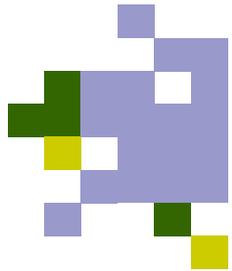


Подготовка к ГИА и ЕГЭ

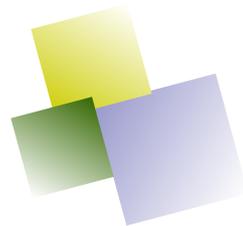
Часть 1

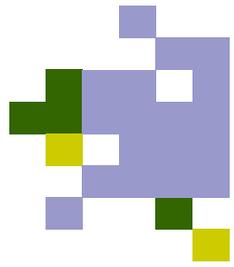


# Геометрия «на клетчатой бумаге»

Подготовила учитель математики

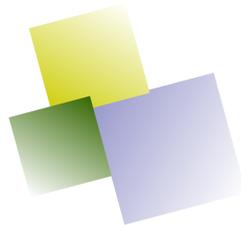
**Иванова О.В**



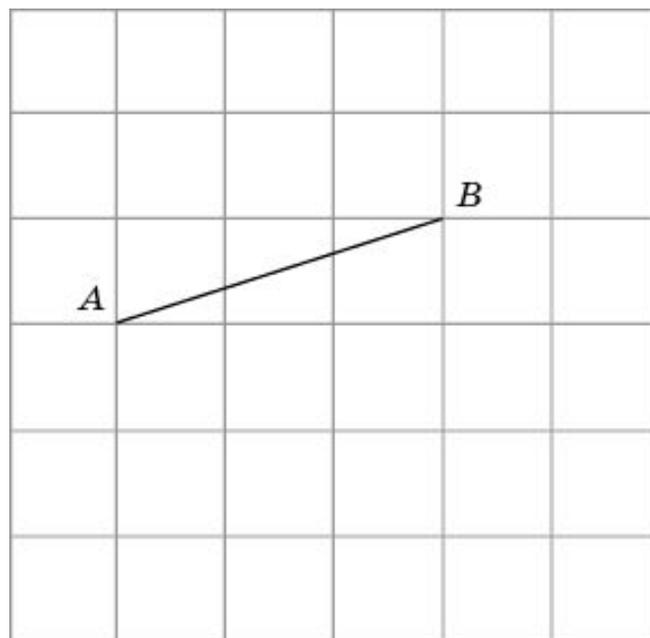


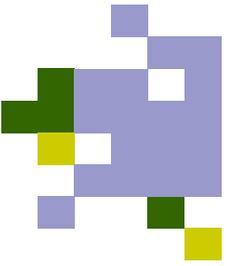
- При решении задач с использованием клетчатой бумаги важно помнить, что «клеточки» должны помогать! А значит, нужно подумать как они могут помочь. По «клеточкам» легко построить прямоугольный треугольник. Следовательно, могут помочь все теоретические факты связанные с прямоугольным треугольником.
- Решение таких задач не предполагает использование циркуля и линейки, а осуществляется непосредственно на рисунке клетчатой бумаги.

□ теорема Пифагора,  
соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике,  
свойства всех плоских фигур, изучаемых в школе.

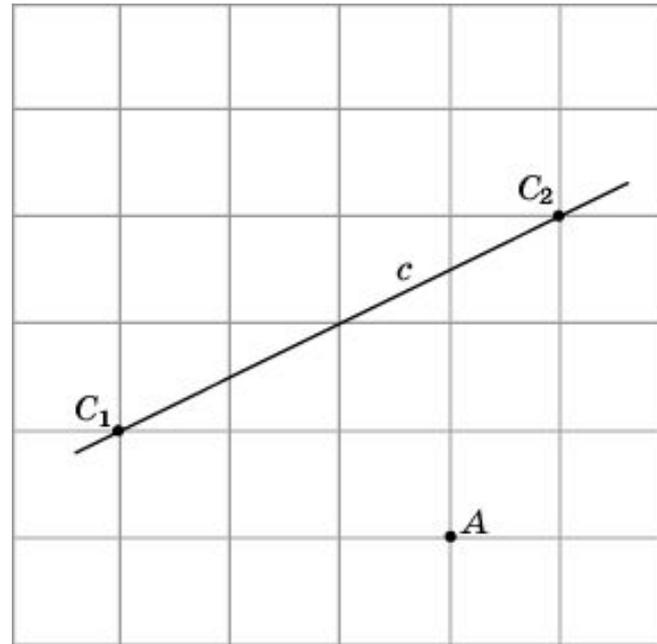


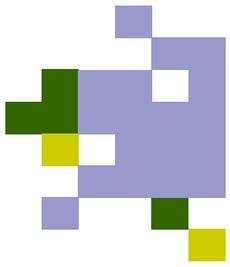
Вычислите длину отрезка АВ, изображённого на рисунке



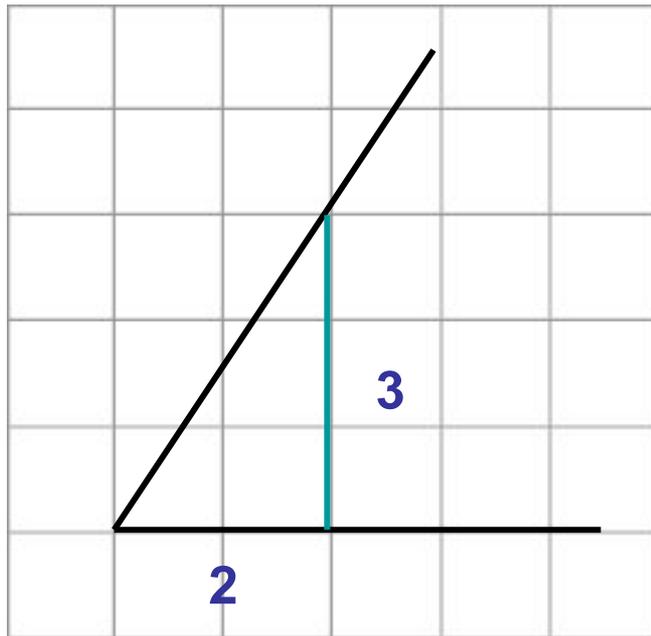


На прямой  $c$  отметьте точки, удаленные от точки  $A$  на расстояние, равное  $\sqrt{10}$  (стороны квадратных клеток равны 1).

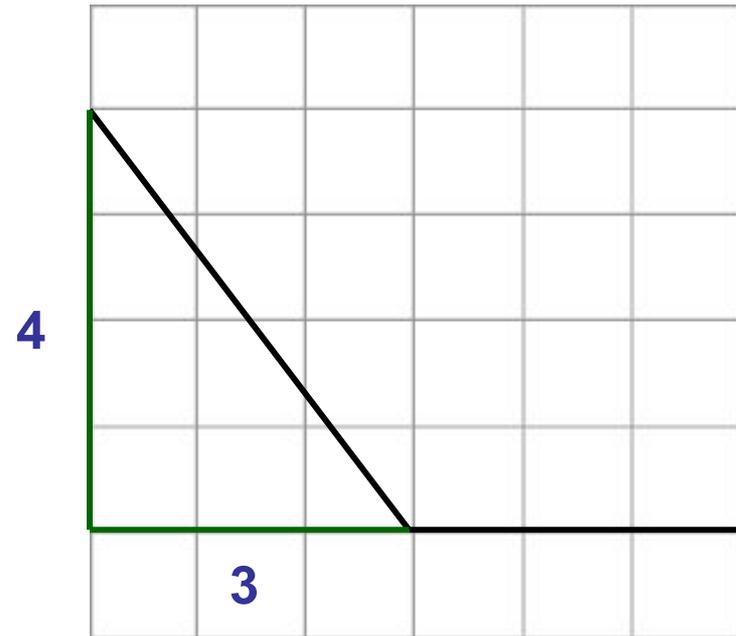




Вычислите тангенс угла, изображённого на рисунке



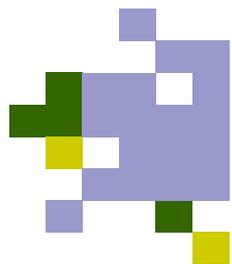
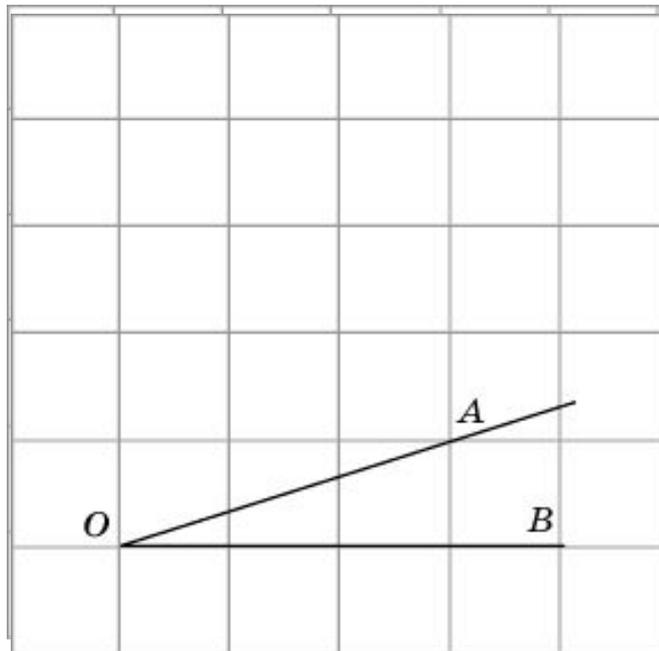
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2} = 1.5$$

