

Паркетты

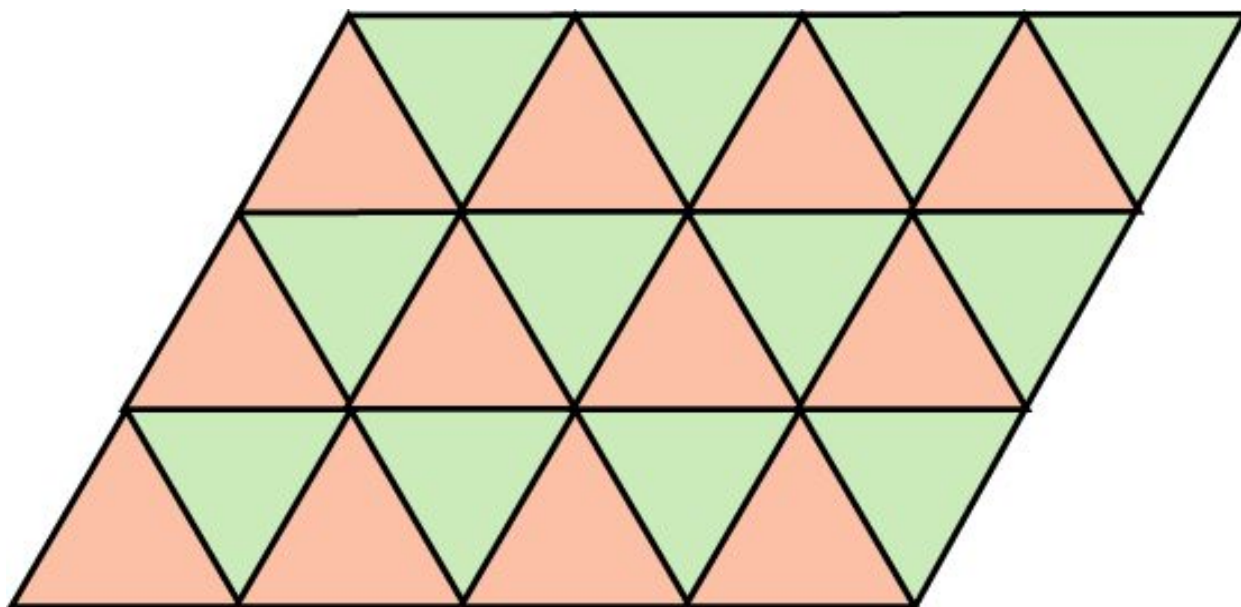
Паркетом называется такое заполнение плоскости многоугольниками, при котором любые два многоугольника либо имеют общую сторону, либо имеют общую вершину, либо не имеют общих точек.

Паркет называется **правильным**, если он состоит из правильных многоугольников, и вокруг каждой вершины правильные многоугольники расположены одним и тем же способом.

Теорема. Существует одиннадцать правильных паркетов.

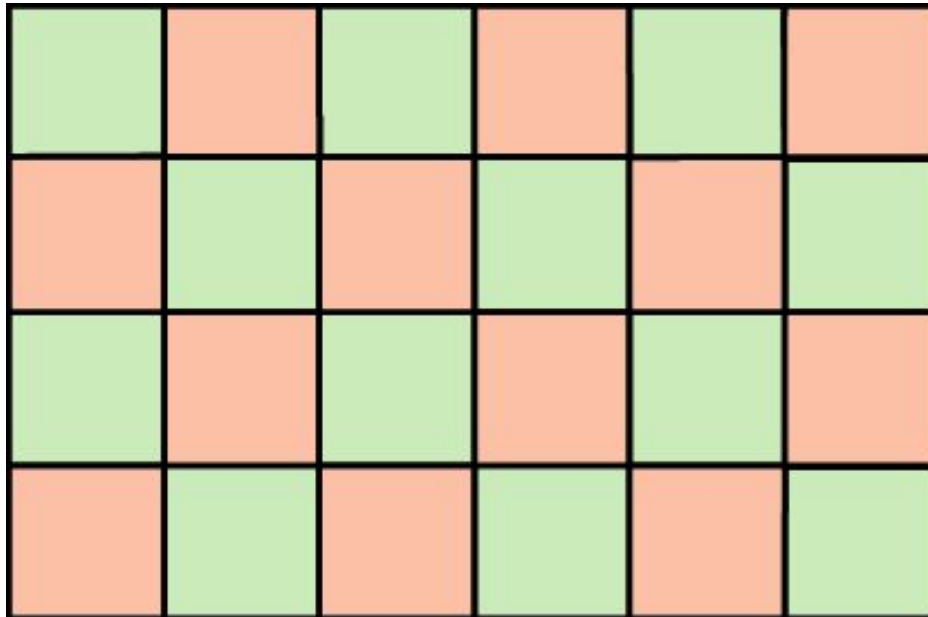
Паркет 1

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из треугольников.



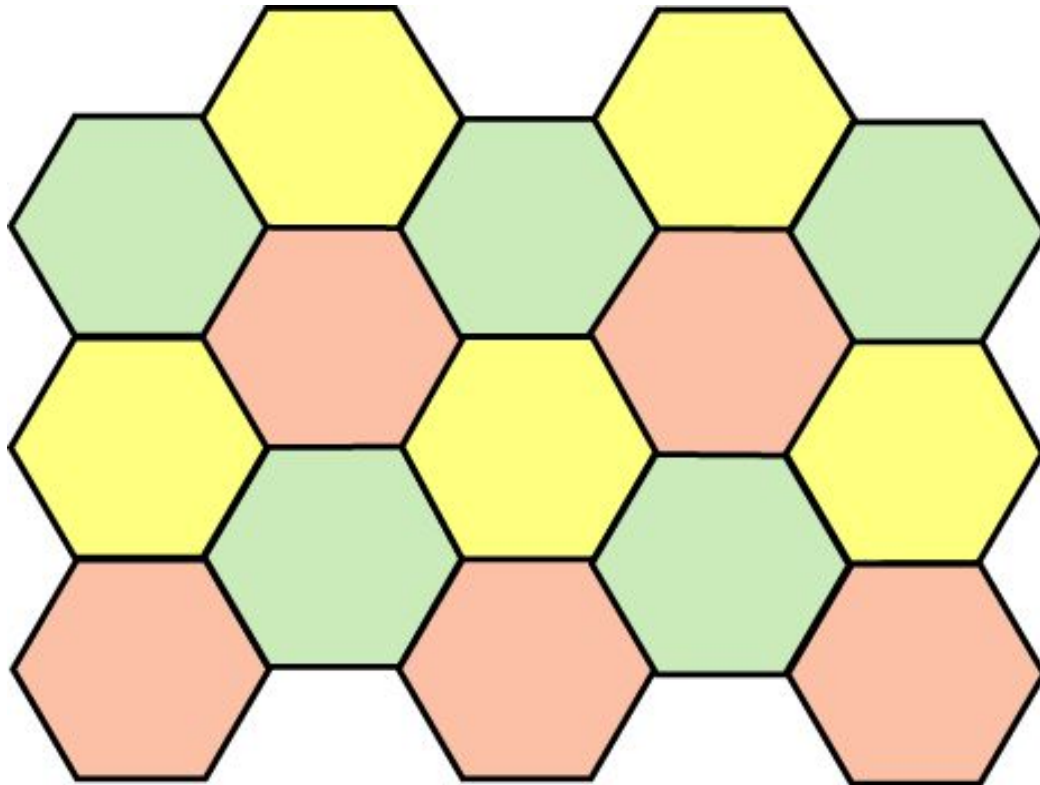
Паркет 2

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из квадратов.



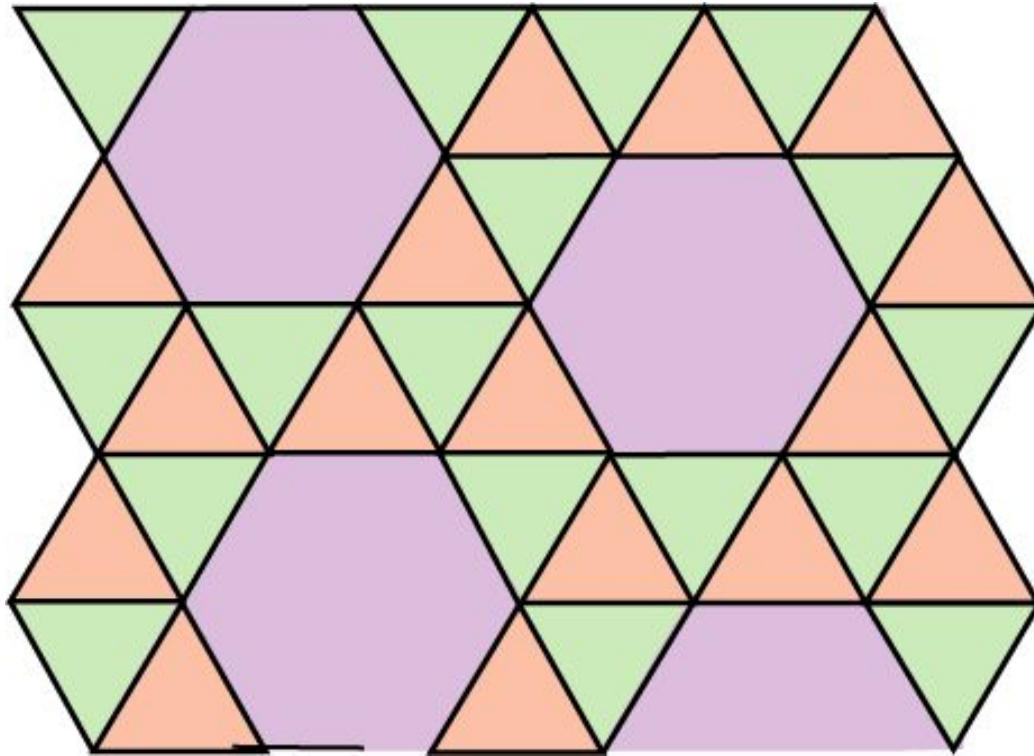
Паркет 3

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из шестиугольников.



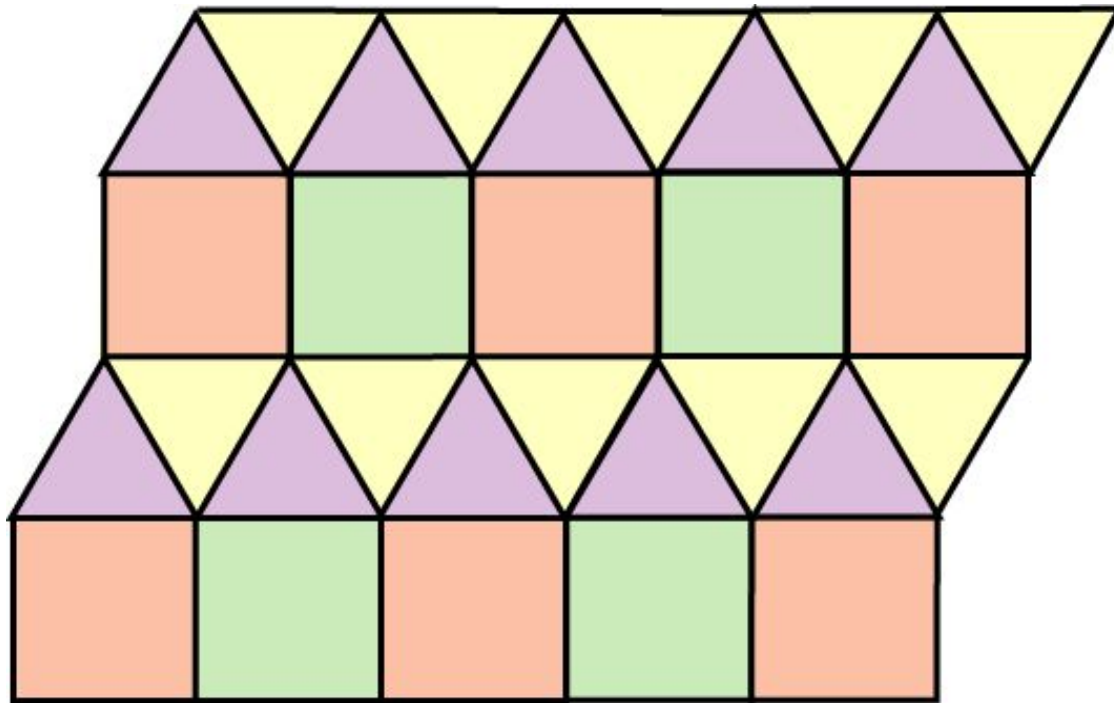
Паркет 4

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из шестиугольников и треугольников.



