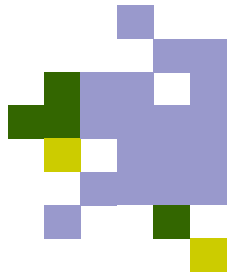


Подготовка к ГИА и ЕГЭ

Часть 1

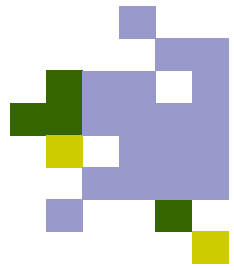


Геометрия «на клетчатой бумаге»

Подготовила учитель математики

Иванова О.В



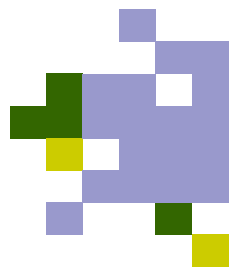
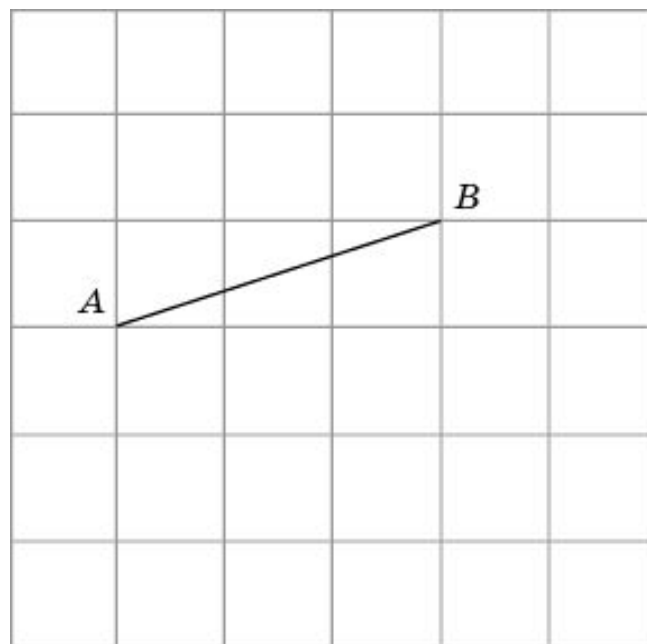


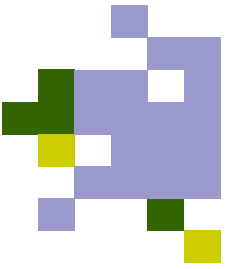
- При решении задач с использованием клетчатой бумаги важно помнить, что «клеточки» должны помогать! А значит, нужно подумать как они могут помочь. По «клеточкам» легко построить прямоугольный треугольник. Следовательно, могут помочь все теоретические факты связанные с прямоугольным треугольником.
- Решение таких задач не предполагает использование циркуля и линейки, а осуществляется непосредственно на рисунке клетчатой бумаги.

□ теорема Пифагора,
соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике,
свойства всех плоских фигур, изучаемых в школе.

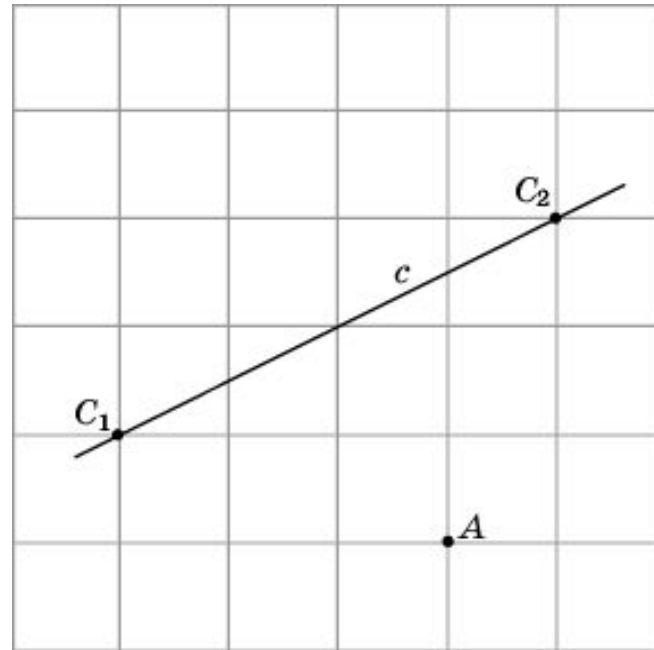


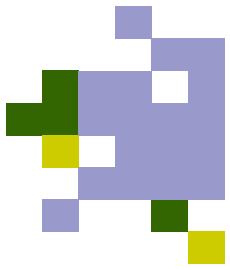
Вычислите длину отрезка АВ, изображённого на рисунке



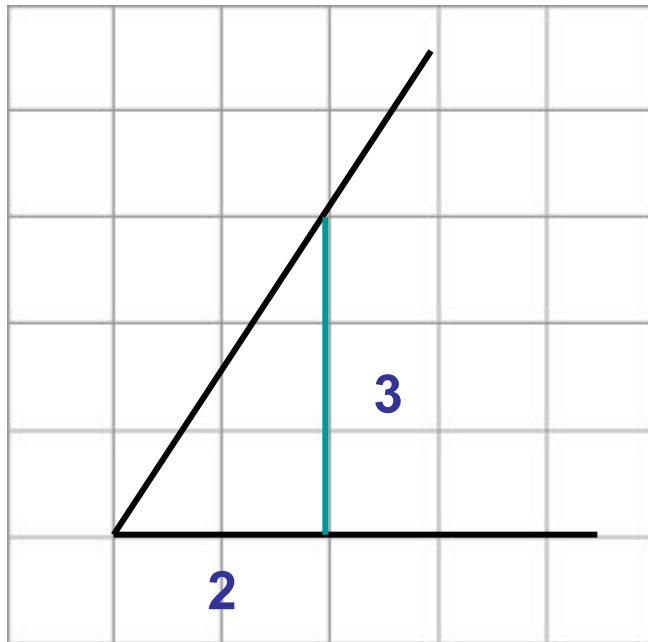


На прямой c отметьте точки, удаленные от точки A на расстояние, равное $\sqrt{10}$ (стороны квадратных клеток равны 1).

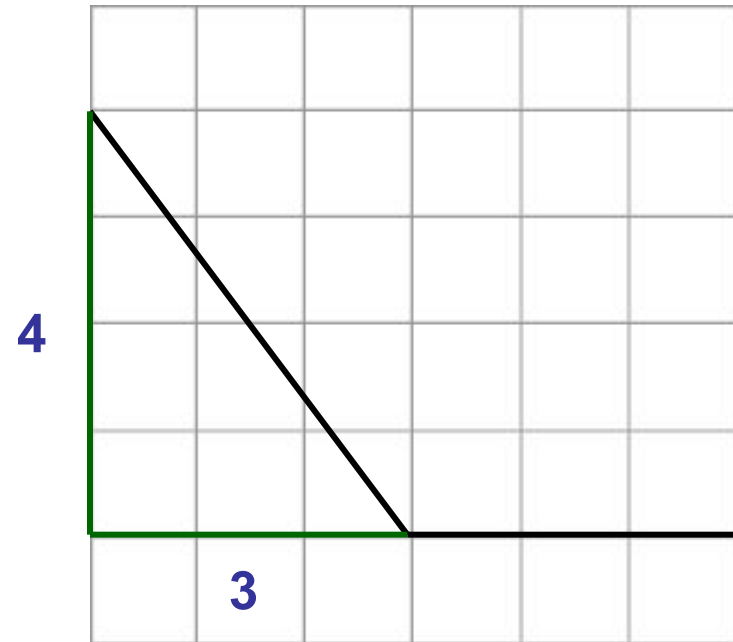




Вычислите тангенс угла, изображённого на рисунке



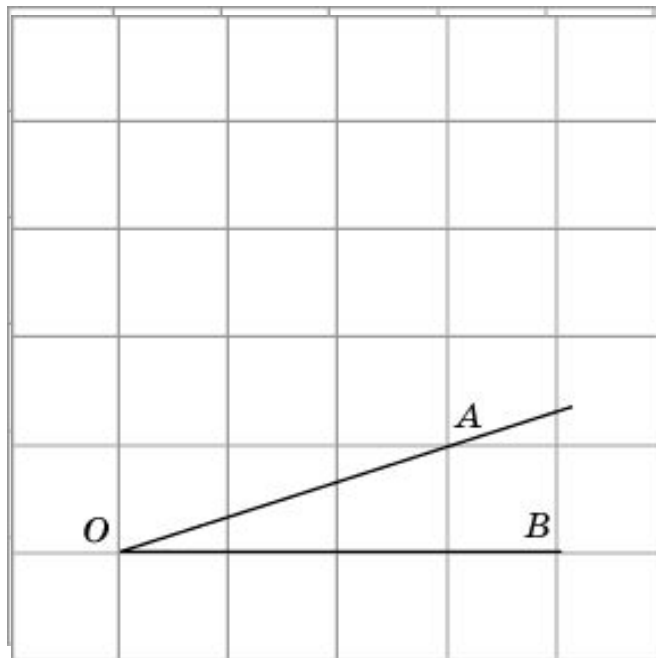
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2} = 1.5$$