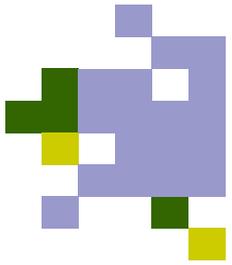


$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$$

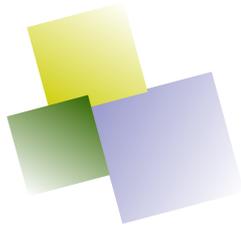
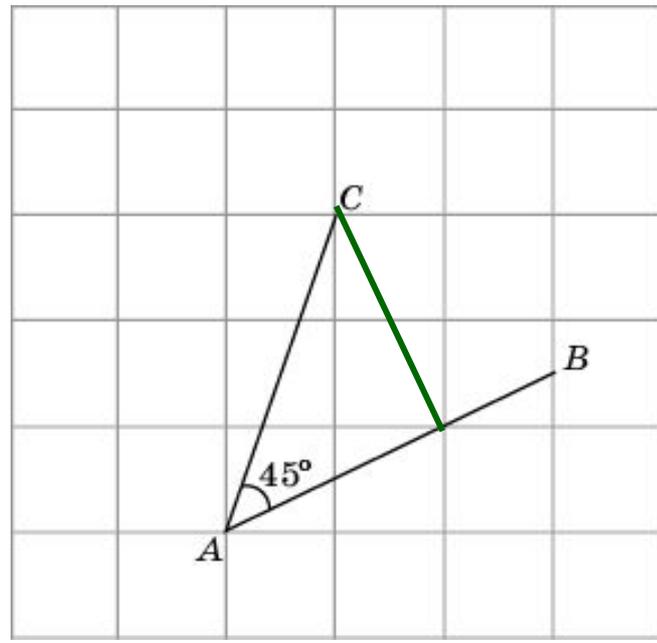


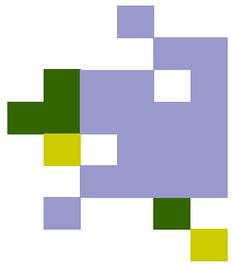
Постройте угол, тангенс которого равен  $1/3$ .



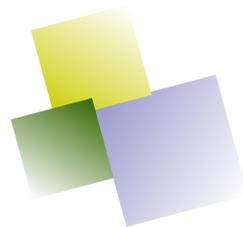
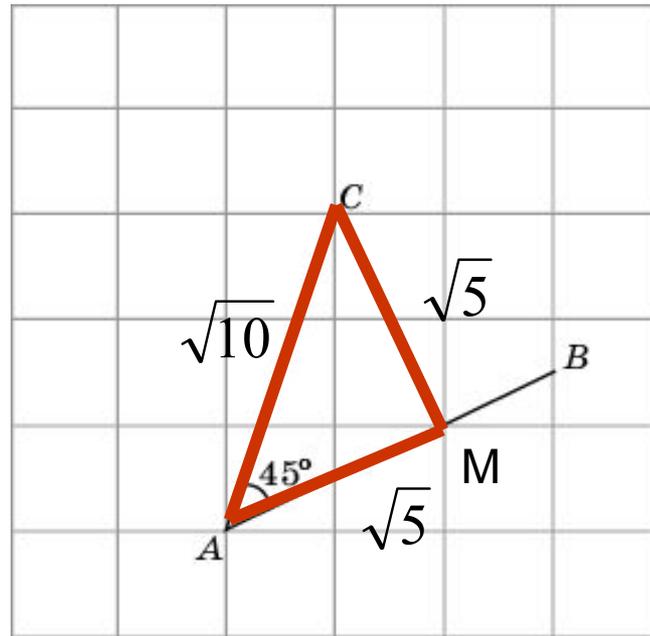


Через точку  $A$  проведите прямую  $AC$ , образующую с прямой  $AB$  угол  $45^\circ$ .

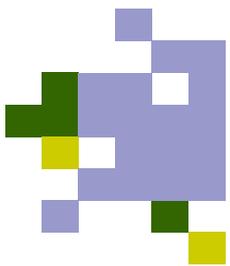




**ВЫВОД:** необходимо запомнить, что  
треугольник АСМ – прямоугольный и  
равнобедренный.



Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны.



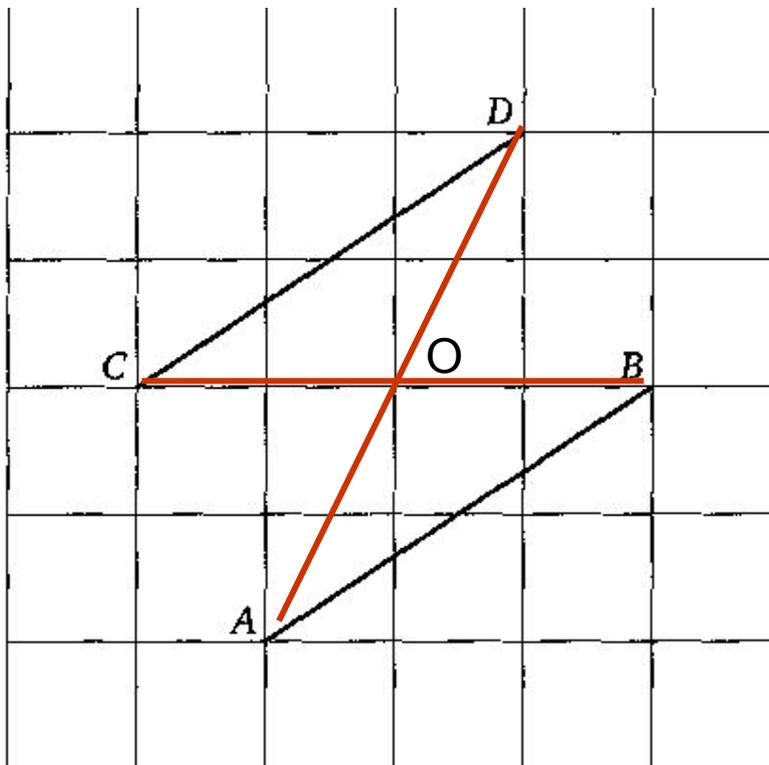
1 способ

$$\triangle CDO = \triangle BAO$$

(по 3 сторонам)

$$\angle D = \angle A$$

Значит,  $AB \parallel CD$ .



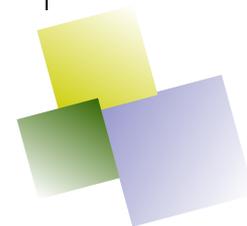
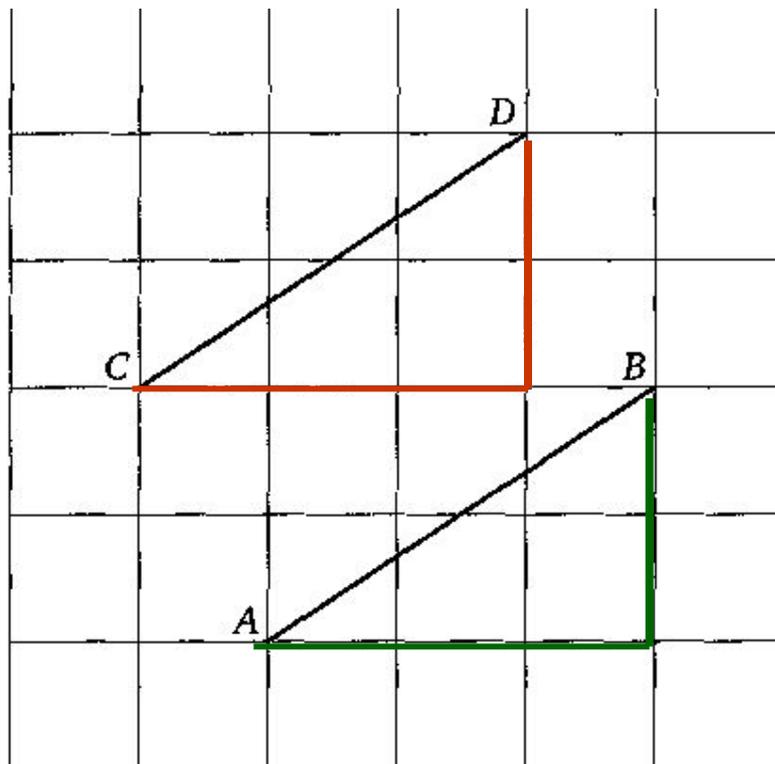
Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны.

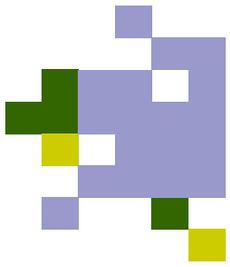
### 2 способ

прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны,  
если их угловые коэффициенты  
равны.

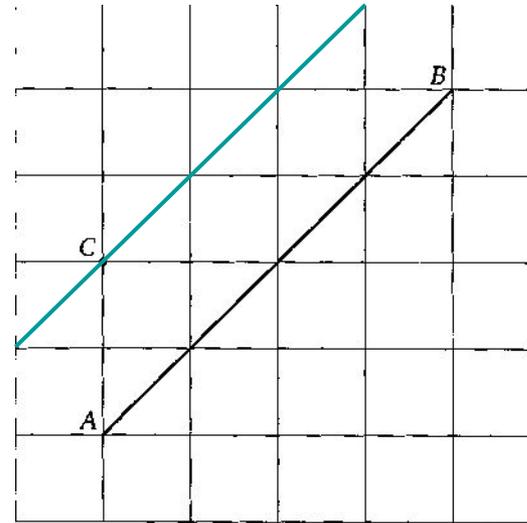
$$K_{CD} = \frac{2}{3} \quad K_{AB} = \frac{2}{3}$$

Значит,  $AB \parallel CD$ .