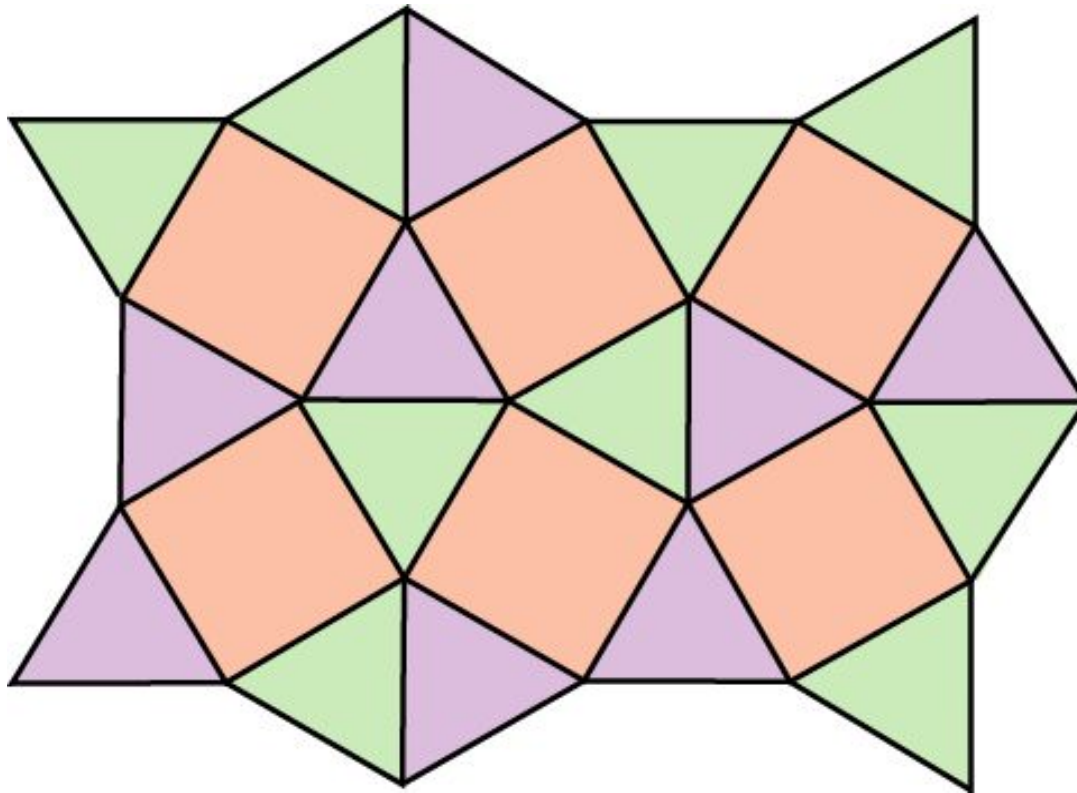
Паркет 5

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из квадратов и треугольников.



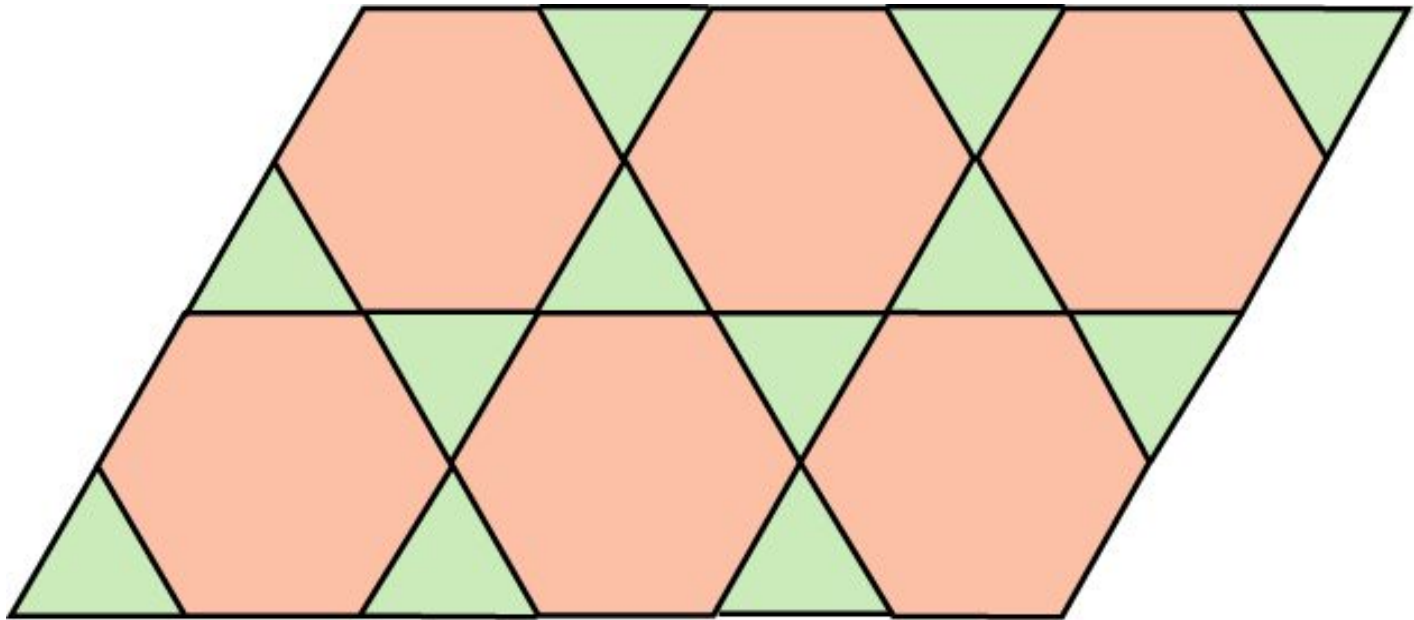
Паркет 6

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из квадратов и треугольников.



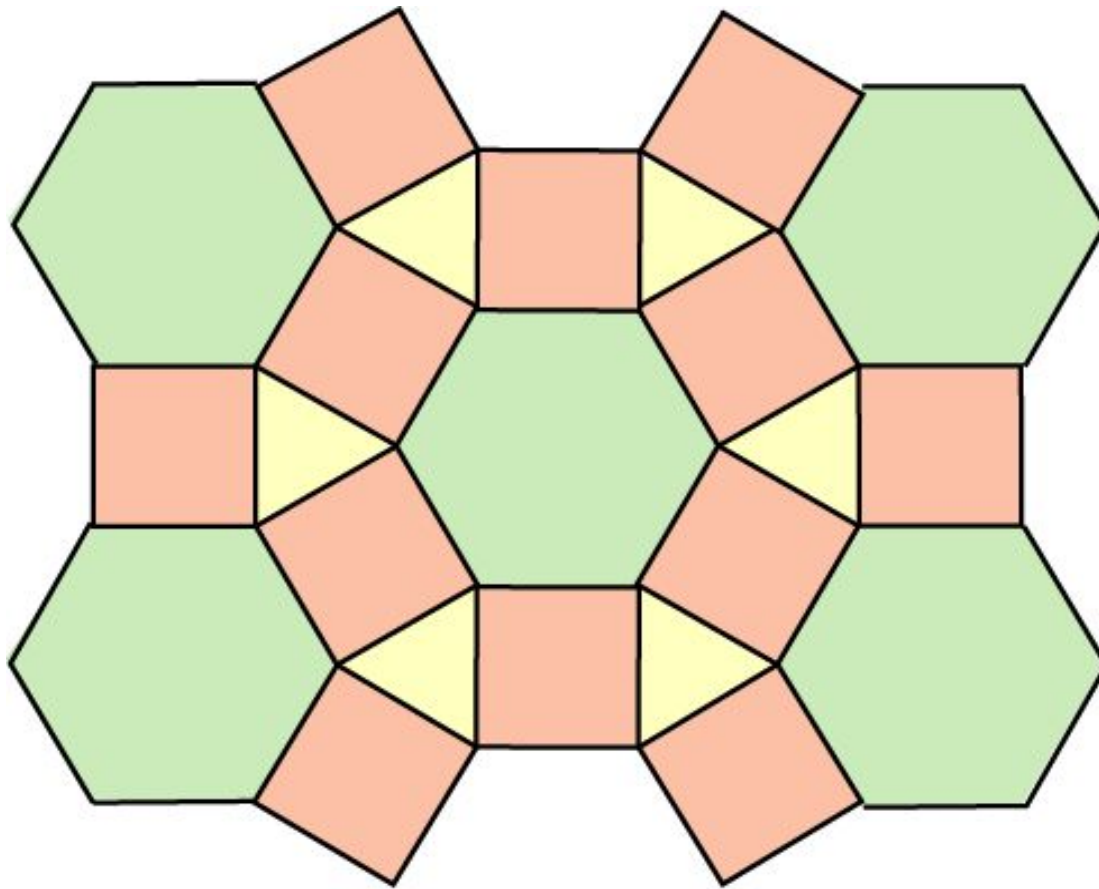
Паркет 7

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из шестиугольников и треугольников.



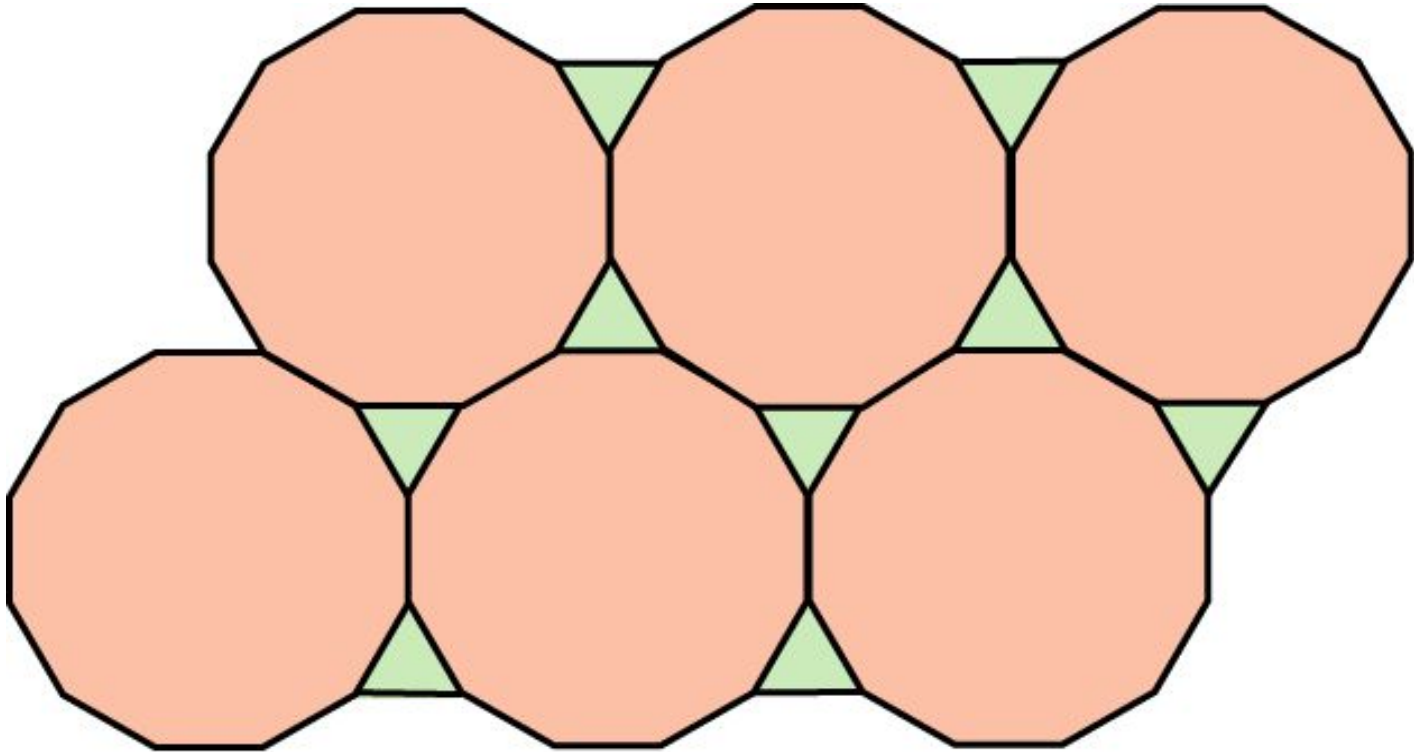
Паркет 8

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из шестиугольников, квадратов и треугольников.



