

КИНЕМАТИКА

Движение материальной точки задано уравнением $x = A \cdot t + B \cdot t^2$, где $A = 3 \text{ м/с}$, $B = -0,02 \text{ м/с}^2$. Определить момент времени, в который скорость v точки равна нулю. Найти координату и ускорение точки в этот момент времени.

Дано:

$$x = At + Bt^2$$

$$A = 3 \text{ м/с}$$

$$B = -0,02 \text{ м/с}^2$$

Найти:

1) t ($v=0 \text{ м/с}$);

2) x ;

3) a .

Решение:

1)
$$v_x = \frac{dx}{dt} = A + 2B \cdot t$$

$$v_x = 0$$

$$A + 2B \cdot t = 0$$

$$t = -\frac{A}{2B}$$

$$t = -\frac{3\text{м/с}}{2 \cdot (-0,02\text{м/с}^2)} = 75\text{с}$$

$$2) \quad x(75) = 3 \cdot 75 + (-0,02) \cdot 75^2 = 112,5 \text{ M}$$

$$3) \quad a_x = \frac{dv_x}{dt}$$
$$v_x = A + 2B \cdot t$$

$$a_x = 2B$$

$$a = 2(-0,02) = -0,04 \text{ M/c}^2$$

Три четверти своего пути автомобиль прошёл со скоростью 20 км/ч, остальную часть пути – со скоростью 40 км/ч. Определить среднюю путевую скорость автомобиля ?

Дано:

$$v_1 = 20 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 40 \text{ км/ч}$$

Найти:

$$\langle v \rangle .$$

Решение:

$$\langle v \rangle = \frac{S}{t}$$

$$S_1 = \frac{3}{4} S \qquad S_2 = \frac{1}{4} S$$

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{(3/4)S}{v_1}$$

$$t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{(1/4)S}{v_2}$$

$$\langle v \rangle = \frac{S}{t_1 + t_2}$$

$$\langle v \rangle = \frac{S}{\frac{(3/4)S}{v_1} + \frac{(1/4)S}{v_2}}$$

$$\langle v \rangle = \frac{v_1 v_2}{(3/4)v_1 + (1/4)v_2}$$

$$\langle v \rangle = \frac{20 \cdot 40}{(3/4) \cdot 20 + (1/4) \cdot 40} = 32 \text{ км/ч}$$

Диск радиусом $R = 20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад; $B = -1$ рад/с; $C = 0,1$ рад/с³. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска для момента времени 10 с.

Дано:

$$\varphi = A + Bt + Ct^3$$

$$A = 3 \text{ рад}$$

$$B = -1 \text{ рад/с}$$

$$C = 0,1 \text{ рад/с}^3$$

$$R = 0,20 \text{ м}$$

Найти:

1) a_τ ;

2) a_n ;

3) a .

Решение:

1)

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 3C \cdot t^2$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 6C \cdot t$$

$$a_\tau = \varepsilon \cdot R$$

$$a_\tau = 6C \cdot t \cdot R$$

$$a_\tau = 6 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 0,20 = 1,2 \text{ м/с}^2$$

2)

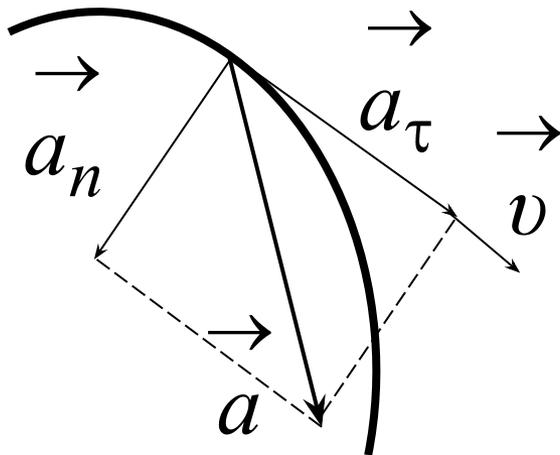
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R \quad v = \omega \cdot R$$

$$\omega = B + 3C \cdot t^2$$

$$a_n = (B + 3C \cdot t^2)^2 \cdot R$$

$$a_n = ((-1) + 3 \cdot 0,1 \cdot 10^2)^2 \cdot 0,20 = 168,2 \text{ M/c}^2$$

3)



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$$

$$a = \sqrt{1,2^2 + 168,2^2} = 168,2 \text{ M/c}^2$$

С какой высоты H упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за время $t = 0,1$ с?