Постройте через точку  $C$  прямую  $CD$ ,  
параллельную  $AB$ .

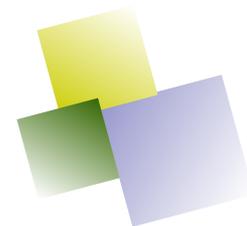
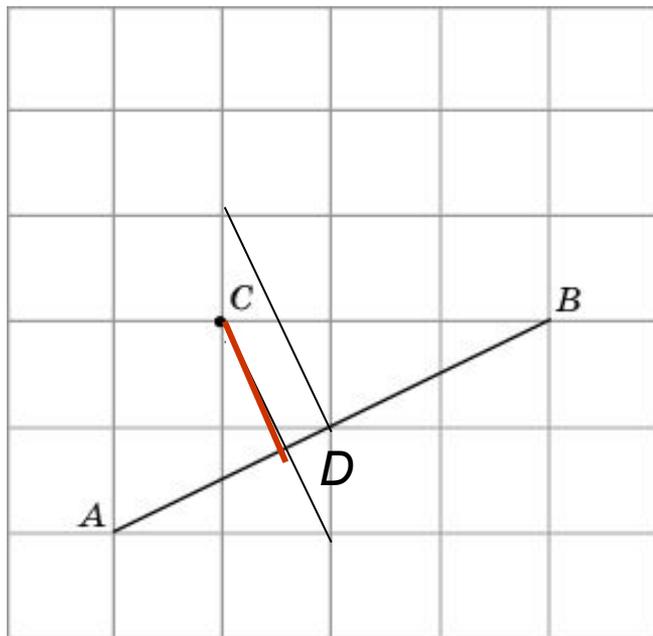


**Вывод:** необходимо запомнить, что прямые  
параллельны, если их угловые коэффициенты равны.

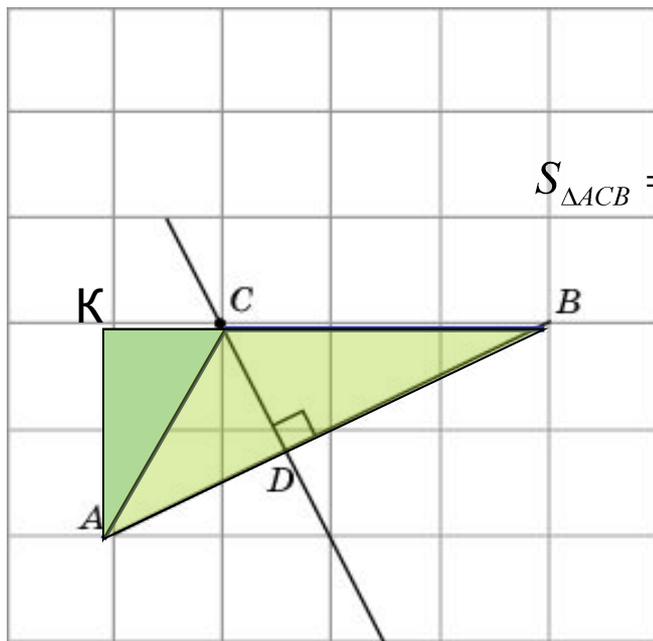
$$k_{AB} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$



Из точки  $C$  опустите перпендикуляр  $CD$  на прямую  $AB$ .



Из точки  $C$  опустите перпендикуляр  $CD$  на прямую  $AB$ . Найдите его длину (стороны квадратных клеток равны 1).



$$S_{\Delta ACB} = S_{AKB} - S_{AKC}$$

$$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 4 - 1 = 3$$

$$S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \times AB \times CD$$

$$3 = \frac{1}{2} \times \sqrt{4 + 16} \times CD$$

$$CD = \frac{6}{\sqrt{20}} = \frac{6}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

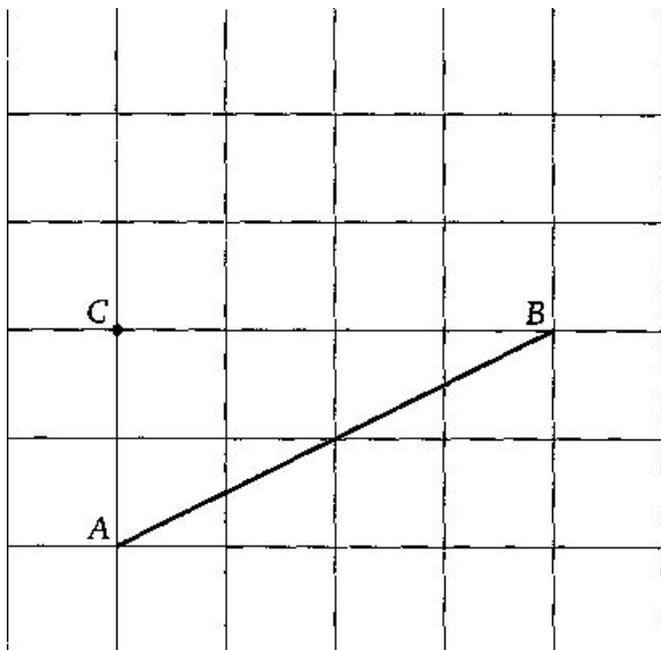
Ответ.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ .

Уровень В

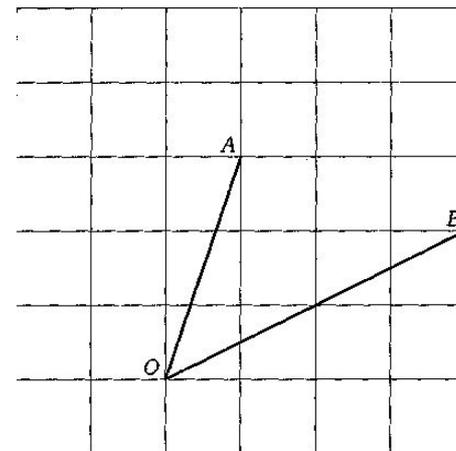
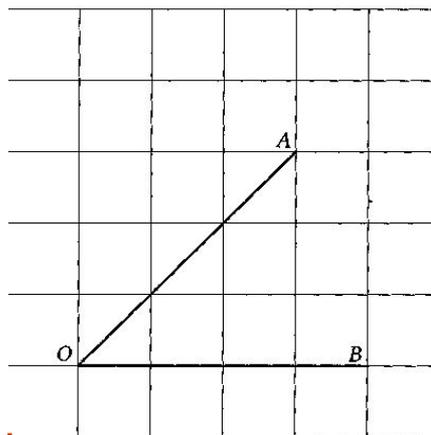


# Реши самостоятельно:

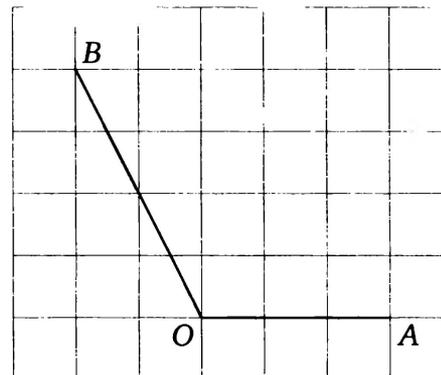
№ 1 Постройте через точку  $C$  прямую  $CD$ , параллельную  $AB$ .



№ 2 Найди величину угла  $AOB$

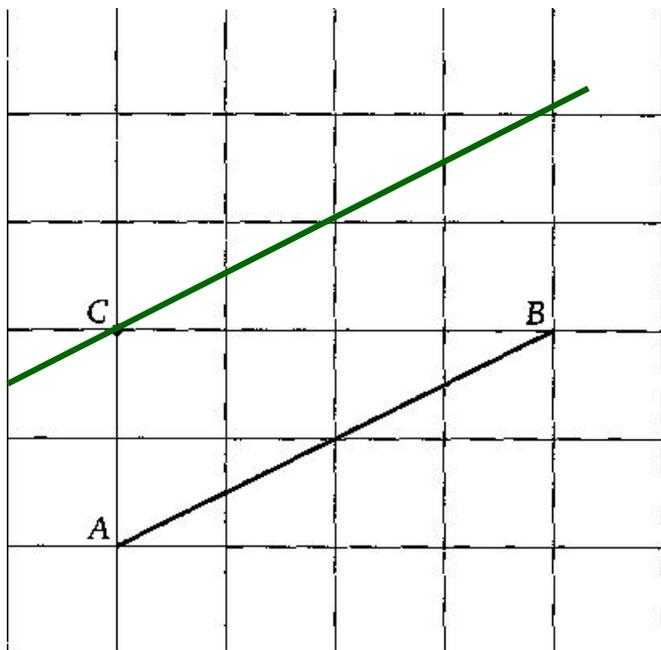


№ 3). Найдите синус угла  $AOB$ . В ответе укажите значение синуса, умноженное на  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

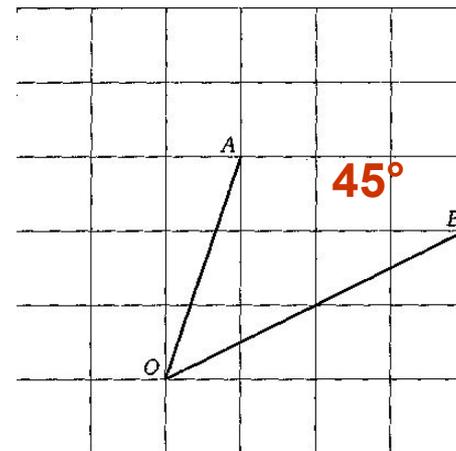
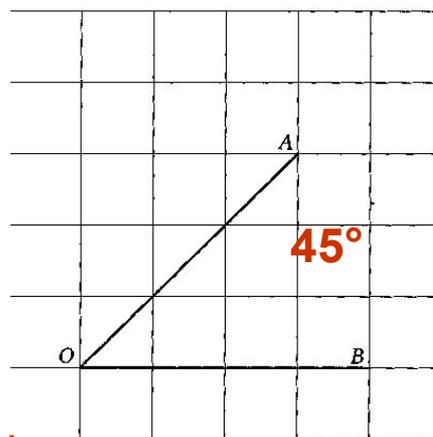


# ОТВЕТ:

№ 1 Постройте через точку C прямую CD, параллельную AB.