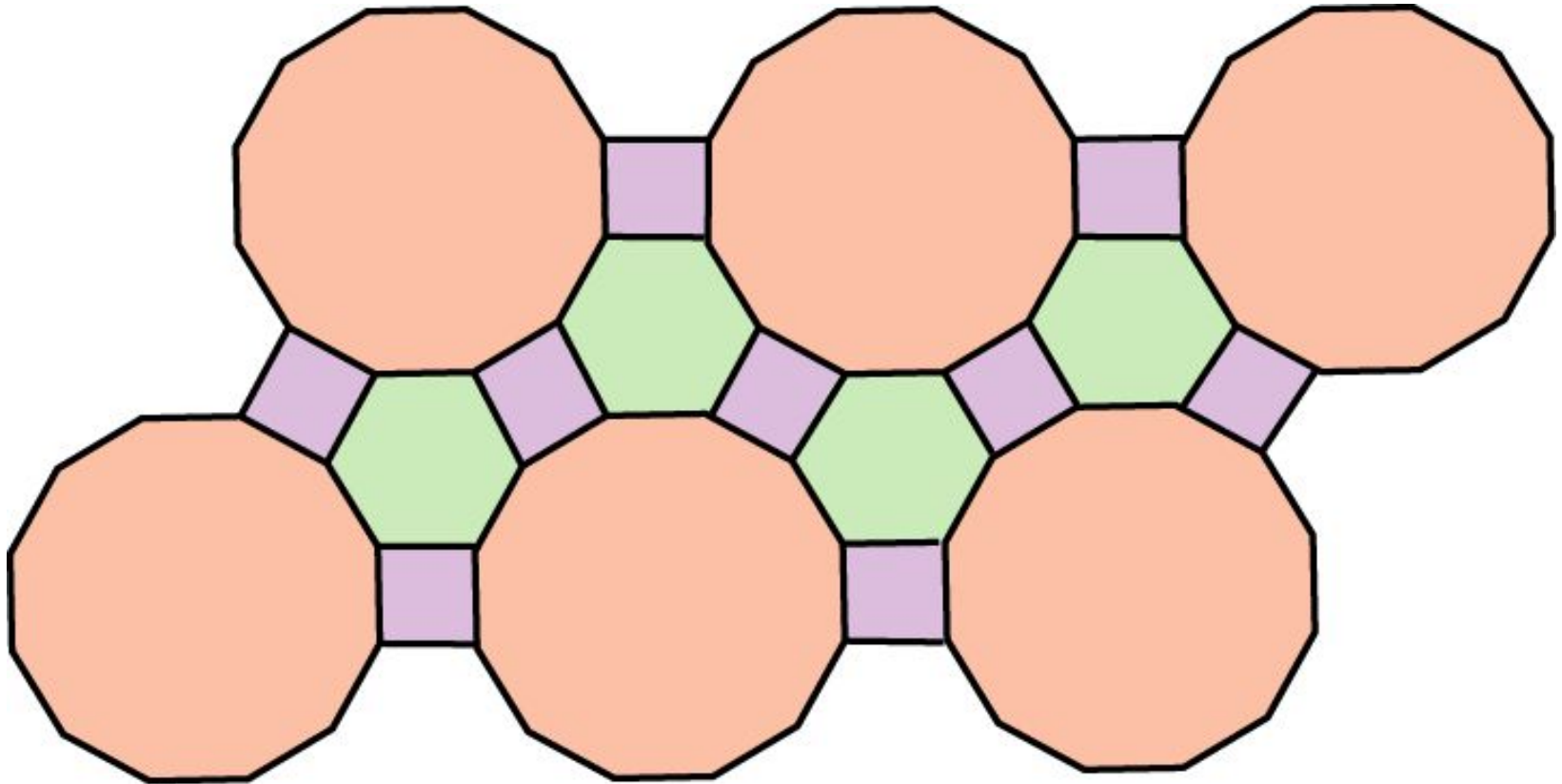
Паркет 9

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из двенадцатиугольников, и треугольников.



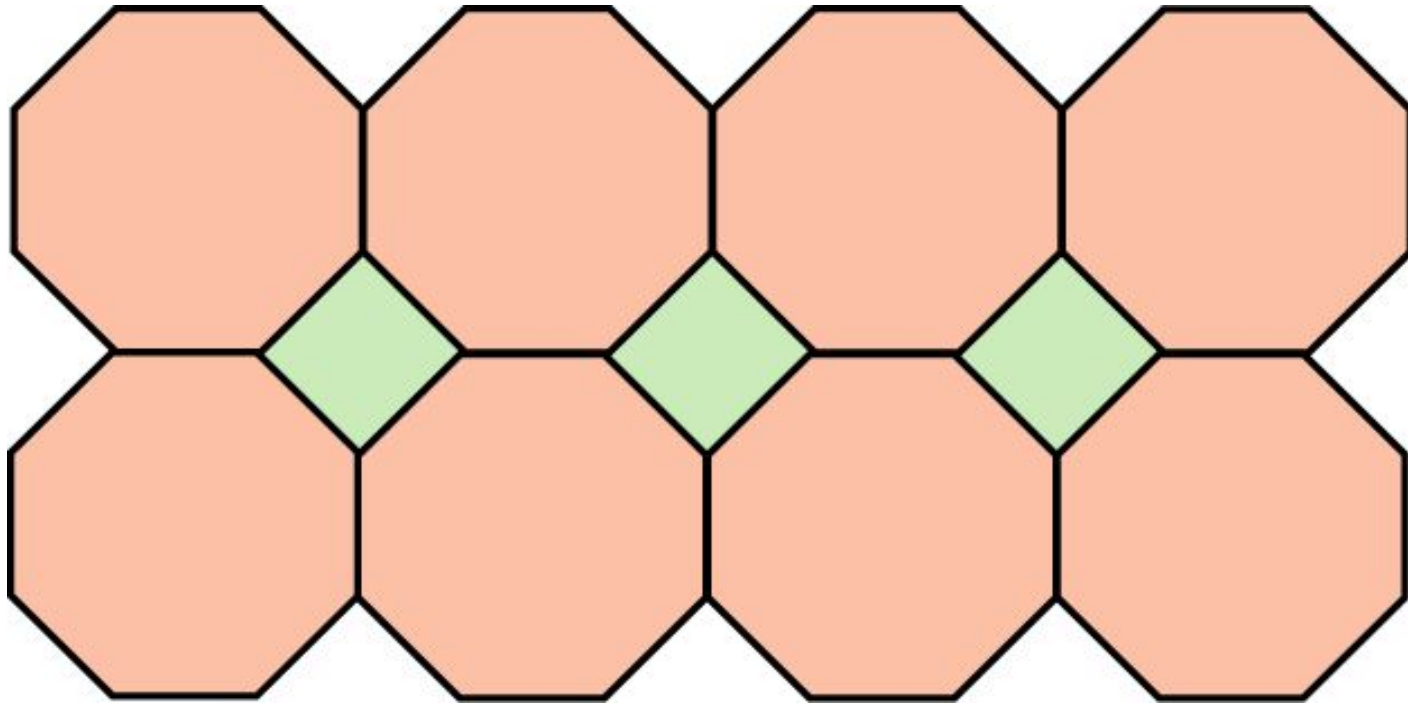
Паркет 10

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из двенадцатиугольников, шестиугольников и квадратов.



Паркет 11

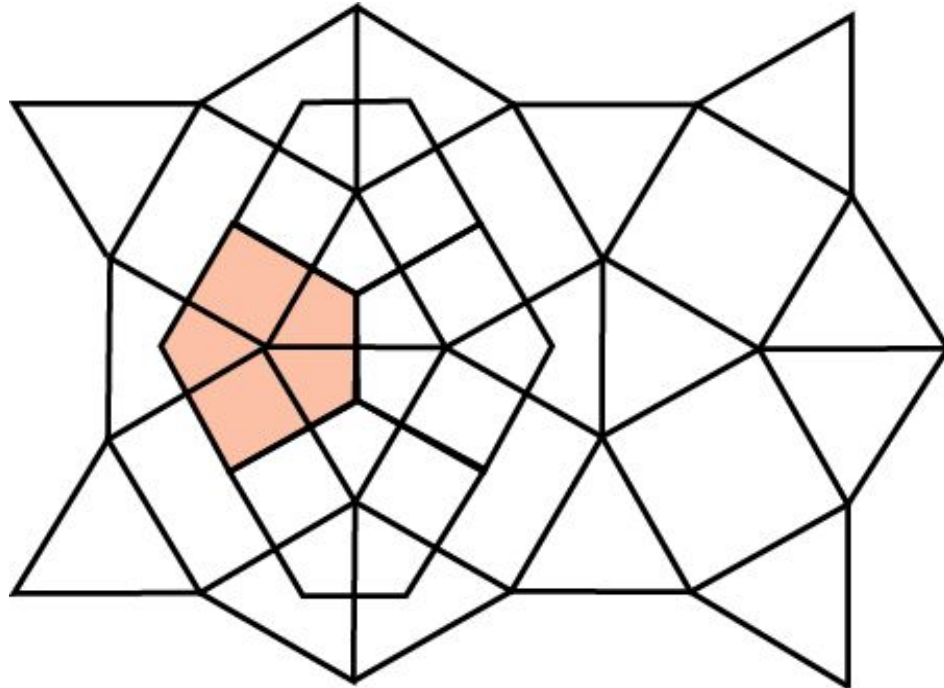
На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из восьмиугольников и квадратов.



Двойственные паркеты

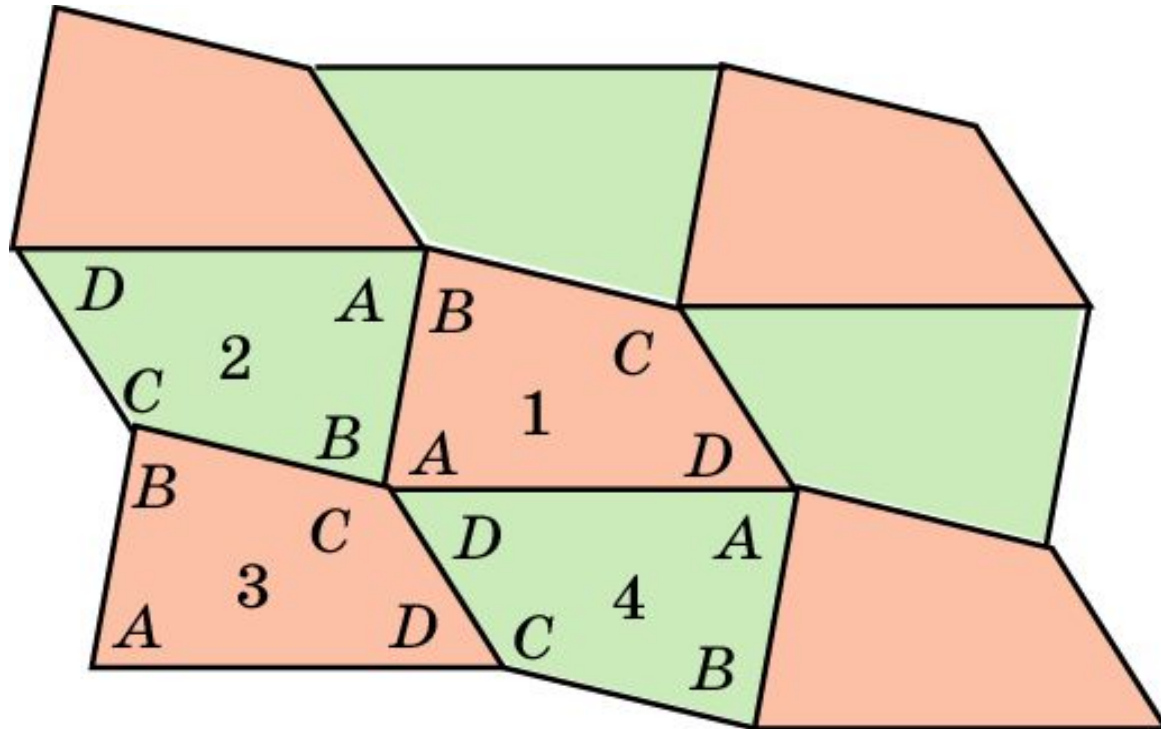
Двойственным к правильному паркету называется паркет, вершины которого находятся в центрах правильных многоугольников данного правильного паркета.

На рисунке показано образование паркета, двойственного к правильному паркету (рис. 6).



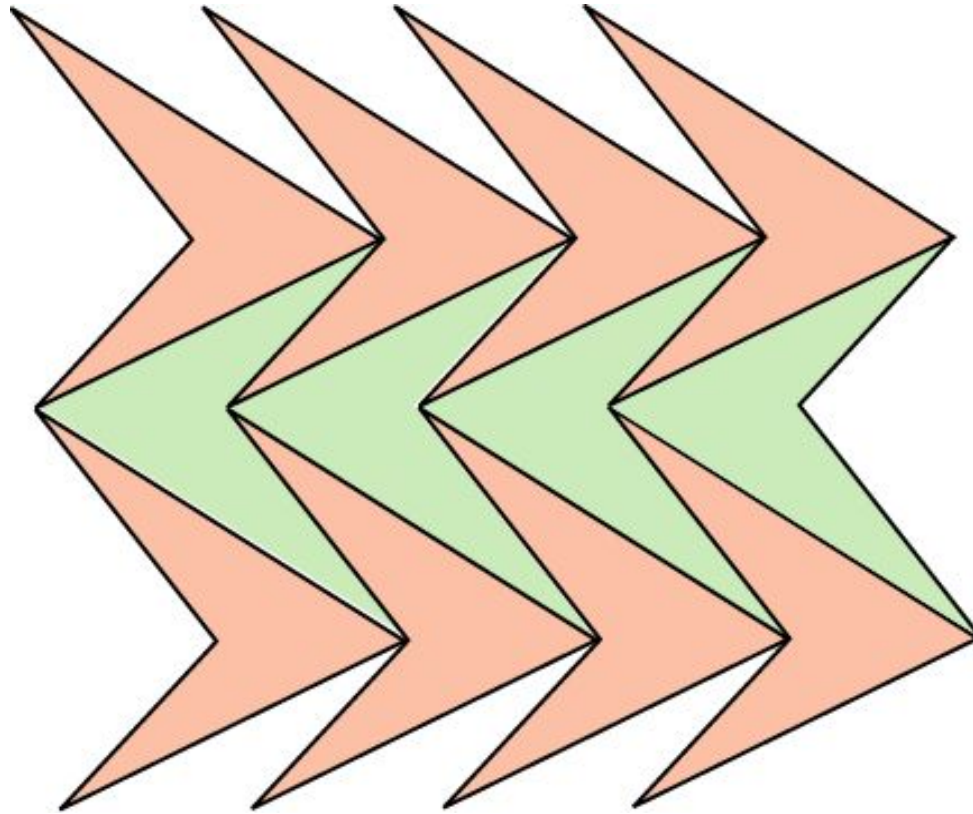
Паркет из четырехугольников

Теорема. Для любого четырехугольника существует паркет, состоящий из четырехугольников, равных исходному. Иначе говоря, четырехугольником произвольной формы можно заполнить всю плоскость.



