

Учитель: Маковская Ольга Михайловна



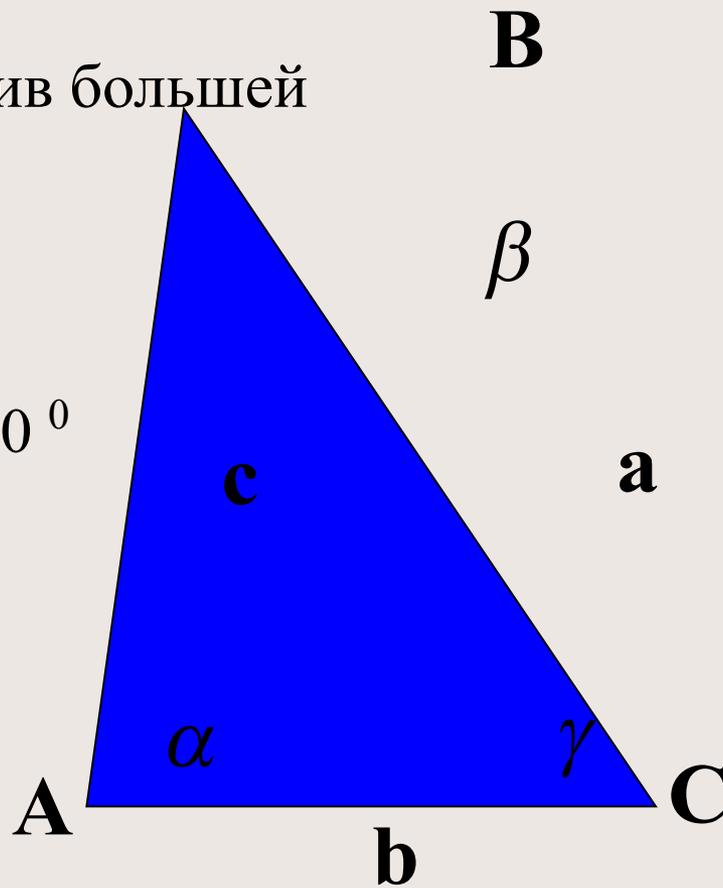
Цели урока:

- Познакомить учащихся с методами решения треугольников;
- закрепить знание учащимися теорем синусов и косинусов;
- научить применять эти теоремы в ходе решения задач;
- развивать логическое мышление, память, математическую речь, прививать интерес к геометрии;
- воспитывать ответственное отношение к учебному труду.

Стороны и углы треугольника

В любом треугольнике напротив большей стороны лежит больший угол

Сумма углов треугольника 180°



Синус, косинус и тангенс угла.

Формулы приведения

$$\sin (90 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos (90 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin (180 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos (180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

Укажите значение синуса и косинуса углов

- $\alpha = 150^\circ$

- $\beta = 30^\circ$

- $\gamma = 120^\circ$

- $\text{Sin } \alpha = \frac{1}{2}$

- $\text{Cos } \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

- $\text{Sin } \beta = \frac{1}{2}$

- $\text{Cos } \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- $\text{Sin } \gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- $\text{Cos } \gamma = -\frac{1}{2}$