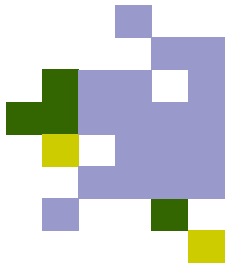


$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$$

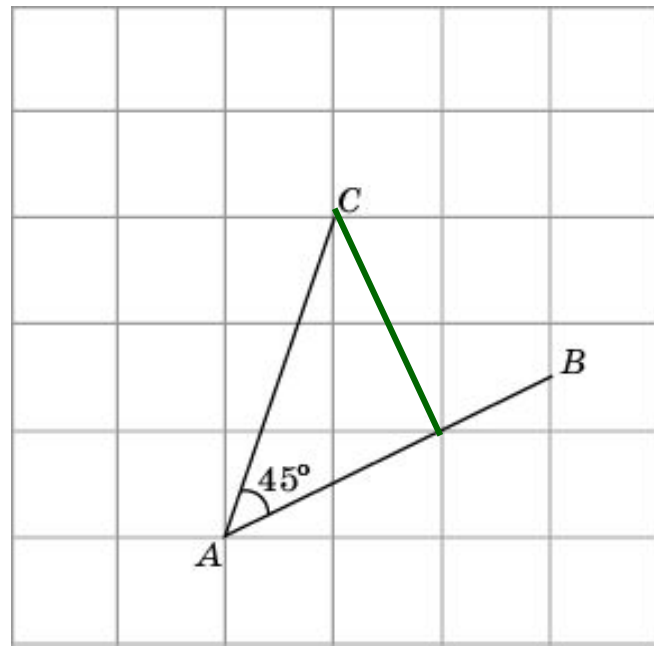


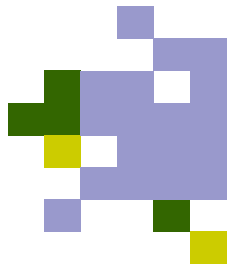
Постройте угол, тангенс которого равен $1/3$.



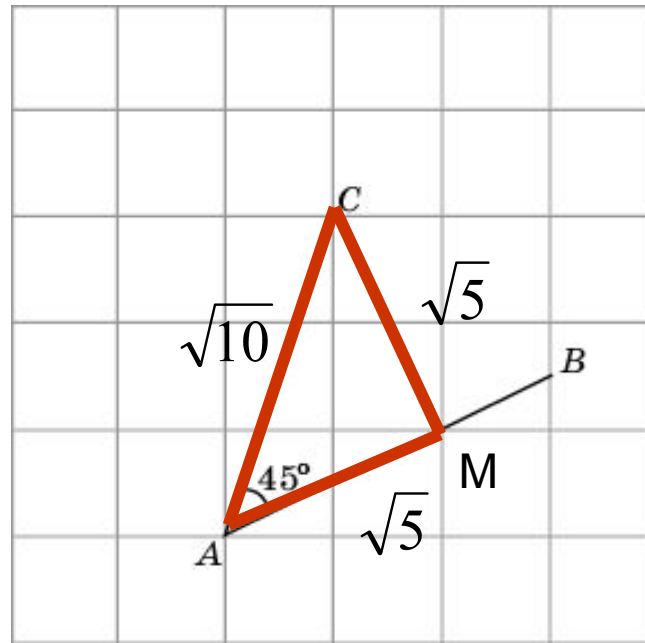


Через точку A проведите прямую AC , образующую с прямой AB угол 45° .

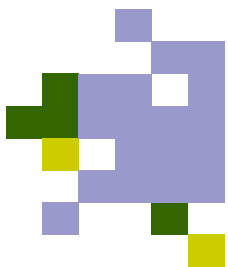




ВЫВОД: необходимо запомнить, что
треугольник АСМ – прямоугольный и
равнобедренный.



Докажите, что прямые AB и CD параллельны.



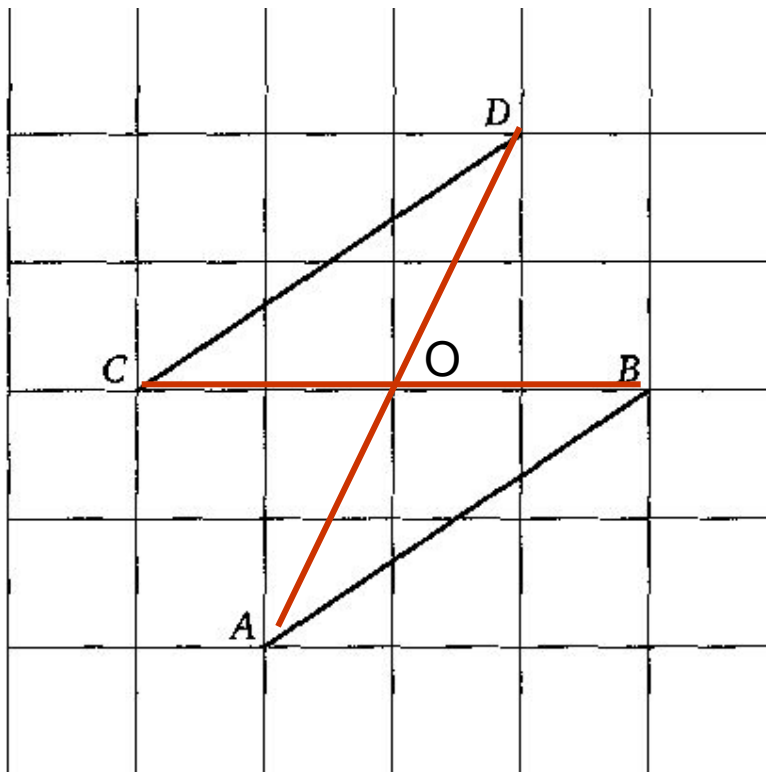
1 способ

$$\triangle CDO = \triangle BAO$$

(по 3 сторонам)

$$\angle D = \angle A$$

Значит, $AB \parallel CD$.



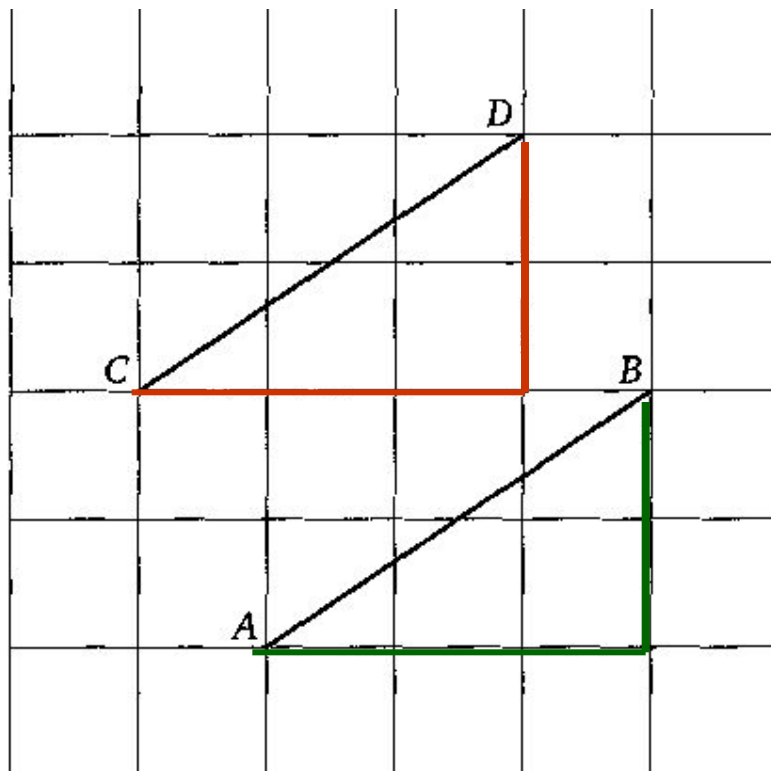
Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

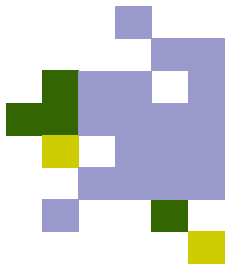
2 способ

прямые AB и CD параллельны,
если их угловые коэффициенты
равны.

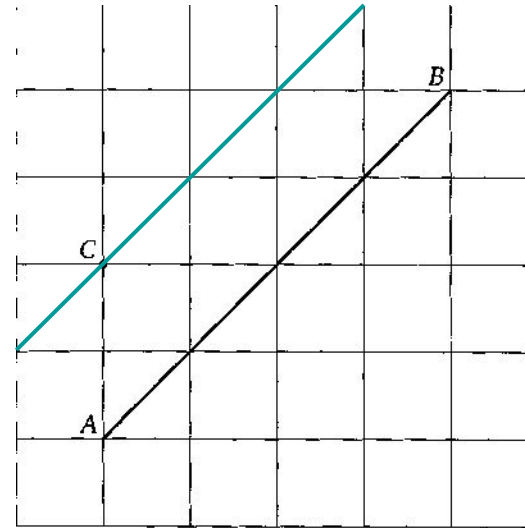
$$K_{CD} = \frac{2}{3} \quad K_{AB} = \frac{2}{3}$$

Значит, $AB \parallel CD$.