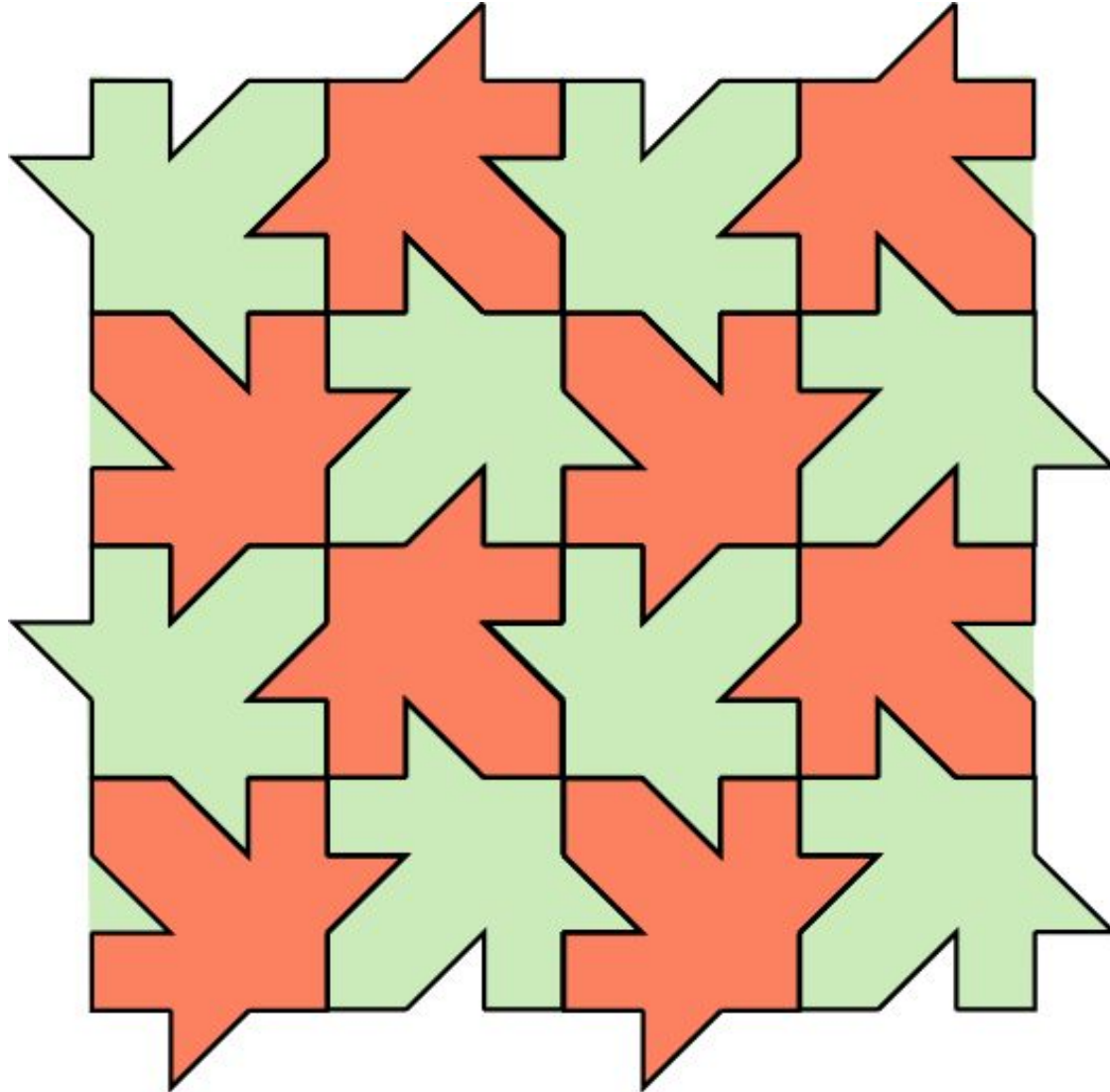
Паркет из четырехугольников

Четырехугольник в предыдущей теореме может быть и невыпуклым.



Заполнение плоскости

Заполнение плоскости может быть произведено и многоугольниками более сложной формы.



Вопрос 1

Что называется паркетом?

Ответ: Паркетом называется такое заполнение плоскости многоугольниками, при котором любые два многоугольника либо имеют общую сторону, либо имеют общую вершину, либо не имеют общих точек.

Вопрос 2

Какой паркет называется правильным?

Ответ: Паркет называется правильным, если он состоит из правильных многоугольников, и вокруг каждой вершины правильные многоугольники расположены одним и тем же способом.

Вопрос 3

Какой паркет называется двойственным к правильному паркету?

Ответ: Двойственным к правильному паркету называется паркет, вершины которого находятся в центрах правильных многоугольников данного правильного паркета.

Вопрос 4

Можно ли составить паркет из равных четырехугольников произвольной формы?

Ответ: Да.

Упражнение 1

Можно ли составить паркет из правильных: а) пятиугольников; б) шестиугольников; в) семиугольников?

Ответ: а) Нет;
б) да;
в) нет.

Упражнение 2

Можно ли составить паркет из: а) правильных восьмиугольников и квадратов; б) правильных двенадцатиугольников и треугольников; в) правильных десятиугольников и пятиугольников?

Ответ: а) Да;
б) да;
в) нет.

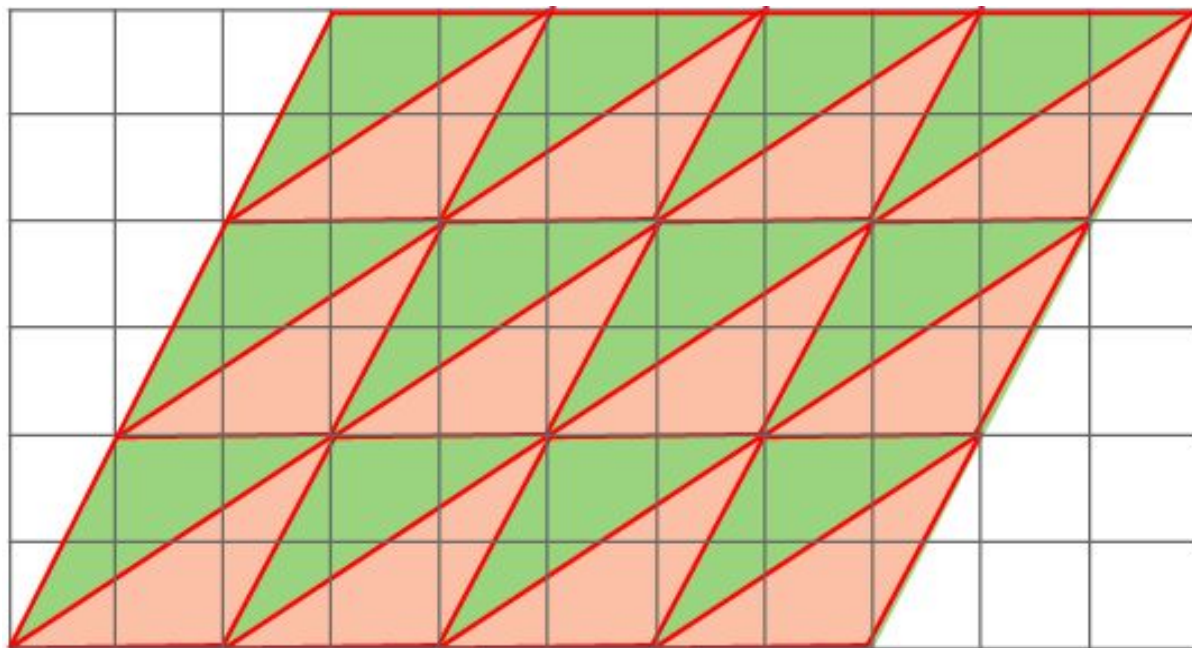
Упражнение 3

Можно ли составить паркет из равных треугольником произвольной формы?

Ответ: Да.

Упражнение 4

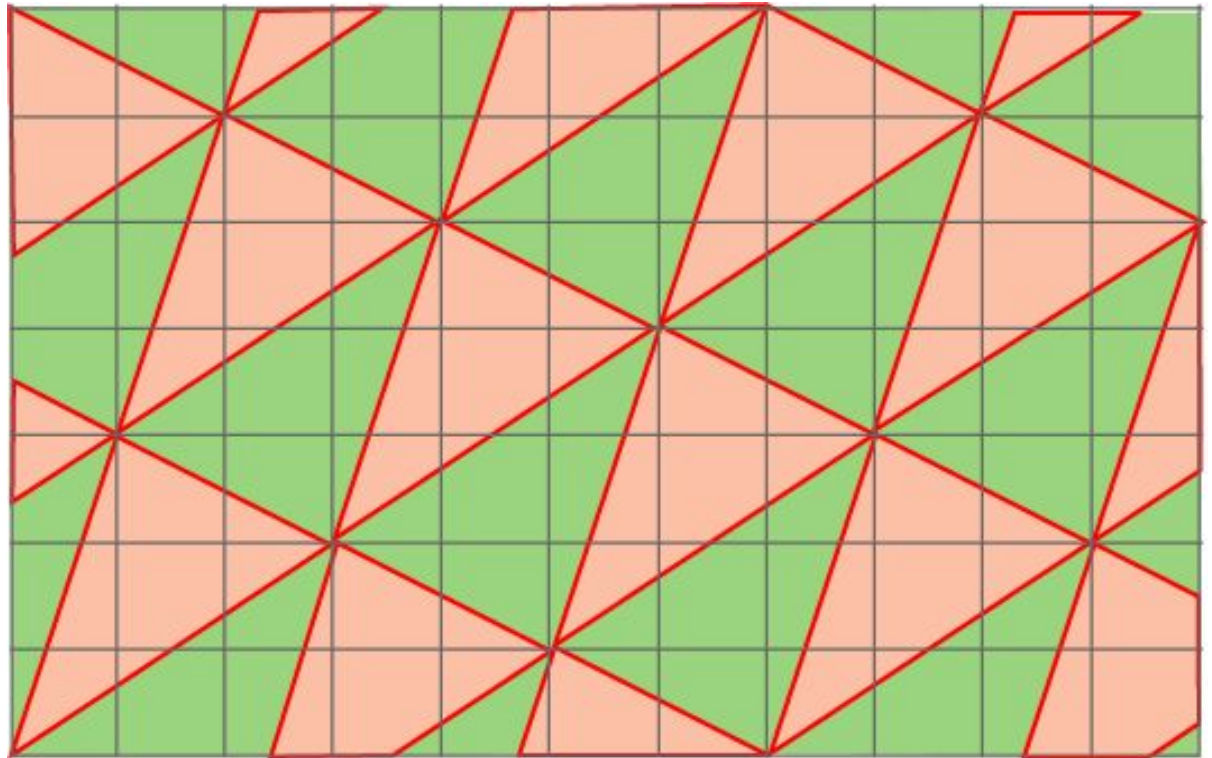
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из треугольников, равных данному.