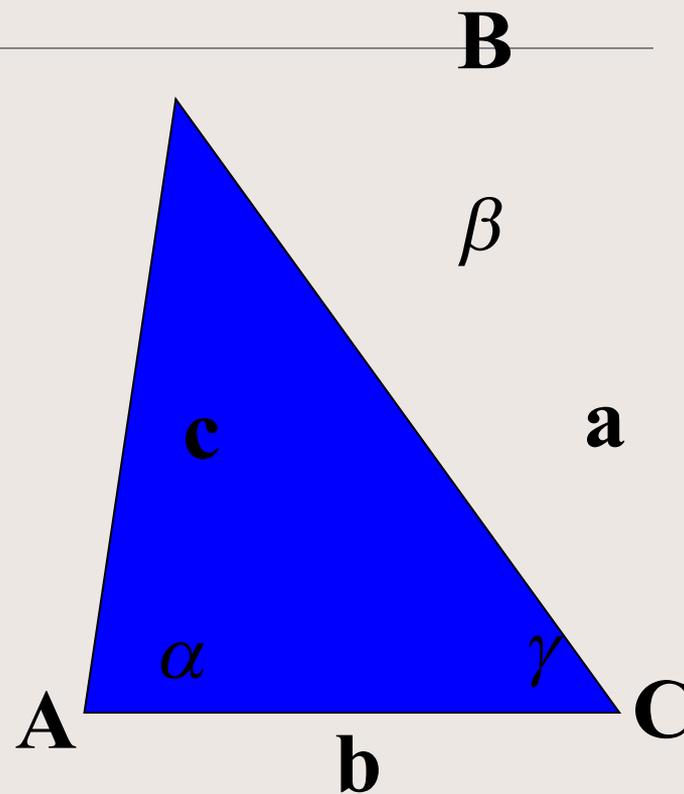
Укажите градусную меру угла

- $\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - $\cos \beta = \frac{1}{2}$
 - $\sin \gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $\cos \gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - $\sin \alpha = 1$
- $\beta = 45^\circ, \beta = 135^\circ$
 - $\beta = 60^\circ$
 - $\gamma = 60^\circ, \gamma = 120^\circ$
 - $\gamma = 135^\circ$

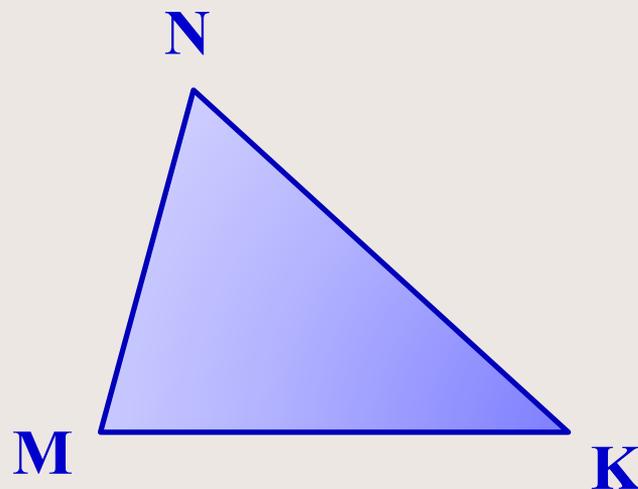
Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$



Запишите теорему синусов
для треугольника MNK



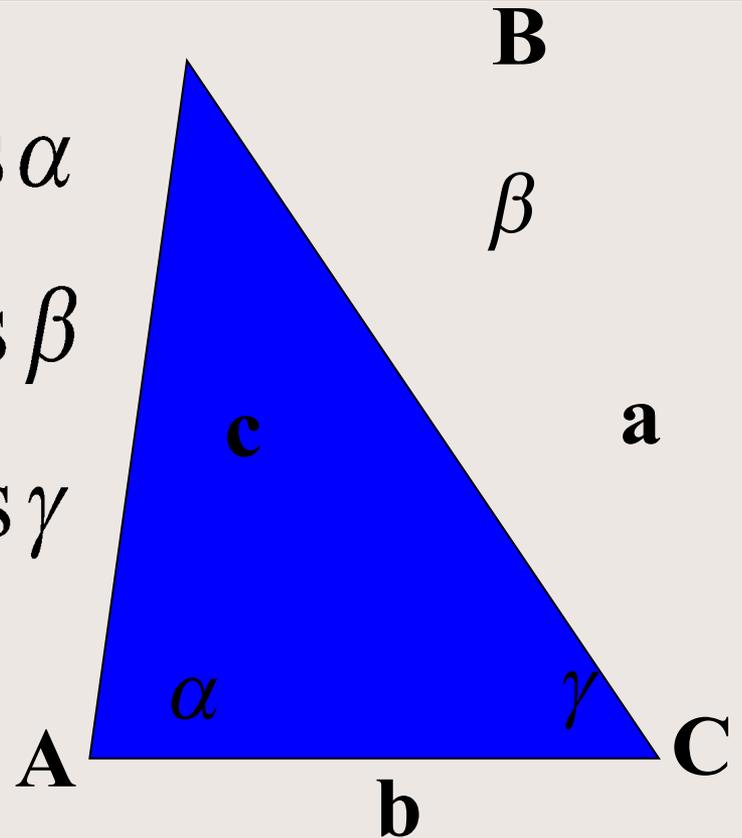
$$\frac{MN}{\sin K} = \frac{NK}{\sin M} = \frac{MK}{\sin N}$$

