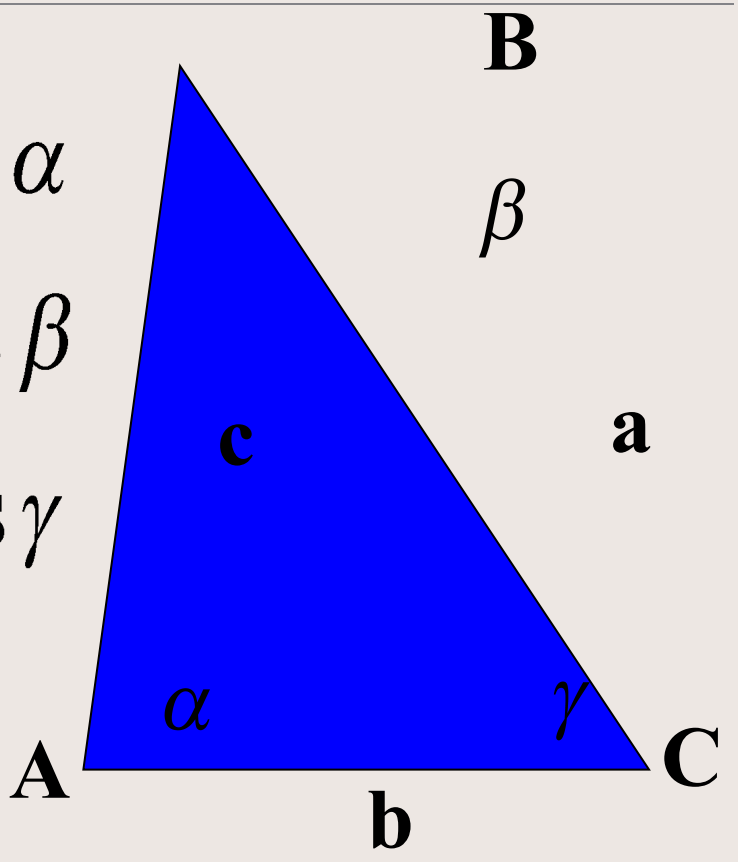
$$\frac{MN}{\sin K} = \frac{NK}{\sin M} = \frac{MK}{\sin N}$$

Теорема косинусов

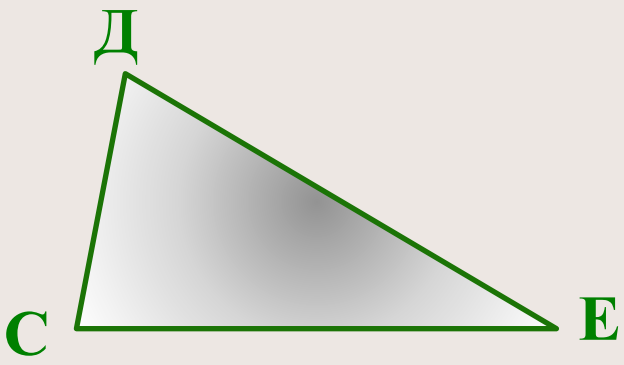
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