Ответ:

Упражнение 5

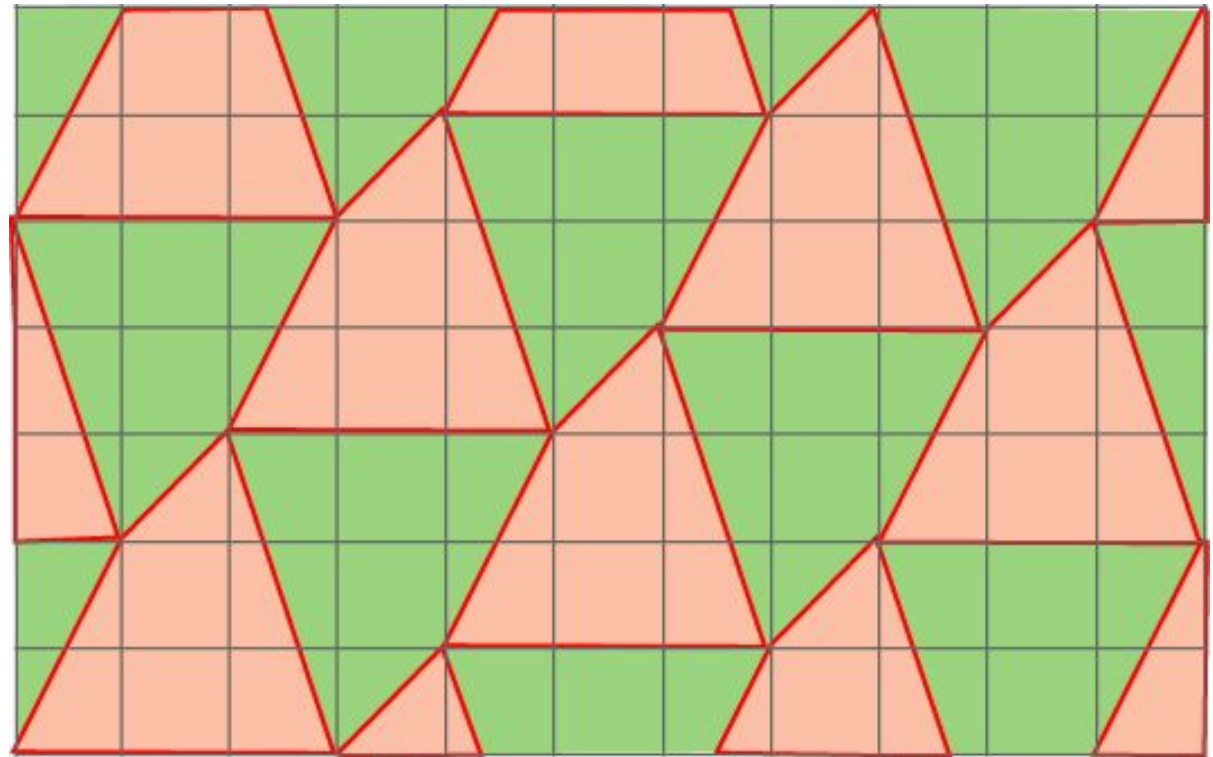
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из треугольников, равных данному.



Ответ:

Упражнение 6

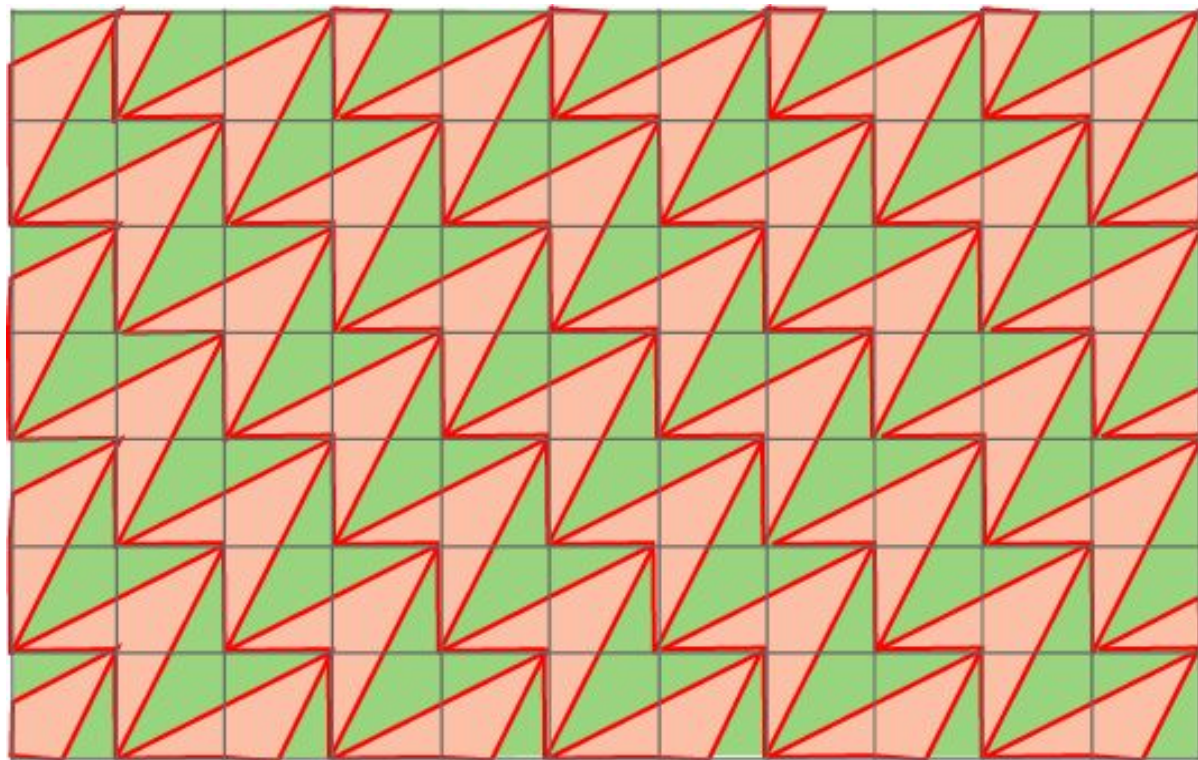
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из четырехугольников, равных данному.



Ответ:

Упражнение 7

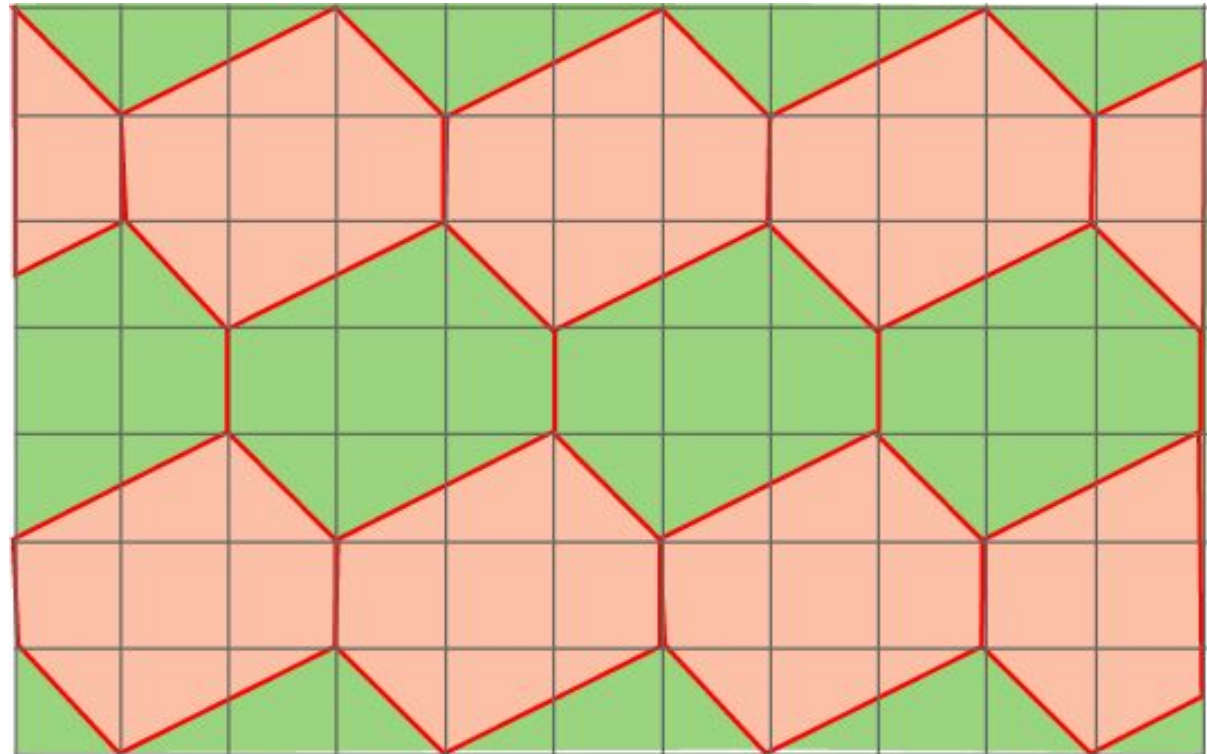
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из четырехугольников, равных данному.



Ответ:

Упражнение 8

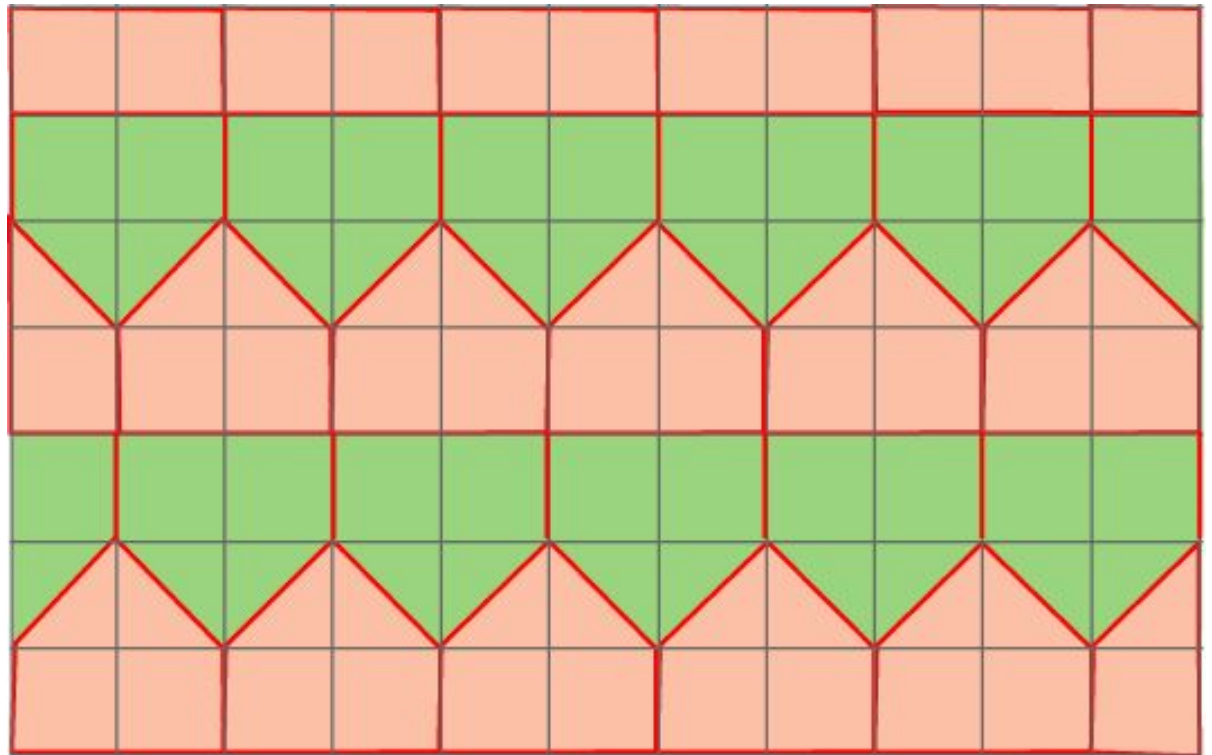
Можно ли составить паркет из равных неправильных шестиугольников?



Ответ: Да.

Упражнение 9

Можно ли составить паркет из равных пятиугольников?



Ответ: Да.

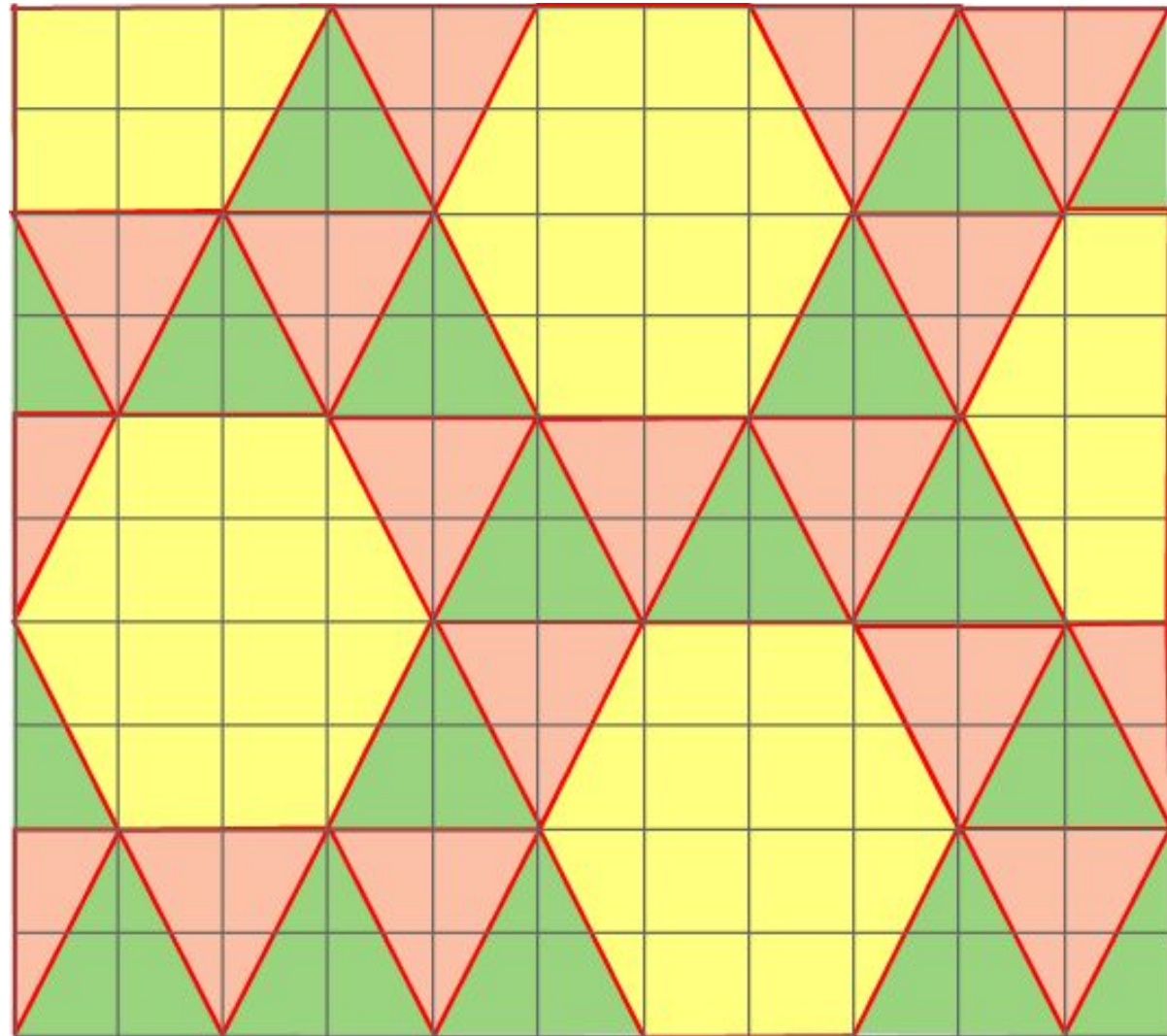
Упражнение 10

Можно ли составить паркет из равных семиугольников?