Дано:

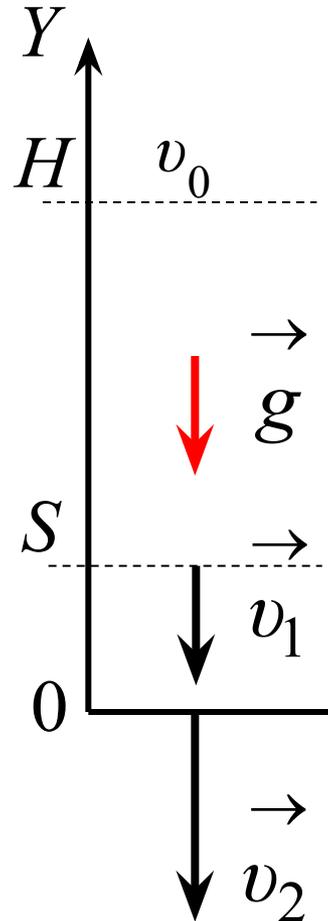
$$S = 1 \text{ м}$$

$$t = 0,1 \text{ с}$$

$$v_0 = 0 \text{ м/с}$$

Найти:

H .

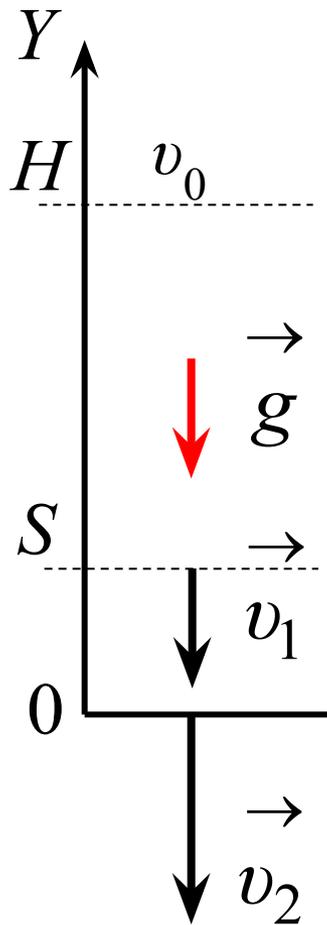


Решение:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$y - y_0 = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2 \cdot a_y}$$



$$y - y_0 = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2 \cdot a_y}$$

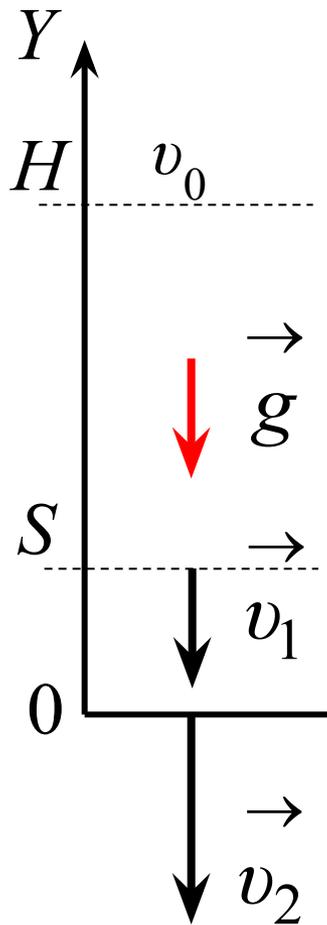
$$0 - H = \frac{v_2^2 - 0}{-2 \cdot g}$$

$$H = \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$-v_2 = -v_1 - g \cdot t$$

$$v_2 = v_1 + g \cdot t$$



$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

$$0 = S - v_1 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$S = v_1 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$v_1 \cdot t = S - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$v_1 = \frac{S}{t} - \frac{g \cdot t}{2}$$

$$v_1 = \frac{S}{t} - \frac{g \cdot t}{2}$$

$$v_1 = \frac{1}{0,1} - \frac{10 \cdot 0,1}{2} = 9,5 \text{ M/c}$$

$$v_2 = v_1 + g \cdot t$$

$$v_2 = 9,5 + 10 \cdot 0,1 = 10,5 \text{ M/c}$$

$$H = \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$H = \frac{10,5^2}{2 \cdot 10} = 5,5 \text{ M}$$

Камень, брошенный горизонтально с крыши дома со скоростью $v_0 = 15$ м/с, упал на землю под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Какова высота дома?

