ГБПОУ СО
«Сухоложский многопрофильный техникум»

Решение задач по теме «Исследование функции с помощью производной»

Разработала:
преподаватель математики
О.Б.Соколова

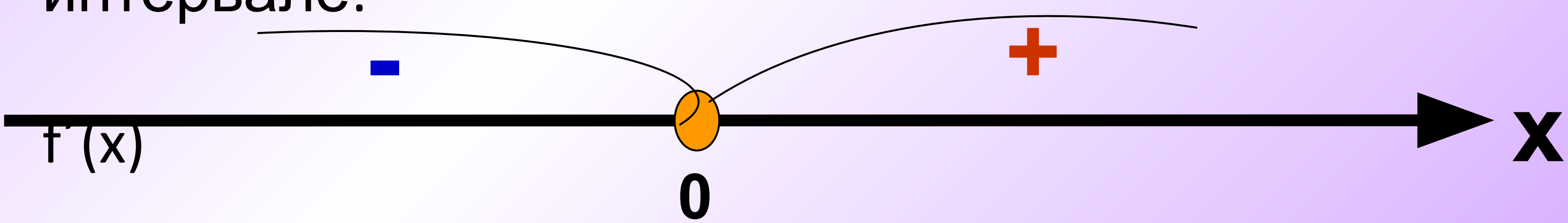
Алгоритм исследования функции f(x) на экстремум с помощью производной :

- Найти D(f) и исследовать на непрерывность функцию f (x).
- Найти производную f'
- Найти стационарные и критические точки функции f(x) и на координатной прямой отметить промежутки знакопостоянства f'.
- Посмотрев на рисунок знаков f', определить точки минимума и максимума функции и вычислить значения f(x) в этих точках.

Исследовать на экстремум функцию $y=x^2+2$.

Решение:

1. Находим область определения функции: D(y)=R.
2. Находим производную: $y'=(x^2+2)'=2x$.
3. Приравниваем её к нулю: $2x=0$, откуда $x=0$ – критическая точка.
4. Делим область определения на интервалы и определяем знаки производной на каждом интервале:
5. f´(x)



f(x)

5. **x** =0 – точка минимума.

Найдём минимум функции $\mathbf{y}_{min}=2$.

Общая схема исследования функции

- Найти область определения функции f(x).
- Выяснить, обладает ли функция особенностями, облегчающими исследование, то есть является ли функция f(x):

а) четной или нечетной;

б) периодической.

- Вычислить координаты точек пересечения графика с осями координат.
- Найти промежутки знакопостоянства производной функции f(x) .
- Выяснить, на каких промежутках функция f (x) возрастает, а на каких убывает.
- Найти точки экстремума (максимум или минимум) и вычислить значения f (x) в этих точках.
- Исследовать поведение функции f (x) в окрестности характерных точек не входящих в область определения.
- Построить график функции.

Исследовать функцию $f(x)=x^4-2x^2-3$

- **Область определения**: **D (f)=R**

- **Четность – нечетность функции**:

$f(-x)=x^4-2x^2-3$,

значит f (-x) = f (x) для любого x, принадлежащего D (f) – функция является чётной.

- **Координаты точек пересечения графика с осями координат**

с ось Оу: $f(x)=0$: $(x^2-3)(x^2+1)=0$; $x=\pm\sqrt{3}$;

с осью Ох: $f(0)=-3$

- **Промежутки знакопостоянства производной f'.**
- **$f'(x)=4x^3-4x=4x(x-1)(x+1)=0$ ⇒ $x = -1; 0; 1.$**