Теорема косинусов

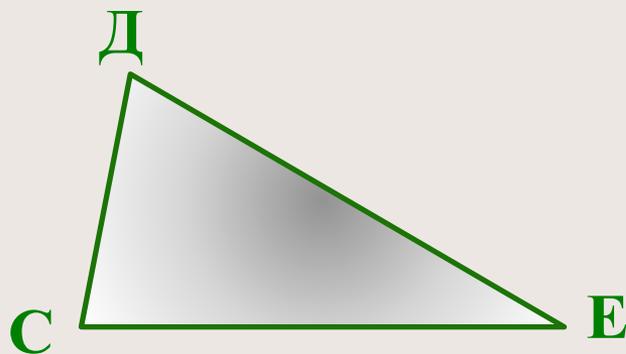
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

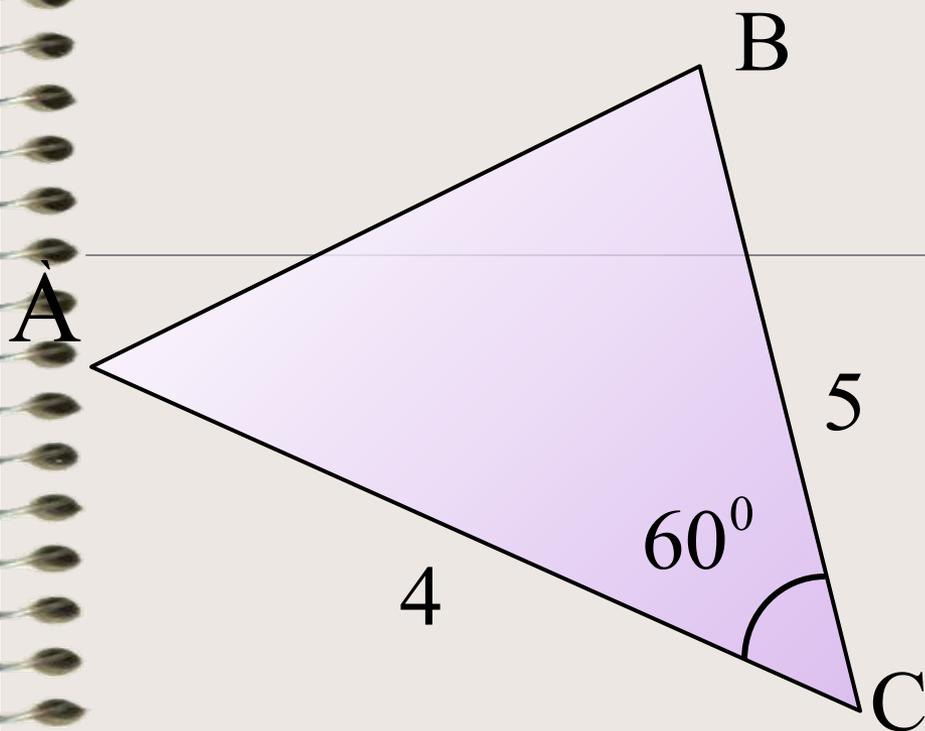


Запишите теорему косинусов для вычисления
стороны СЕ в треугольнике СДЕ



$$CE^2 = CD^2 + DE^2 - 2CD \cdot DE \cdot \cos D$$

Задача



$$AB = 5, AC = 4$$

$$\angle ACB = 60^{\circ}$$

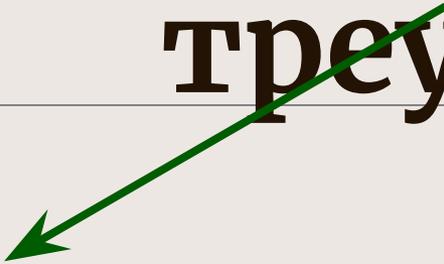
AB – ?