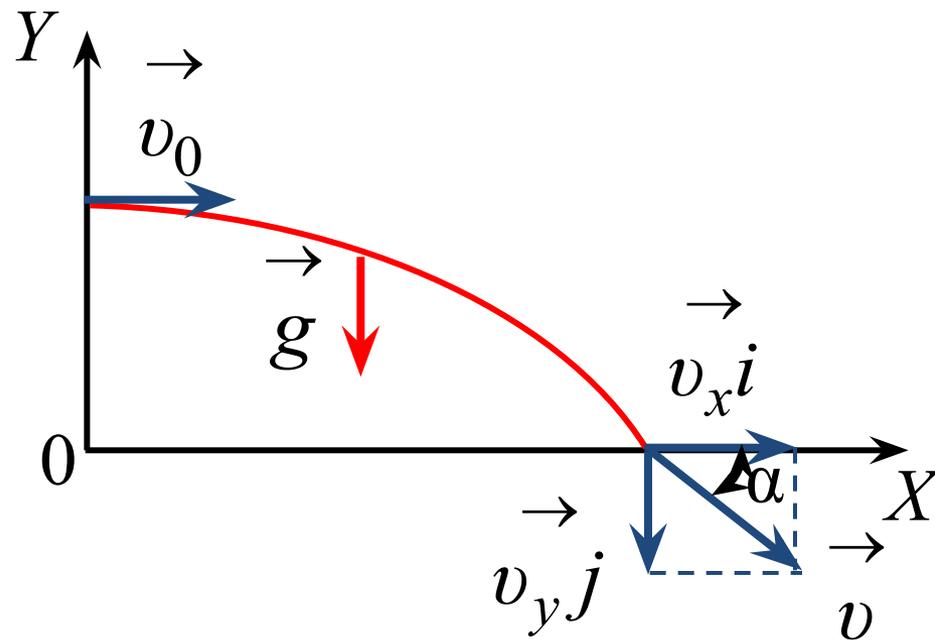
Дано:

$$v_0 = 15 \text{ м/с}$$
$$\alpha = 60^\circ$$

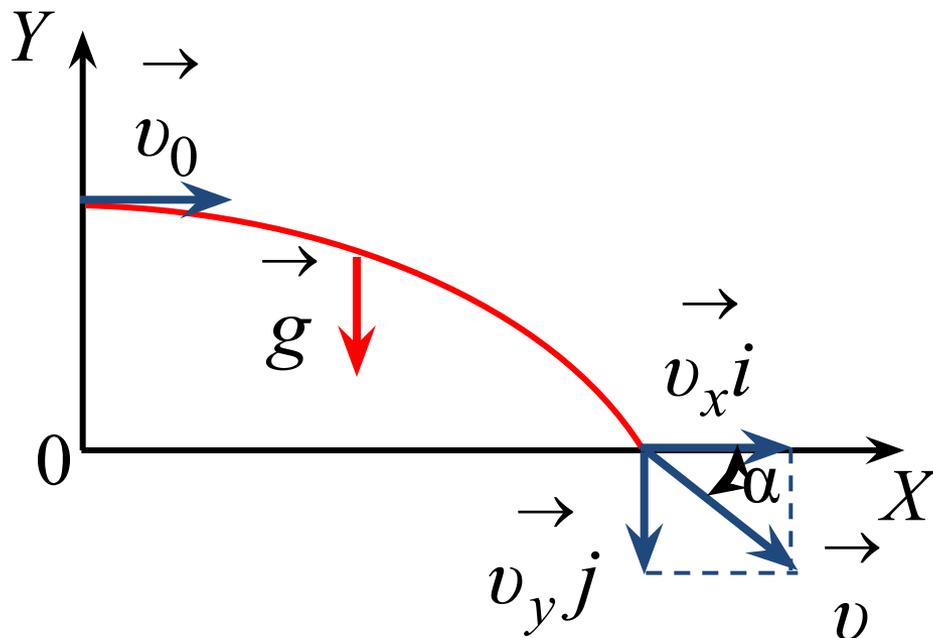
Найти:

H .