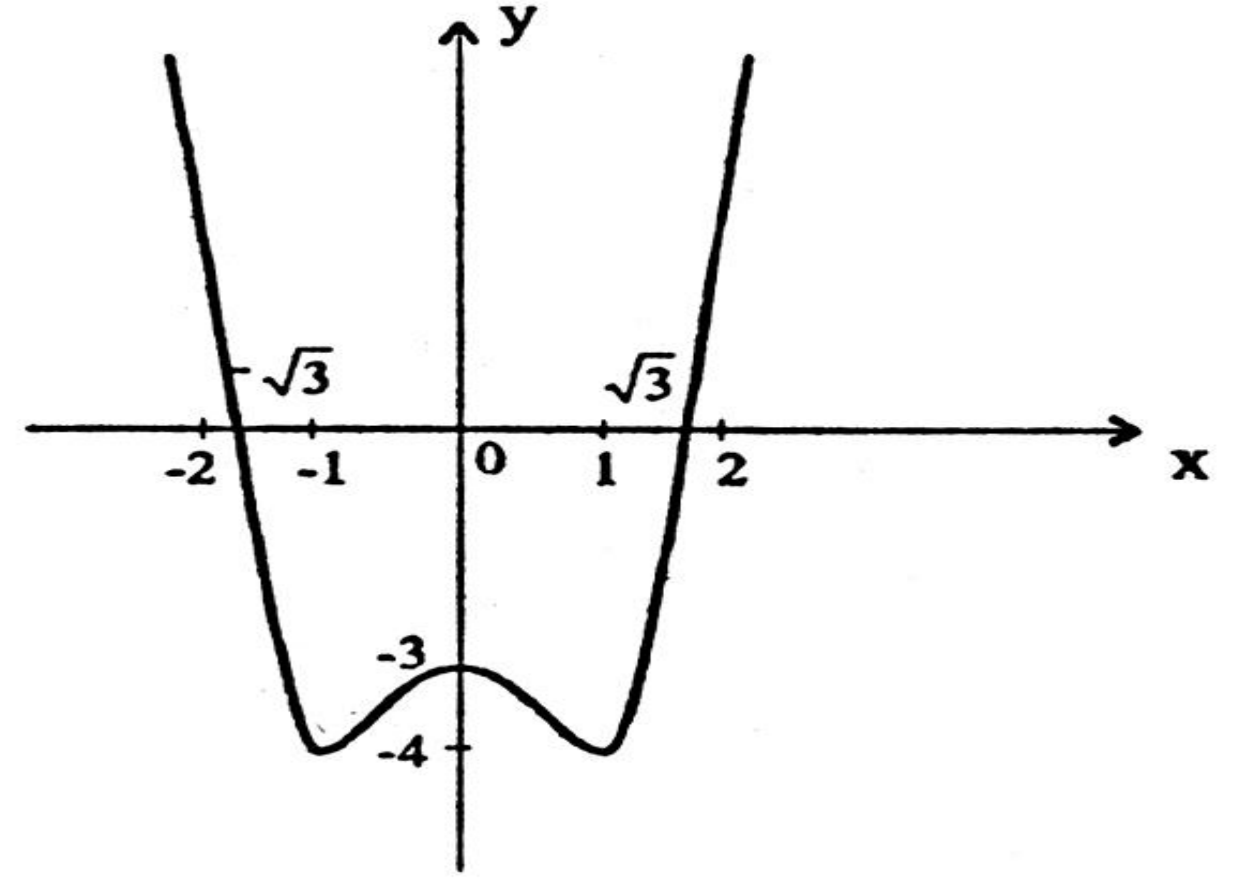
- Промежутки монотонности функция f(x).

- Точки экстремума и значения f в этих точках.

- Составить таблицу.

x	(- ∞; -1)	-1	(-1;0)	0	(0;1)	1	(1;+ ∞)
f′(x)	–	0	+	0	-	0	+
f(x)		-4		-3		-4	
		mi n		*max*		*min*	

Построить график функции.



Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции f(x) на отрезке [a;b]

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции f(x) на промежутке [a;b], нужно

- вычислить её значения f(a) и f(b) на концах данного промежутка;
- вычислить её значения в критических точках, принадлежащих этому промежутку;
- Выбрать из них наибольшее и наименьшее.

Записывают : $\max\limits_{[a;b]} f(x)$ и $\min\limits_{[a;b]} f(x)$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$ на отрезке $\left[\frac{1}{2};\ 2\right]$.

1) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 6\frac{1}{8}$, $f(2) = 9\frac{1}{2}$.

2) $f'(x) = 3x^2 - \frac{3}{x^2} = \frac{3x^4 - 3}{x^2}$, $3x^4 - 3 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = -1$.

Интервалу $\left(\frac{1}{2};\ 2\right)$ принадлежит одна стационарная точка $x_1 = 1$, $f(1) = 4$.

3) Из чисел $6\frac{1}{8}$, $9\frac{1}{2}$ и 4 наибольшее $9\frac{1}{2}$, наименьшее 4.

Ответ Наибольшее значение функции равно $9\frac{1}{2}$, наименьшее 4.

№ 16.

$f(x) = 2x^2 - 5x + 3, \quad x \in [-1; 5].$

Найти наим. знач. ф-и?

Решение:

$D(f): x \in R$

$f'(x) = 4x - 5, \quad f'(x) = 0 \Rightarrow$

$4x - 5 = 0$

$4x = 5$

$x = \frac{5}{4}$

$x = 1{,}25$

$f'(x)$ − min + x; $f(x)$; $1{,}25$

$f'(0) = 4 \cdot 0 - 5 < 0$

Наим. значения ф-я принимает в т. мин.

$f_{min}(1{,}25) = 2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5}{4} + 3 = \frac{2 \cdot 25}{16} - \frac{25}{4} + 3 =$

$= \frac{25}{8} - \frac{25}{4} + 3 = \frac{25 - 50 + 24}{8} = -\frac{1}{8}$

Отв: $\underset{[-1;5]}{f_{min}}(1{,}25) = -\frac{1}{8}$