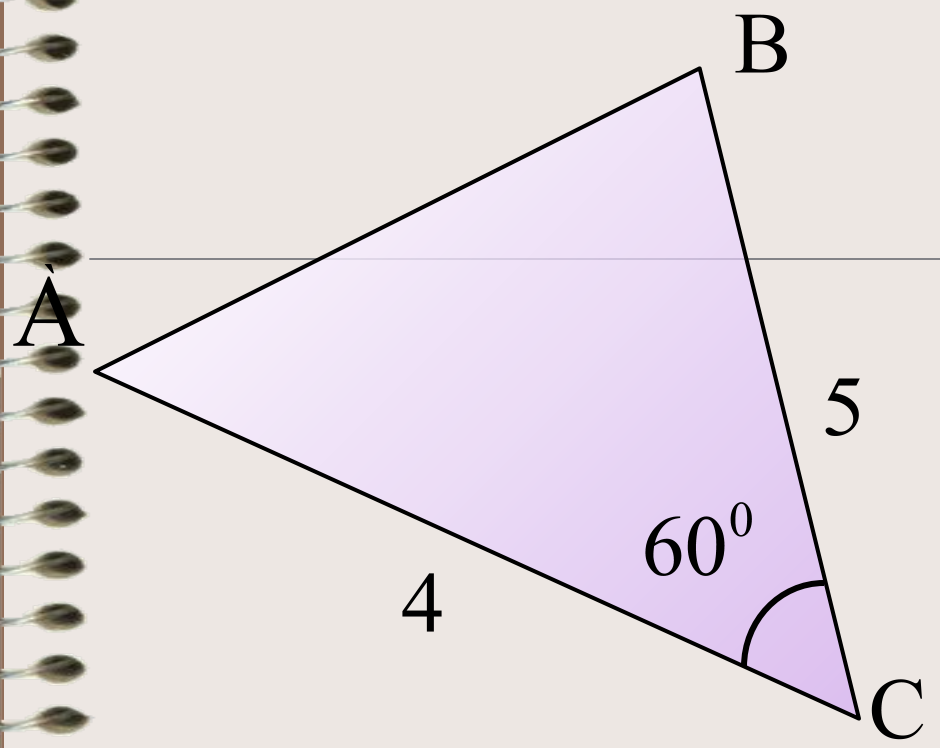


Запишите теорему косинусов для вычисления стороны СЕ в треугольнике СДЕ



$$СЕ^2 = СД^2 + ДЕ^2 - 2СД \cdot ДЕ \cdot \cos Д$$

Задача



$$AB = 5, AC = 4$$

$$\angle ACB = 60^0$$

$$AB - ?$$

Ответ: $AB = \sqrt{21}$

Решение треугольников

Решить треугольник – это значит найти его неизвестные элементы по известным.

Решение треугольников

По двум сторонам и углу между ними

По стороне и прилежащим к ней углам

По трем сторонам

По двум сторонам и углу между ними

1. По теореме косинусов найти третью сторону

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \quad \Rightarrow$$

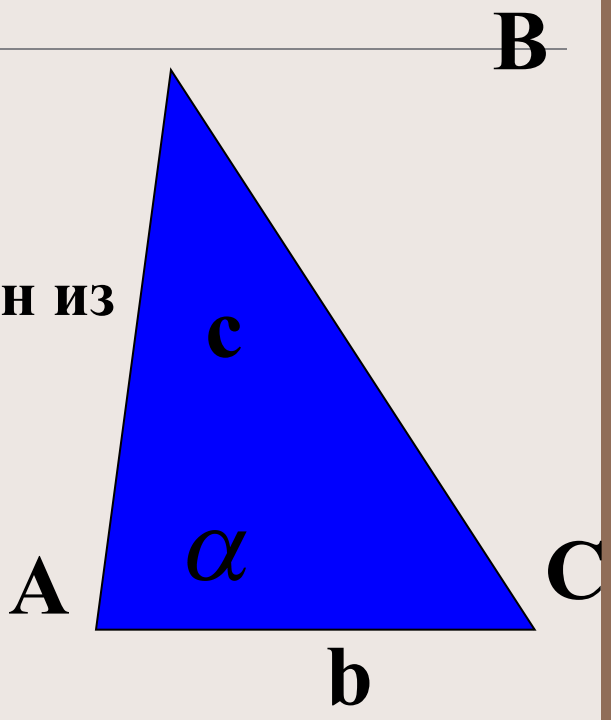
$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$$

2. По теореме косинусов найти один из углов (β)

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \quad \Rightarrow$$

$$2ac\cos\beta = a^2 + c^2 - b^2 \quad \Rightarrow$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$



По таблице Брадиса найти угол

3. γ=180 – α – β (сумма углов треугольника)