Решение:



$$y - y_0 = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2 \cdot a_y}$$



$$y - y_0 = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2 \cdot a_y}$$

$$0 - H = \frac{v_y^2 - 0}{-2 \cdot g}$$

$$H = \frac{v_y^2}{2 \cdot g}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

$$v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$$

$$v_x = v_0 - 0 \cdot t$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_0}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_0}$$

$$v_y = v_0 \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

$$H = \frac{v_y^2}{2 \cdot g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \operatorname{tg}^2\alpha}{2 \cdot g}$$

$$H = \frac{15^2 \cdot \operatorname{tg}^2 60^\circ}{2 \cdot 10} = 34\text{M}$$

Тело брошено под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0=10$ м/с. Записать кинематические уравнения движения тела, зависимости горизонтальной и вертикальной составляющей скорости от времени. Определить время подъема, время полета, максимальную высоту и дальность траектории.

Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Найти:

$$x = f(t);$$

$$y = f(t);$$

$$v_x = f(t);$$

$$v_y = f(t);$$

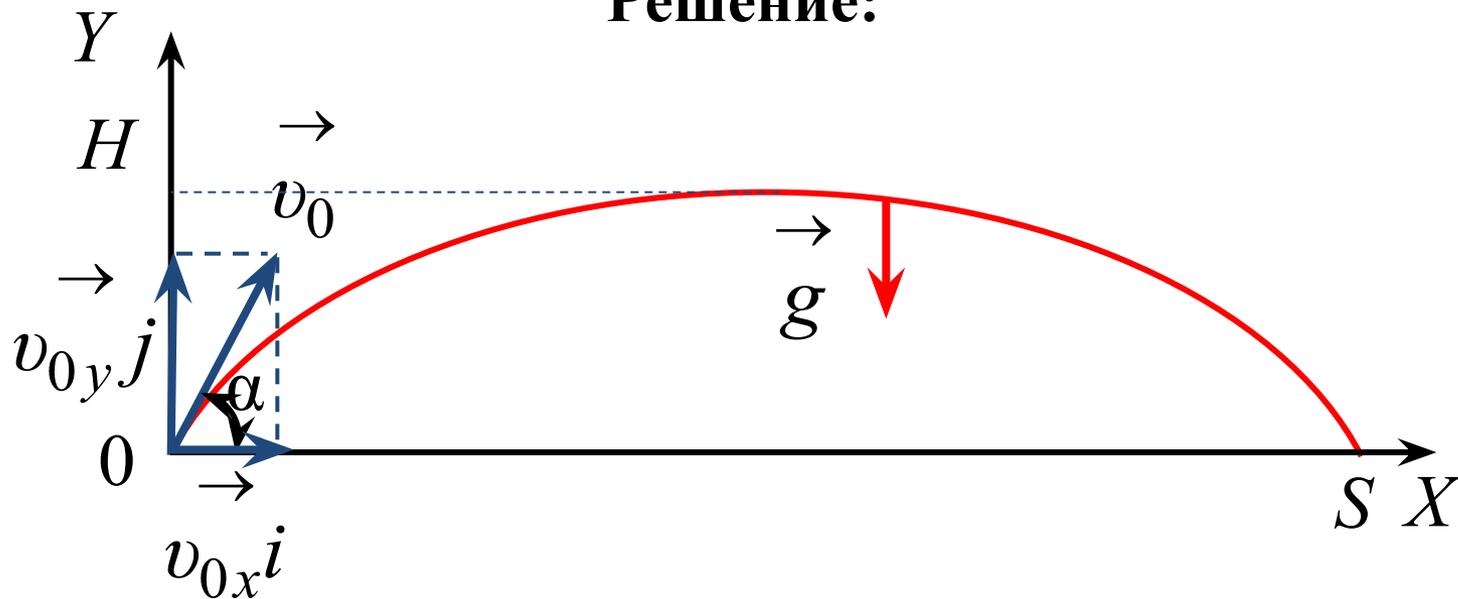
$$t_{\text{под}};$$

$$t_{\text{пол}};$$

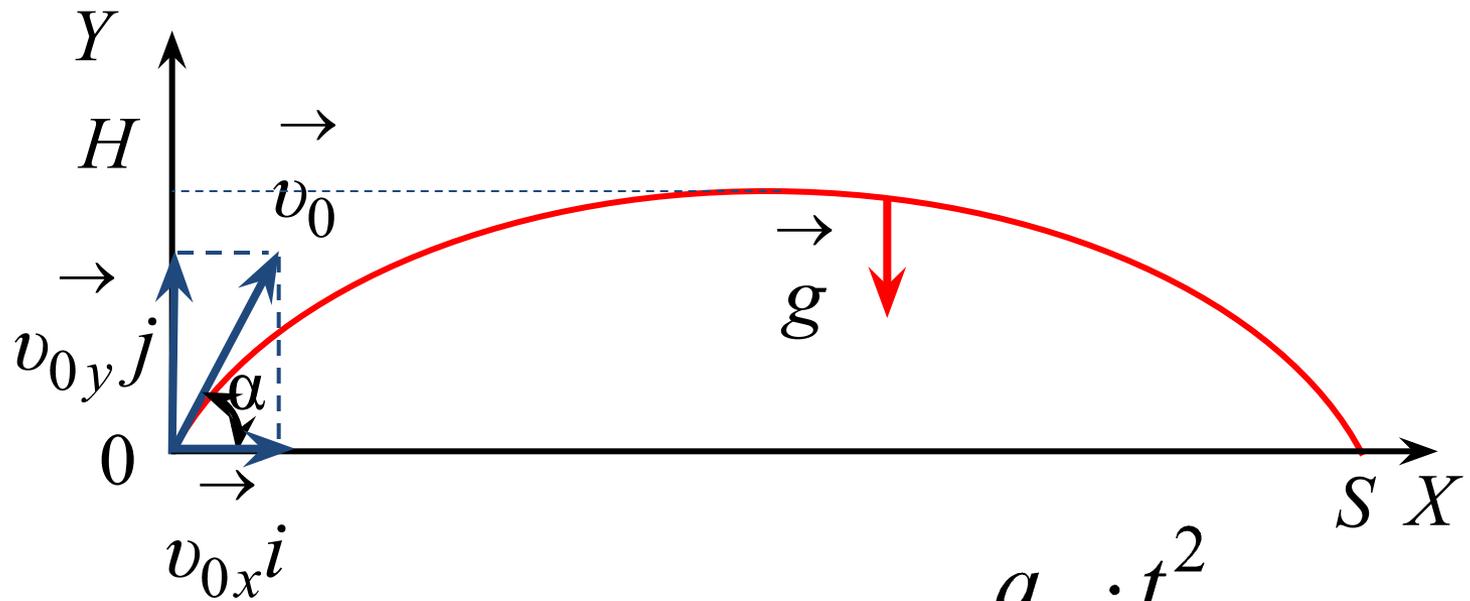
$$H;$$

$$S.$$

Решение:



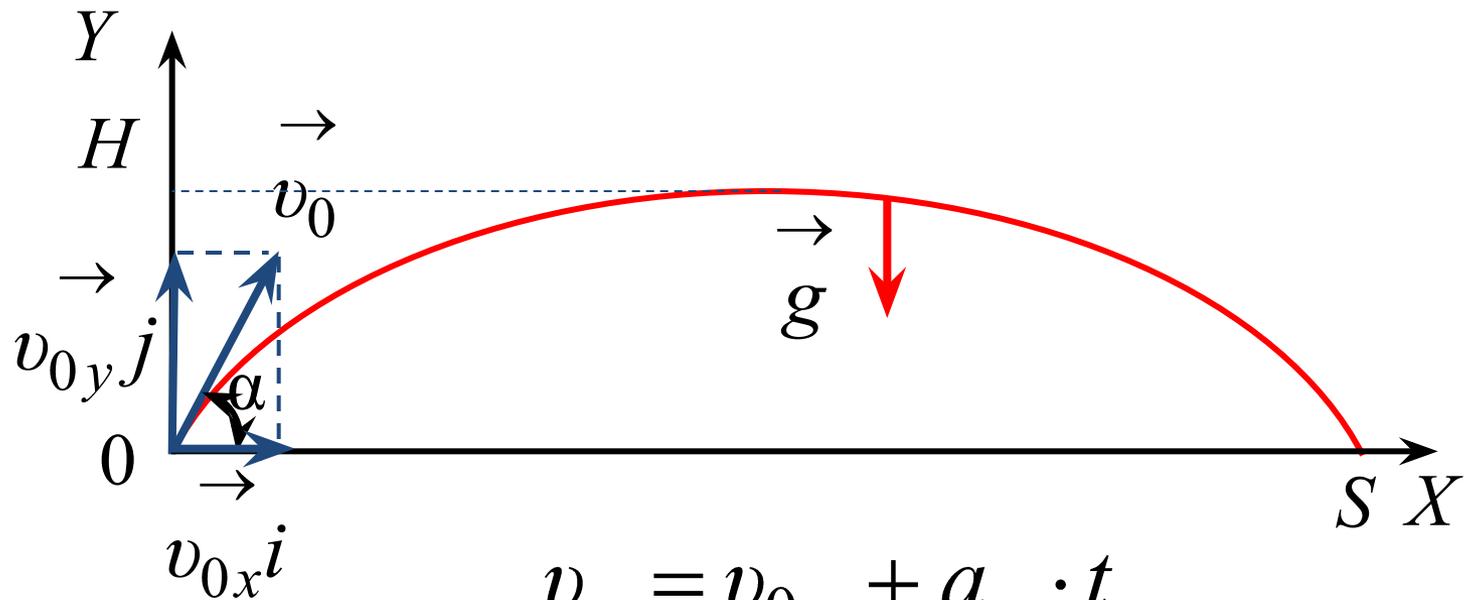
$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2} \Rightarrow x = v_0 \cos \alpha \cdot t$$