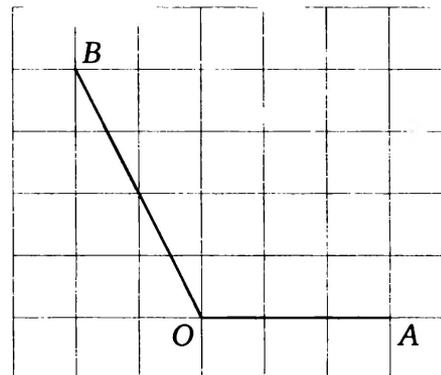


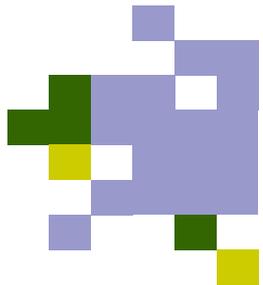
№ 2 Найди величину угла AOB



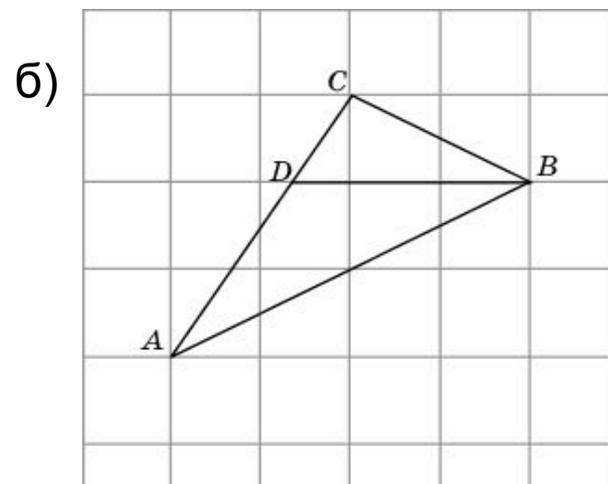
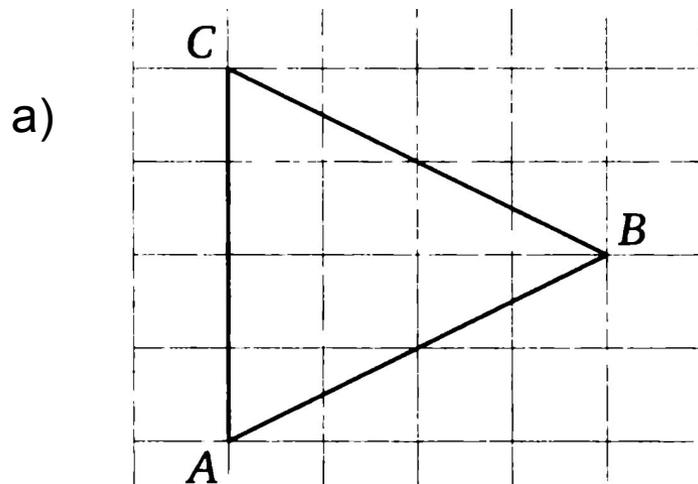
№ 3). Найдите синус угла AOB. В ответе укажите значение синуса, умноженное на  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

-1



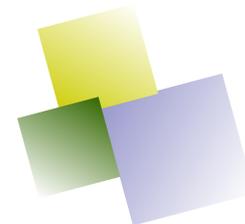
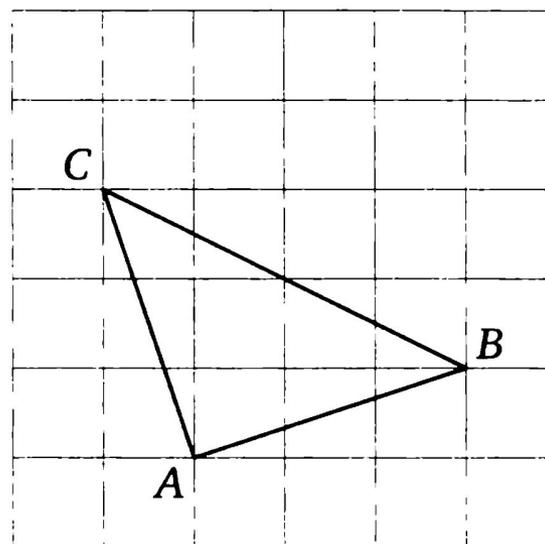


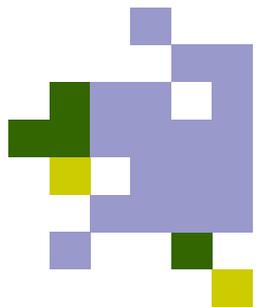
Найдите биссектрису угла  $ABC$ , проведённую из вершины  $B$ , если стороны квадратных клеток равны 1.



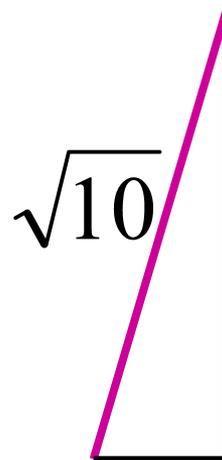
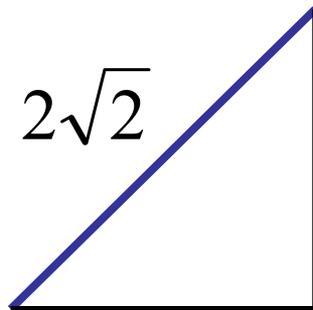
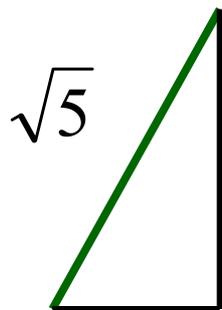
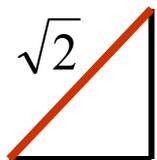
Найдите высоту треугольника  $ABC$ , опущенную на сторону  $BC$ , если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{5}$ .

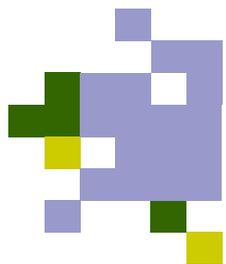
Подумай  
дома!



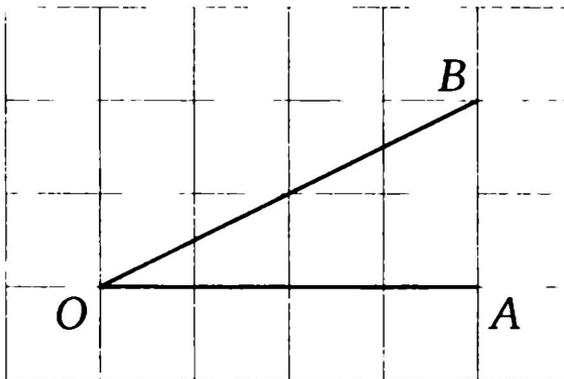


# На заметку





Найдите косинус угла  $AOB$ . В ответе укажите значение косинуса, умноженное на  $2\sqrt{5}$ .

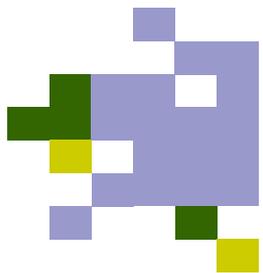


$$\cos(\angle AOB) = \frac{4}{\sqrt{16+4}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times 2\sqrt{5} = 4$$

Ответ: 4

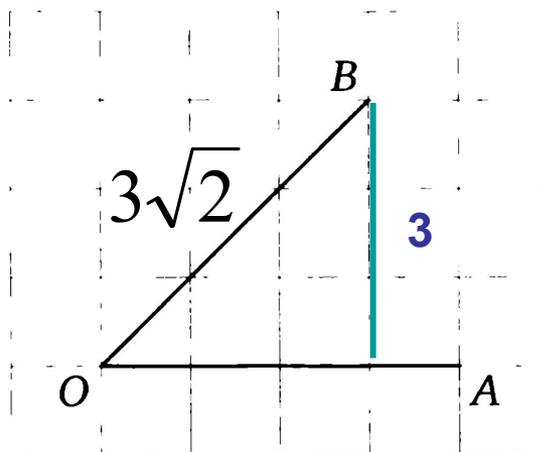




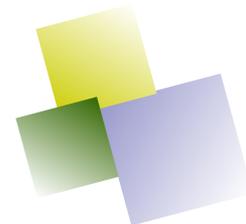
Найдите синус угла  $AOB$ . В ответе укажите значение синуса, умноженное на  $2\sqrt{2}$ .