Постройте через точку C прямую CD ,
параллельную AB .

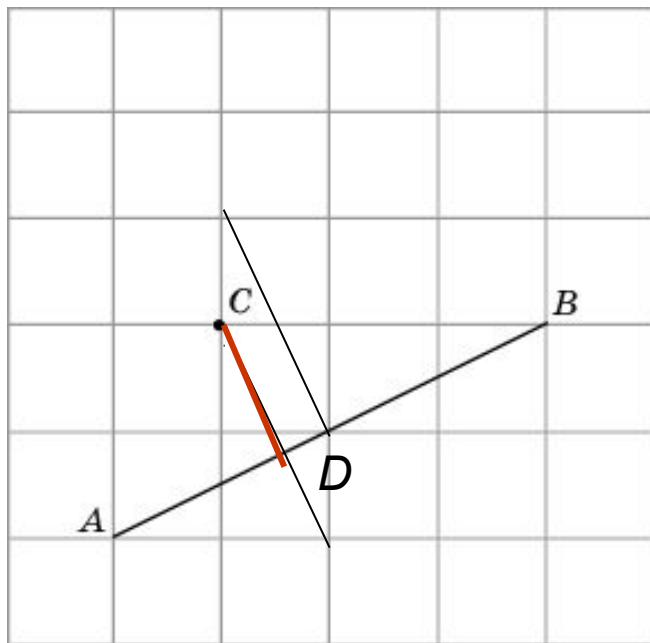


Вывод: необходимо запомнить, что прямые параллельны, если их угловые коэффициенты равны.

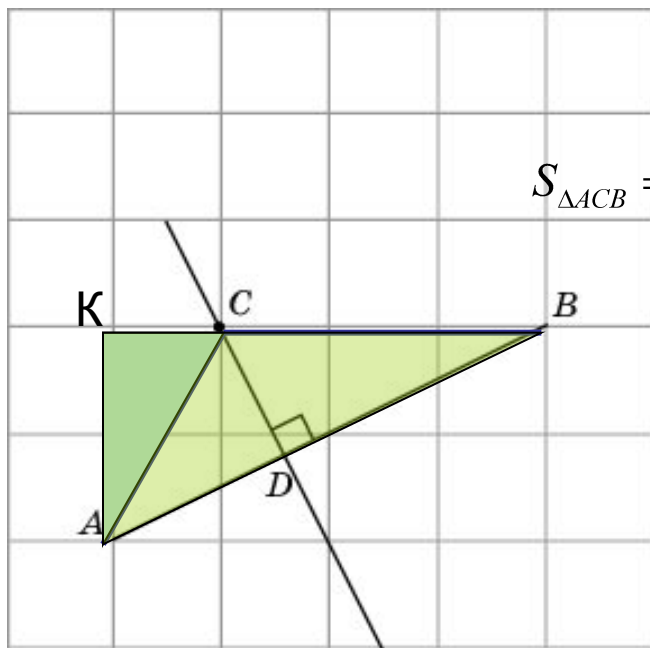
$$k_{AB} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$



Из точки C опустите перпендикуляр CD на прямую AB .



Из точки C опустите перпендикуляр CD на прямую AB . Найдите его длину (стороны квадратных клеток равны 1).



$$S_{\Delta ACB} = S_{AKB} - S_{AKC}$$

$$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 4 - 1 = 3$$

$$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \times AB \times CD$$

$$3 = \frac{1}{2} \times \sqrt{4 + 16} \times CD$$

$$CD = \frac{6}{\sqrt{20}} = \frac{6}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

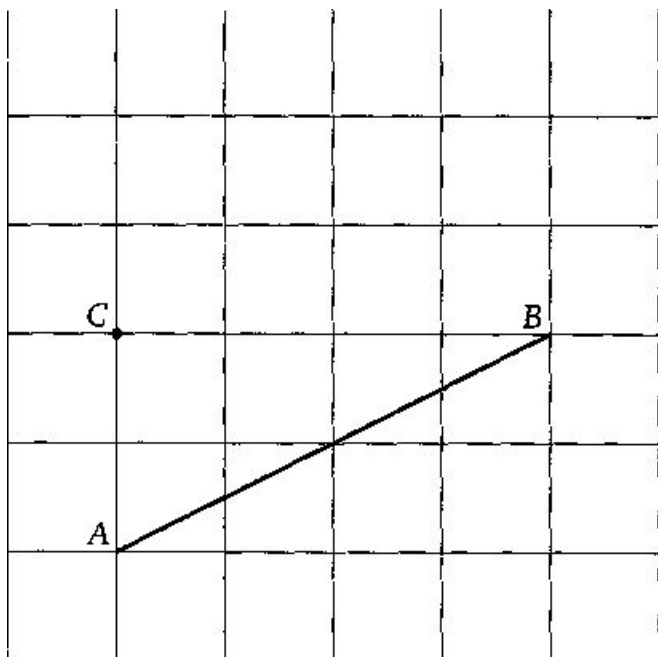
Ответ. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Уровень В

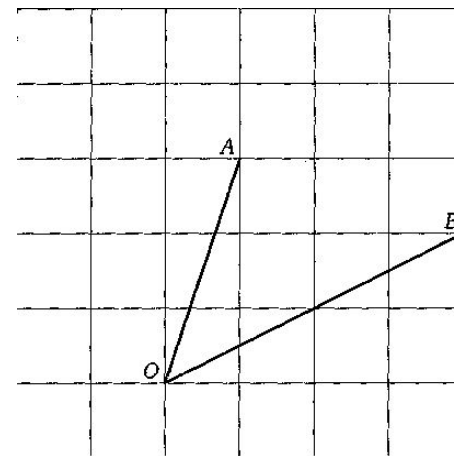
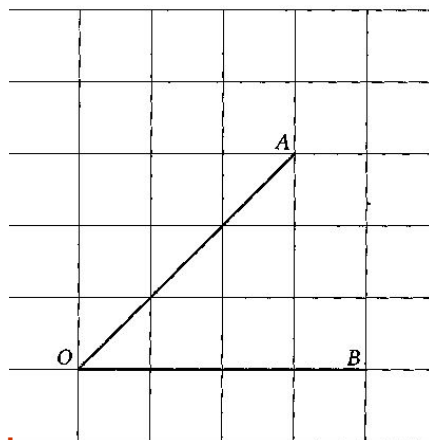


Реши самостоятельно:

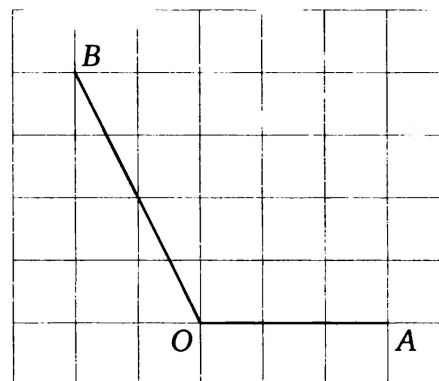
№ 1 Постройте через точку C прямую CD , параллельную AB .



№ 2 Найди величину угла AOB

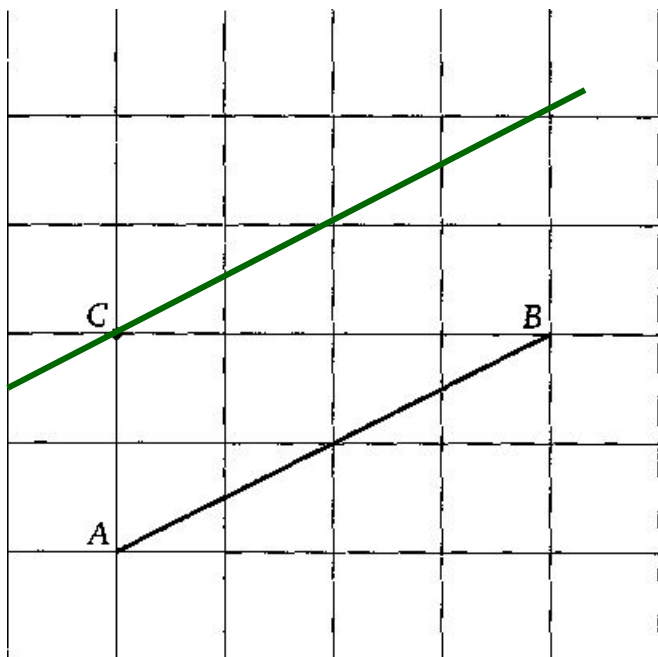


№ 3). Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

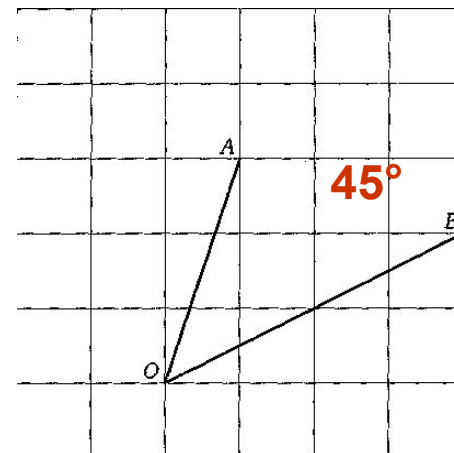
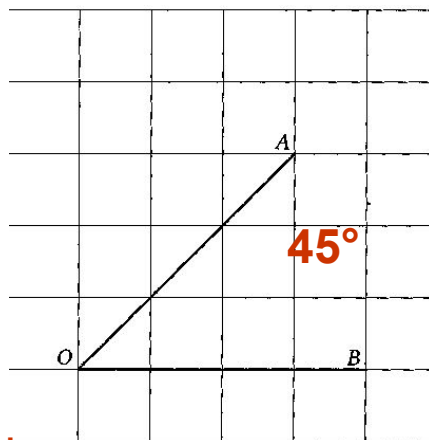


ОТВЕТ:

№ 1 Постройте через точку C прямую CD, параллельную AB.