Ответ: $AB = \sqrt{21}$

Решение треугольников

Решить треугольник – это
значит найти его
неизвестные элементы по
известным.

Решение треугольников



По двум
сторонам
и углу
между
ними



По трем
сторонам



По стороне и
прилежащим
к ней углам

По двум сторонам и углу между ними

1. По теореме косинусов найти третью сторону

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \Rightarrow$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha}$$

2. По теореме косинусов найти один из углов (β)

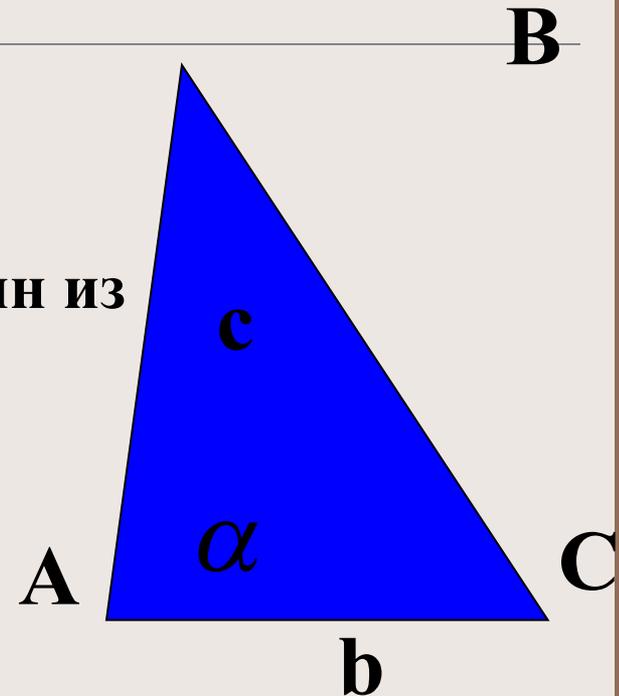
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow$$

$$2ac \cos \beta = a^2 + c^2 - b^2 \Rightarrow$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

По таблице Брадиса найти угол

3. $\gamma = 180 - \alpha - \beta$ (сумма углов треугольника)



По стороне и прилежащим к ней углам **B**

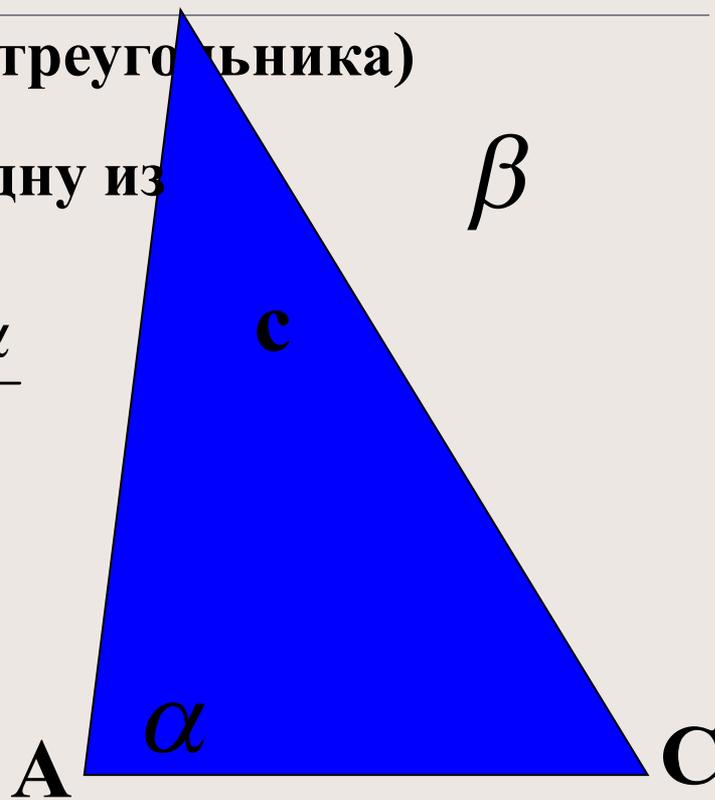
1. $\gamma = 180 - \alpha - \beta$ (сумма углов треугольника)