Ответ: Нет.

Упражнение 11

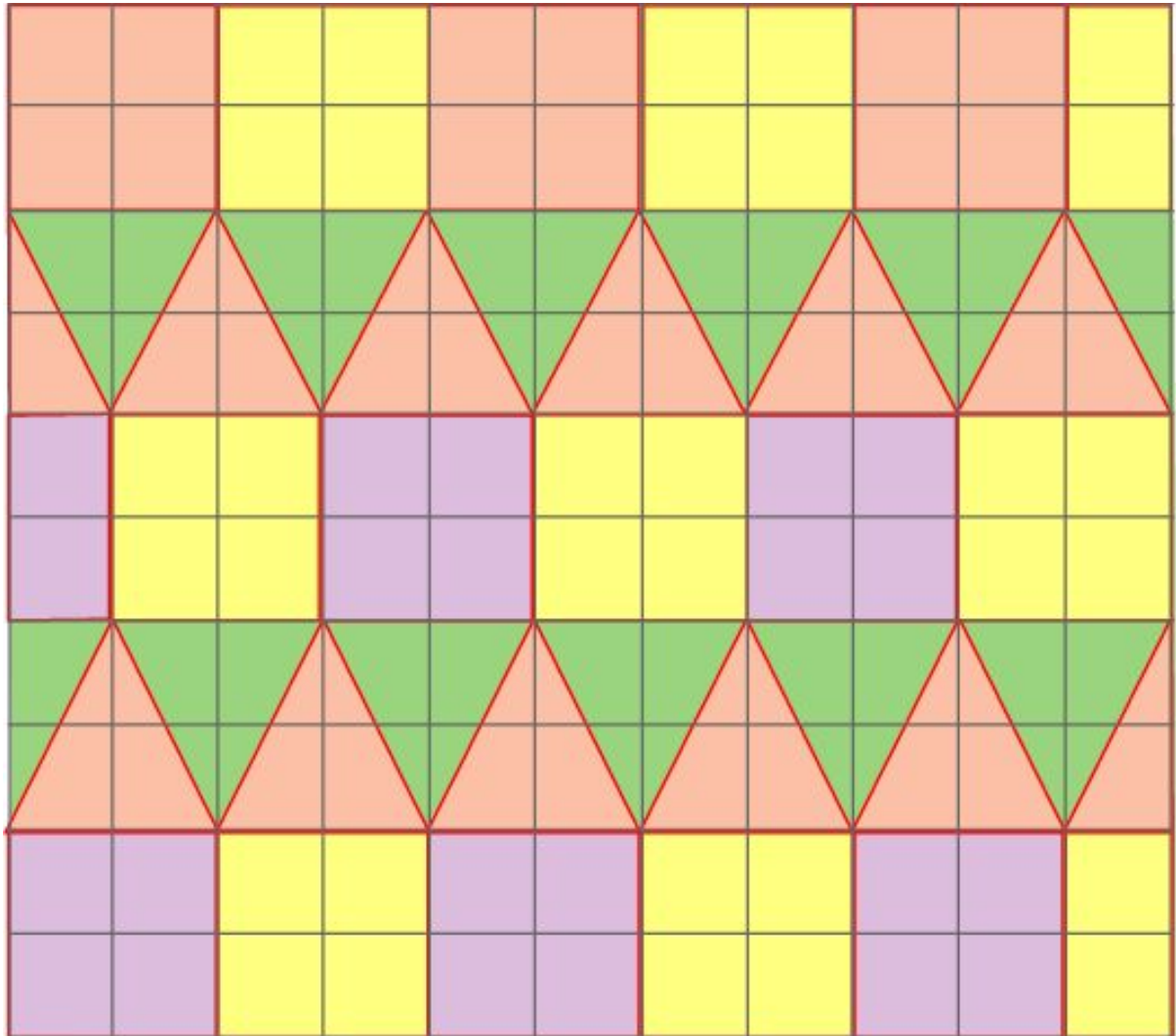
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 4.



Ответ:

Упражнение 12

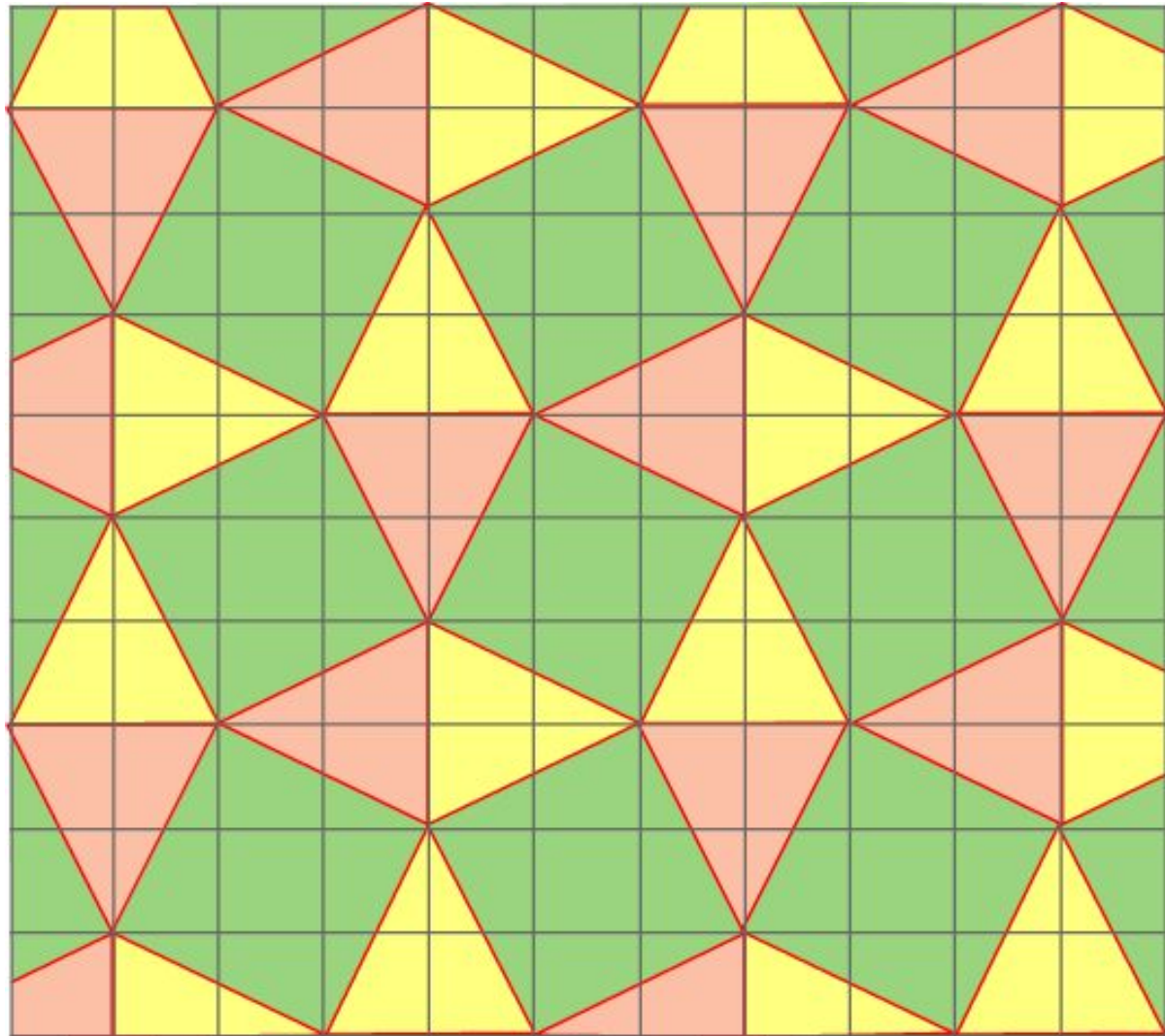
На клетчатой бумаге изобразите паркет из квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 5.



Ответ:

Упражнение 13

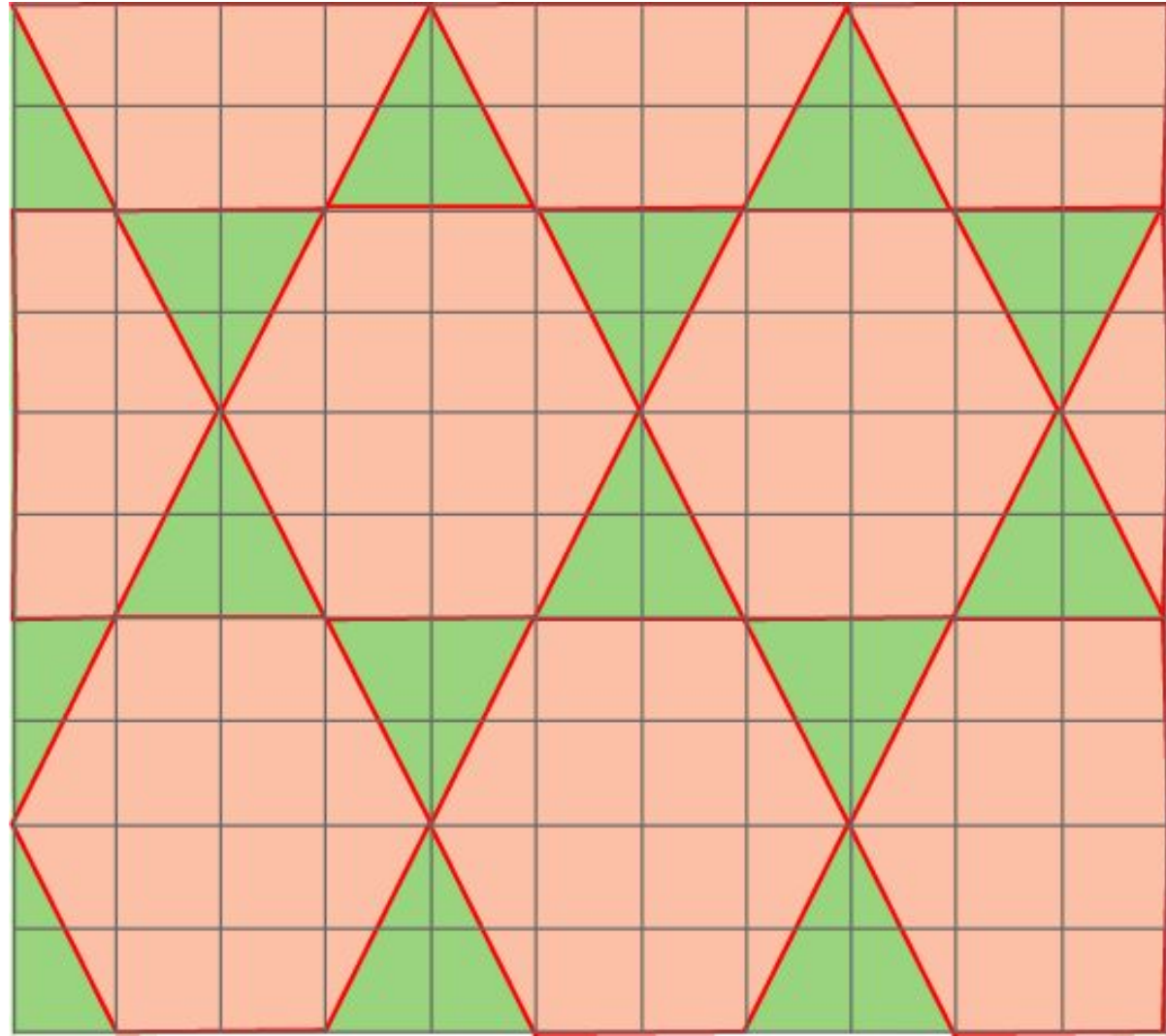
На клетчатой бумаге изобразите паркет из квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 6.