По стороне и прилежащим к ней углам

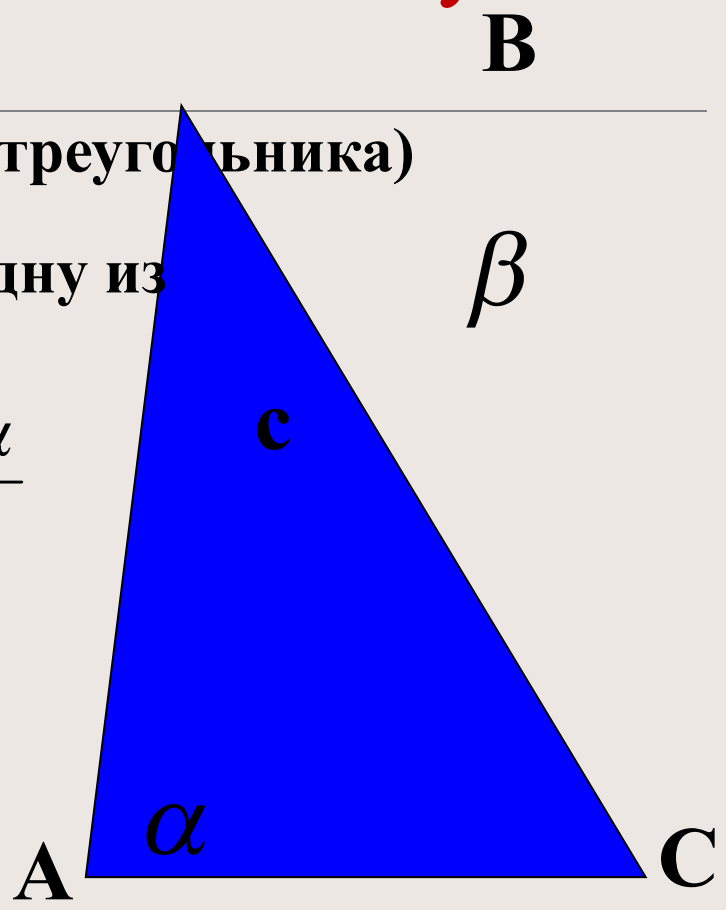
1. γ = 180 – α – β (сумма углов треугольника)

2. По теореме синусов найти одну из сторон, например а

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \Rightarrow \quad a = \frac{c\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

3. По теореме синусов найти третью сторону

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \Rightarrow \quad b = \frac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$$



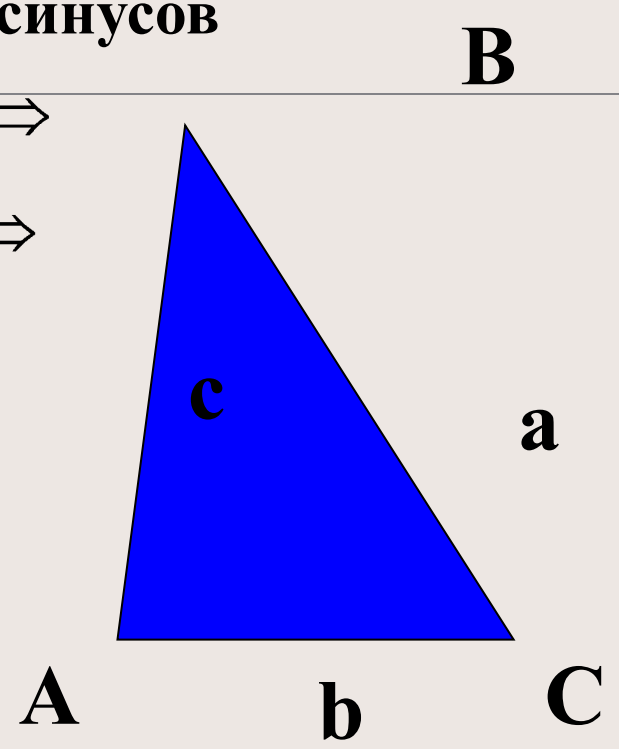
По трем сторонам

1. Найти один угол по теореме косинусов

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \quad \Rightarrow$$

$$2ac\cos\beta = a^2 + c^2 - b^2 \quad \Rightarrow$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$