2. По теореме синусов найти одну из сторон, например a

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

3. По теореме синусов найти третью сторону

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$$



По трем сторонам

1. Найти один угол по теореме косинусов

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow$$

$$2ac \cos \beta = a^2 + c^2 - b^2 \Rightarrow$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

По таблице Брадиса найти β

2. Взять другую сторону (a),
по теореме косинусов:

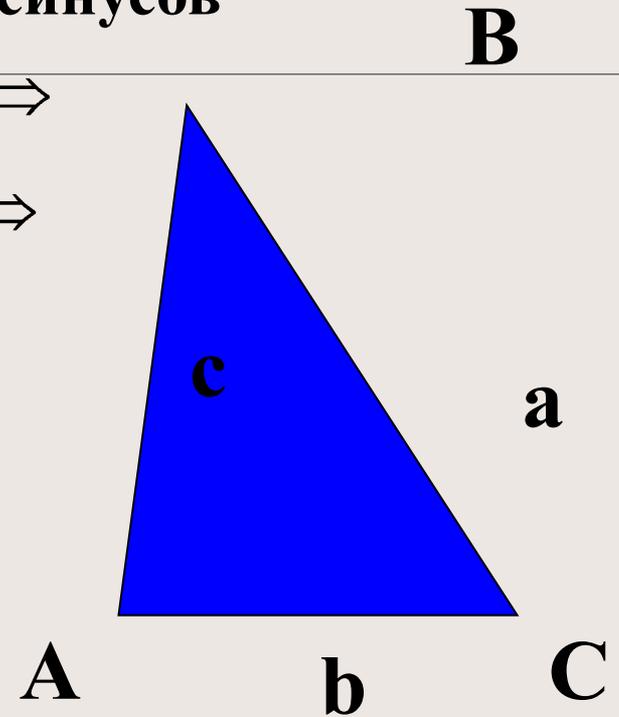
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

По таблице Брадиса найти α

$$3. \gamma = 180 - \alpha - \beta$$

(сумма углов треугольника)

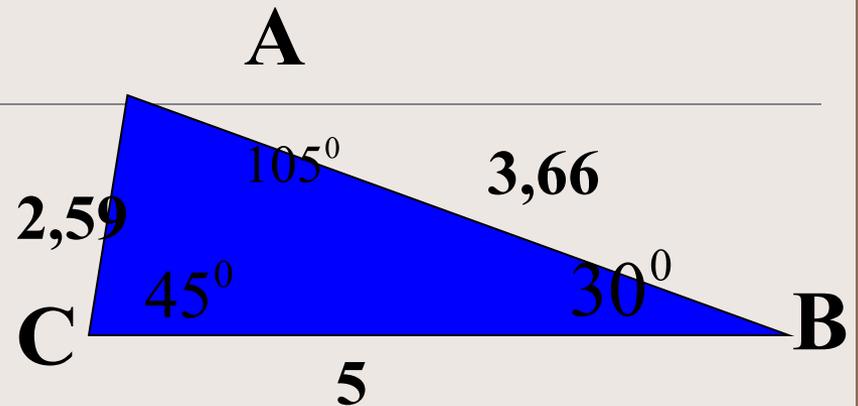


Пример.

Дано: $a = 5$; $\beta = 30^\circ$

$$\gamma = 45^\circ$$

Найти: b , c , α .



Решение:

$$1. \alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$$

$$2. \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{5 \sin 30^\circ}{\sin 105^\circ}$$

$$\sin 30^\circ = 0,5; \quad \sin 105^\circ = \sin 75^\circ \approx 0,9659; \quad b = \frac{5 \cdot 0,5}{0,9659} \approx 2,59$$

$$3. \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \Rightarrow c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{5 \sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = \frac{5 \cdot 0,7071}{0,9659} \approx 3,66$$

Решение задач - пример № 1.