Ответ:

Упражнение 14

На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 7.

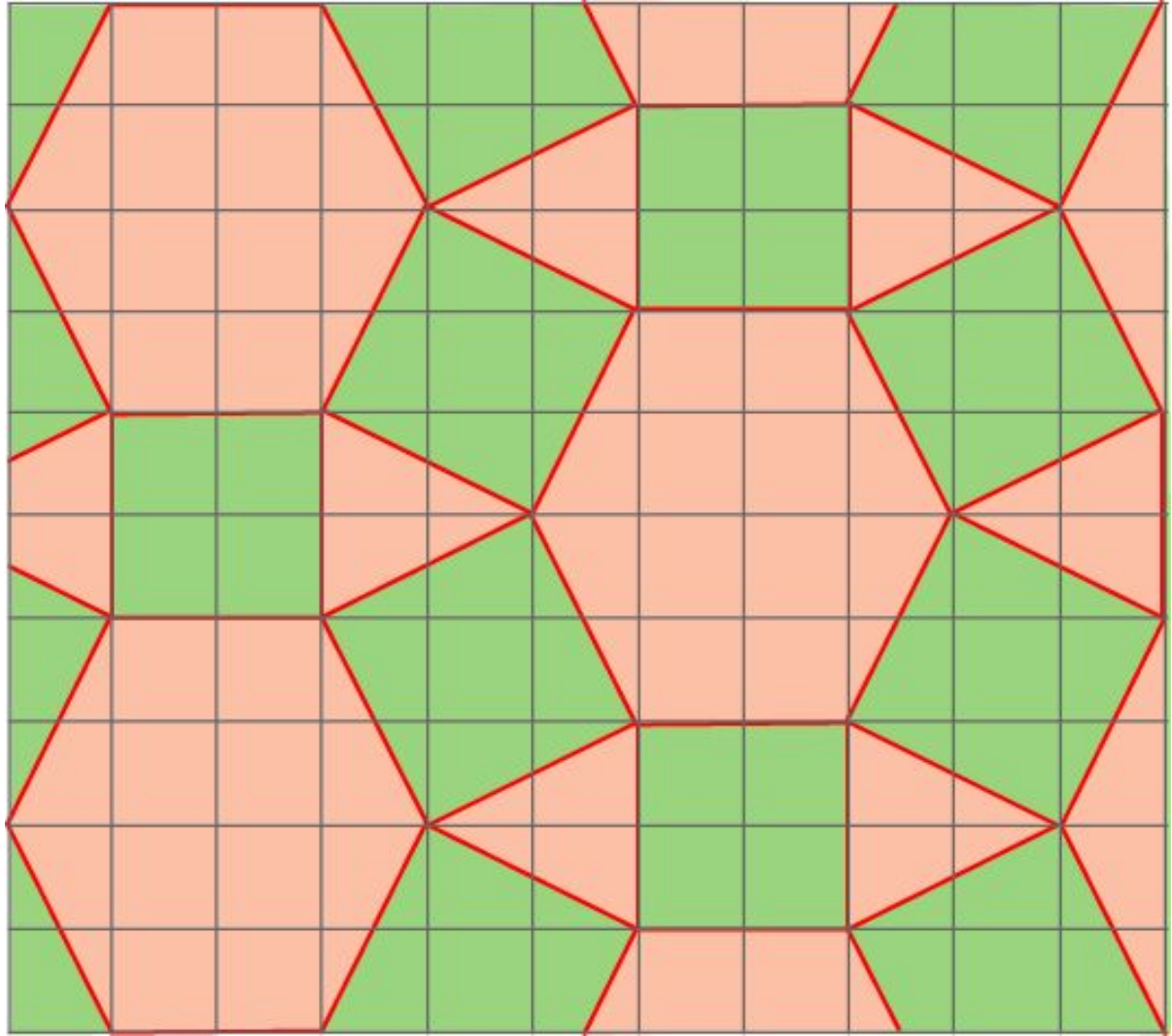


Ответ:

Упражнение 15

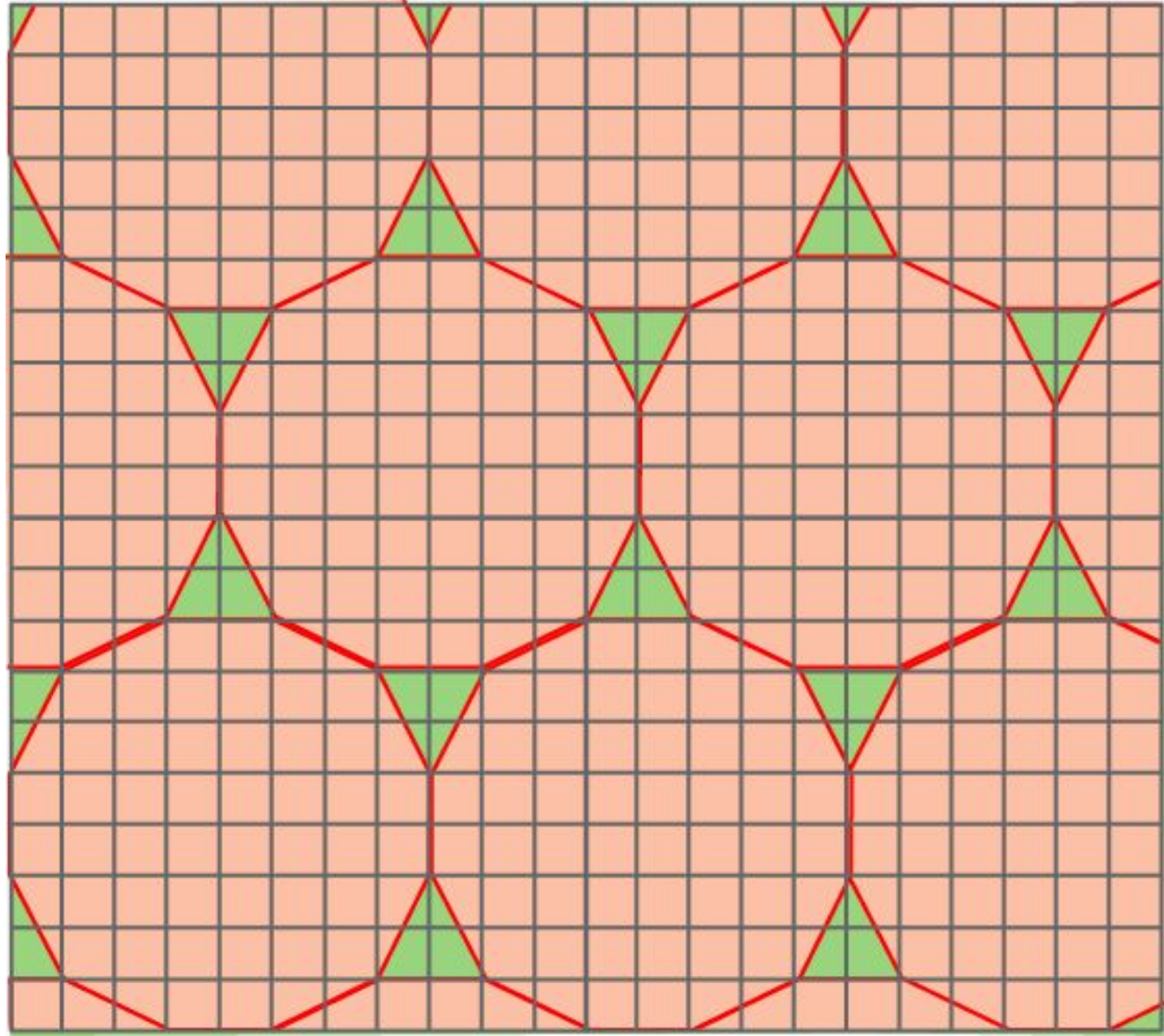
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников, квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 8.

Ответ:



Упражнение 16

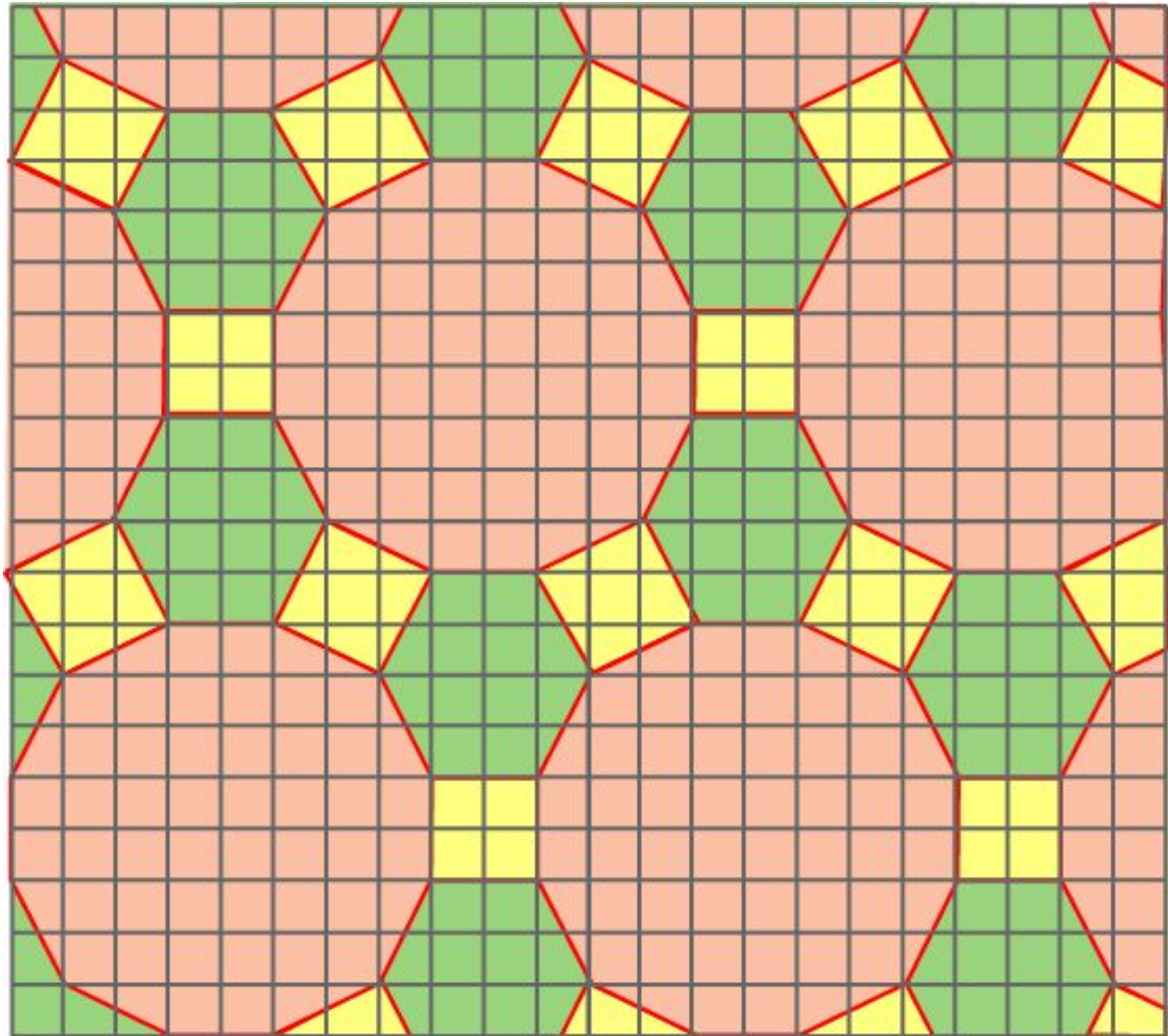
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников, квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 9.