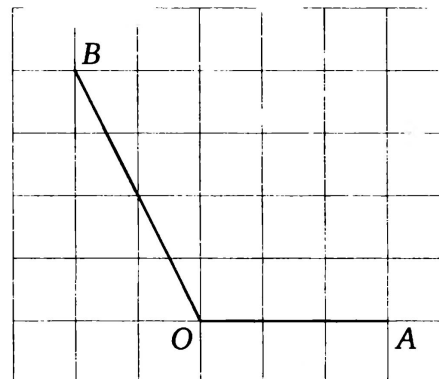


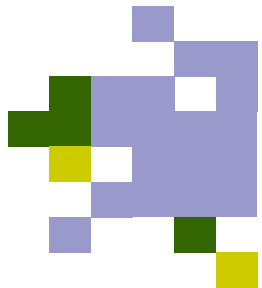
№ 2 Найди величину угла AOB



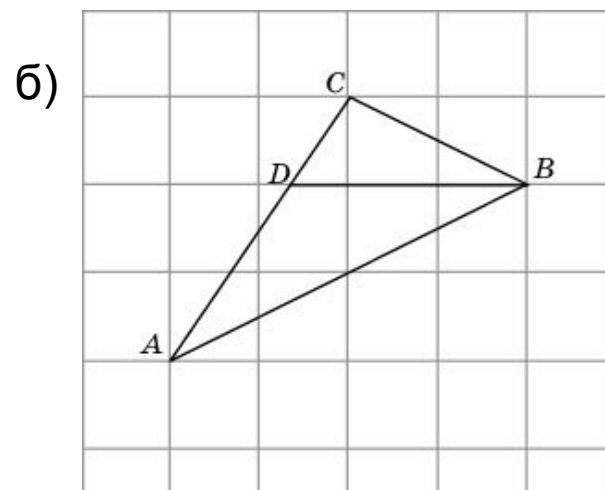
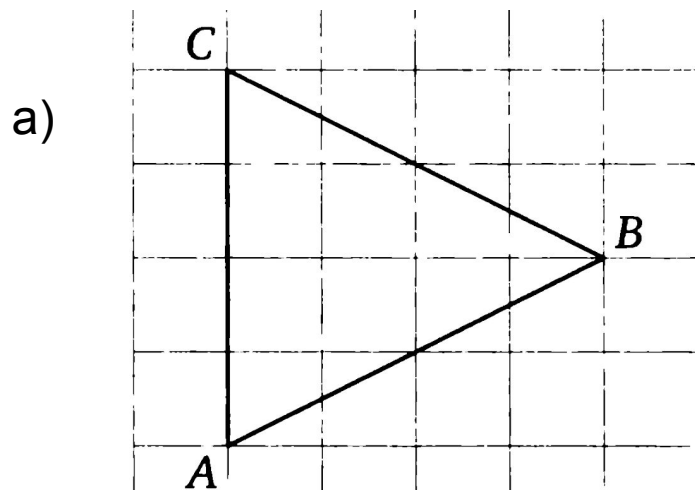
№ 3). Найдите синус угла AOB. В ответе укажите значение синуса, умноженное на $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

-1



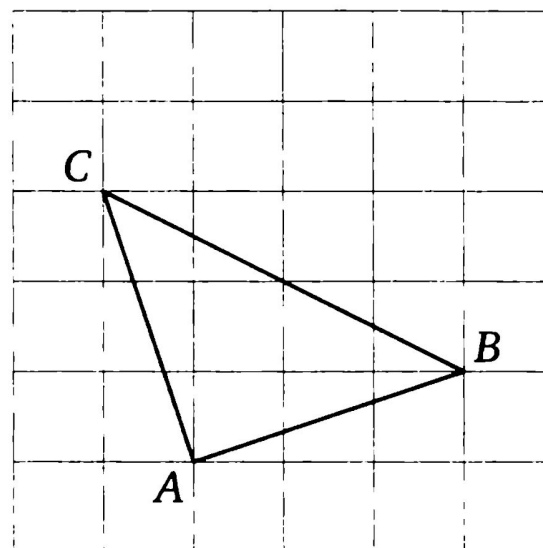


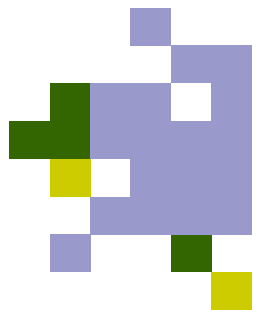
Найдите биссектрису угла ABC , проведённую из вершины B , если стороны квадратных клеток равны 1.



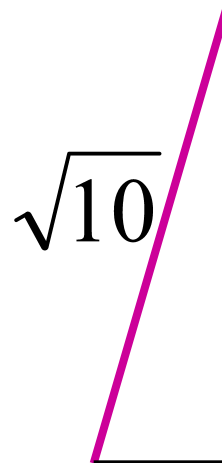
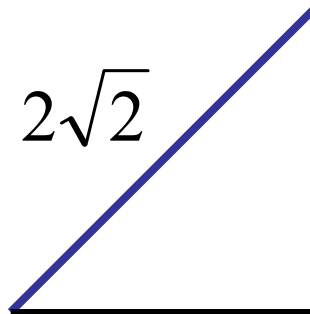
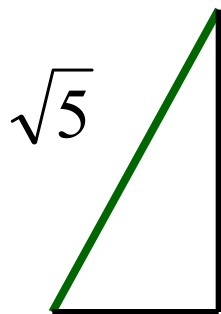
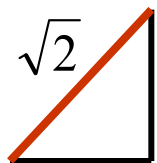
Найдите высоту треугольника ABC , опущенную на сторону BC , если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{5}$.

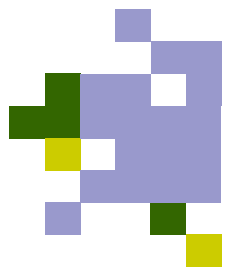
Подумай
дома!



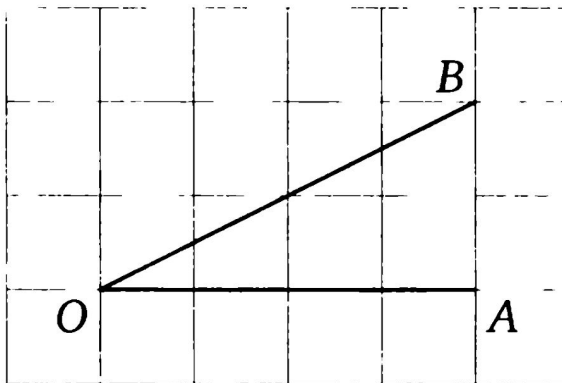


На заметку





Найдите косинус угла AOB . В ответе укажите значение косинуса, умноженное на $2\sqrt{5}$.

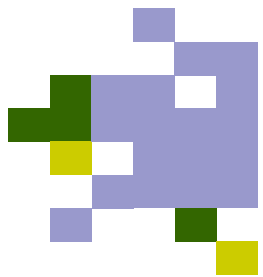


$$\cos(\angle AOB) = \frac{4}{\sqrt{16+4}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times 2\sqrt{5} = 4$$

Ответ: 4

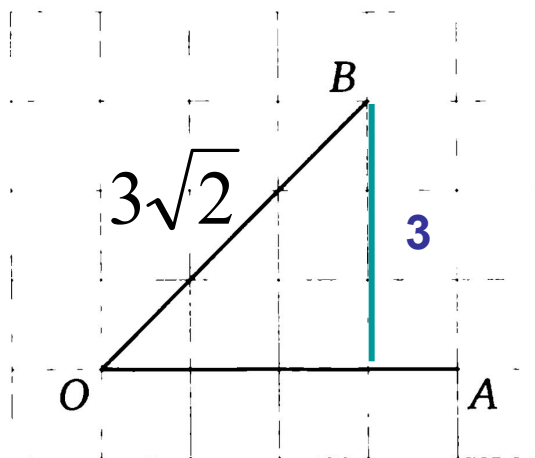




Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $2\sqrt{2}$.