По таблице Брадиса найти β

2. Взять другую сторону (а), по теореме косинусов:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha \quad \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

По таблице Брадиса найти α

3. γ = 180 – α – β

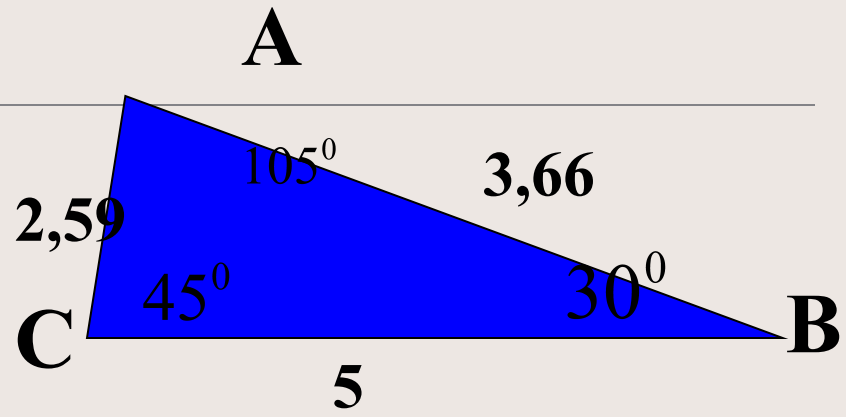
(сумма углов треугольника)

Пример.

Дано: $a = 5$; $\beta = 30^0$

$\gamma = 45^0$

Найти: b, c, α.



<u>Решение:</u>

1. $\alpha = 180^0 - \beta - \gamma = 180^0 - 30^0 - 45^0 = 105^0$

2. $$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \Rightarrow \quad b = \frac{a\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{5\sin 30^0}{\sin 105^0}$$

$$\sin 30^0 = 0{,}5; \quad \sin 105^0 = \sin 75^0 \approx 0{,}9659; \quad b = \frac{5\cdot 0{,}5}{0{,}9659} \approx 2{,}59$$

3. $$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \Rightarrow \quad c = \frac{a\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{5\sin 45^0}{\sin 105^0} = \frac{5\cdot 0{,}7071}{0{,}9659} \approx 3{,}66$$

Решение задач - пример № 1.

Дано:

$a = 20$ см

$\angle \alpha = 75°$

$\angle \beta = 60°$

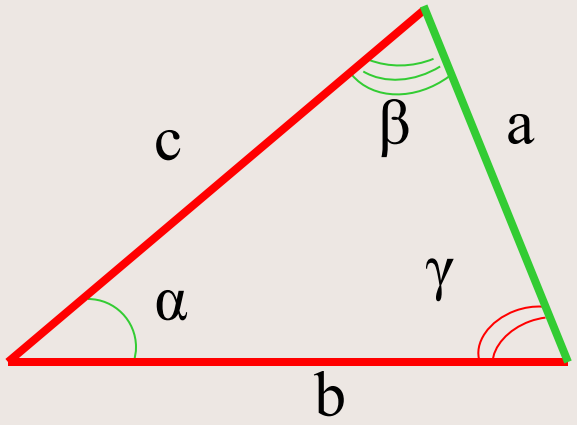
Найти:

$\angle \gamma$ - ?

b - ?

c - ?