Ответ:

Упражнение 17

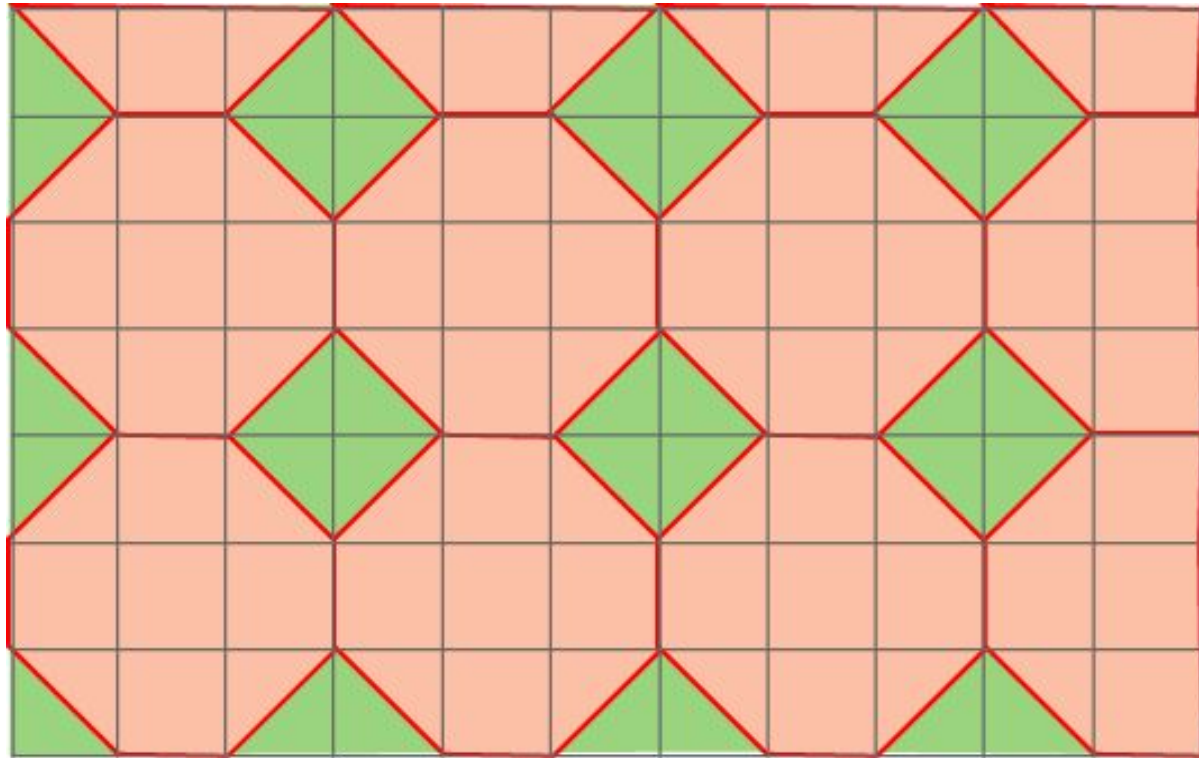
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников, квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 10.



Ответ:

Упражнение 18

На клетчатой бумаге изобразите паркет из восьмиугольников и квадратов, аналогичный паркету на рисунке 11.



Ответ:

Упражнение 20

Из каких многоугольников состоят паркетты, двойственные к паркетам, изображенным на рисунках 1 – 3?

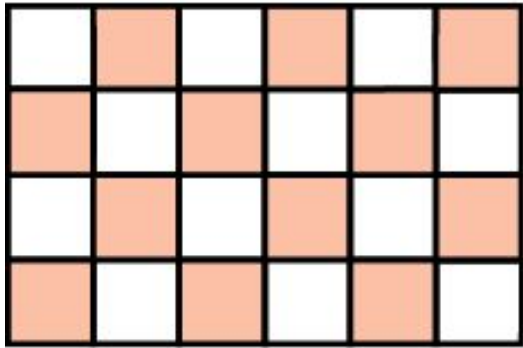


Рис. 1

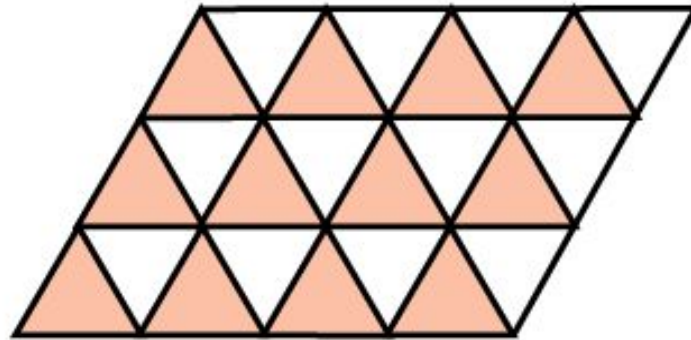


Рис. 2

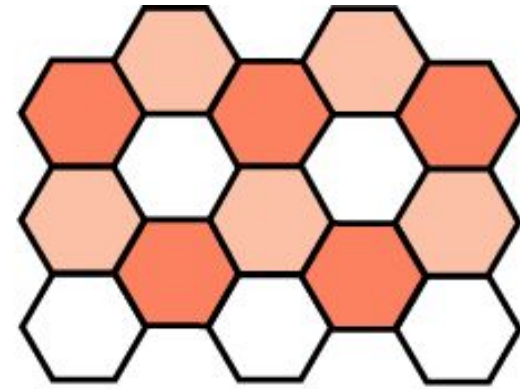


Рис. 3

Ответ: 1) Четырехугольников;
2) шестиугольников;
3) треугольников.

Упражнение 21

Из каких многоугольников состоят паркетты, двойственные к паркетам, изображенным на рисунках 4 – 7? Какие у них углы?

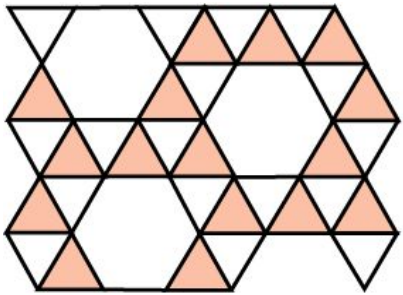


Рис. 4

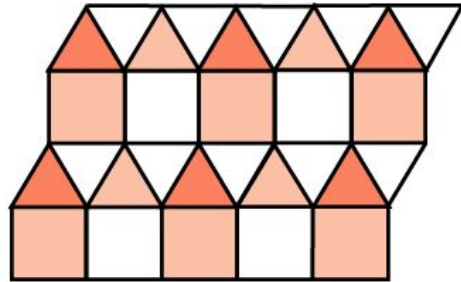


Рис. 5

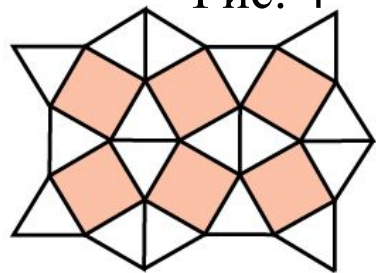


Рис. 6

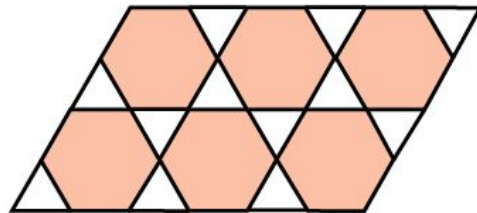


Рис. 7

Ответ: 4) Пятиугольников с углами 60° , 120° , 120° , 120° , 120° ;
5) пятиугольников, с углами 90° , 90° , 120° , 120° , 120° ;
6) пятиугольников с углами 90° , 120° , 90° , 120° , 120° ;
7) четырехугольников с углами 60° , 120° , 60° , 120° .

Упражнение 22

Из каких многоугольников состоят паркетты, двойственные к паркетам, изображенным на рисунках 8 – 11? Какие у них углы?

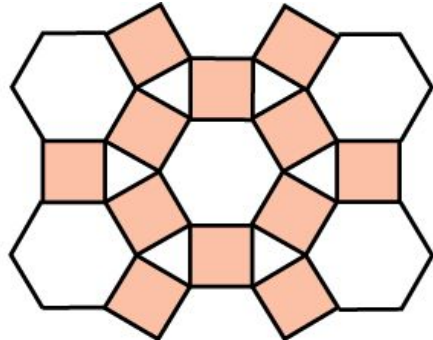


Рис. 8

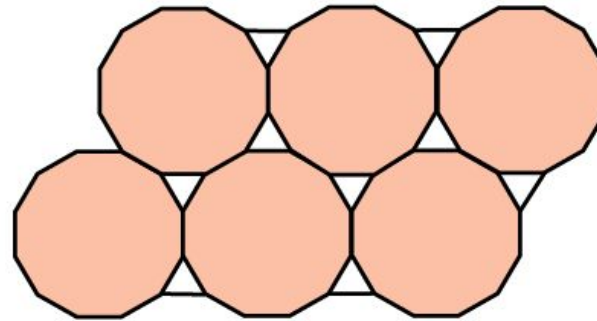


Рис. 9

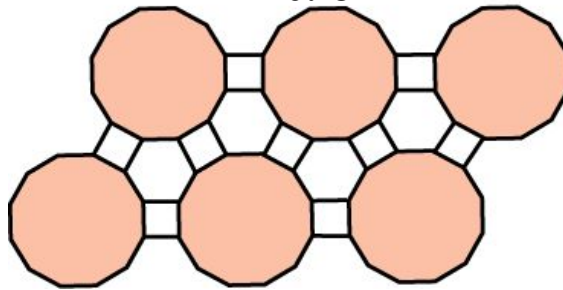


Рис. 10

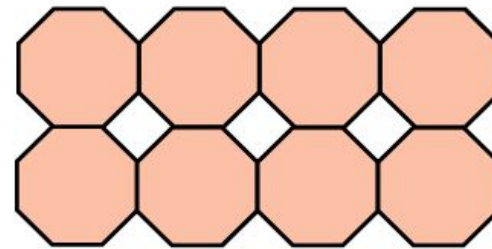


Рис. 11

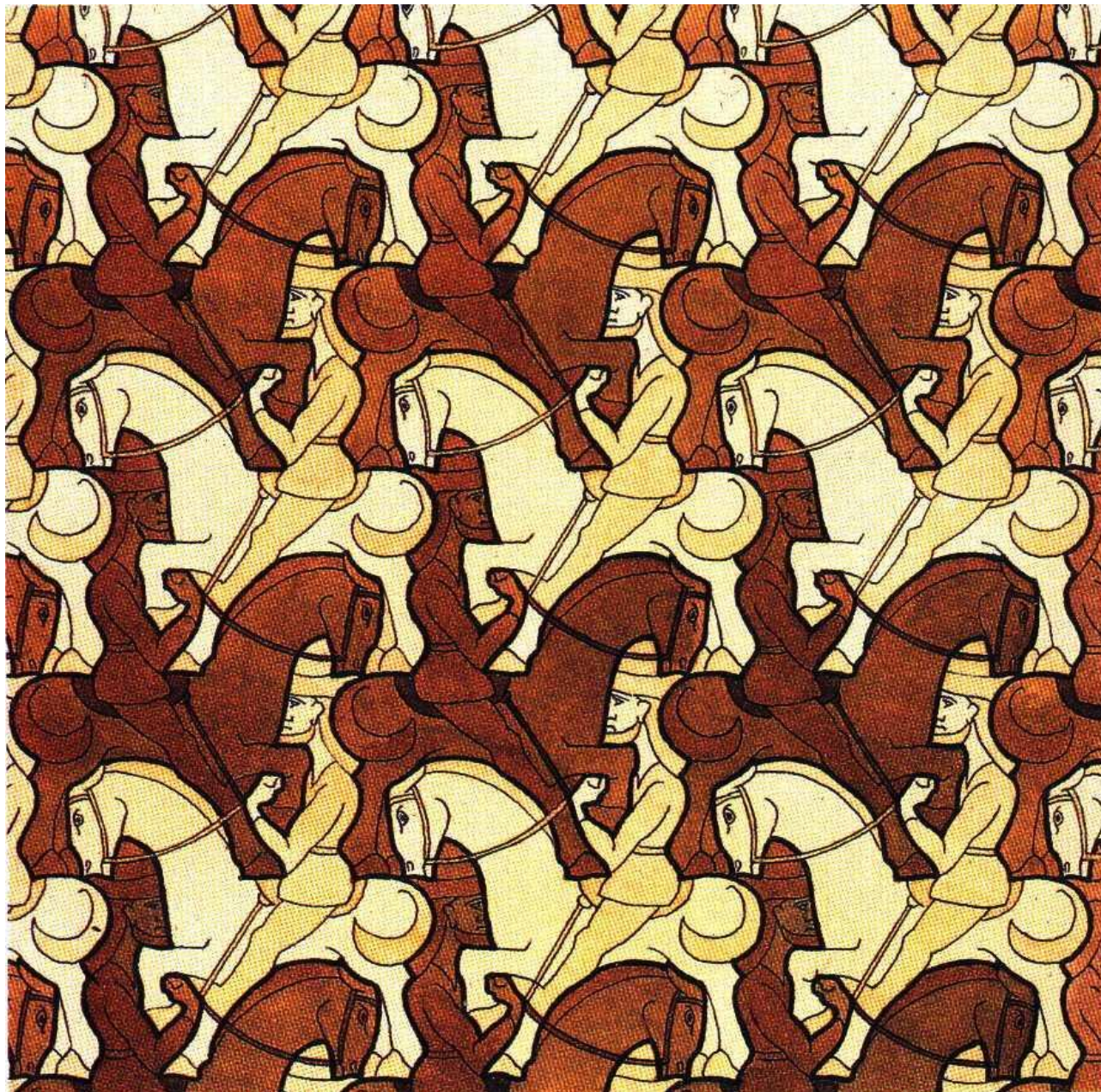
Ответ: 8) Четырехугольников с углами 60° , 90° , 120° , 90° ;
9) треугольников с углами 120° , 30° , 30° ;
10) треугольников с углами 90° , 60° , 30° ;
11) треугольников с углами 90° , 45° , 45° .

Упражнение 23

Верно ли что все многоугольники паркета, двойственного к правильному паркету, равны?

Ответ: Да.

Картины М. Эшера (Всадники)



Картины М. Эшера (Птицы)



Картины М. Эшера (Ящерицы)



Картины М. Эшера (Круг)