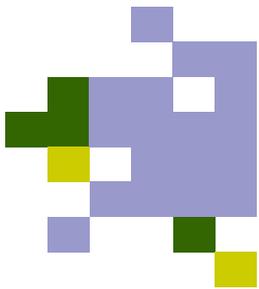
$$\sin(\angle BOA) = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = 2$$

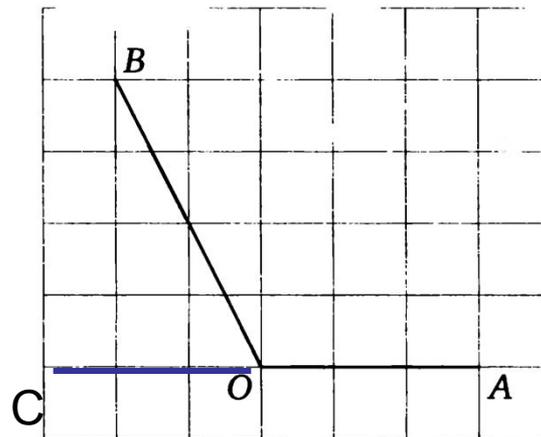


Ответ: 2





Найдите синус угла  $AOB$ . В ответе укажите значение синуса, умноженное на  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .



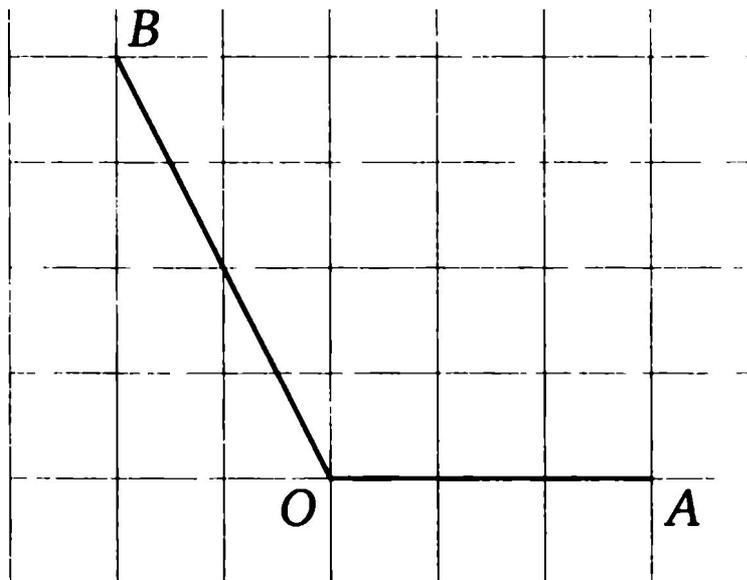
$$\sin(\angle AOB) = -\sin(\angle BOC) = -\frac{4}{\sqrt{16+4}} = -\frac{4}{2\sqrt{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = -1$$

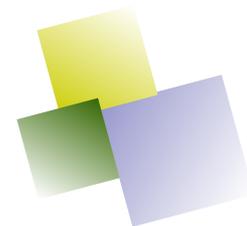
Ответ: -1

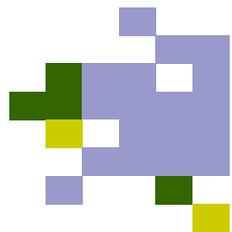


Найдите тангенс угла  $AOB$

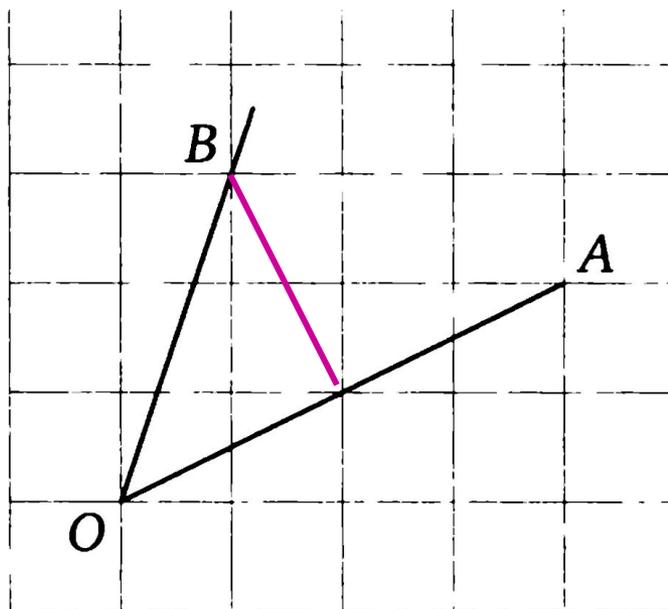


Ответ: -2





Найдите синус угла  $AOB$ . В ответе укажите значение синуса, умноженное на  $2\sqrt{2}$ .



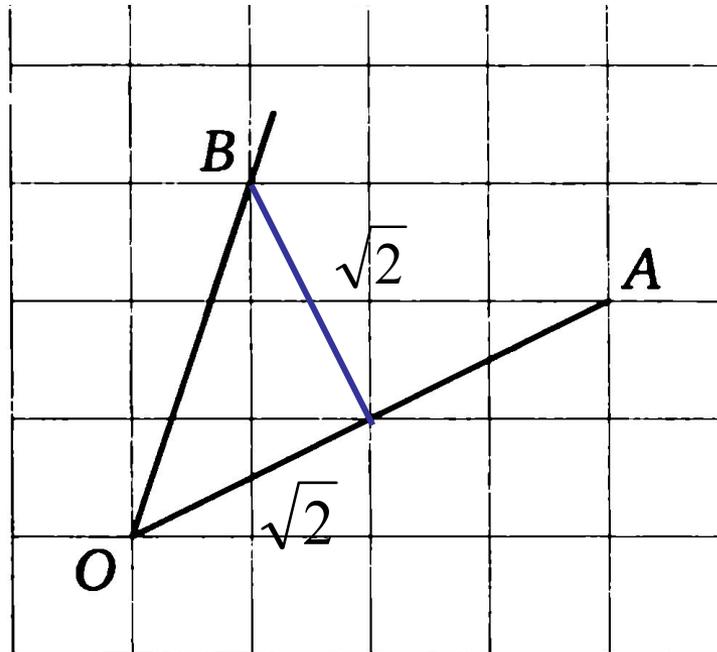
$$\sin BOA = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = 2$$

Ответ: 2

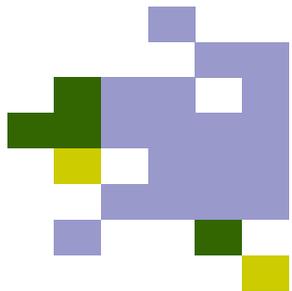


Найдите тангенс угла  $AOB$ .

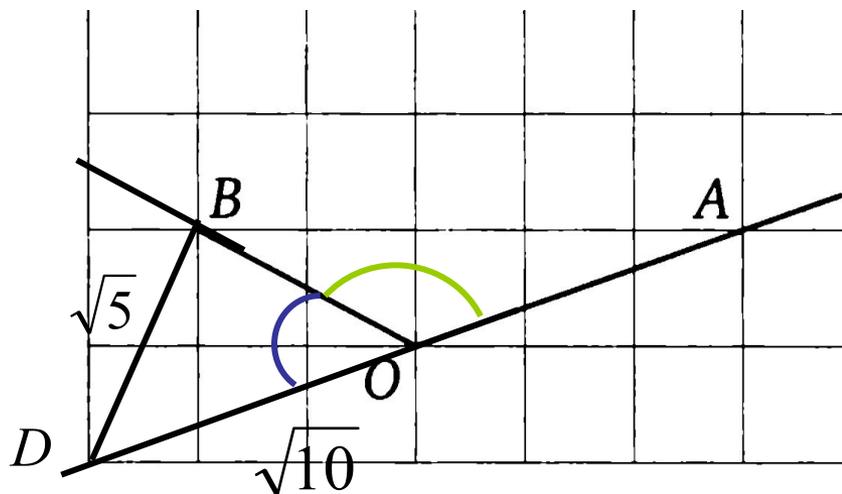


Ответ: 1





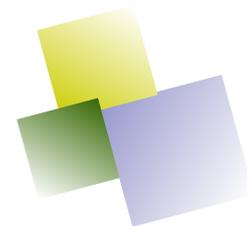
Найдите синус угла  $AOB$ . В ответе укажите значение синуса, умноженное на  $2\sqrt{2}$ .

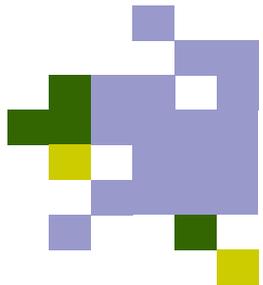


$$\sin BOA = \sin DOB = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

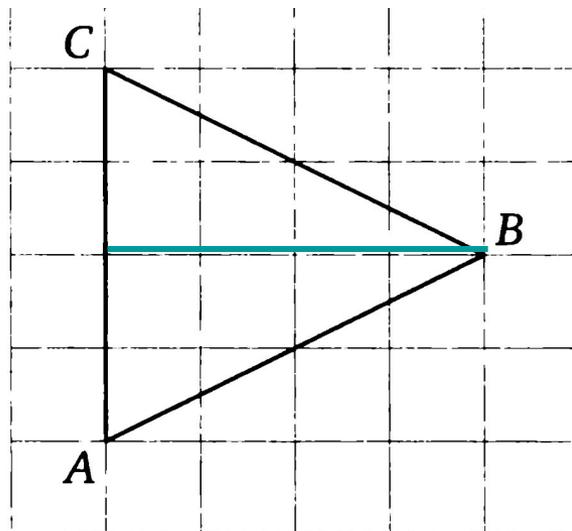
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = 2$$

Ответ: 2

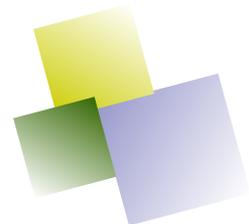


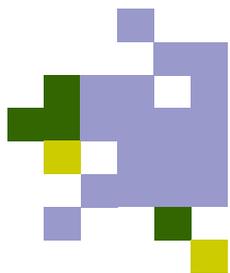


Найдите биссектрису угла  $ABC$ , проведённую из вершины  $B$ , если стороны квадратных клеток равны 1.