Дано:

$$a = 20 \text{ см}$$

$$\angle \alpha = 75^\circ$$

$$\angle \beta = 60^\circ$$

Найти:

$$\angle \gamma - ?$$

$$b - ?$$

$$c - ?$$

Решение:

$$\gamma = 180^\circ - (\beta + \alpha)$$

$$\gamma = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$$

$$a / \sin \alpha = b / \sin \beta = c / \sin \gamma$$

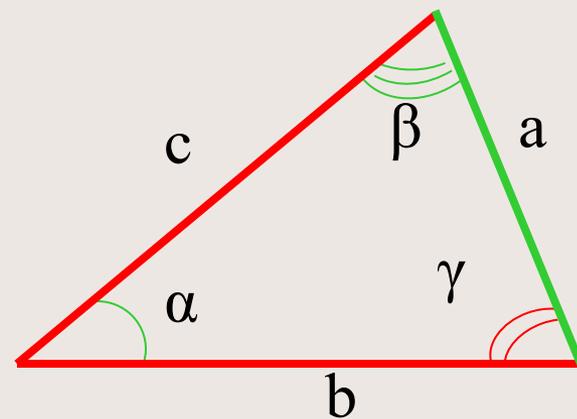
$$b = a \cdot (\sin \beta / \sin \gamma)$$

$$b = 20 \cdot (\sin 60^\circ / \sin 75^\circ) \approx 20 \cdot (0,866 / 0,966) \approx 17,9$$

$$c = a \cdot (\sin \gamma / \sin \alpha)$$

$$c = 20 \cdot (\sin 45^\circ / \sin 75^\circ) \approx 20 \cdot (0,7 / 0,966) \approx 14,6$$

Ответ: 45° ; 17,9 см; 14,6 см.



Решение задач - пример № 2.

Дано:

$$a = 7 \text{ м}$$

$$b = 23 \text{ м}$$

$$\angle \gamma =$$

$$130^\circ$$

Найти:

$$\angle \alpha - ?$$

$$\angle \beta - ?$$

$$c - ?$$

Решение:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

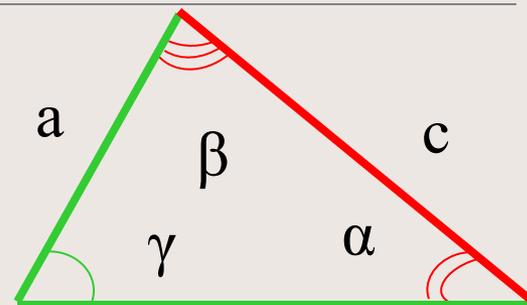
$$c = \sqrt{49 + 529 - 2 \cdot 7 \cdot 23 \cdot (-0,643)} \approx 28 \text{ м}$$

$$\cos \alpha = (b^2 + c^2 - a^2) / 2 \cdot b \cdot c$$

$$\cos \alpha = (529 + 784 - 49) / 2 \cdot 23 \cdot 28 \approx 0,981$$

$$\angle \alpha \approx 11^\circ$$

$$\angle \beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma) = 180^\circ - (11^\circ + 130^\circ) \approx 39^\circ$$



Ответ: 28 см; 39°; 11°.



Решение задач - пример № 3.

Дано:

$$a = 7 \text{ см}$$

$$b = 2 \text{ см}$$

$$c = 8 \text{ см}$$

Найти:

$$\angle \alpha - ?$$

$$\angle \beta - ?$$

$$\angle \gamma - ?$$

Решение:

$$\cos \alpha = (b^2 + c^2 - a^2) / 2 \cdot b \cdot c$$

$$\cos \alpha = (4 + 64 - 49) / 2 \cdot 2 \cdot 8 \approx 0,981$$

$$\angle \alpha \approx 54^\circ$$

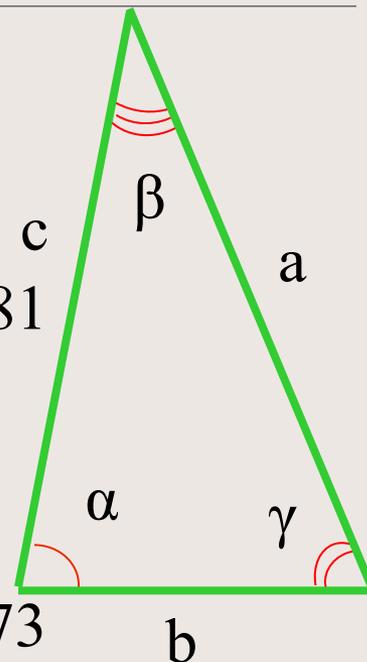
$$\cos \beta = (a^2 + c^2 - b^2) / 2 \cdot a \cdot c$$

$$\cos \beta = (49 + 64 - 4) / 2 \cdot 7 \cdot 8 \approx 0,973$$

$$\angle \beta \approx 13^\circ$$

$$\angle \gamma \approx 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (54^\circ + 13^\circ) = 113^\circ$$

Ответ: 54° ; 13° ; 113° .



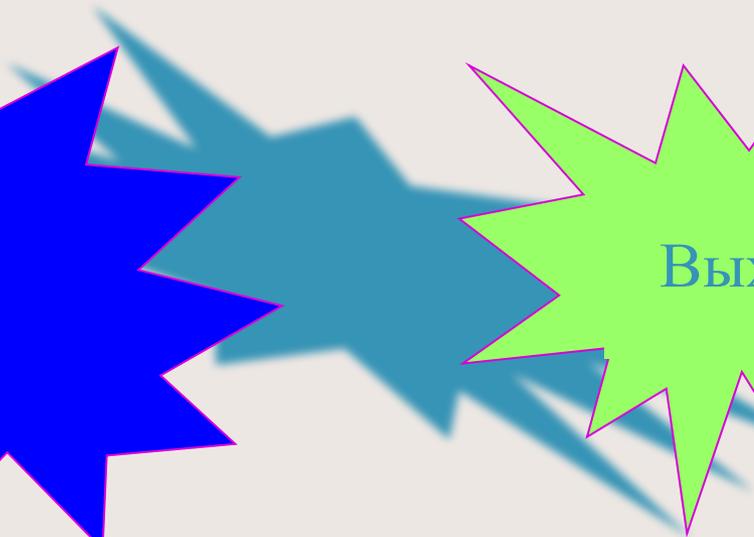
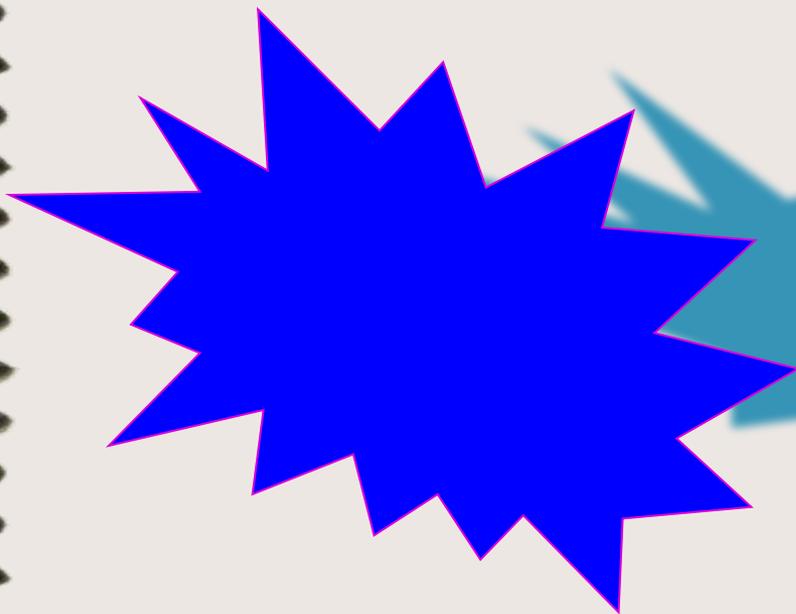
Рефлексия.



- Я сегодня таскал тяжёлые камни.

- Я сегодня добросовестно выполнял свою работу.

- Я сегодня строил



ВЫХОД