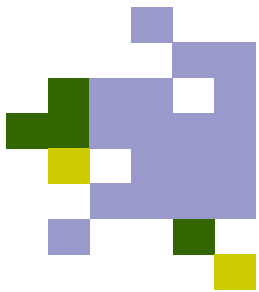
$$\sin(\angle BOA) = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = 2$$

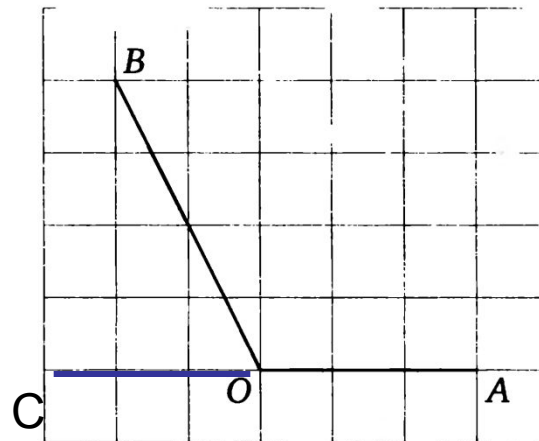


Ответ: 2





Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $\frac{\sqrt{5}}{2}$.



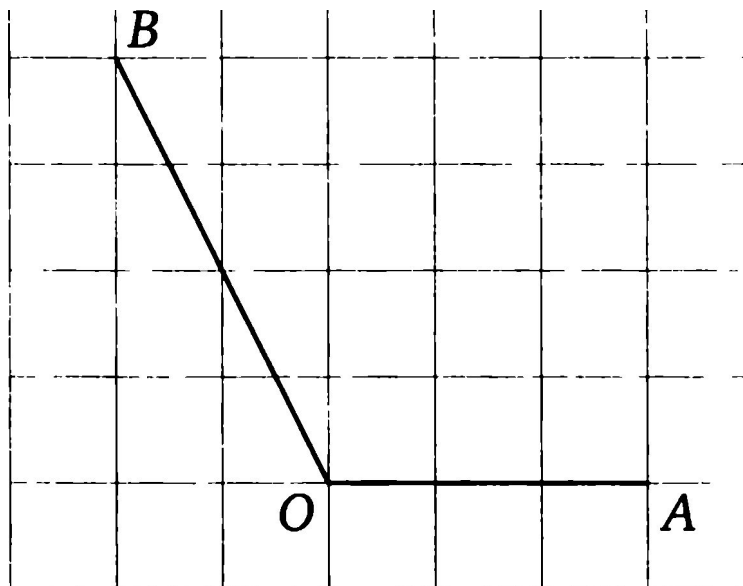
$$\sin(\angle AOB) = -\sin(\angle BOC) = -\frac{4}{\sqrt{16+4}} = -\frac{4}{2\sqrt{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = -1$$

Ответ: -1

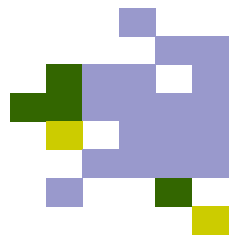


Найдите тангенс угла AOB

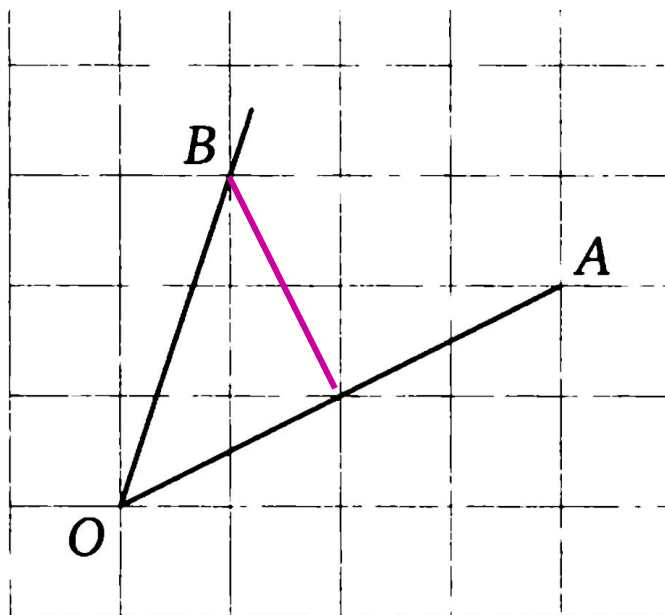


Ответ: -2





Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $2\sqrt{2}$.



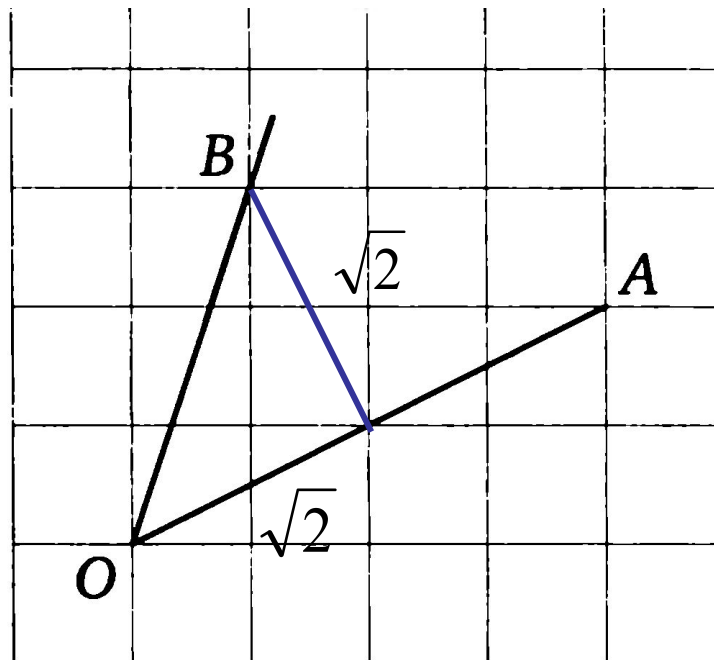
$$\sin BOA = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = 2$$

Ответ: 2

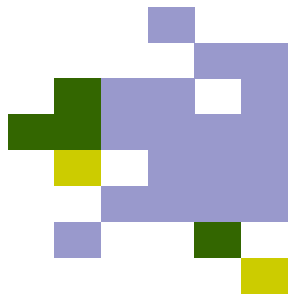


Найдите тангенс угла AOB .

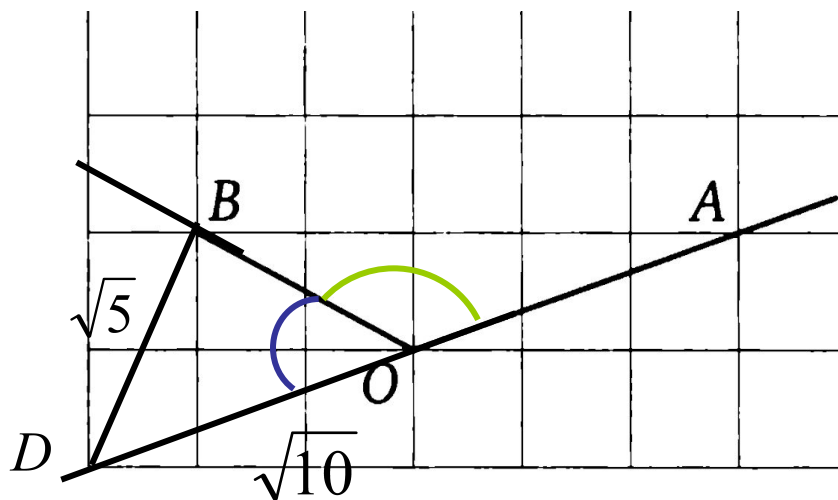


Ответ: 1





Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $2\sqrt{2}$.

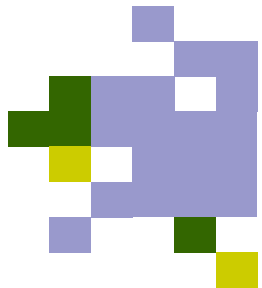


$$\sin BOA = \sin DOB = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

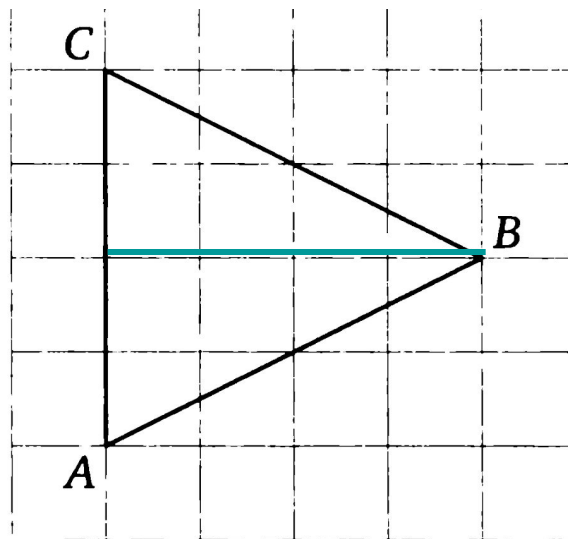
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = 2$$

Ответ: 2



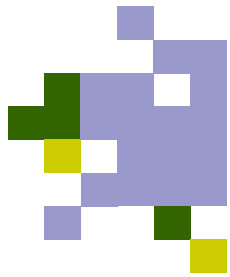


Найдите биссектрису угла ABC , проведённую из вершины B , если стороны квадратных клеток равны 1.

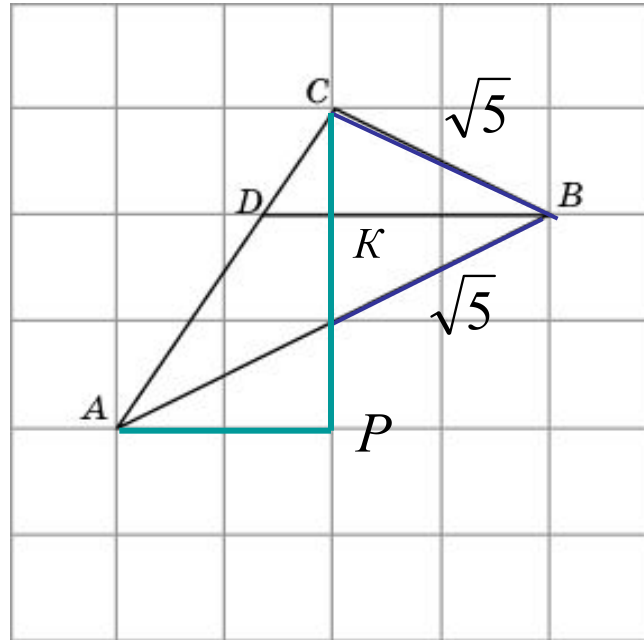


Ответ: 4





В треугольнике ABC проведите биссектрису BD и найдите ее длину (стороны квадратных клеток равны 1).

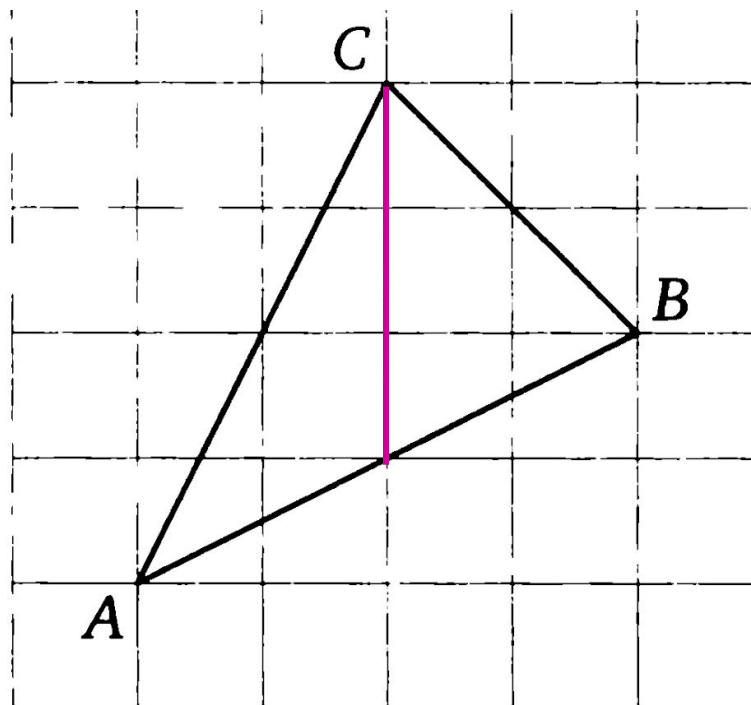


$$DK = \frac{1}{3} AP$$
$$DB = DK + KB =$$
$$= \frac{1}{3} \times 2 + 2 = 2\frac{2}{3}$$

Ответ. $2\frac{2}{3}$.

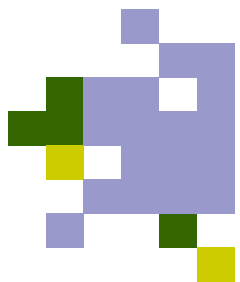


Найдите медиану треугольника ABC , проведённую из вершины C , если стороны квадратных клеток равны 1.

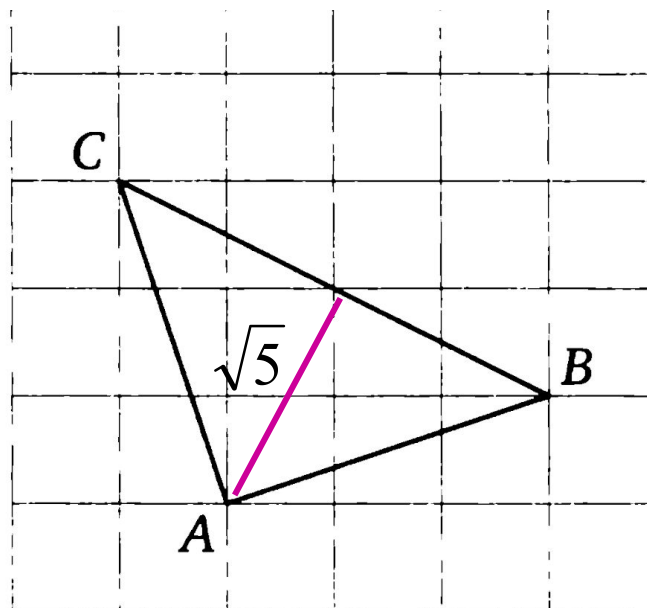


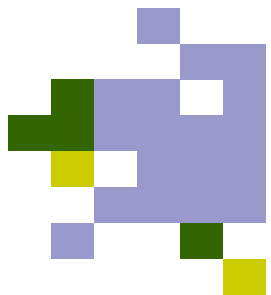
Ответ: 3





Найдите высоту треугольника ABC , опущенную на сторону BC , если стороны квадратных клеток равны 1.





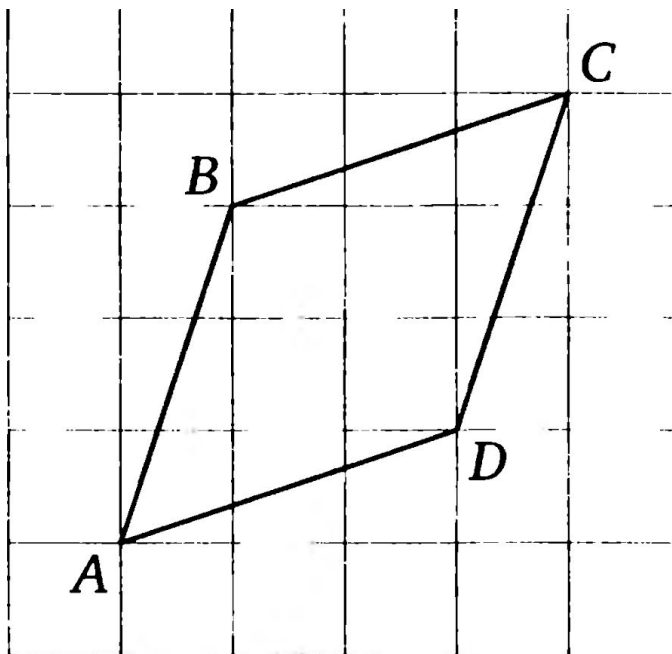
Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{10}$.

