

# Программирование на языке Паскаль

§ 59. Процедуры

§ 60. Функции

§ 61. Рекурсия

# Программирование на языке Паскаль

## **§ 59. Процедуры**

# Зачем нужны процедуры?

```
writeln('Ошибка программы');
```

много раз!

```
program withProc;
```

```
var n: integer;
```

```
procedure Error;
```

```
begin
```

```
    writeln('Ошибка программы')
```

```
end;
```

```
begin
```

```
    read(n);
```

```
    if n < 0 then Error;
```

```
    ...
```

```
end.
```

ВЫЗОВ  
процедуры

# Что такое процедура?

**Процедура** – вспомогательный алгоритм, который выполняет некоторые действия.

- текст (расшифровка) процедуры записывается **до основной программы**
- в программе может быть **много процедур**
- чтобы процедура заработала, нужно **вызвать** её по имени из основной программы или из другой процедуры

# Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

много раз!

Алгоритм:

$$178 \Rightarrow 10110010_2$$

? Как вывести первую цифру?

n :=  $\overset{7}{1} \overset{6}{0} \overset{5}{1} \overset{4}{1} \overset{3}{0} \overset{2}{0} \overset{1}{1} \overset{0}{0}_2$  разряды

n div 128

n mod 128

? Как вывести вторую цифру?

n1 div 64

# Процедура с параметрами

*Задача.* Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

**Алгоритм:**

```
k := 128;
while k > 0 do begin
  write(n div k);
  n := n mod k;
  k := k div 2;
end;
```

178 ⇒ 10110010



Результат зависит от n!

n	k	ВЫВОД
178	128	1

# Процедура с параметрами

```
program binCode;  
  procedure printBin (n: integer);  
  var k: integer;  
  begin  
    k := 128;  
    while k > 0 do begin  
      write (n div k);  
      n := n mod k;  
      k := k div 2  
    end  
  end;  
begin  
  printBin (99)  
end.
```

локальная  
переменная

**Параметры** – данные,  
изменяющие работу  
процедуры.

значение параметра  
(аргумент)

# Несколько параметров

```
procedure printSred(a: integer;  
                   b: integer);  
  
begin  
    write((a+b)/2);  
end.
```

```
procedure printSred(a, b: integer);  
begin  
    write((a+b)/2);  
end.
```



# Задачи

**№1:** Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число  $N$  – и выводит на экран линию из  $N$  символов '–'.

**Пример:**

Введите  $N$ :

10

-----

**№2:** Напишите процедуру, которая выводит на экран в столбик все цифры переданного ей числа, начиная с первой.

**Пример:**

Введите натуральное число:

1234

1

2

3

4

# Задачи

**№3:** Напишите процедуру, которая выводит на экран запись переданного ей числа в римской системе счисления.

**Пример:**

**Введите натуральное число:**

**2013**

**MMXIII**

# Изменяемые параметры

*Задача.* Написать процедуру, которая меняет местами значения двух переменных.

```

program Exchange;
var x, y: integer;

procedure Swap(a, b: integer);
var c: integer;
begin
  c := a; a := b; b := c;
end;

begin
  x := 2; y := 3;
  Swap(x, y);
  write(x, ' ', y)
end.

```

передача по  
значению



Процедура работает с копиями переданных значений параметров!

2 3



Почему не работает?

# Изменяемые параметры

переменные могут  
ИЗМЕНЯТЬСЯ

```
procedure Swap ( var a, b: integer );  
var c: integer;  
begin  
  c := a; a := b; b := c;  
end;
```

передача по  
ССЫЛКЕ

## ВЫЗОВ:

```
var a, b: integer;  
...  
Swap (a, b); { правильно }  
Swap (2, 3); { неправильно }  
Swap (a, b+3); { неправильно }
```

# Задачи

**№4:** Напишите процедуру, которая переставляет три переданные ей числа в порядке возрастания.

**Пример:**

**Введите три натуральных числа:**

**10 15 5**

**5 10 15**

**№5:** Напишите процедуру, которая сокращает дробь вида  $M/N$ . Числитель и знаменатель дроби передаются как изменяемые параметры.

**Пример:**

**Введите числитель и знаменатель дроби:**

**25 15**

**После сокращения: 5/3**

# Задачи

**№6:** Напишите процедуру, которая вычисляет наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел и возвращает их через изменяемые параметры.