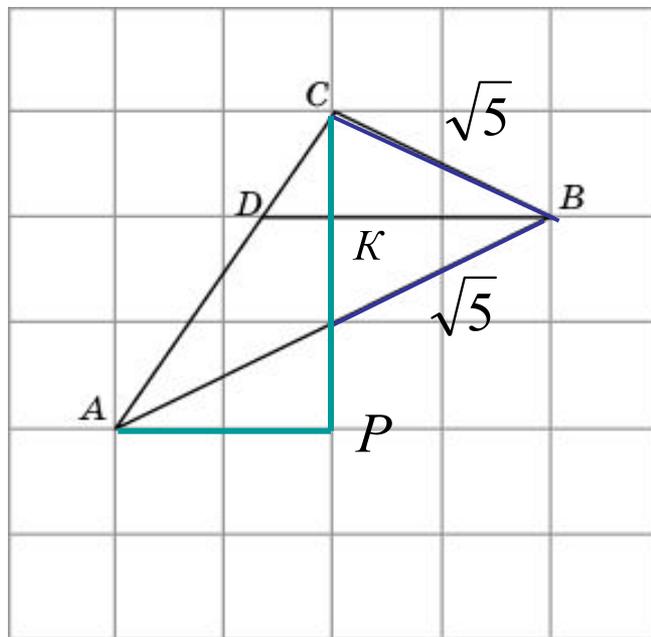


Ответ: 4



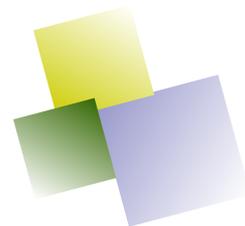


В треугольнике  $ABC$  проведите биссектрису  $BD$  и найдите ее длину (стороны квадратных клеток равны 1).

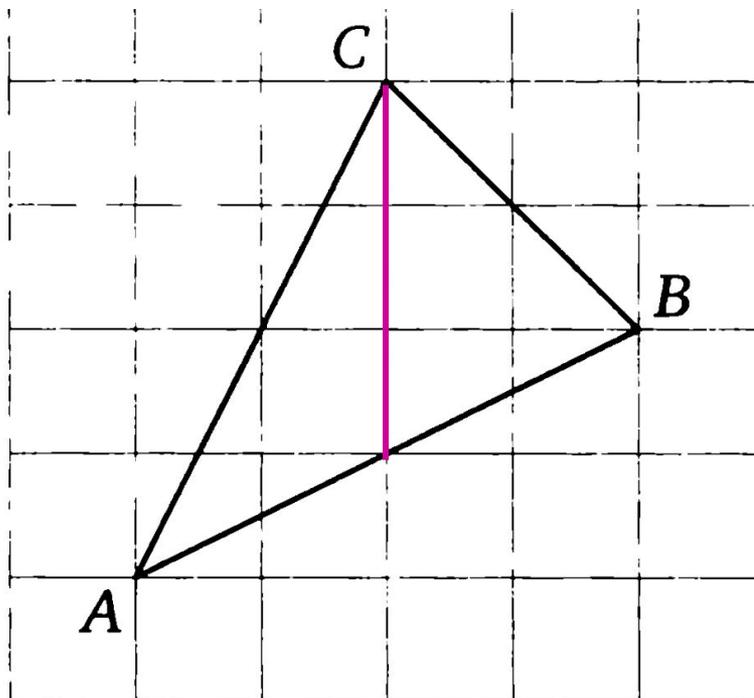


$$DK = \frac{1}{3} AP$$
$$DB = DK + KB =$$
$$= \frac{1}{3} \times 2 + 2 = 2\frac{2}{3}$$

Ответ.  $2\frac{2}{3}$ .

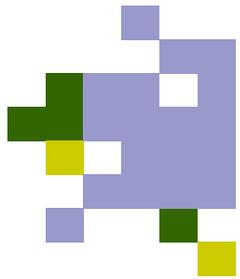


Найдите медиану треугольника  $ABC$ , проведённую из вершины  $C$ , если стороны квадратных клеток равны 1.

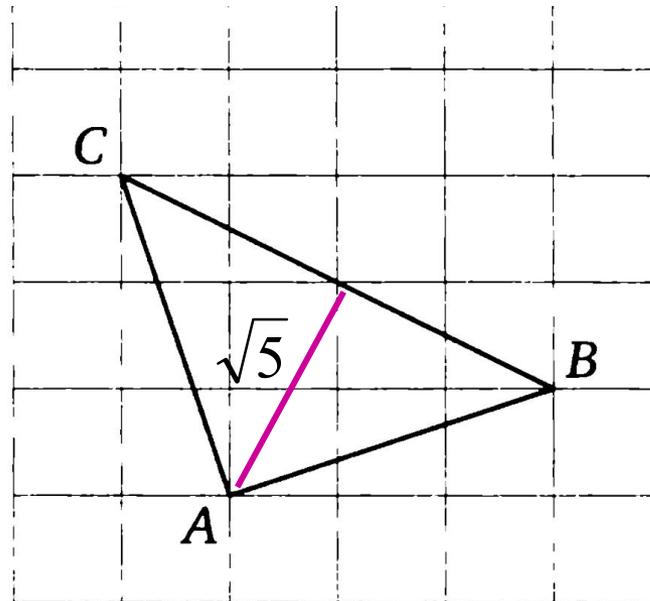


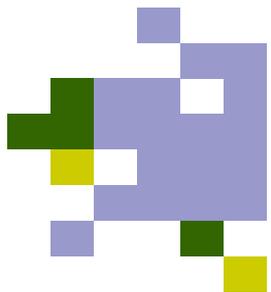
Ответ: 3





Найдите высоту треугольника  $ABC$ , опущенную на сторону  $BC$ , если стороны квадратных клеток равны 1.





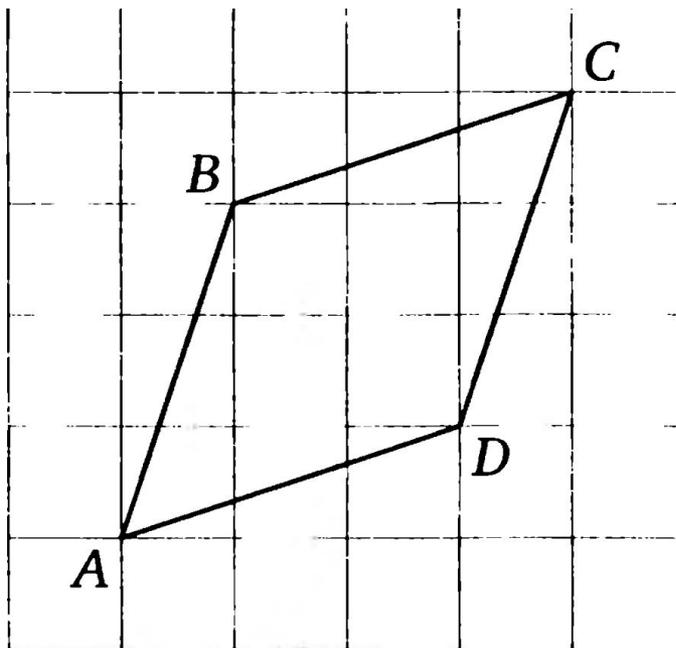
Найдите периметр четырехугольника  $ABCD$ , если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{10}$ .

$$AB = BC = CD = AD$$

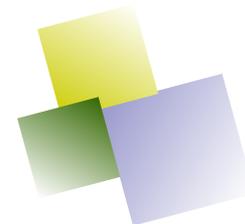
$$(\sqrt{10})^2 + (3\sqrt{10})^2 = 10 + 90 = 100$$

