

№ 26

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 24. Если при этом в куче оказалось не более 38 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче был 21 камень и Петя удвоит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Ваня. В начальный момент в куче было S камней, $1 < S < 23$.

Задание 1. а) При каких значениях числа S Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 22, 21, 20$? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

Задание 2. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 11, 10$? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

Задание 3. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 9$? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах – количество камней в позиции.

Задача 2

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 45. Если при этом в куче оказалось не более 112 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче было 40 камней и Паша утроит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Валя. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 44$.

Выполните следующие задания.

1. а) При каких значениях числа S Паша может выиграть в один ход?
Укажите все такие значения и соответствующие ходы Паши.
б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 37, 39, 41$?
Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.
2. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 13, 11$? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.
3. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 9$? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

Задача 3

Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу **три камня** или увеличить количество камней в куче **в два раза** и затем **убрать из кучи один камень**. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее **38**. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 37$.

Задание 1. а) Укажите все такие значения числа S , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения S .
б) Укажите такое значение S , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

Задание 2. Укажите все значения S , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём Паша не может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Паши.

Задание 3. Укажите хотя бы одно значение S , при котором у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, и у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Васи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы).