

# Паркетты

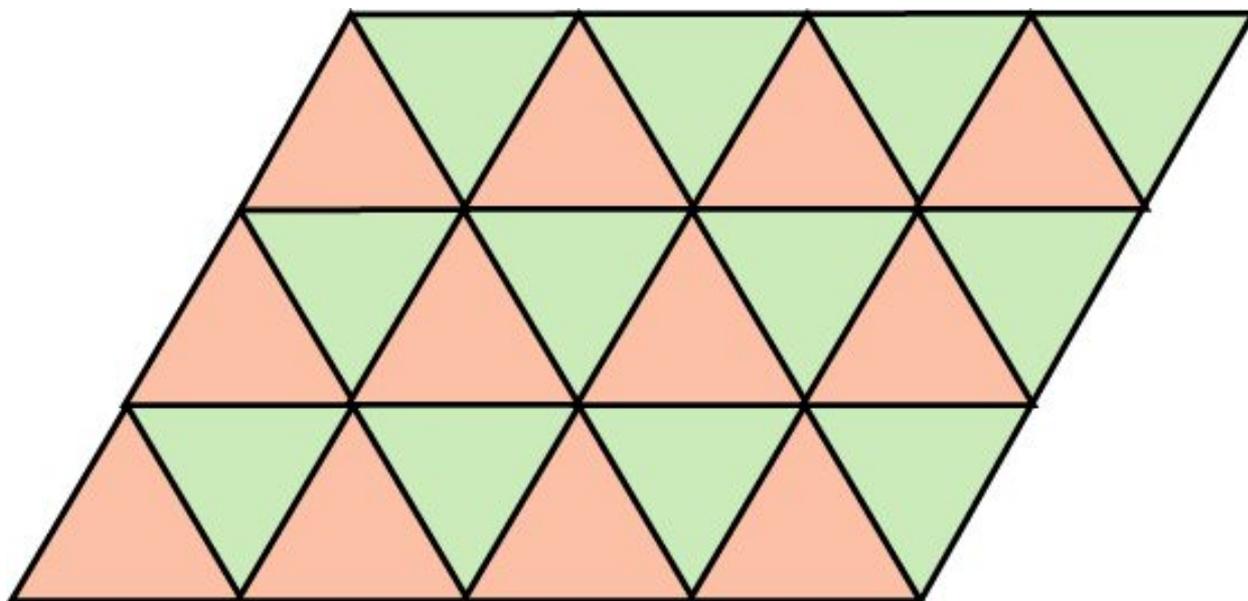
**Паркетом** называется такое заполнение плоскости многоугольниками, при котором любые два многоугольника либо имеют общую сторону, либо имеют общую вершину, либо не имеют общих точек.

Паркет называется **правильным**, если он состоит из правильных многоугольников, и вокруг каждой вершины правильные многоугольники расположены одним и тем же способом.

**Теорема.** Существует одиннадцать правильных паркетов.

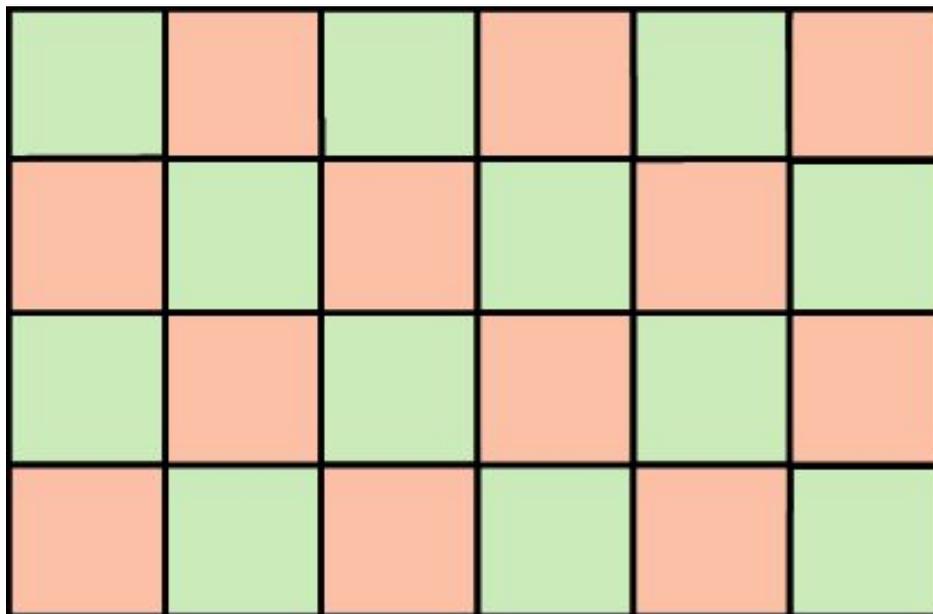
# Паркет 1

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из треугольников.



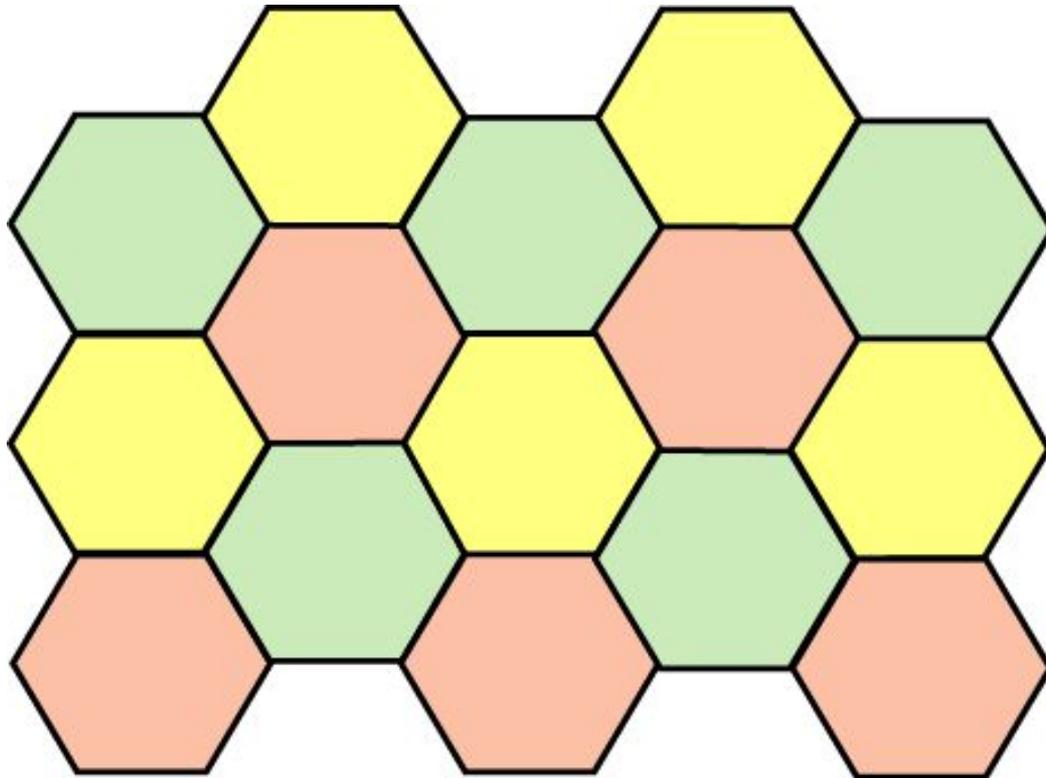
## Паркет 2

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из квадратов.



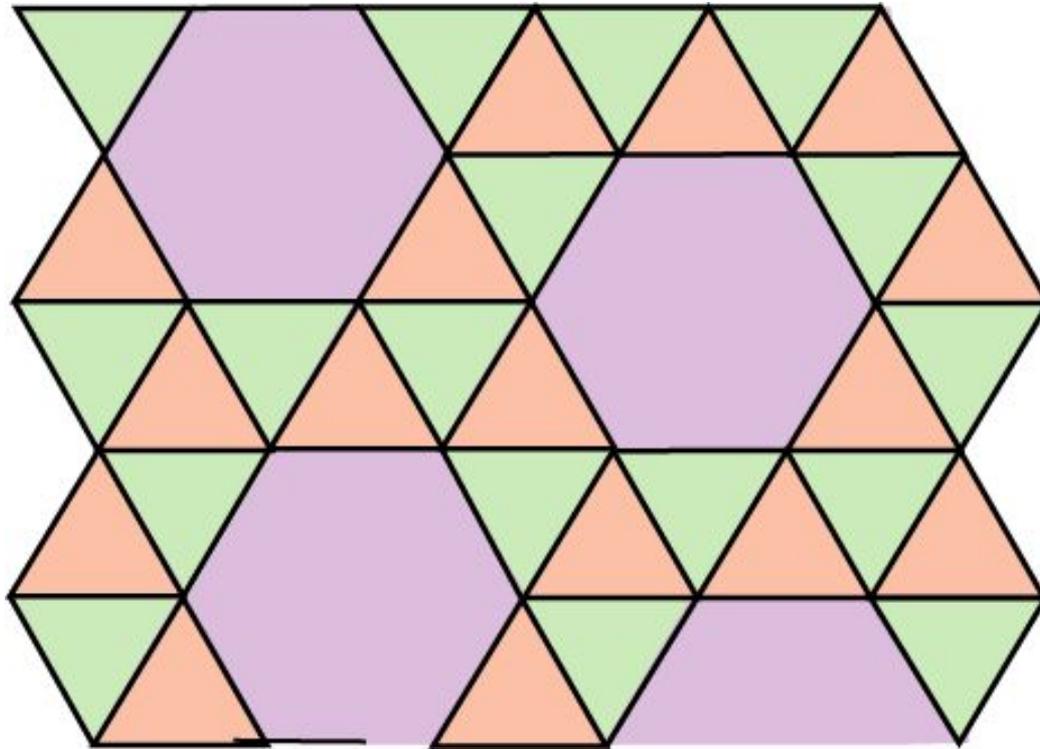
## Паркет 3

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из шестиугольников.



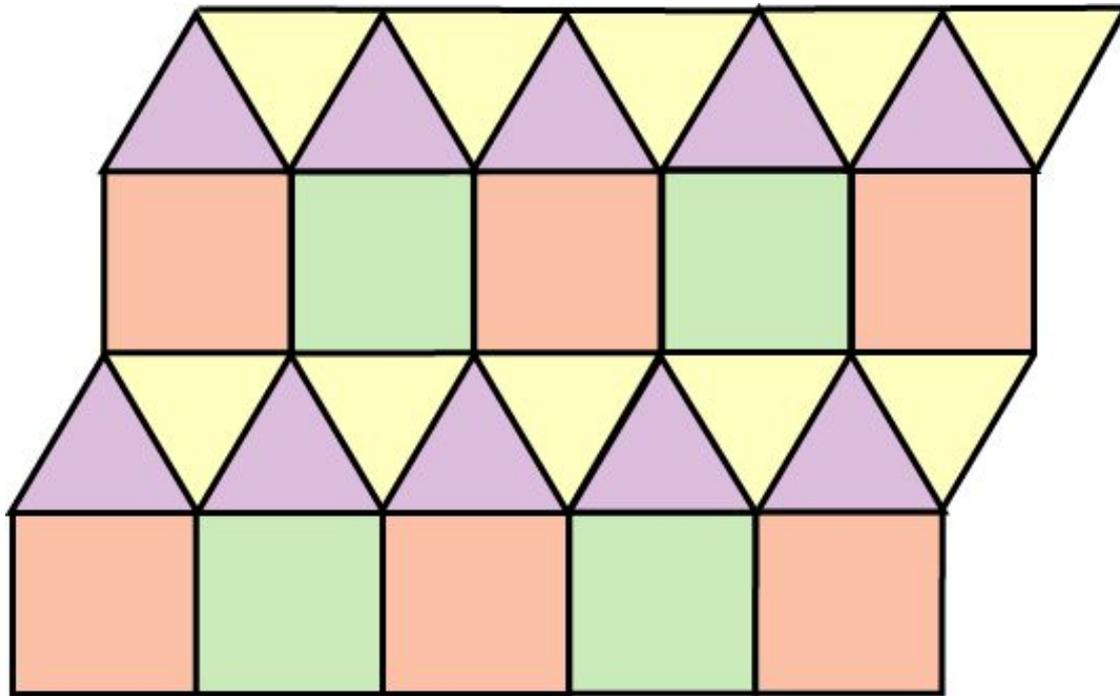
## Паркет 4

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из шестиугольников и треугольников.



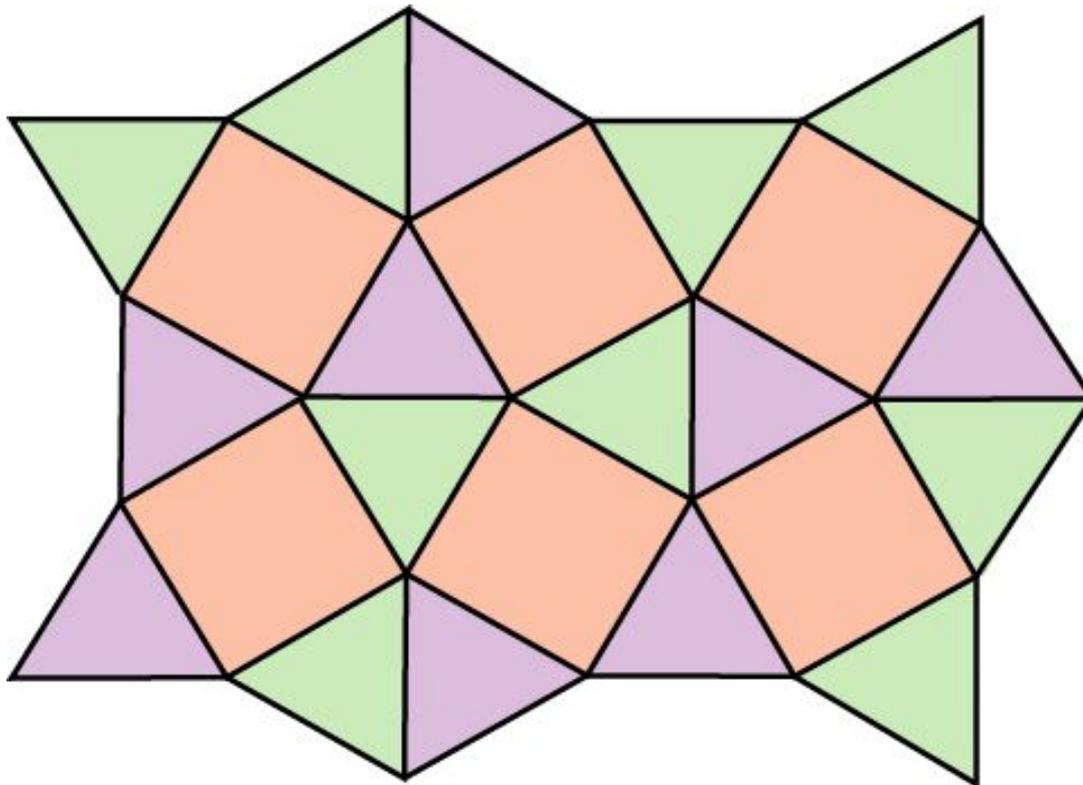
## Паркет 5

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из квадратов и треугольников.



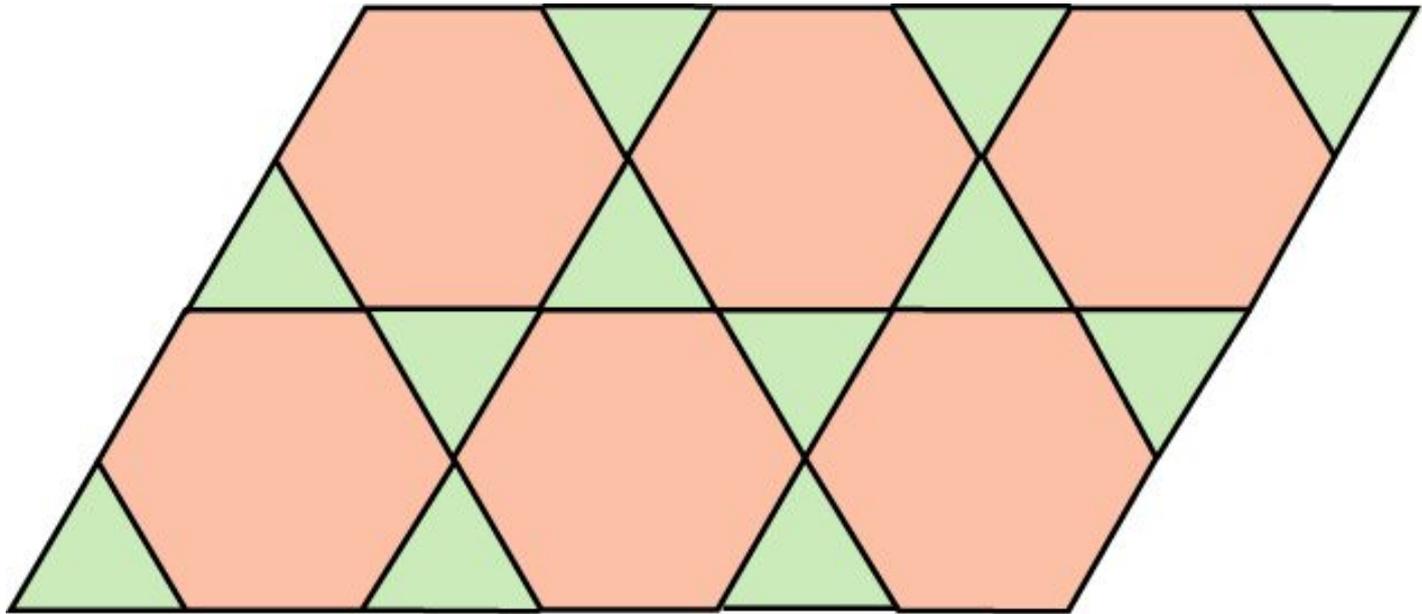
## Паркет 6

На рисунке приведен фрагмент правильного паркета из квадратов и треугольников.



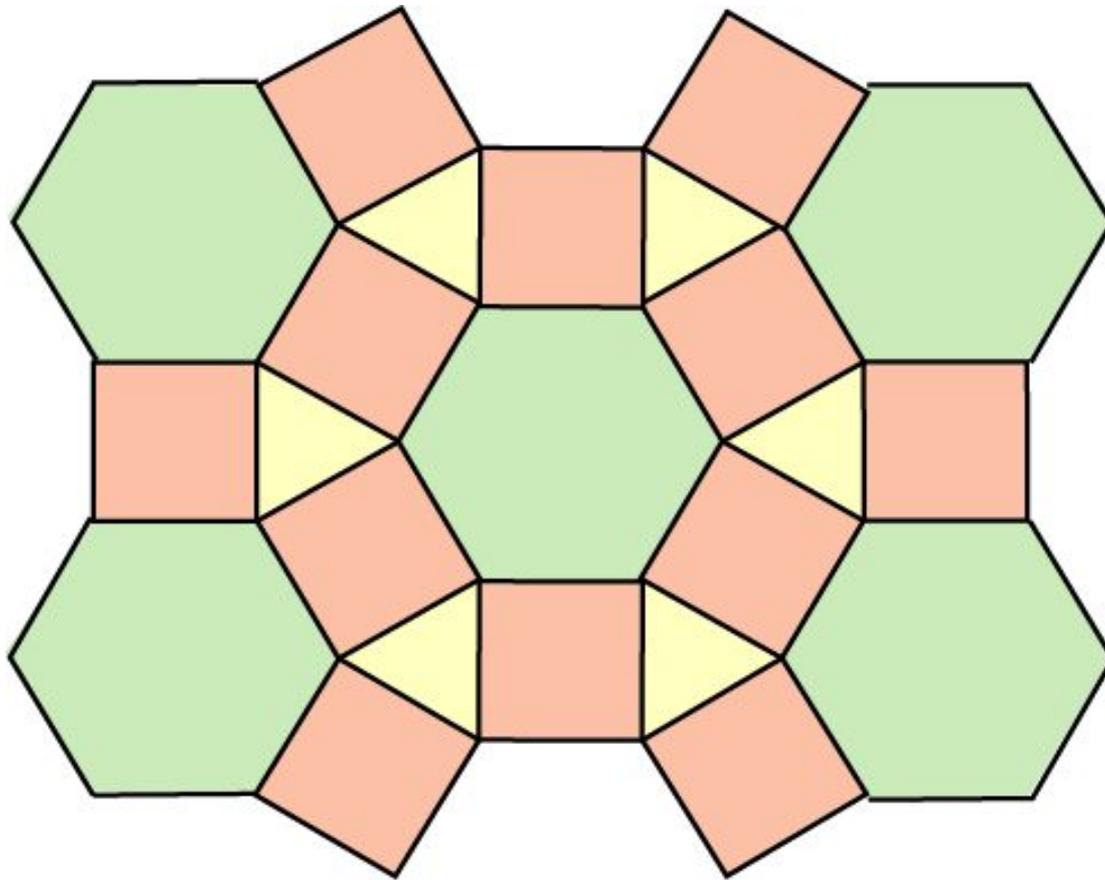
## Паркет 7

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из шестиугольников и треугольников.



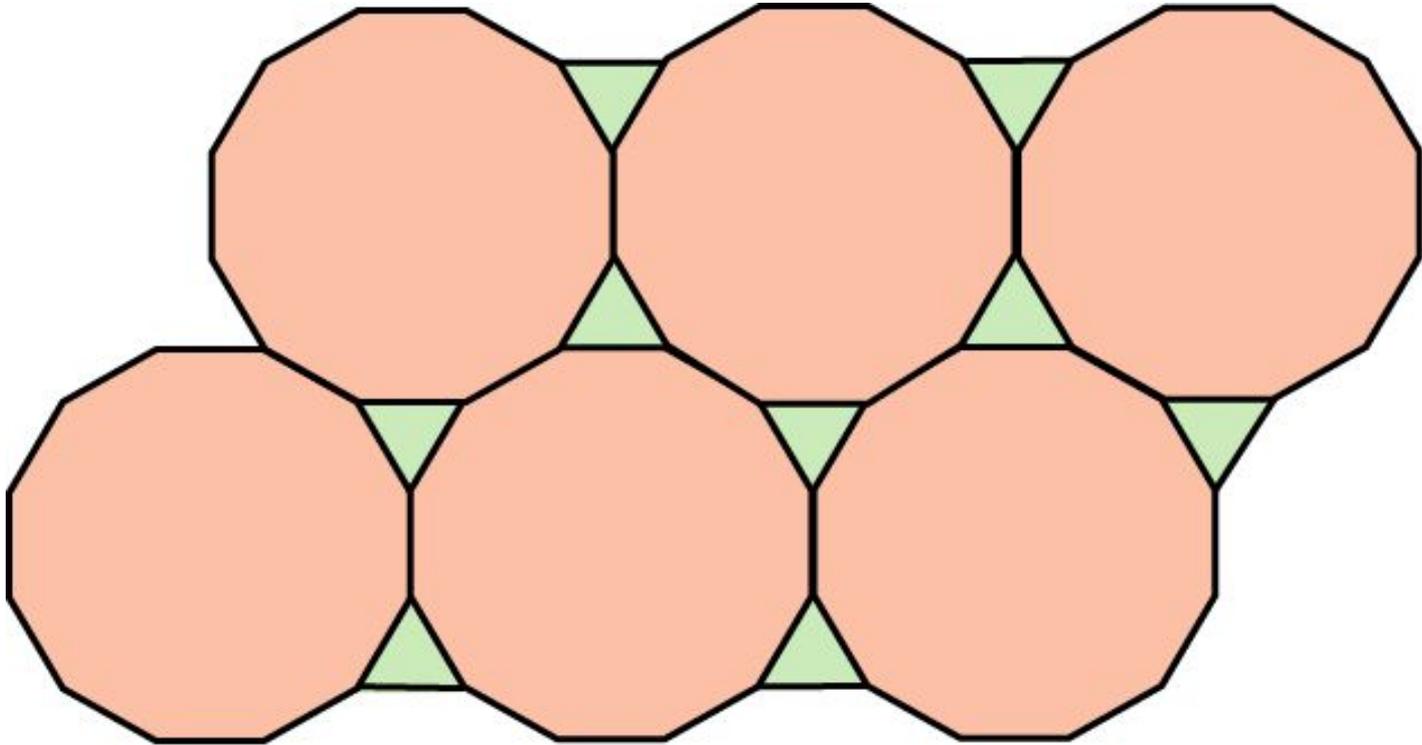
## Паркет 8

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из шестиугольников, квадратов и треугольников.



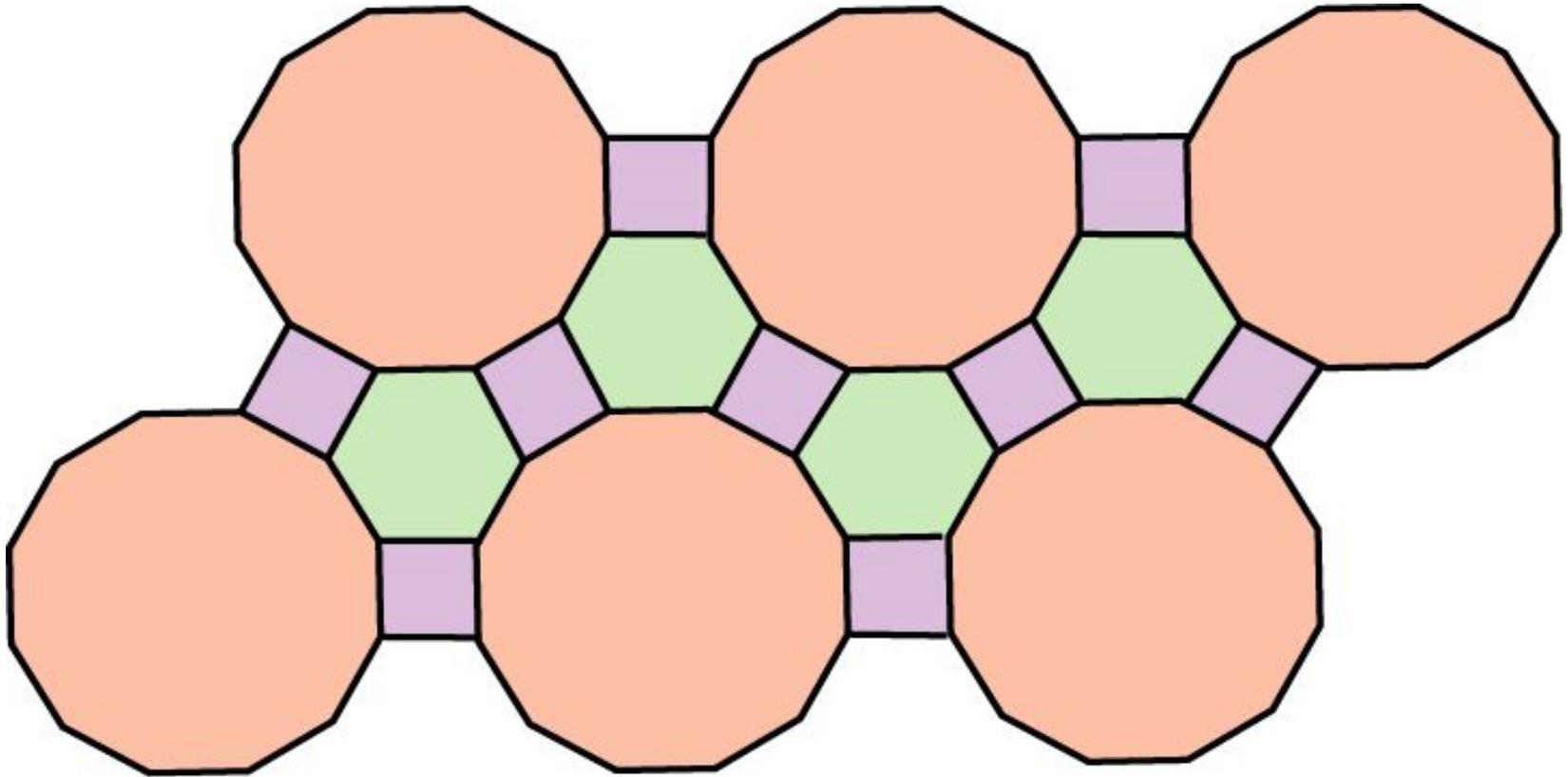
## Паркет 9

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из двенадцатиугольников, и треугольников.



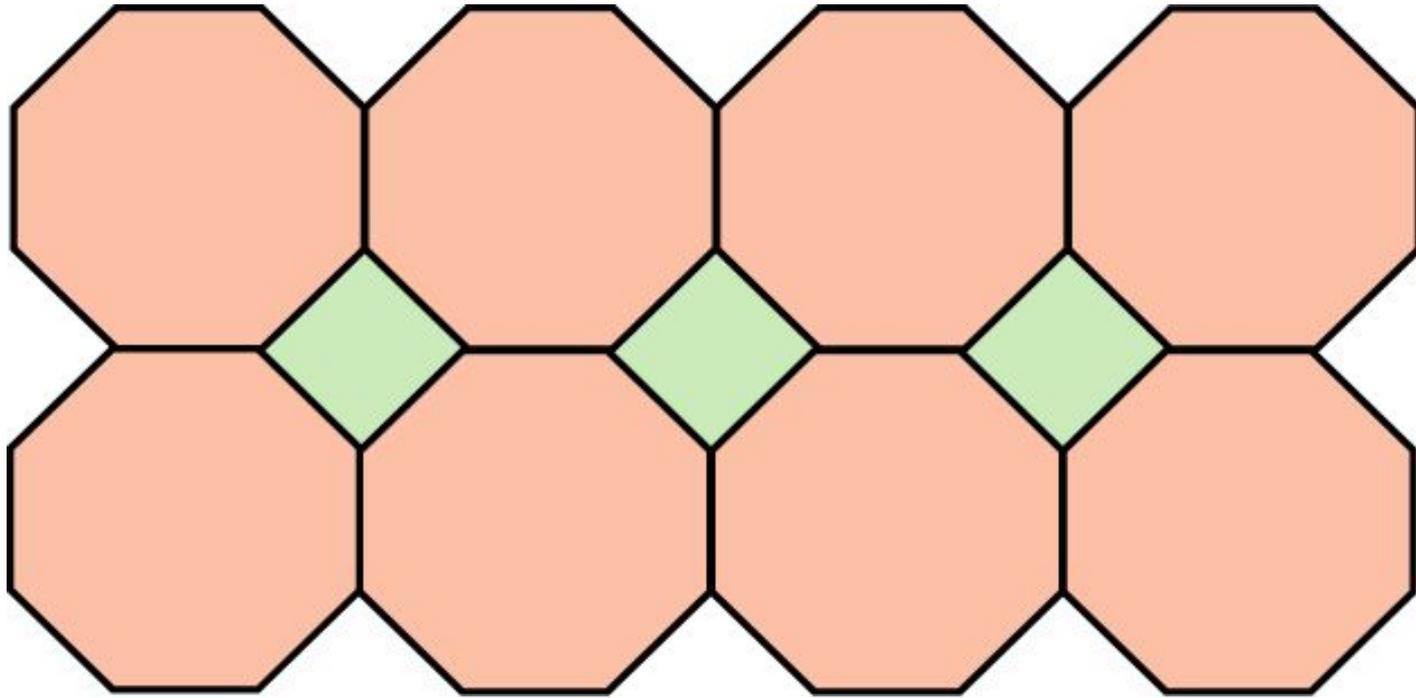
## Паркет 10

На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из двенадцатиугольников, шестиугольников и квадратов.



# Паркет 11

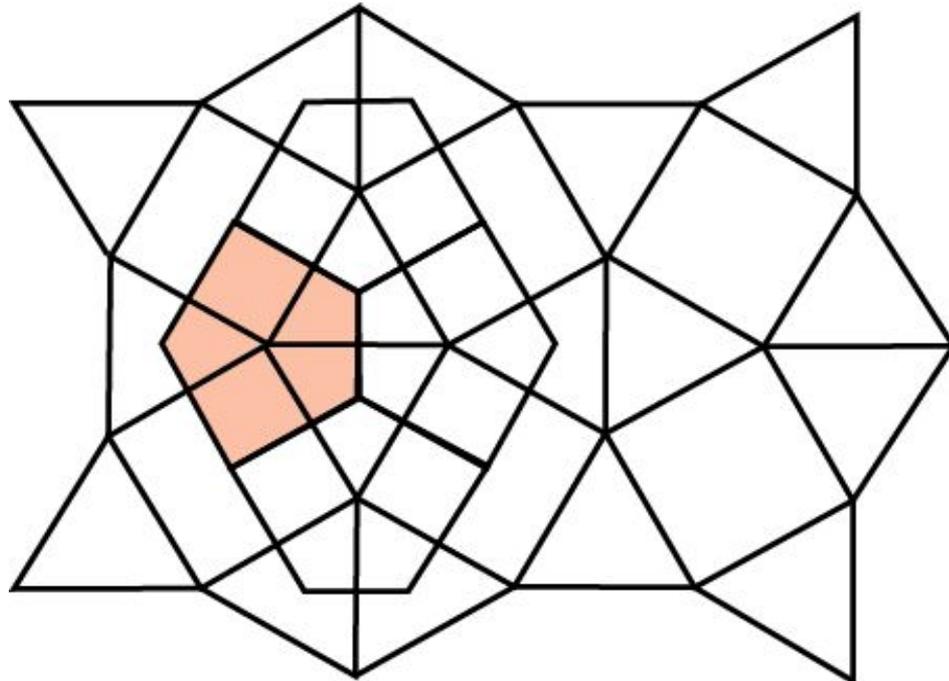
На рисунке приведен фрагмент еще одного правильного паркета из восьмиугольников и квадратов.



# Двойственные паркетты

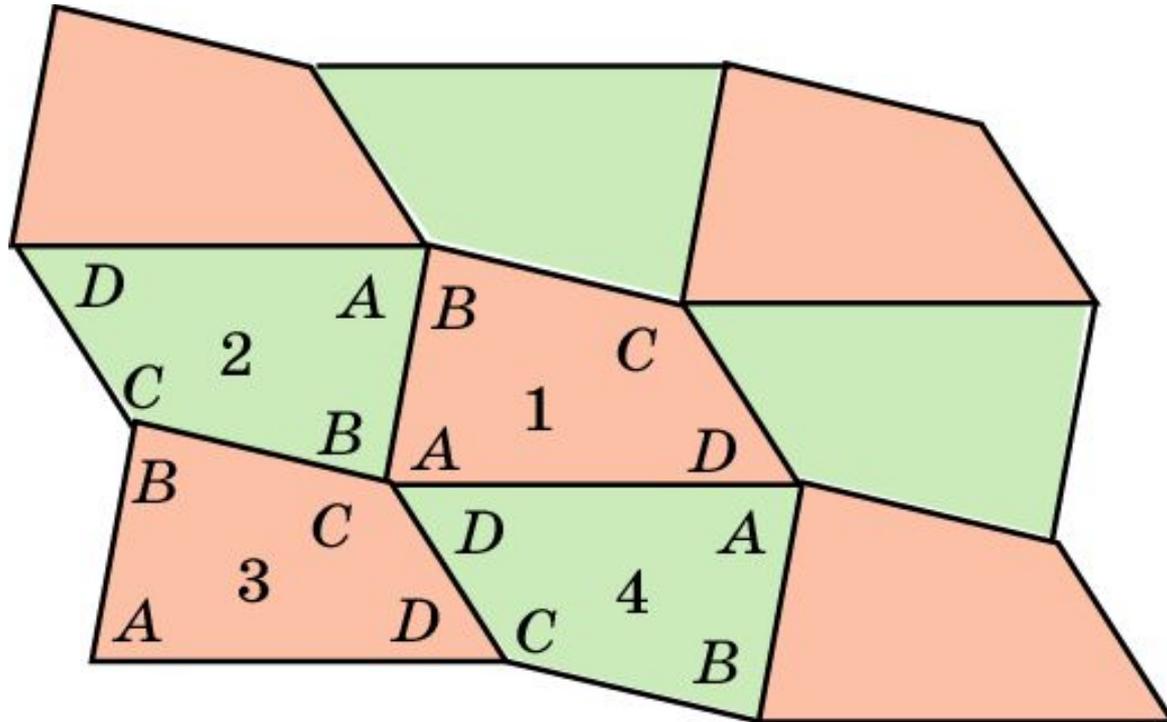
**Двойственным** к правильному паркету называется паркет, вершины которого находятся в центрах правильных многоугольников данного правильного паркета.

На рисунке показано образование паркета, двойственного к правильному паркету (рис. 6).



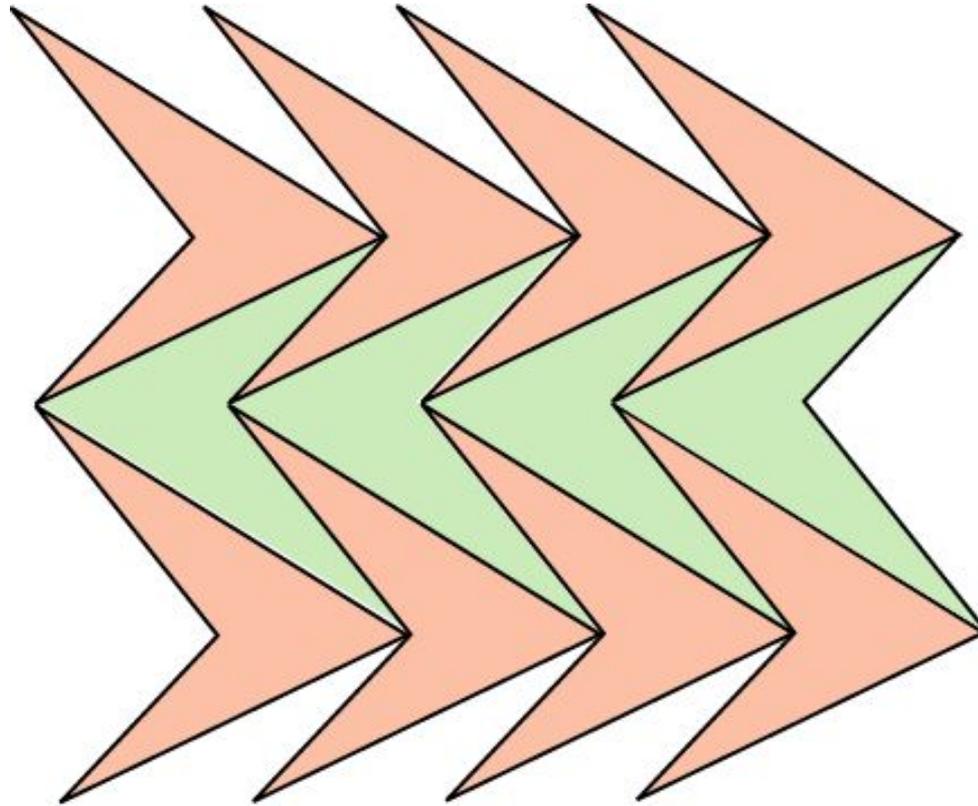
# Паркет из четырехугольников

**Теорема.** Для любого четырехугольника существует паркет, состоящий из четырехугольников, равных исходному. Иначе говоря, четырехугольником произвольной формы можно заполнить всю плоскость.



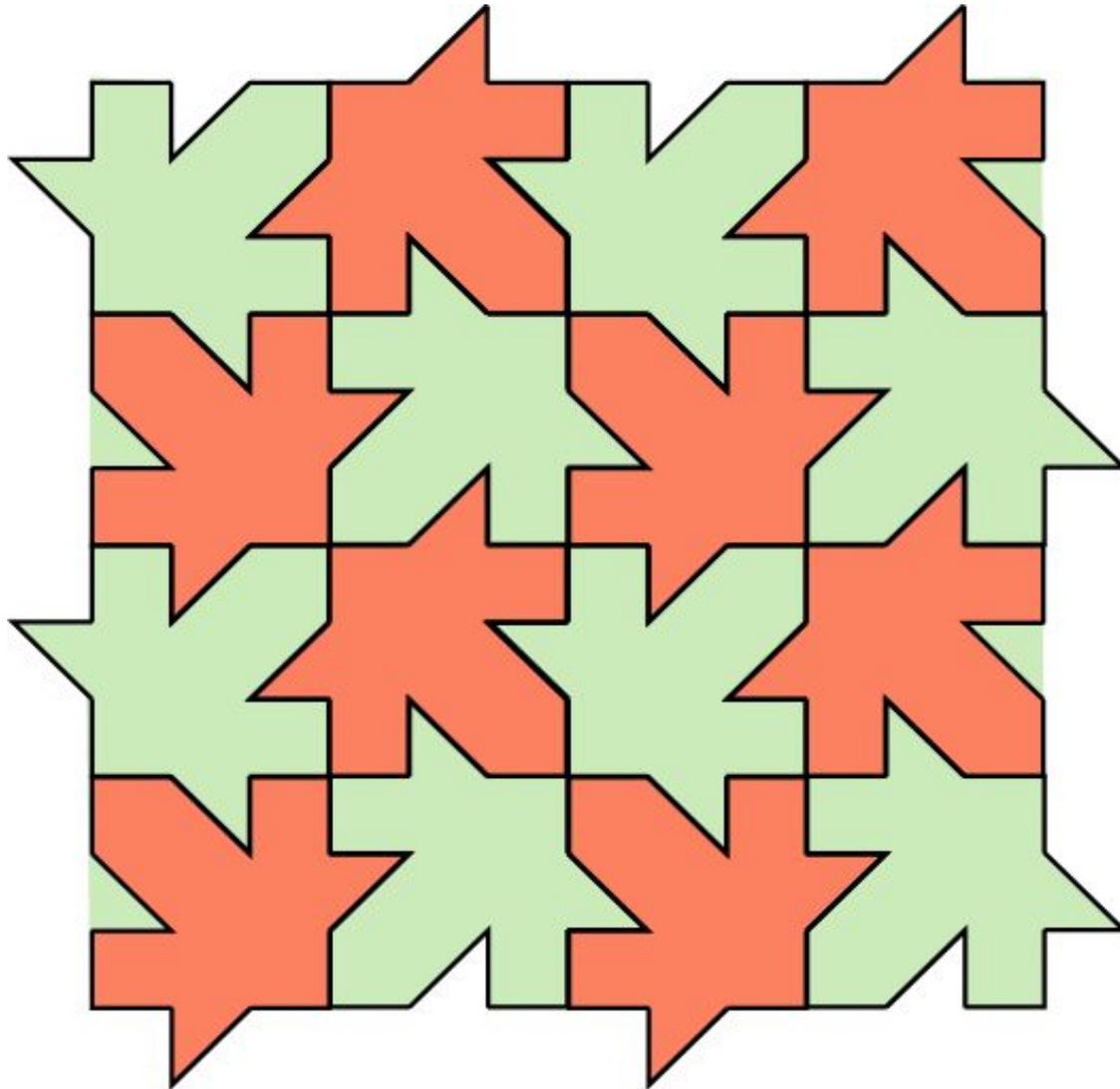
# Паркет из четырехугольников

Четырехугольник в предыдущей теореме может быть и невыпуклым.



## Заполнение плоскости

Заполнение плоскости может быть произведено и многоугольниками более сложной формы.



# Вопрос 1

Что называется паркетом?

**Ответ:** Паркетом называется такое заполнение плоскости многоугольниками, при котором любые два многоугольника либо имеют общую сторону, либо имеют общую вершину, либо не имеют общих точек.

## Вопрос 2

Какой паркет называется правильным?

**Ответ:** Паркет называется правильным, если он состоит из правильных многоугольников, и вокруг каждой вершины правильные многоугольники расположены одним и тем же способом.

## Вопрос 3

Какой паркет называется двойственным к правильному паркету?

**Ответ:** Двойственным к правильному паркету называется паркет, вершины которого находятся в центрах правильных многоугольников данного правильного паркета.

## Вопрос 4

Можно ли составить паркет из равных четырехугольников произвольной формы?

Ответ: Да.

## Упражнение 1

Можно ли составить паркет из правильных: а) пятиугольников; б) шестиугольников; в) семиугольников?

**Ответ:** а) Нет;  
б) да;  
в) нет.

## Упражнение 2

Можно ли составить паркет из: а) правильных восьмиугольников и квадратов; б) правильных двенадцатиугольников и треугольников; в) правильных десятиугольников и пятиугольников?

**Ответ:** а) Да;  
б) да;  
в) нет.

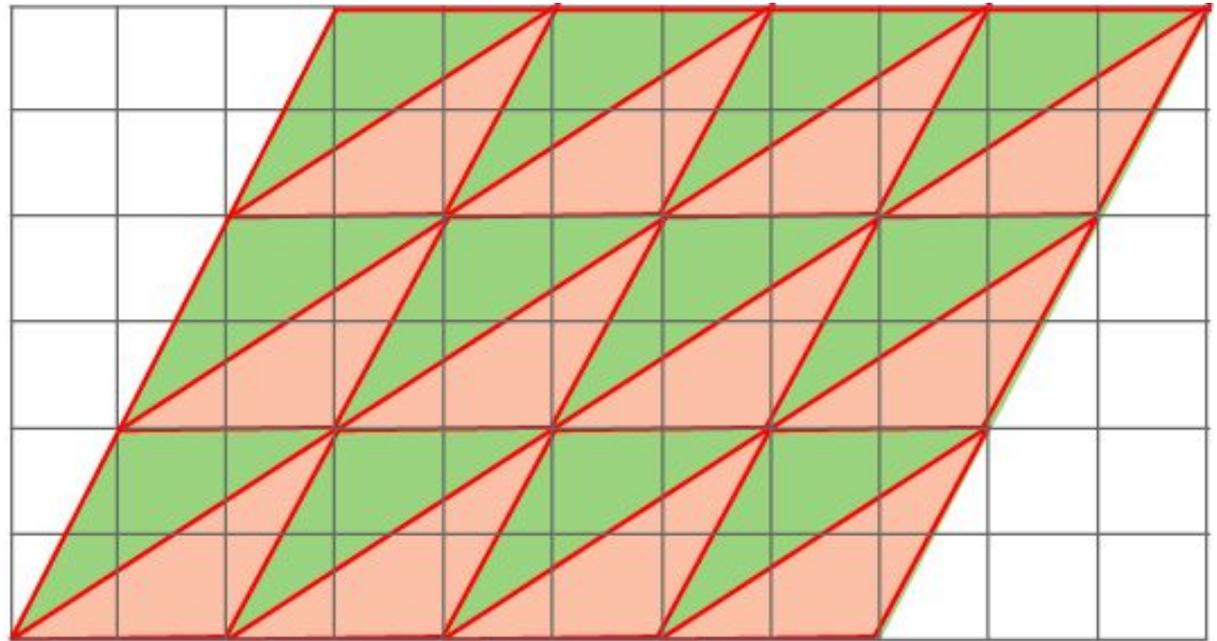
## Упражнение 3

Можно ли составить паркет из равных треугольником произвольной формы?

Ответ: Да.

## Упражнение 4

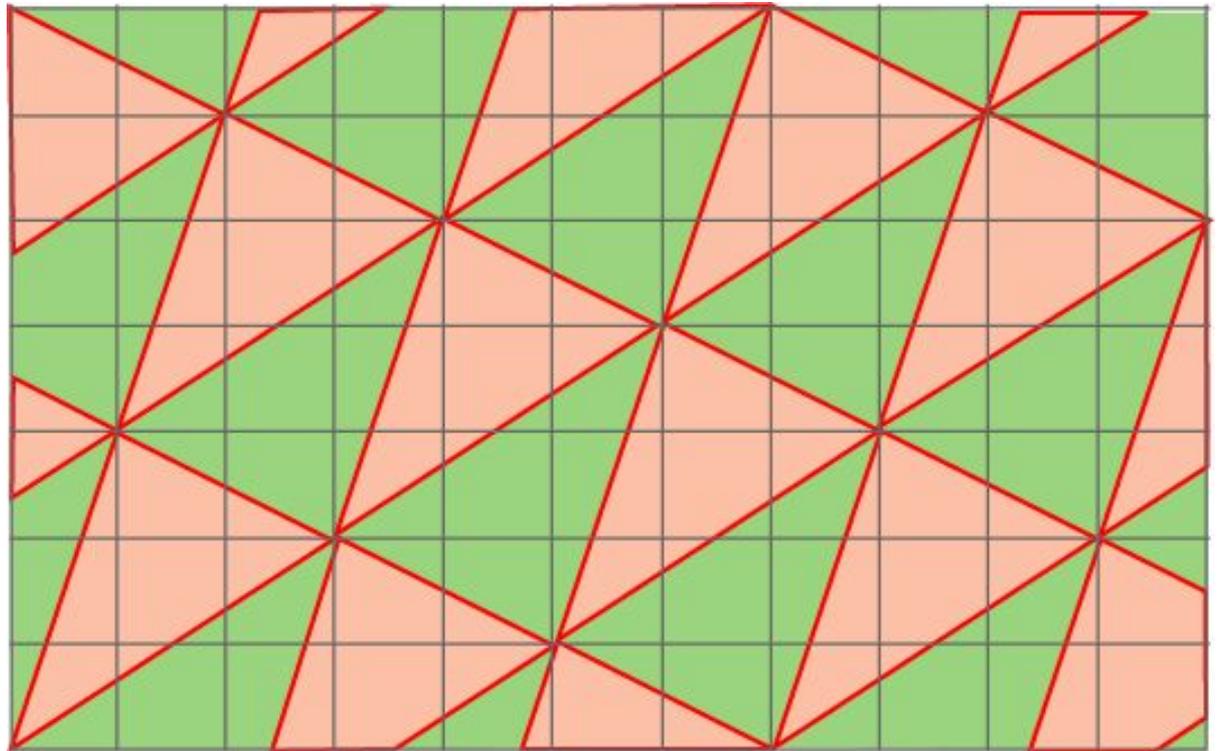
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из треугольников, равных данному.



Ответ:

## Упражнение 5

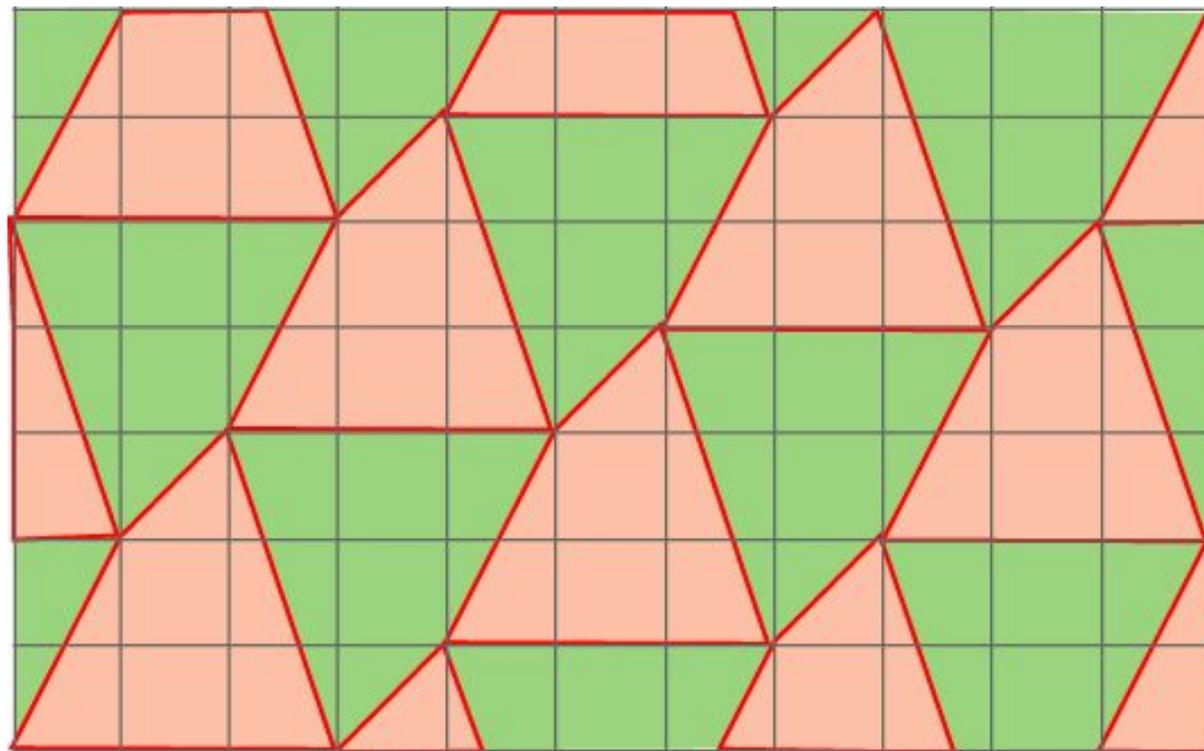
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из треугольников, равных данному.



Ответ:

## Упражнение 6

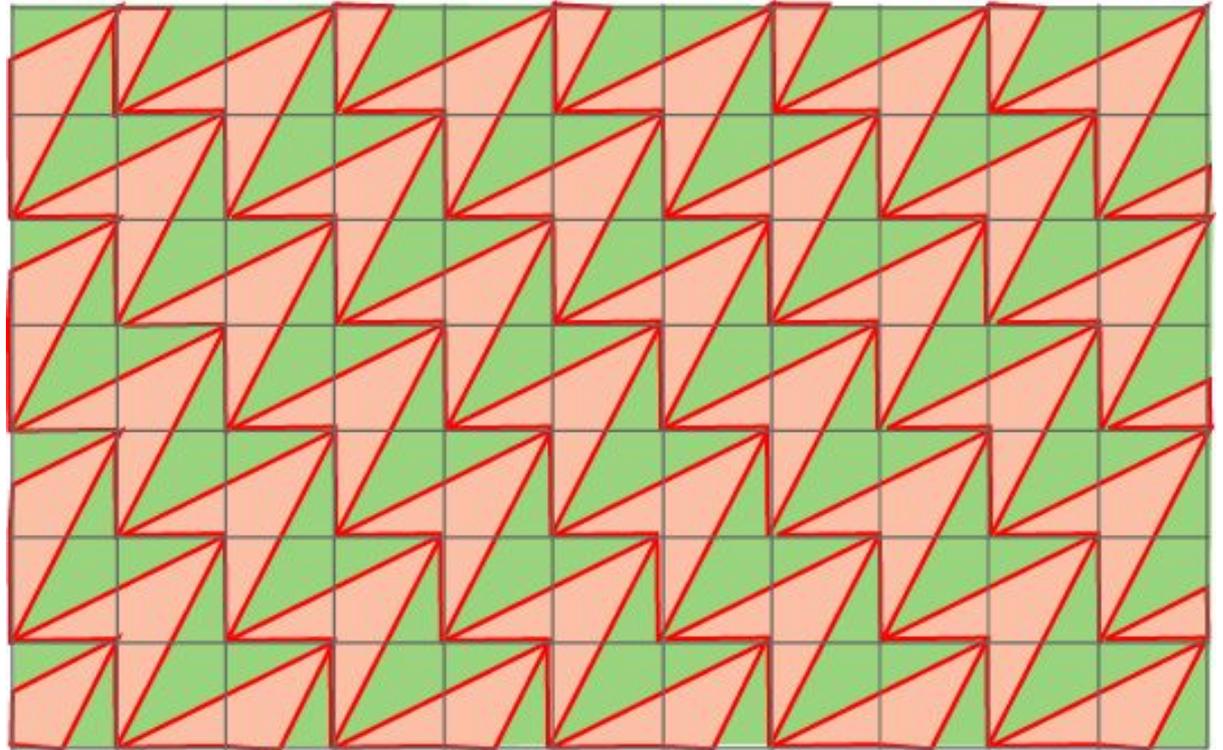
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из четырехугольников, равных данному.



Ответ:

## Упражнение 7

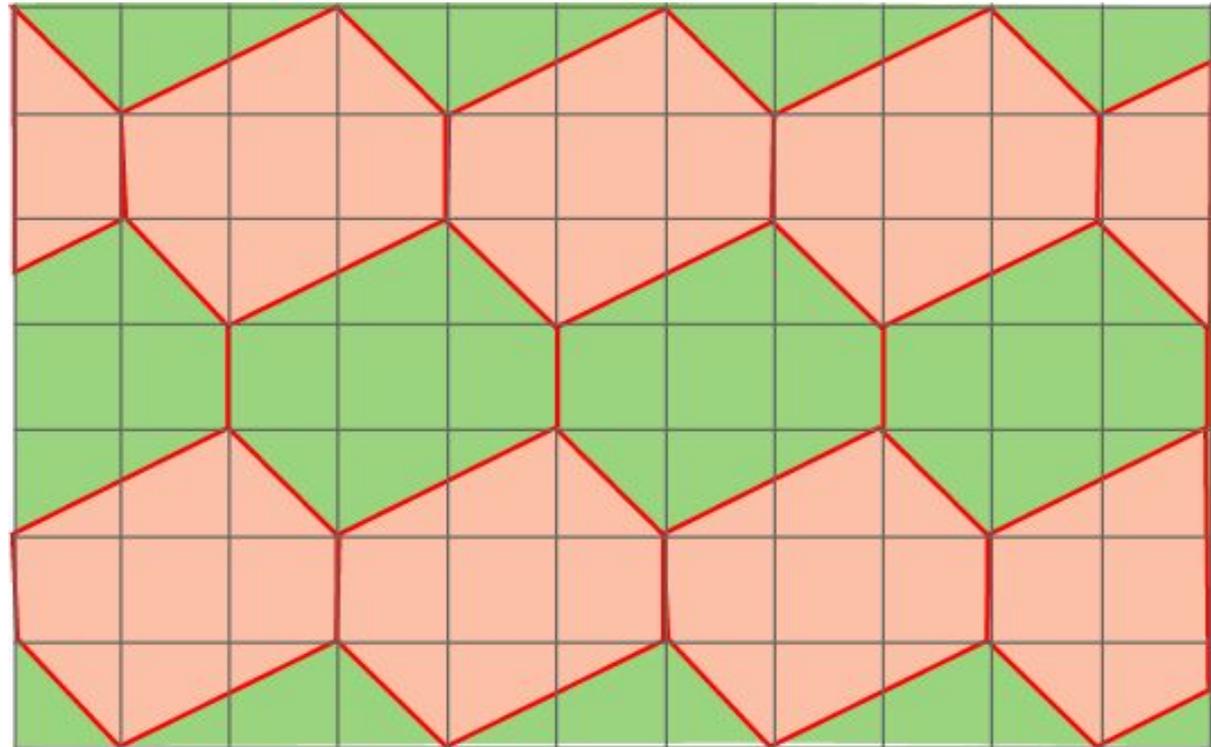
На клетчатой бумаге изобразите паркет, составленный из четырехугольников, равных данному.



Ответ:

## Упражнение 8

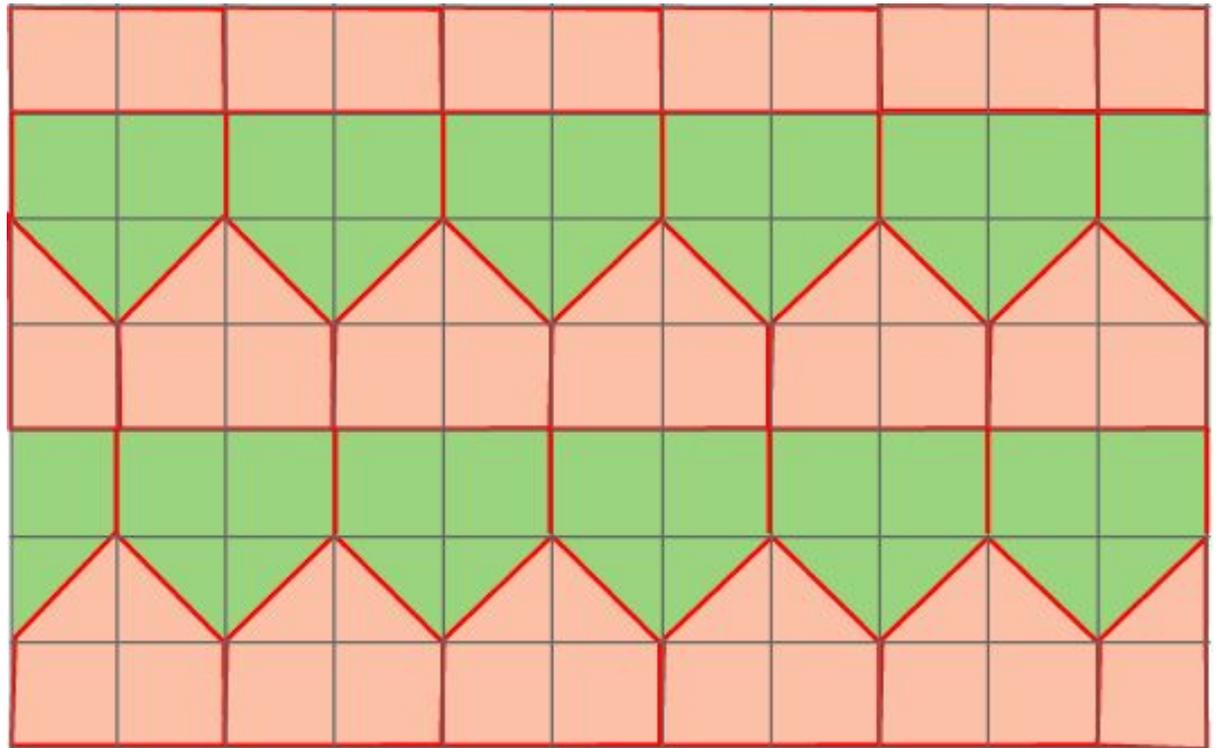
Можно ли составить паркет из равных неправильных шестиугольников?



Ответ: Да.

## Упражнение 9

Можно ли составить паркет из равных пятиугольников?



Ответ: Да.

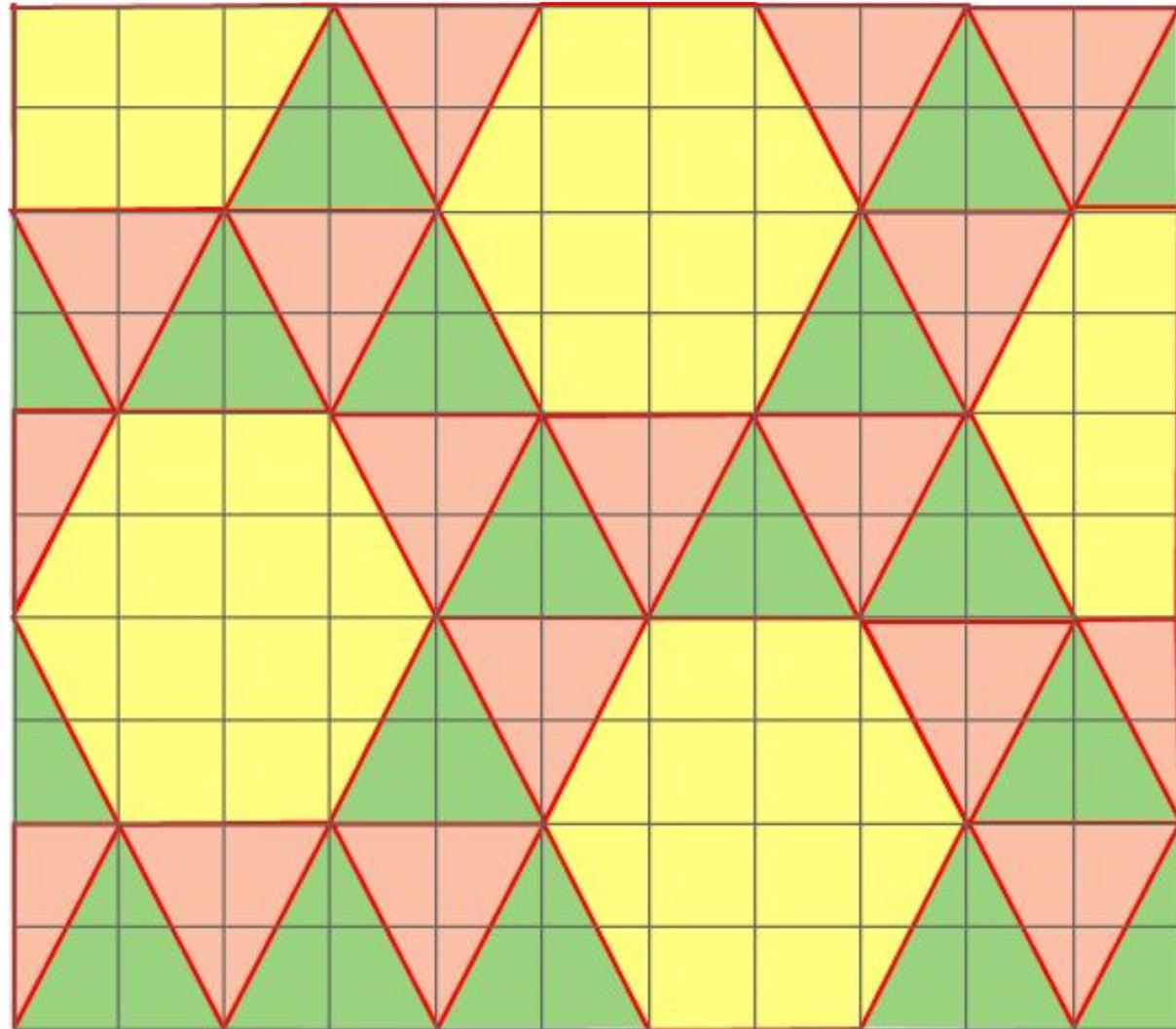
## Упражнение 10

Можно ли составить паркет из равных семиугольников?

Ответ: Нет.

# Упражнение 11

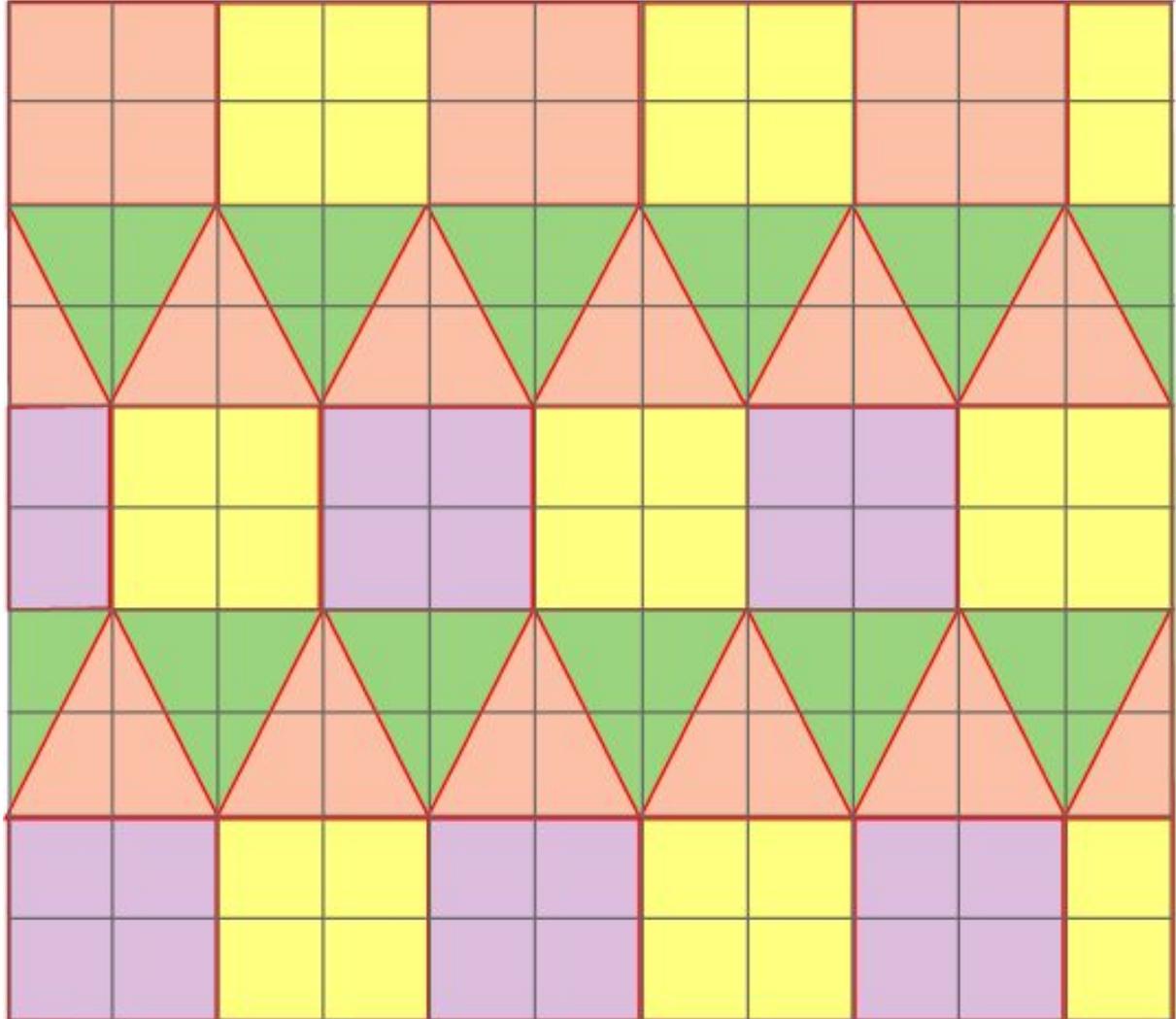
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 4.



Ответ:

## Упражнение 12

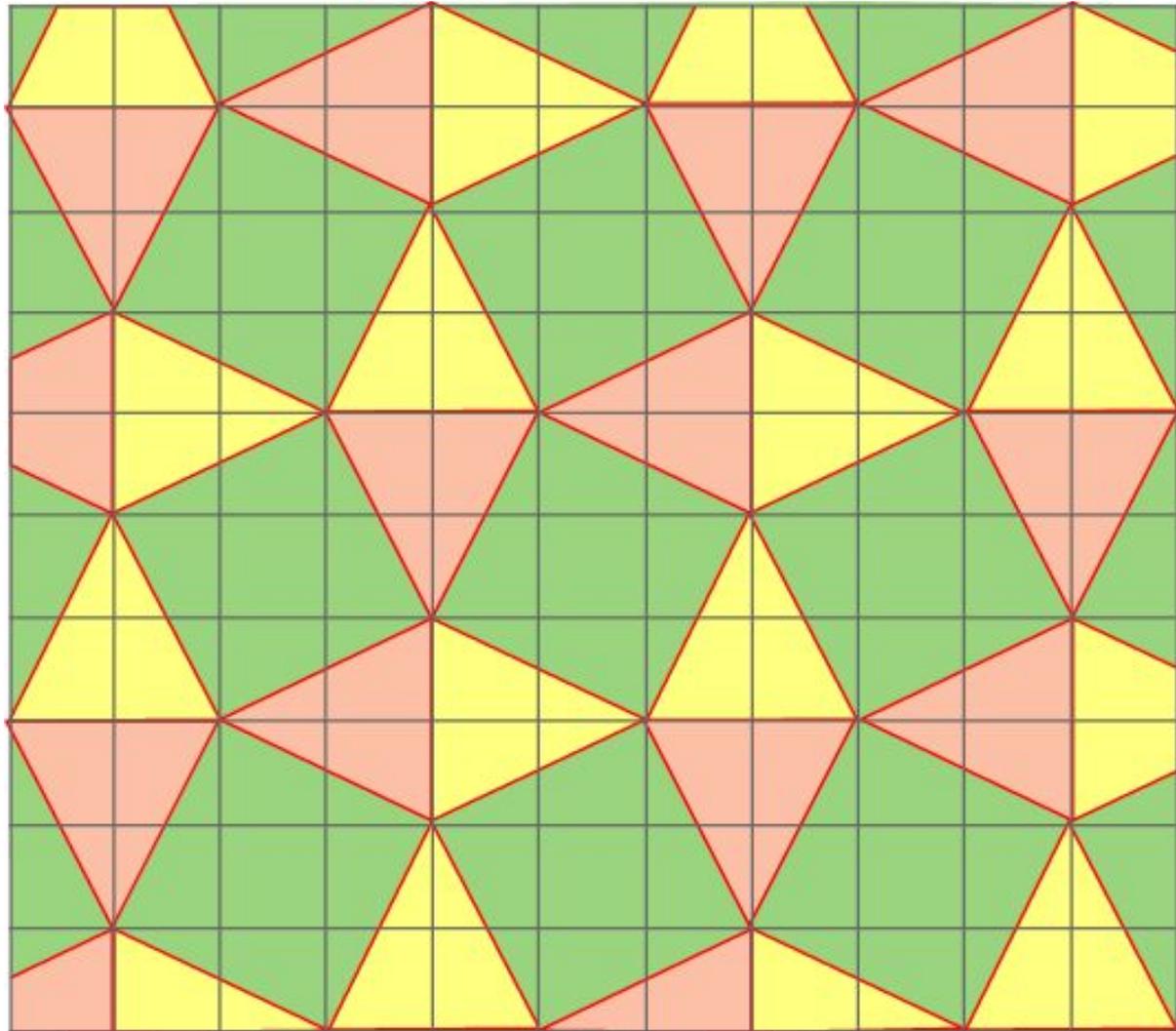
На клетчатой бумаге изобразите паркет из квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 5.



Ответ:

## Упражнение 13

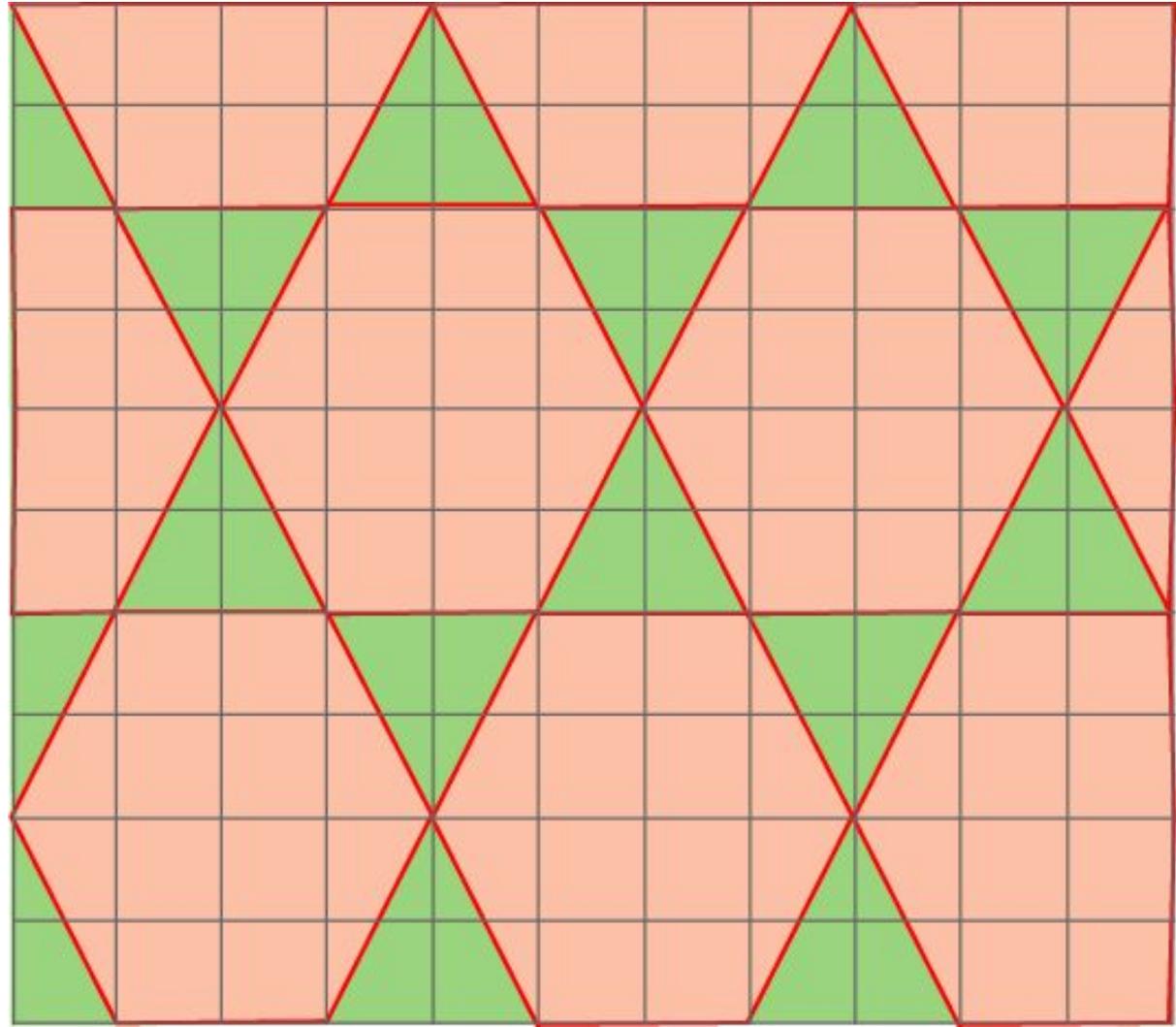
На клетчатой бумаге изобразите паркет из квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 6.



Ответ:

## Упражнение 14

На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 7.

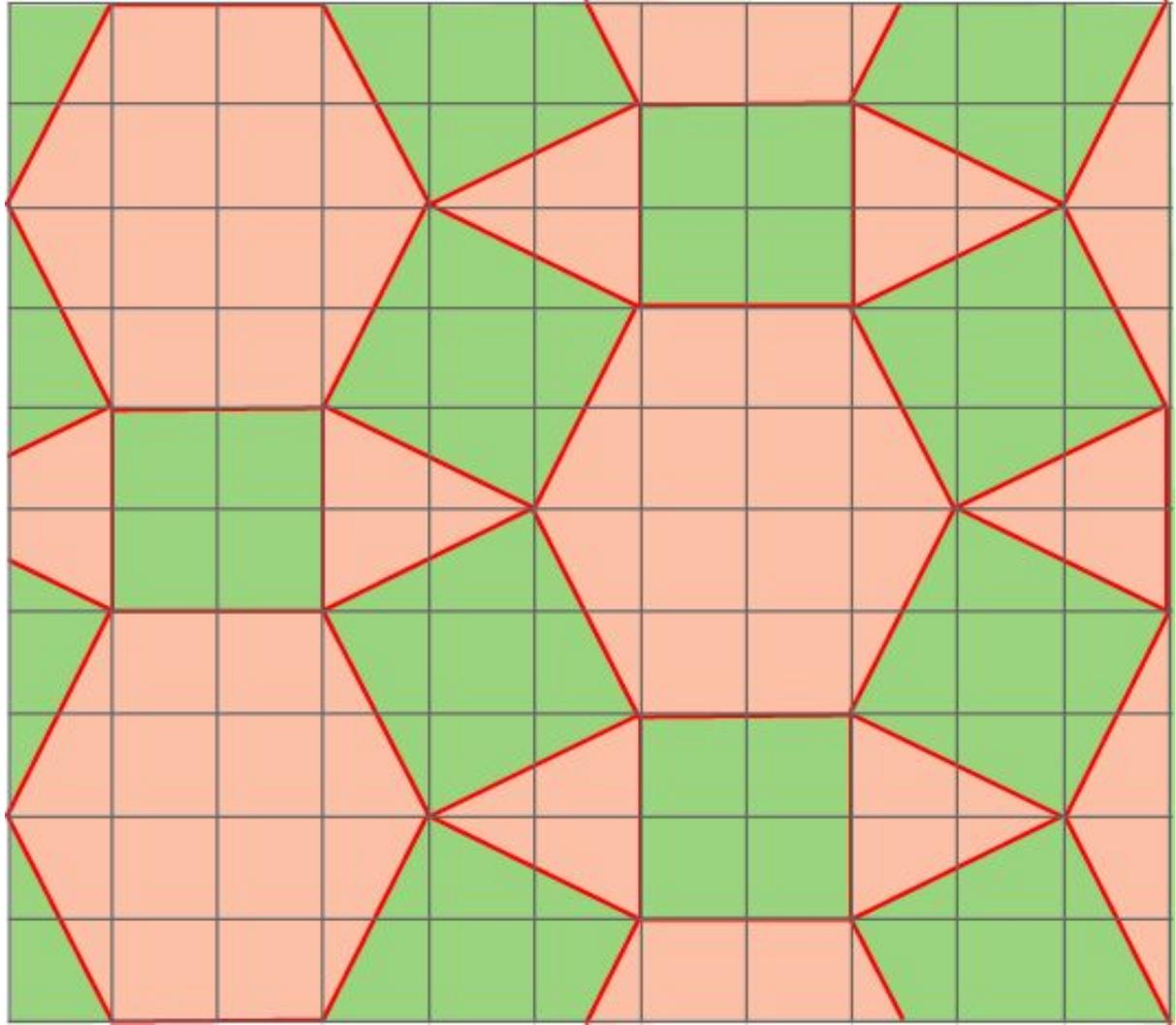


Ответ:

## Упражнение 15

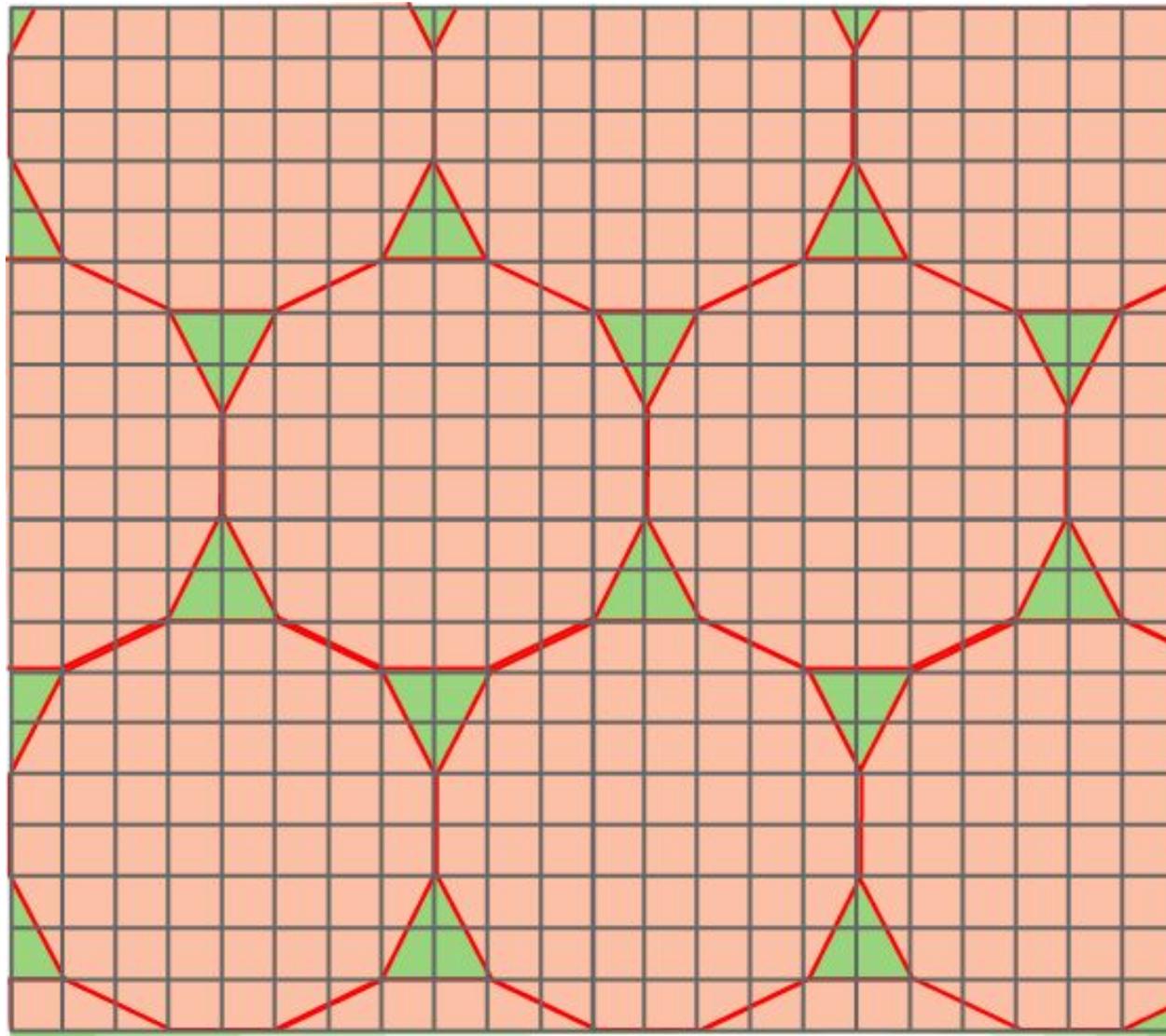
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников, квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 8.

Ответ:



## Упражнение 16

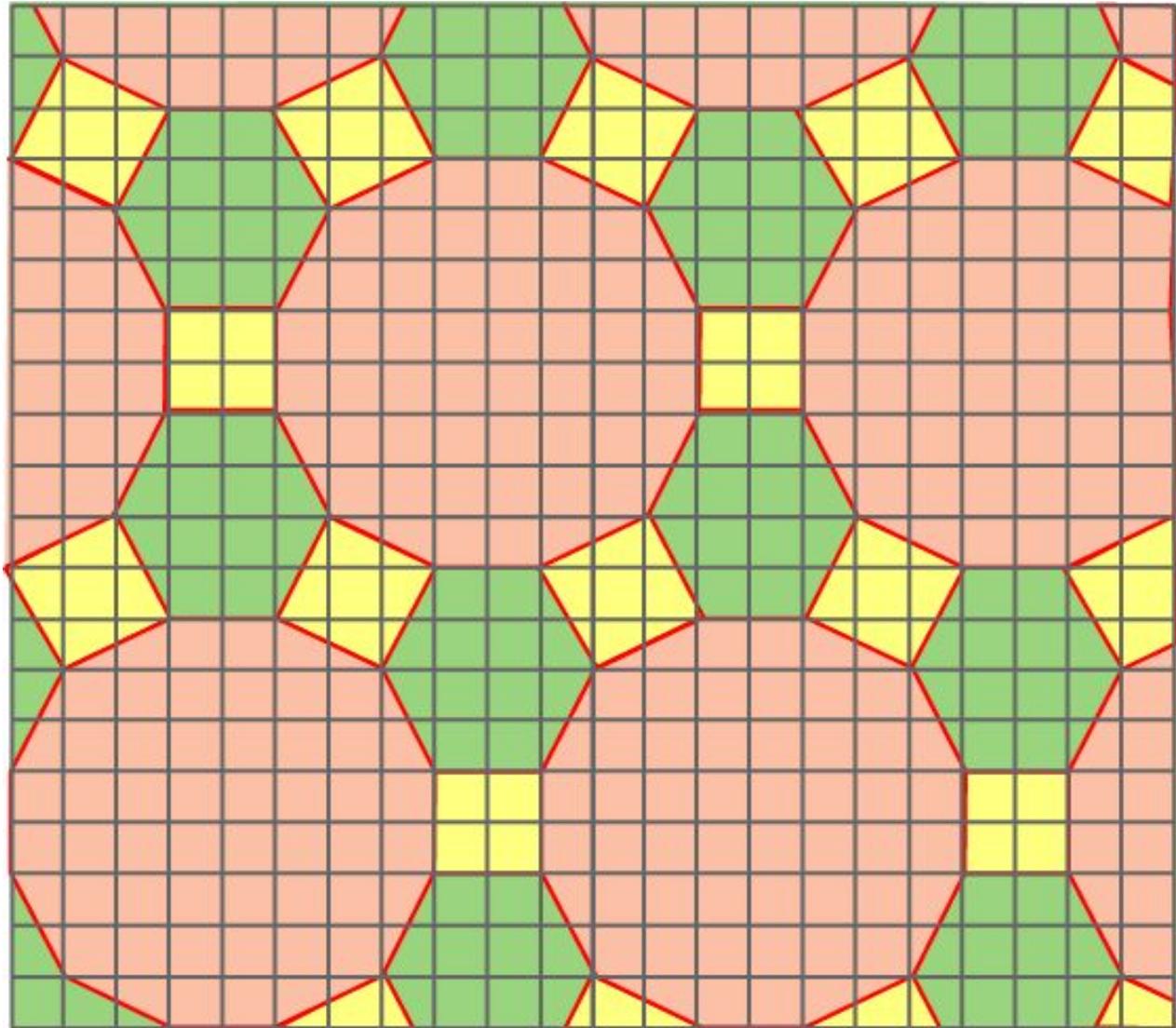
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников, квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 9.



Ответ:

## Упражнение 17

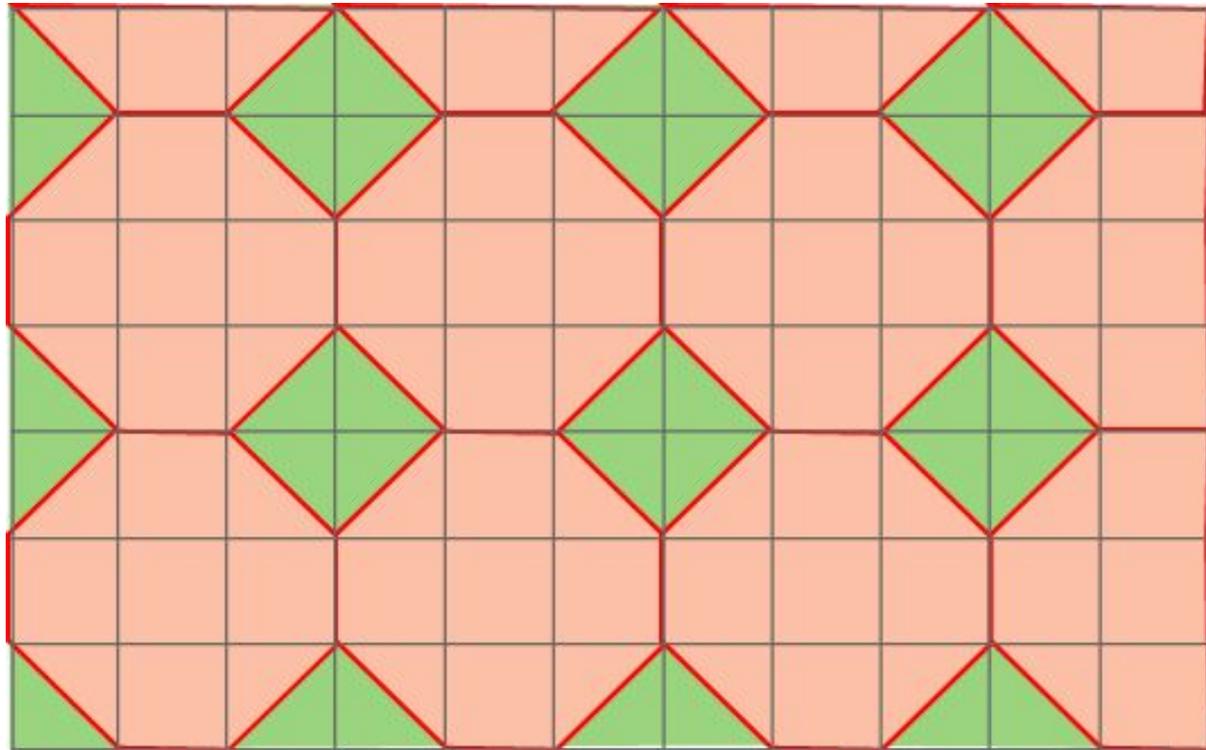
На клетчатой бумаге изобразите паркет из шестиугольников, квадратов и треугольников, аналогичный паркету на рисунке 10.



Ответ:

## Упражнение 18

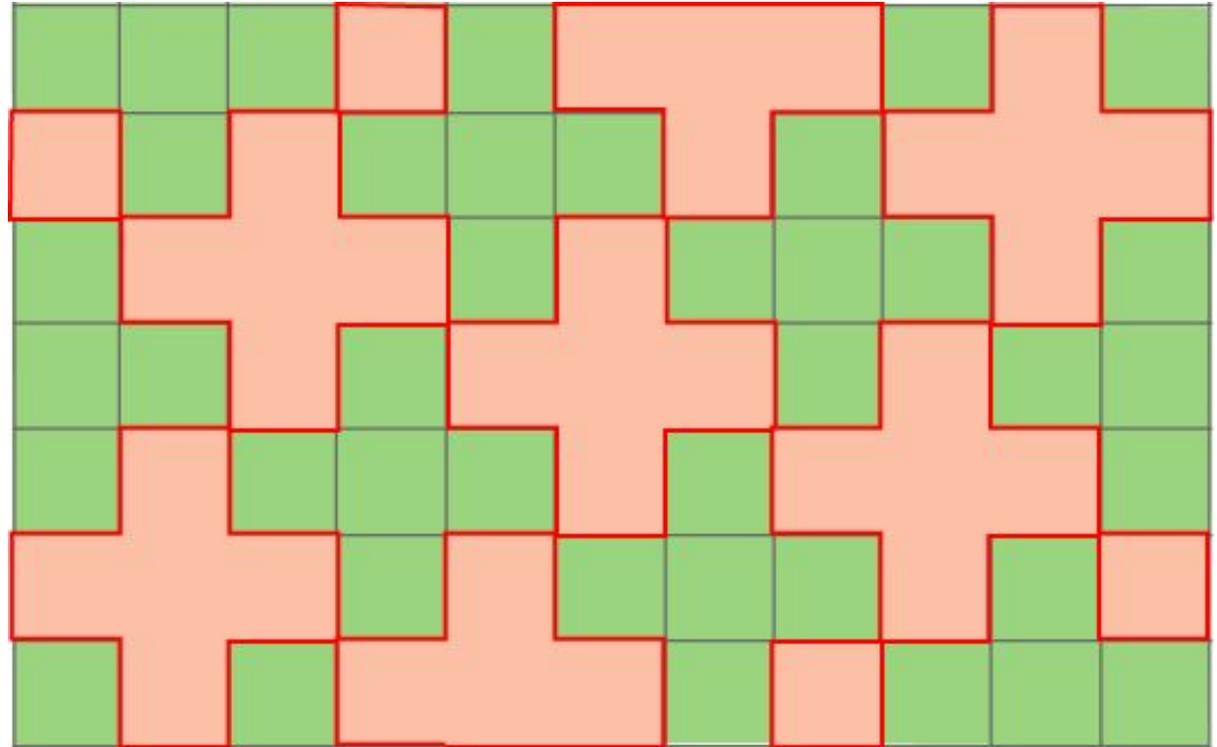
На клетчатой бумаге изобразите паркет из восьмиугольников и квадратов, аналогичный паркету на рисунке 11.



Ответ:

## Упражнение 19

Можно ли заполнить плоскость греческими крестами?



Ответ: Да.

## Упражнение 20

Из каких многоугольников состоят паркетты, двойственные к паркетам, изображенным на рисунках 1 – 3?

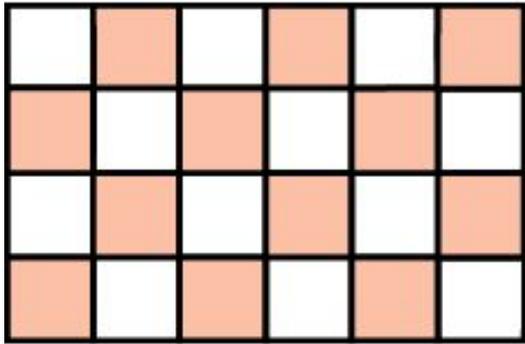


Рис. 1

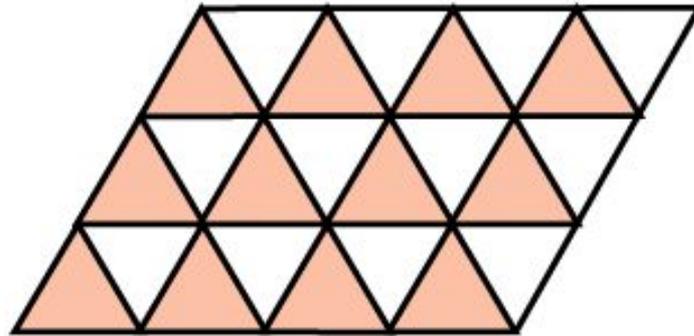


Рис. 2

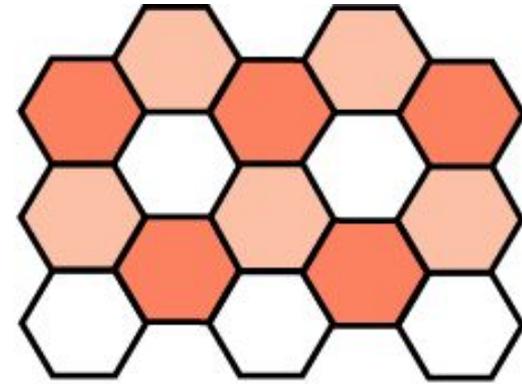


Рис. 3

**Ответ:** 1) Четырехугольников;  
2) шестиугольников;  
3) треугольников.

## Упражнение 21

Из каких многоугольников состоят паркетты, двойственные к паркетам, изображенным на рисунках 4 – 7? Какие у них углы?

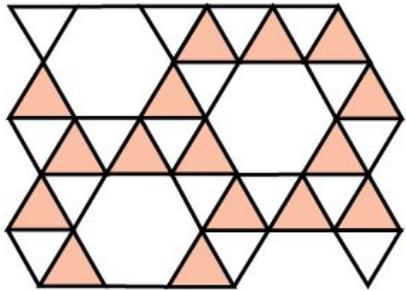


Рис. 4

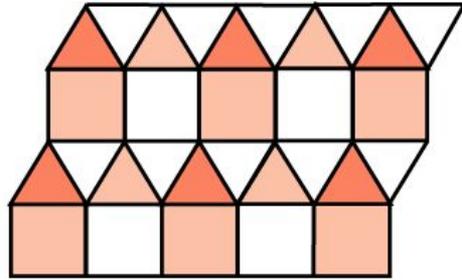


Рис. 5

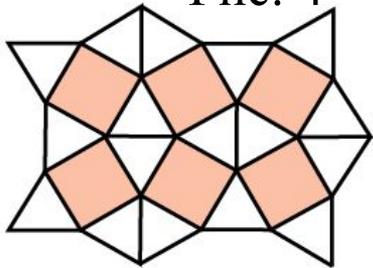


Рис. 6

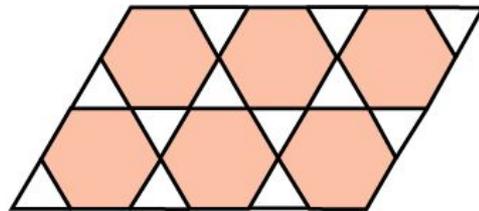


Рис. 7

**Ответ:** 4) Пятиугольников с углами  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $120^\circ$ ;  
5) пятиугольников, с углами  $90^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $120^\circ$ ;  
6) пятиугольников с углами  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $120^\circ$ ;  
7) четырехугольников с углами  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ .

## Упражнение 22

Из каких многоугольников состоят паркетты, двойственные к паркетам, изображенным на рисунках 8 – 11? Какие у них углы?

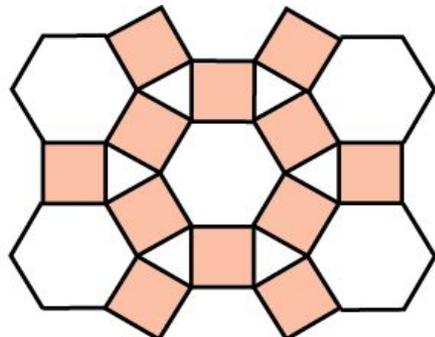


Рис. 8

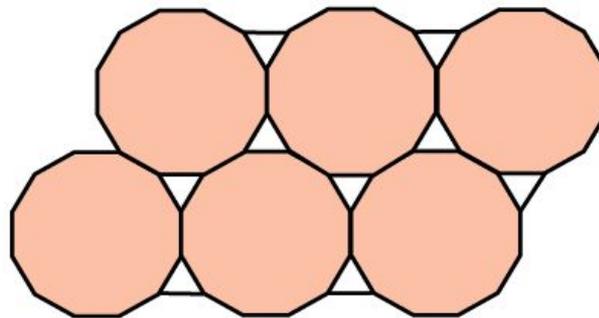


Рис. 9

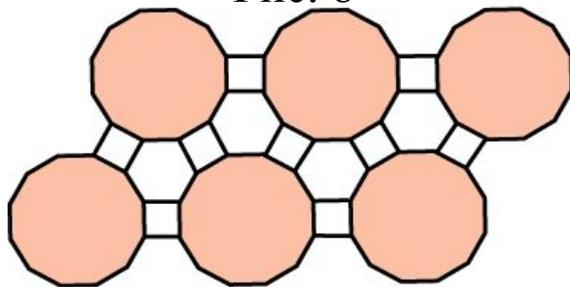


Рис. 10

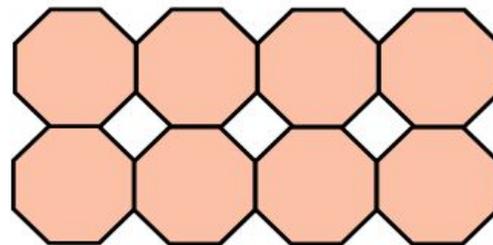


Рис. 11

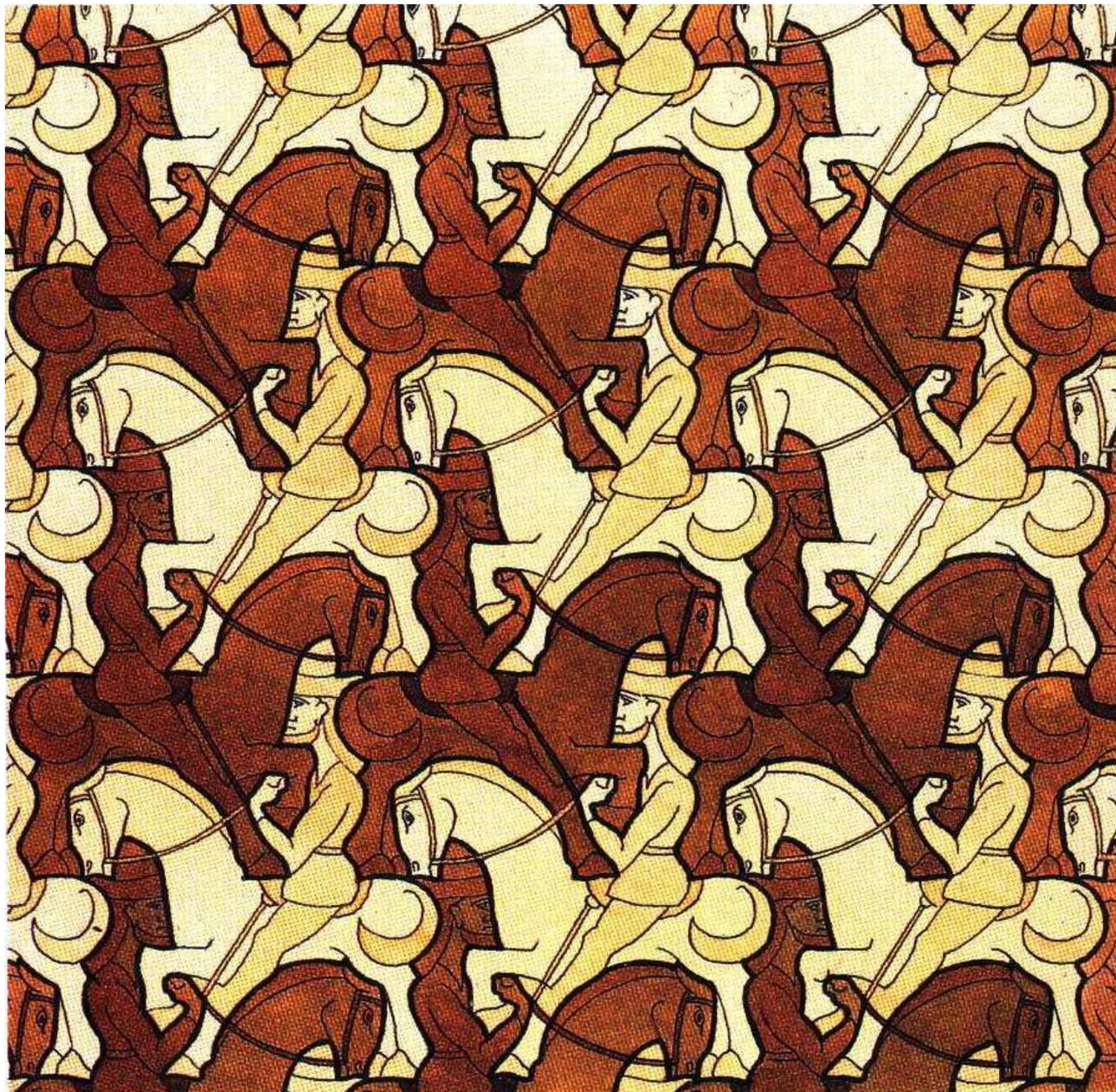
**Ответ:** 8) Четырехугольников с углами  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ;  
9) треугольников с углами  $120^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $30^\circ$ ;  
10) треугольников с углами  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ ;  
11) треугольников с углами  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ .

## Упражнение 23

Верно ли что все многоугольники паркета, двойственного к правильному паркету, равны?

Ответ: Да.

# Картины М. Эшера (Всадники)



# Картины М. Эшера (Птицы)



# Картины М. Эшера (Ящерицы)



# Картины М. Эшера (Круг)