Решение:



$\gamma = 180° - (\beta + \alpha)$

$\gamma = 180° - (75° + 60°) = 45°$

$a / \sin \alpha = b / \sin \beta = c / \sin \gamma$

$b = a \cdot (\sin \beta / \sin \gamma)$

$b = 20 \cdot (\sin 60° / \sin 75°) \approx 20 \cdot (0{,}866 / 0{,}966) \approx 17{,}9$

$c = a \cdot (\sin \gamma / \sin \alpha)$

$c = 20 \cdot (\sin 45° / \sin 75°) \approx 20 \cdot (0{,}7 / 0{,}966) \approx 14{,}6$

Ответ: 45°; 17,9 см; 14,6 см.

Далее

Решение задач - пример № 2.

Дано:

$a = 7$ м

$b = 23$ м

$\angle \gamma = 130°$

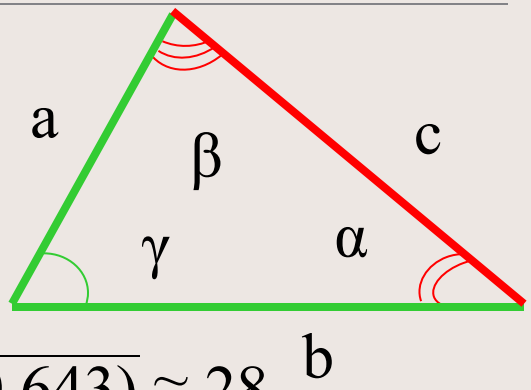
Найти:

$\angle \alpha$ - ?

$\angle \beta$ - ?

c - ?

Решение:



$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

$$c = \sqrt{49 + 529 - 2 \cdot 7 \cdot 23 \cdot (-0{,}643)} \approx 28$$

$$\cos \alpha = (b^2 + c^2 - a^2) / 2 \cdot b \cdot c$$

$$\cos \alpha = (529 + 784 - 49) / 2 \cdot 23 \cdot 28 \approx 0{,}981$$

$$\angle \alpha \approx 11°$$

$$\angle \beta = 180° - (\alpha + \gamma) = 180° - (11° + 130°) \approx 39°$$

Ответ: 28 см; 39°; 11°.

Далее

Решение задач - пример № 3.

Дано:

$a = 7$ см

$b = 2$ см

$c = 8$ см

Найти:

$\angle\alpha$ - ?

$\angle\beta$ - ?

$\angle\gamma$ - ?

Решение:

$\cos\alpha = (b^2 + c^2 - a^2) / 2 \cdot b \cdot c$

$\cos\alpha = (4 + 64 - 49) / 2 \cdot 2 \cdot 8 \approx 0{,}981$

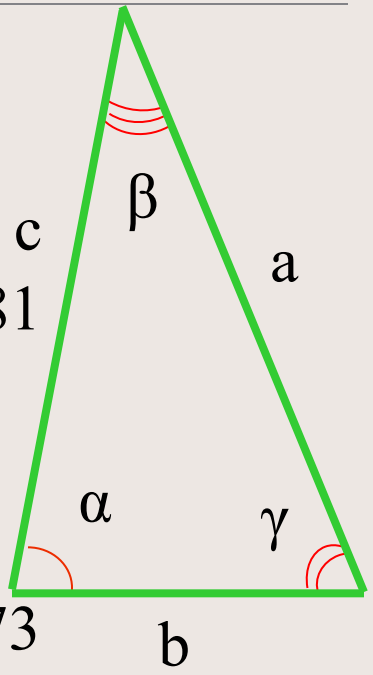
$\angle\alpha \approx 54°$

$\cos\beta = (a^2 + c^2 - b^2) / 2 \cdot a \cdot c$

$\cos\beta = (49 + 64 - 4) / 2 \cdot 7 \cdot 8 \approx 0{,}973$

$\angle\beta \approx 13°$

$\angle\gamma \approx 180° - (\alpha + \beta) = 180° - (54° + 13°) = 113°$



Ответ: 54°; 13°; 113°.

Далее

Рефлексия.

- Я сегодня таскал тяжёлые камни.
- Я сегодня добросовестно выполнял свою работу.
- Я сегодня строил

Выход