$$AB = BC = CD = AD$$

$$(\sqrt{10})^2 + (3\sqrt{10})^2 = 10 + 90 = 100$$

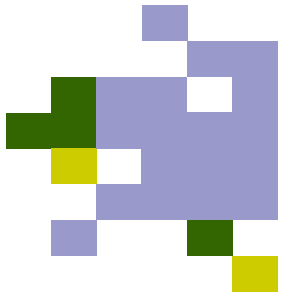
$$AB = BC = CD = AD = \sqrt{100} = 10$$

$$P_{ABCD} = 4 \times 10 = 40$$

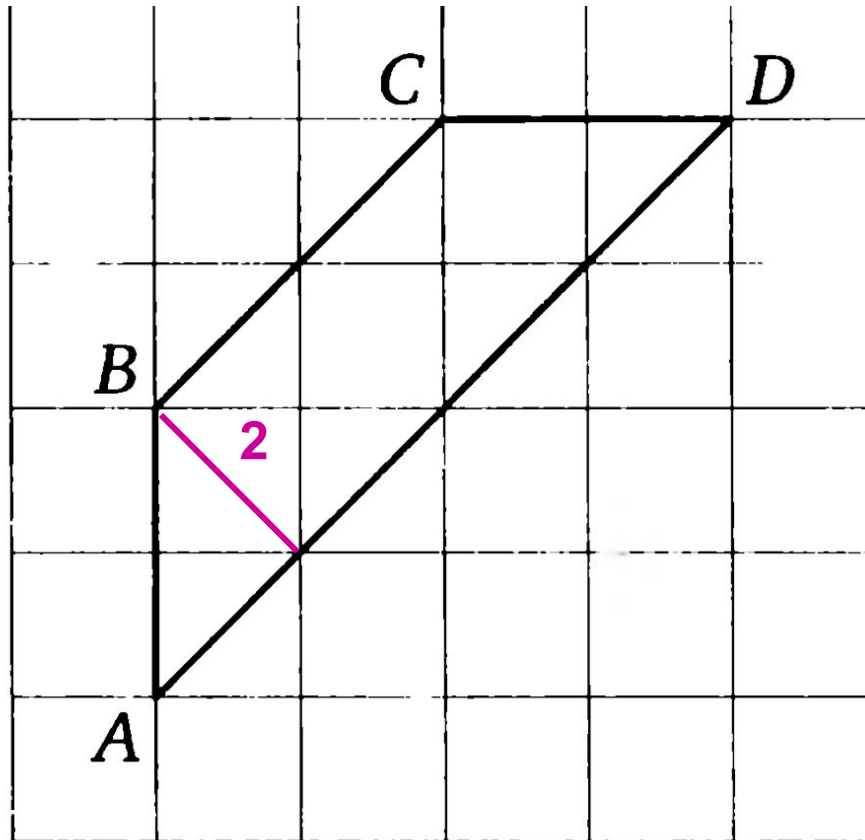


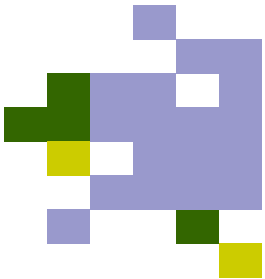
Ответ: 40



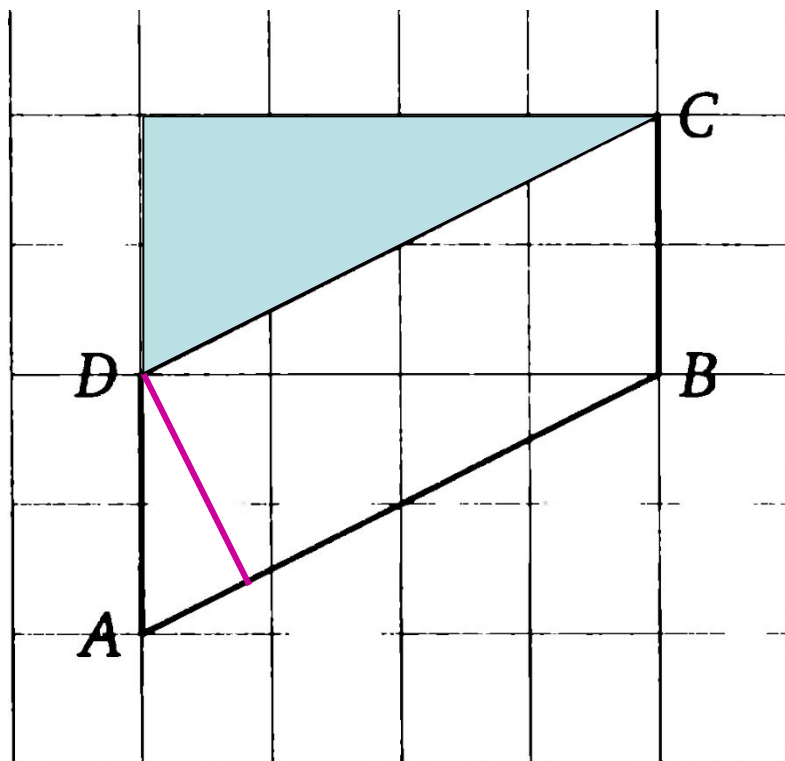


Найдите высоту трапеции $ABCD$, опущенную из вершины B , если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{2}$.





Найдите высоту параллелограмма, опущенную на сторону АВ,
если стороны квадратных клеток равны 1.



$$h = \frac{S_{ABCD}}{AB}$$
$$h = \frac{4 \times 2}{\sqrt{16+4}} = \frac{8}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = 0.8\sqrt{5}$$

Ответ: 2



Найдите величину угла ABC .

Заметим, что $AO = OC = 2\sqrt{2}$

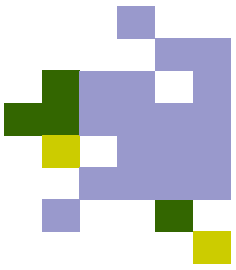
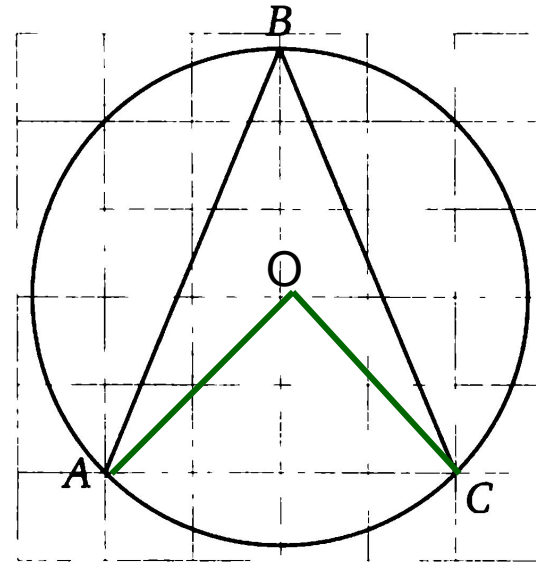
$$AC = 4$$

$$AC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 8 + 8 = 16$$

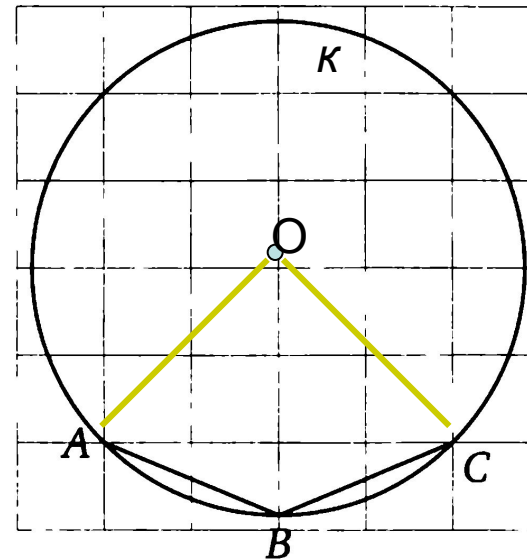
Т.о. треугольник AOC –
прямоугольный, а значит угол AOC –
прямой.

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 45^\circ$$

Ответ: 45°



Найдите величину угла ABC .

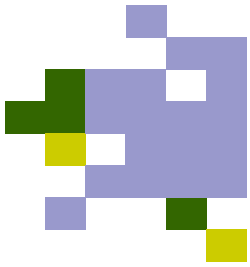


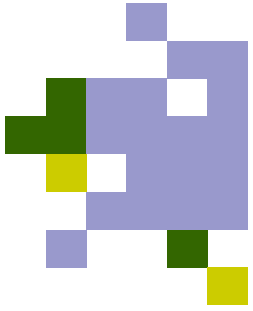
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AKC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} (360^\circ - \angle AOC)$$

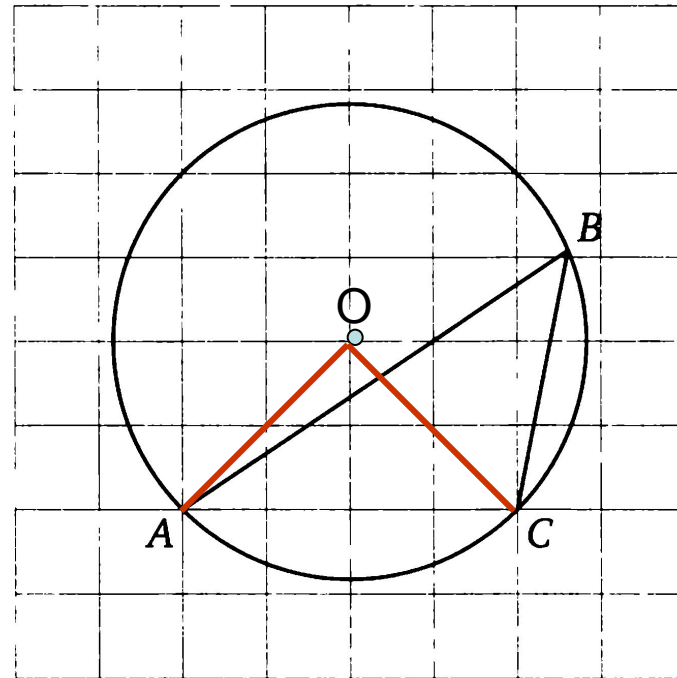
$$\angle ABC = \frac{1}{2} (360^\circ - 90^\circ) = 135^\circ$$

Ответ: 135°



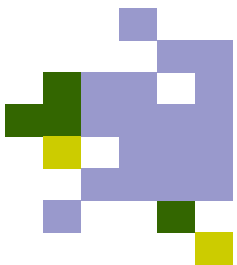


Найдите величину угла ABC .