$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$v_x = v_{0x} + a_x \cdot t \quad \Rightarrow \quad v_x = v_0 \cos \alpha$$



$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g \cdot t$$

$$0 = v_y = v_0 \sin \alpha - g \cdot t_{\text{под}}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$t_{\text{ПОД}} = \frac{10 \cdot \sin 30^\circ}{10} = 0,5 \text{c}$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$0 = y = v_0 \sin \alpha \cdot t_{\text{ПОЛ}} - \frac{g \cdot t_{\text{ПОЛ}}^2}{2}$$

$$t_{\text{ПОЛ}} \cdot \left(v_0 \sin \alpha - \frac{g \cdot t_{\text{ПОЛ}}}{2} \right) = 0$$

$$t_{\text{ПОЛ}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad \Rightarrow \quad t_{\text{ПОЛ}} = 1 \text{c}$$

$$H = y(t_{\text{ПОД}}) = v_0 \sin \alpha \cdot t_{\text{ПОД}} - \frac{g \cdot t_{\text{ПОД}}^2}{2}$$

$$H = 10 \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,5 - \frac{10 \cdot 0,5^2}{2} = 1,25 \text{ м}$$

$$S = x(t_{\text{ПОЛ}}) = v_0 \cos \alpha \cdot t_{\text{ПОЛ}}$$

$$S = 10 \cdot \cos 30^\circ \cdot 1 = 8,66 \text{ м}$$

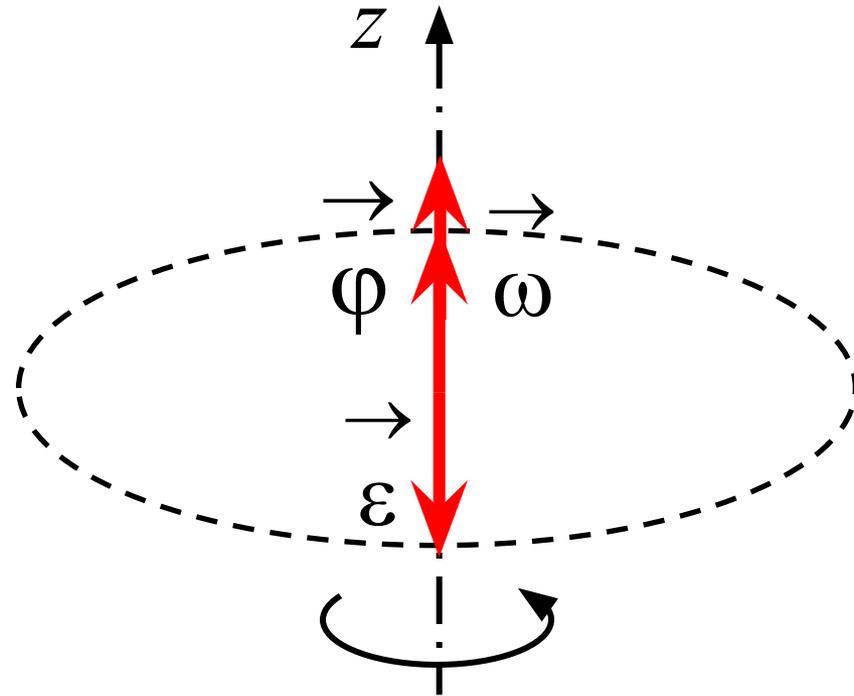
Велосипедное колесо вращается с частотой $n_1 = 5 \text{ с}^{-1}$. Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени 1 мин. Определить угловое ускорение ε и число оборотов N , которое сделает колесо за это время.