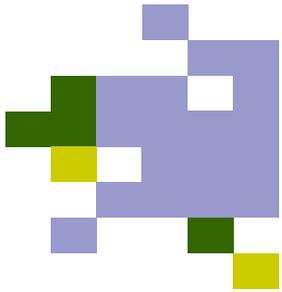
$$AB = BC = CD = AD = \sqrt{100} = 10$$

$$P_{ABCD} = 4 \times 10 = 40$$

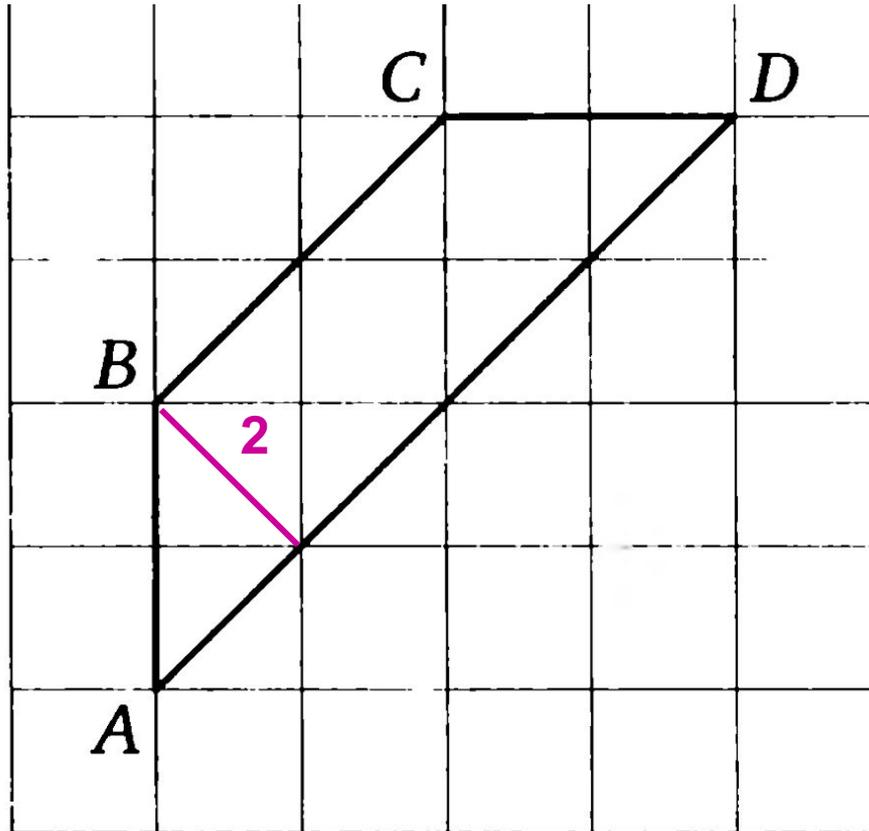


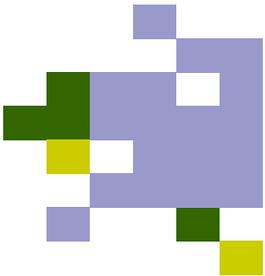
Ответ: 40



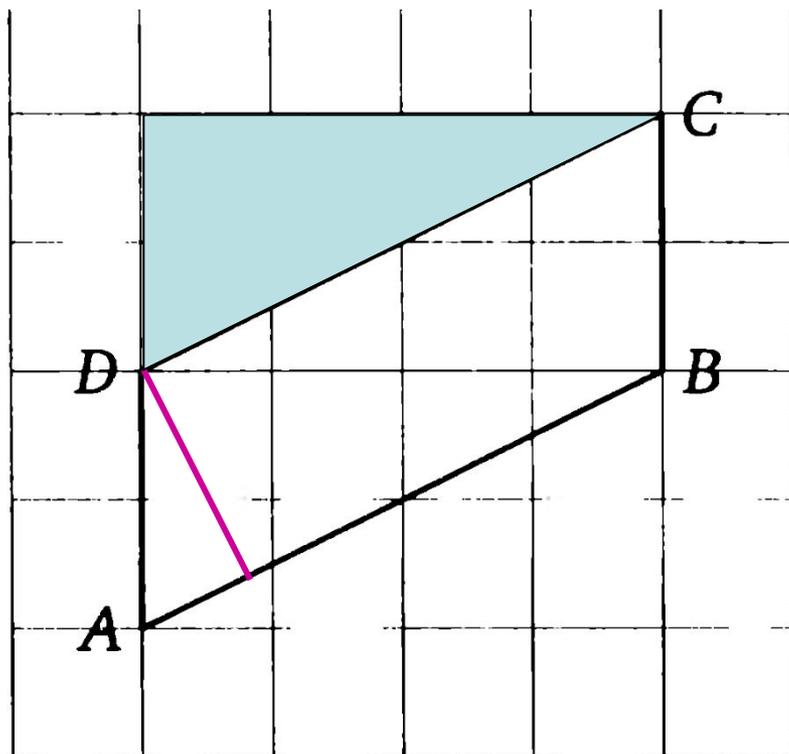


Найдите высоту трапеции  $ABCD$ , опущенную из вершины  $B$ , если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{2}$ .





Найдите высоту параллелограмма, опущенную на сторону АВ,  
если стороны квадратных клеток равны 1.



$$h = \frac{S_{ABCD}}{AB}$$
$$h = \frac{4 \times 2}{\sqrt{16+4}} = \frac{8}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = 0.8\sqrt{5}$$

Ответ: 2



Найдите величину угла  $ABC$ .

Заметим, что  $AO = OC = 2\sqrt{2}$

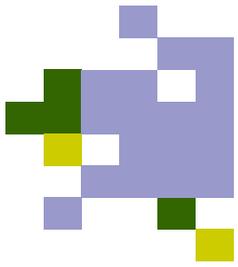
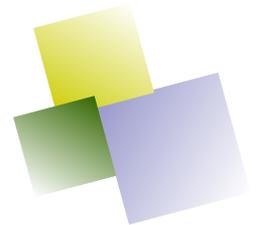
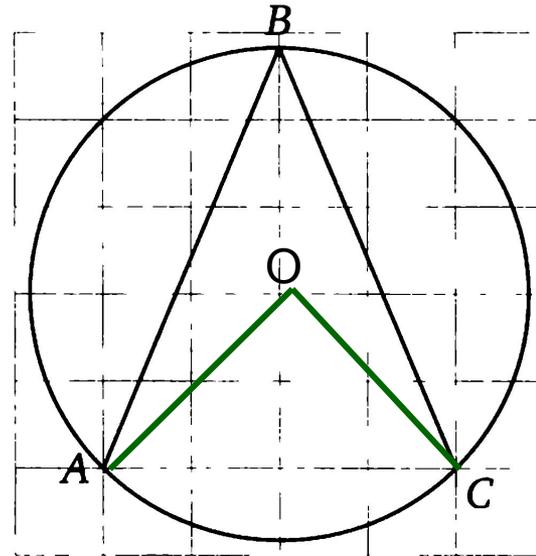
$$AC = 4$$

$$AC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 8 + 8 = 16$$

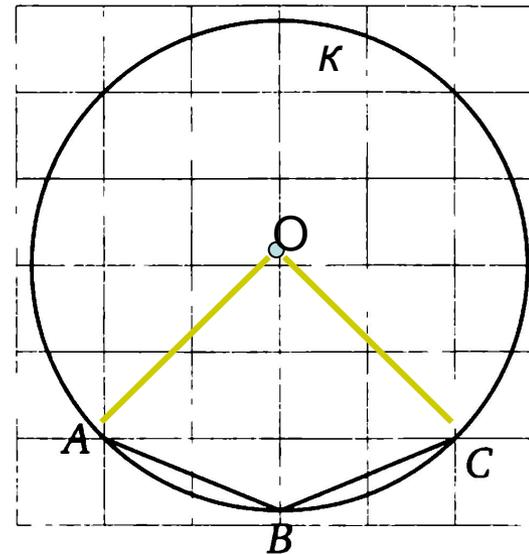
Т.о. треугольник  $AOC$  –  
прямоугольный, а значит угол  $AOC$  –  
прямой.

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 45^\circ$$

Ответ:  $45^\circ$



Найдите величину угла  $ABC$ .

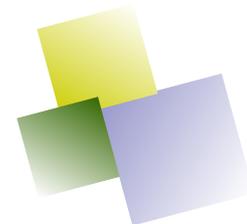


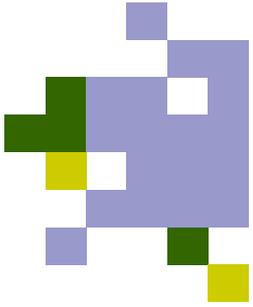
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AKC$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} (360^\circ - \angle AOC)$$

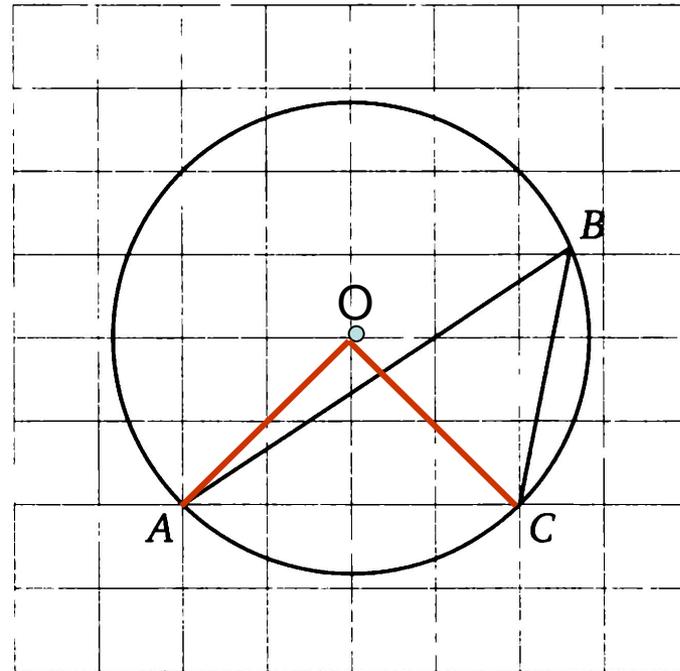
$$\angle ABC = \frac{1}{2} (360^\circ - 90^\circ) = 135^\circ$$

Ответ:  $135^\circ$

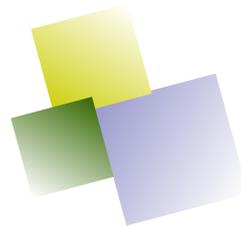


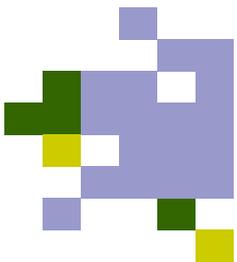


Найдите величину угла  $ABC$ .