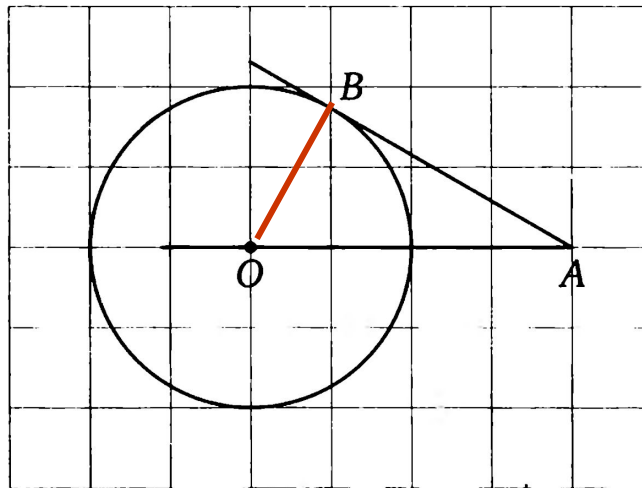
Ответ: 45°

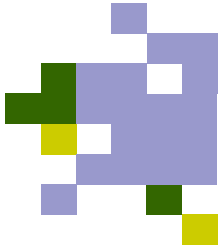




Уровень С

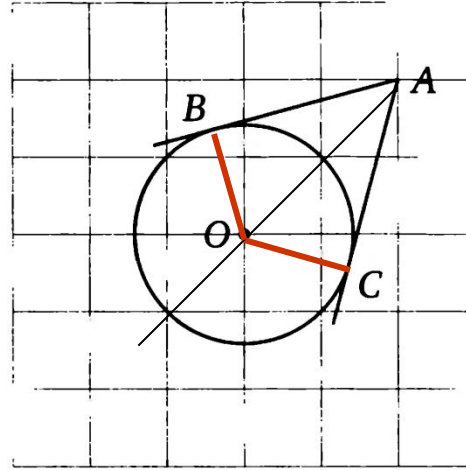
Через точку A проведена касательная AB к окружности. Найдите угол OAB .



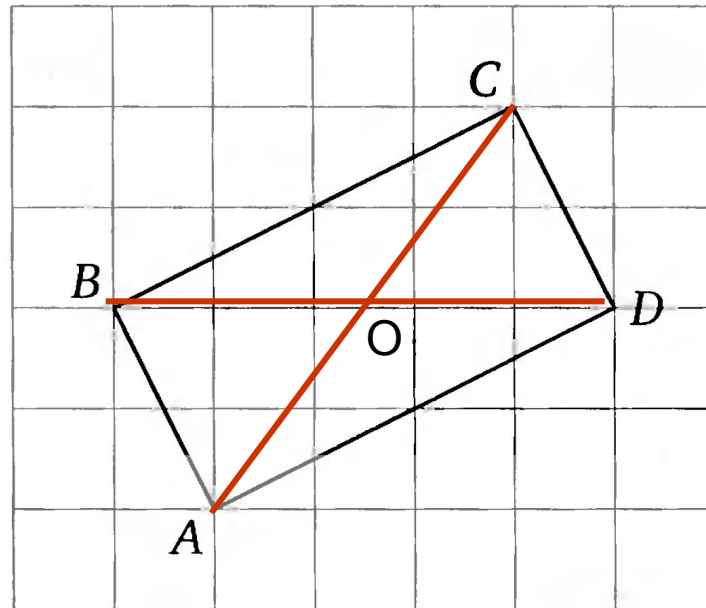


⊙. Через точку A проведены касательные AB и AC к окружности.
Найдите угол BAC .

Уровень С



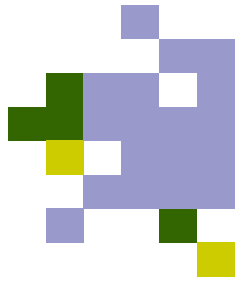
Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны 1.



$$R=AO=BO=CO=DO=0,5 \cdot 5=2,5$$

Ответ: 2,5

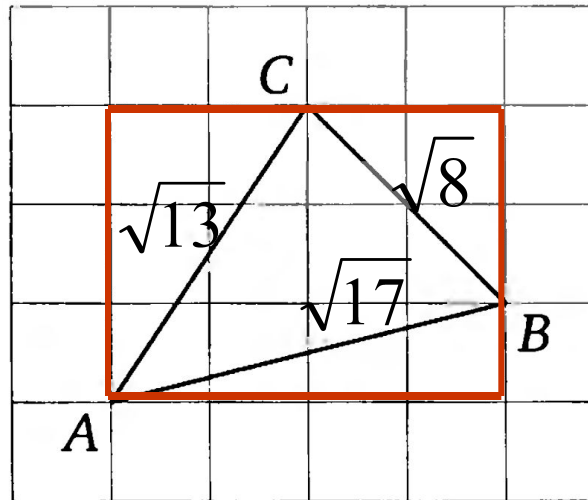




Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.

Уровень C

$$R = \frac{abc}{4S}$$

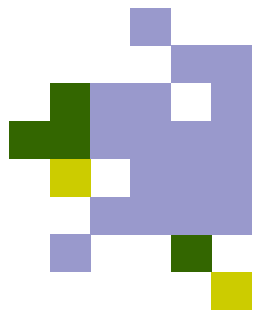


$$S_{ABC} = 4 \times 3 - (3 + 2 + 2) = 5$$

$$R = \frac{\sqrt{17} \times \sqrt{8} \times \sqrt{13}}{4 \times 5} = \frac{4 \times \sqrt{442}}{20} = \frac{\sqrt{442}}{10}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{442}}{10}$

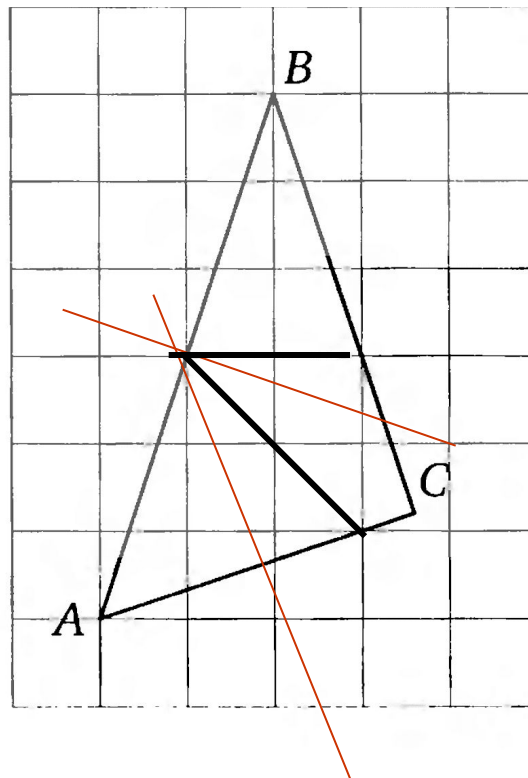




Уровень C

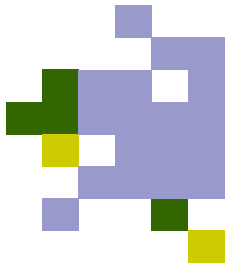
$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.

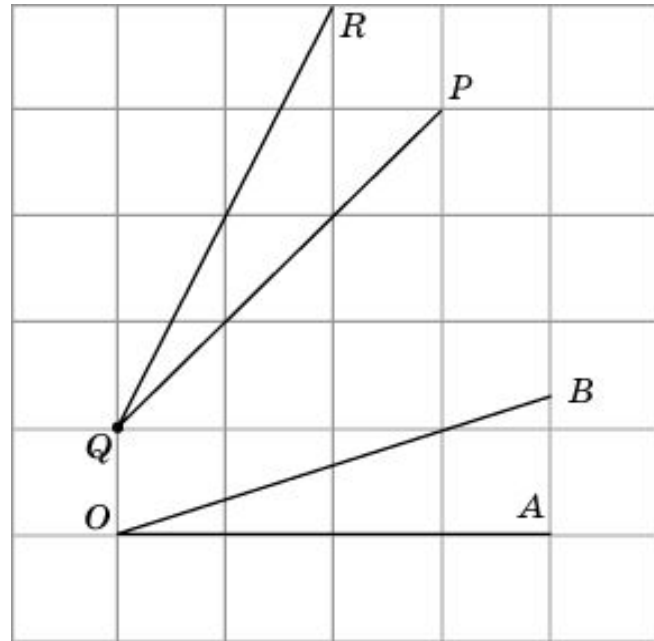


Ответ: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$





От луча QP отложите угол PQR , равный
углу AOB .



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\angle O) &= \frac{1}{3}, \\ \operatorname{tg}(\angle Q) &= \frac{RP}{QP} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\implies \angle RQP = \angle BOA$$