Дано:
 $n_1 = 5 \text{ с}^{-1}$
 $n_2 = 0 \text{ с}^{-1}$
 $t = 1 \text{ мин}$

Си:
 60 с

Найти:
 ε ;
 N .

Решение:



$$\omega_z = \omega_{0z} + \varepsilon_z \cdot t \qquad \omega_2 = \omega_1 - \varepsilon \cdot t$$

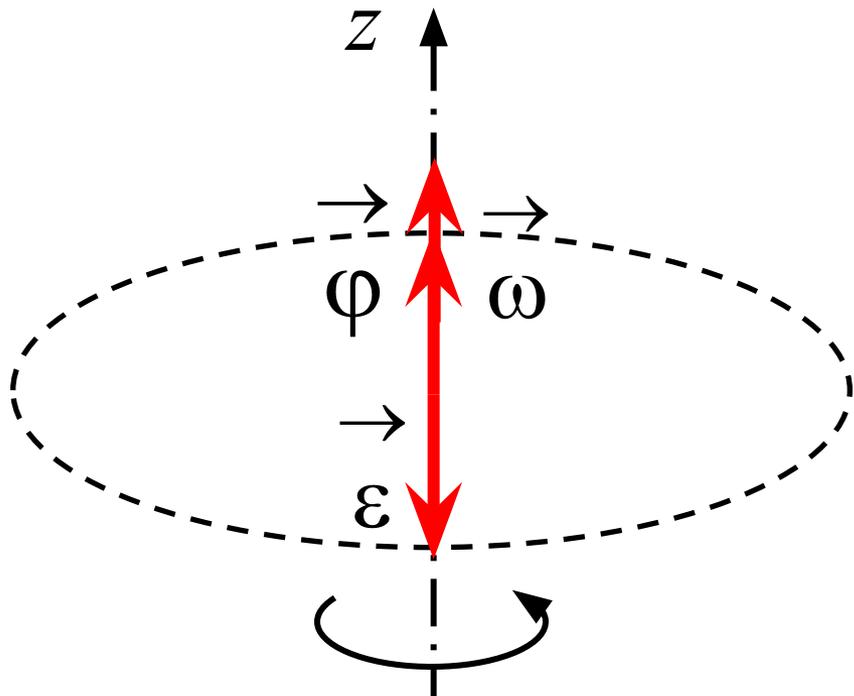
$$\omega_2 = \omega_1 - \varepsilon \cdot t$$

$$\omega = 2\pi n$$

$$2\pi n_2 = 2\pi n_1 - \varepsilon \cdot t$$

$$\varepsilon = \frac{2\pi n_1 - 2\pi n_2}{t}$$

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5 - 0}{60} = 0,523 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$



$$\varphi_z - \varphi_{0_z} = \frac{\omega_z^2 - \omega_{0_z}^2}{2 \cdot \varepsilon_z}$$

$$\varphi = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{-2 \cdot \varepsilon}$$

$$\omega = 2\pi n \qquad \varphi = 2\pi N$$

$$2\pi N = \frac{4\pi^2 n_2^2 - 4\pi^2 n_1^2}{-2 \cdot \varepsilon}$$

$$N = \frac{2\pi n_2^2 - 2\pi n_1^2}{-2 \cdot \varepsilon}$$

$$N = \frac{2\pi n_2^2 - 2\pi n_1^2}{-2 \cdot \varepsilon}$$

$$N = \frac{0 - 2 \cdot 3,14 \cdot 5^2}{-2 \cdot 0,523} = 150$$