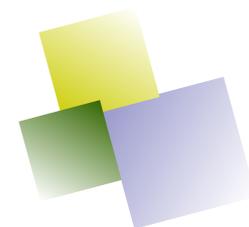
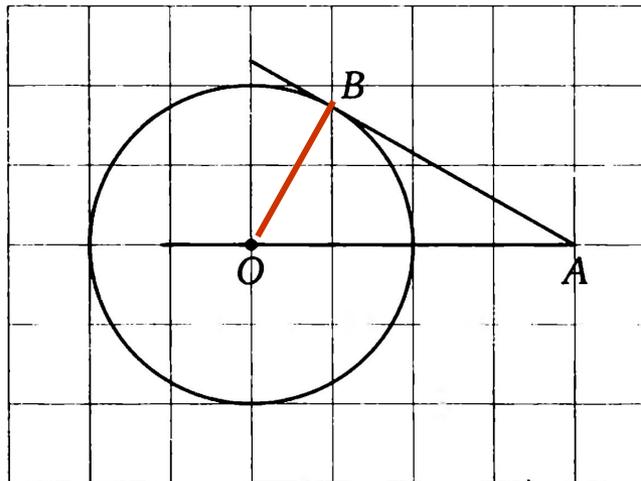
Ответ:  $45^\circ$

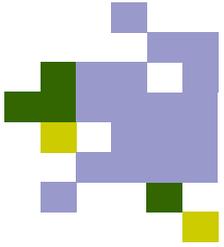




Уровень С

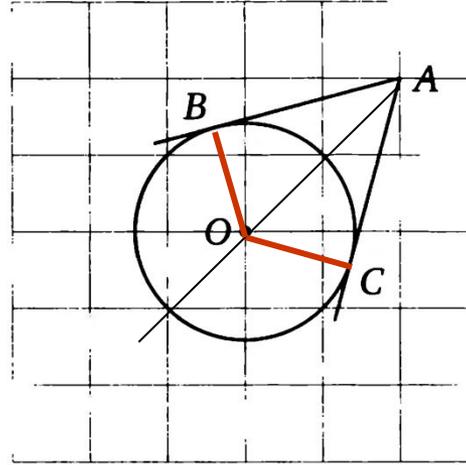
Через точку  $A$  проведена касательная  $AB$  к окружности. Найдите угол  $OAB$ .



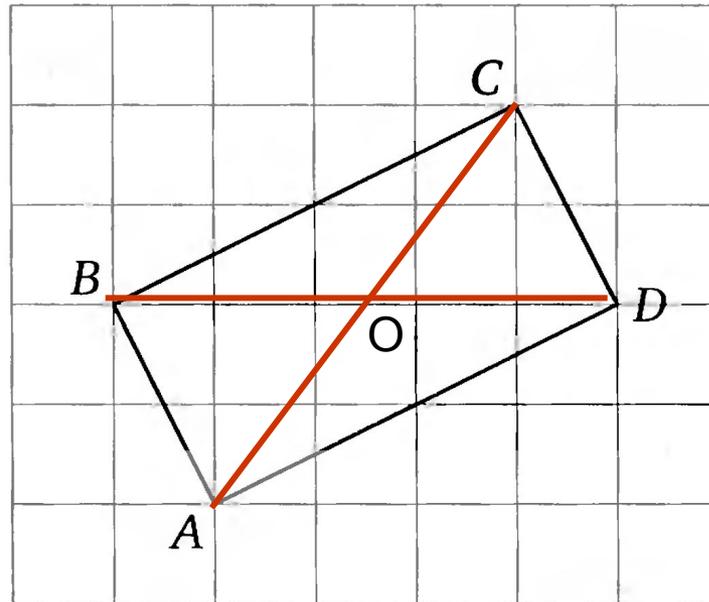


⊙. Через точку  $A$  проведены касательные  $AB$  и  $AC$  к окружности. Найдите угол  $BAC$ .

Уровень С



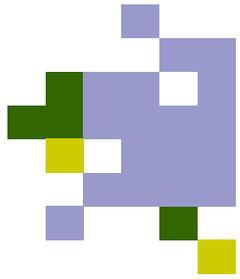
Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны 1.



$$R=AO=BO=CO=DO=0,5 \cdot 5=2,5$$

Ответ: 2,5

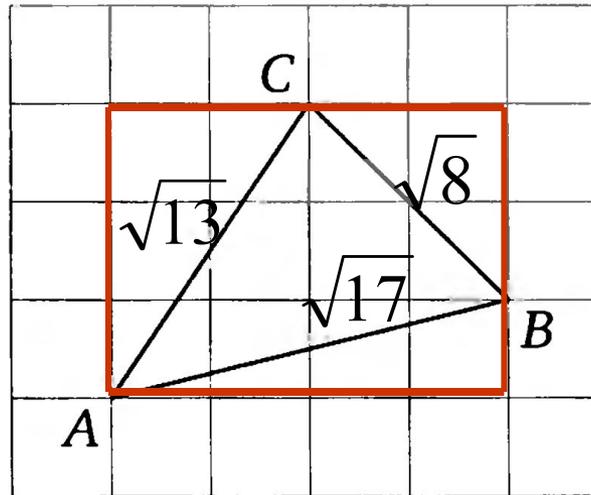




Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.

Уровень C

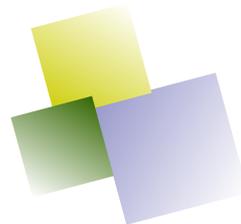
$$R = \frac{abc}{4S}$$

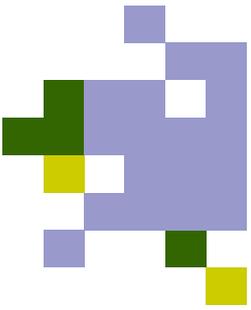


$$S_{ABC} = 4 \times 3 - (3 + 2 + 2) = 5$$

$$R = \frac{\sqrt{17} \times \sqrt{8} \times \sqrt{13}}{4 \times 5} = \frac{4 \times \sqrt{442}}{20} = \frac{\sqrt{442}}{10}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{442}}{10}$

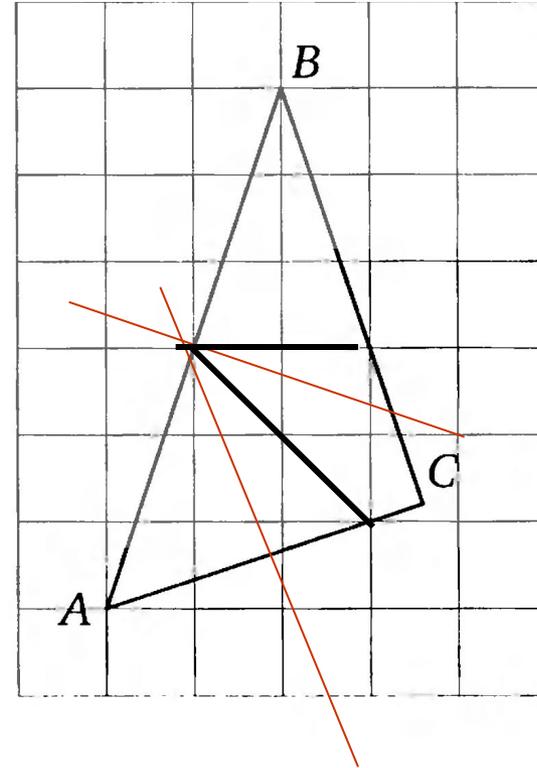




Уровень С

$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

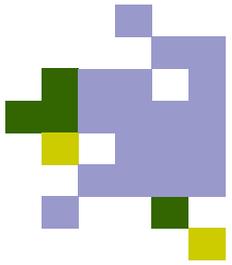
Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.



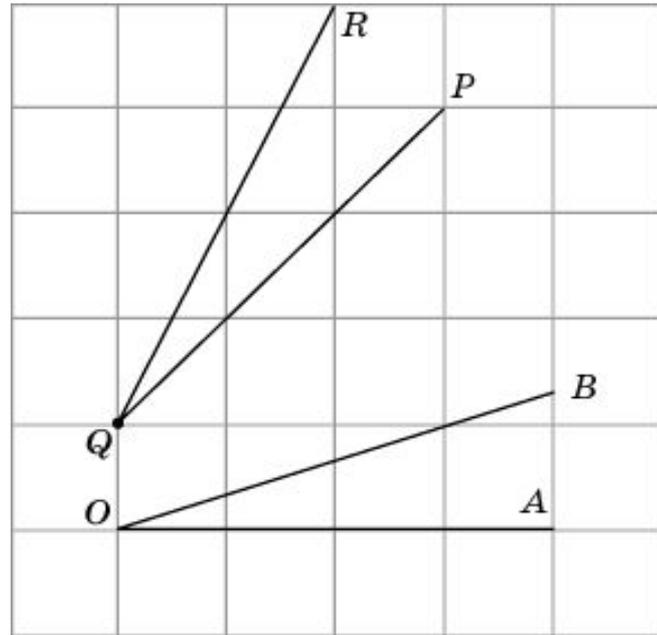
Ответ:  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

?





От луча  $QP$  отложите угол  $PQR$ , равный  
углу  $AOB$ .



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\angle O) &= \frac{1}{3}, \\ \operatorname{tg}(\angle Q) &= \frac{RP}{QP} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\implies \angle RQP = \angle BOA$$