**Пример:**

Введите два натуральных числа :

**10 15**

**НОД (10 , 15) =5**

**НОК (10 , 15) =30**

# Программирование на языке Паскаль

## **§ 60. Функции**

# Что такое функция?

**Функция** – это вспомогательный алгоритм, который возвращает *значение-результат* (число, символ или объект другого типа).

**Задача.** Написать функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

**Алгоритм:**

```
сумма := 0;  
while n <> 0 do begin  
    сумма := сумма + n mod 10;  
    n := n div 10  
end;
```



# Сумма цифр числа

```
program Sum;
```

```
function sumDigits (n: integer) : integer ;
```

```
var sum: integer;
```

```
begin
```

```
    sum := 0;
```

```
    while n <> 0 do begin
```

```
        sum := sum + n mod 10;
```

```
        n := n div 10;
```

```
    end;
```

```
    sumDigits := sum
```

```
end;
```

тип результата

передача  
результата

```
begin
```

```
    writeln (sumDigits (12345) )
```

```
end.
```

# Использование функций

```
x := 2 * sumDigits (n+5) ;  
z := sumDigits (k) + sumDigits (m) ;  
if sumDigits (n) mod 2 = 0 then begin  
  writeln ('Сумма цифр чётная') ;  
  writeln ('Она равна ', sumDigits (n))  
end ;
```



Функция, возвращающая целое число, может использоваться везде, где и целая величина!

# Задачи

**№7:** Напишите функцию, которая находит наибольший общий делитель двух натуральных чисел.

**Пример:**

Введите два натуральных числа:

**7006652 112307574**

**НОД(7006652, 112307574) = 1234.**

**№8:** Напишите функцию, которая определяет сумму цифр переданного ей числа.

**Пример:**

Введите натуральное число:

**123**

**Сумма цифр числа 123 равна 6.**

# Задачи

**№9:** Напишите функцию, которая «переворачивает» число, то есть возвращает число, в котором цифры стоят в обратном порядке.

**Пример:**

**Введите натуральное число:**

**1234**

**После переворота: 4321.**

# Логические функции

*Задача.* Найти все простые числа в диапазоне от 2 до 100.

```
program PrimeNum;  
var i: integer;  
begin  
  for i:=2 to 100 do  
    if isPrime(i) then  
      writeln(i)  
end.
```

функция,  
возвращающая  
логическое значение  
(True/False)

# Функция: простое число или нет?



Какой алгоритм?

логическое значение  
(True/False)

```
function isPrime (n: integer) : boolean ;
var count, k: integer;
begin
  count := 0;
  k := 2;
  while (k*k <= n) and (count = 0) do begin
    if n mod k = 0 then
      count := count + 1;
    k := k + 1;
  end;
  isPrime := (count = 0)
end;
```

```
if count = 0 then
  isPrime := True
else isPrime := False
```

# Логические функции: использование



Функция, возвращающая логическое значение, может использоваться везде, где и логическая величина!

```
read(n) ;  
while isPrime(n) do begin  
    writeln('простое число') ;  
    read(n)  
end ;
```

# Задачи

**№10:** Напишите логическую функцию, которая определяет, является ли переданное ей число совершенным, то есть, равно ли оно сумме своих делителей, меньших его самого.

**Пример:**

Введите натуральное число:

**28**

Число 28 совершенное.

**Пример:**

Введите натуральное число:

**29**

Число 29 не совершенное.



# Задачи

**№11:** Напишите логическую функцию, которая определяет, являются ли два переданные ей числа взаимно простыми, то есть, не имеющими общих делителей, кроме 1.

**Пример:**

Введите два натуральных числа:

**28 15**

Числа 28 и 15 взаимно простые.

**Пример:**

Введите два натуральных числа:

**28 16**

Числа 28 и 16 не взаимно простые.

# Задачи

**№12:** Простое число называется гиперпростым, если любое число, получающееся из него откидыванием нескольких цифр, тоже является простым. Например, число 733 – гиперпростое, так как и оно само, и числа 73 и 7 – простые. Напишите логическую функцию, которая определяет, верно ли, что переданное ей число – гиперпростое. Используйте уже готовую функцию `isPrime`, которая приведена в учебнике.

## Пример:

Введите натуральное число:

**733**

Число 733 гиперпростое.

## Пример:

Введите натуральное число:

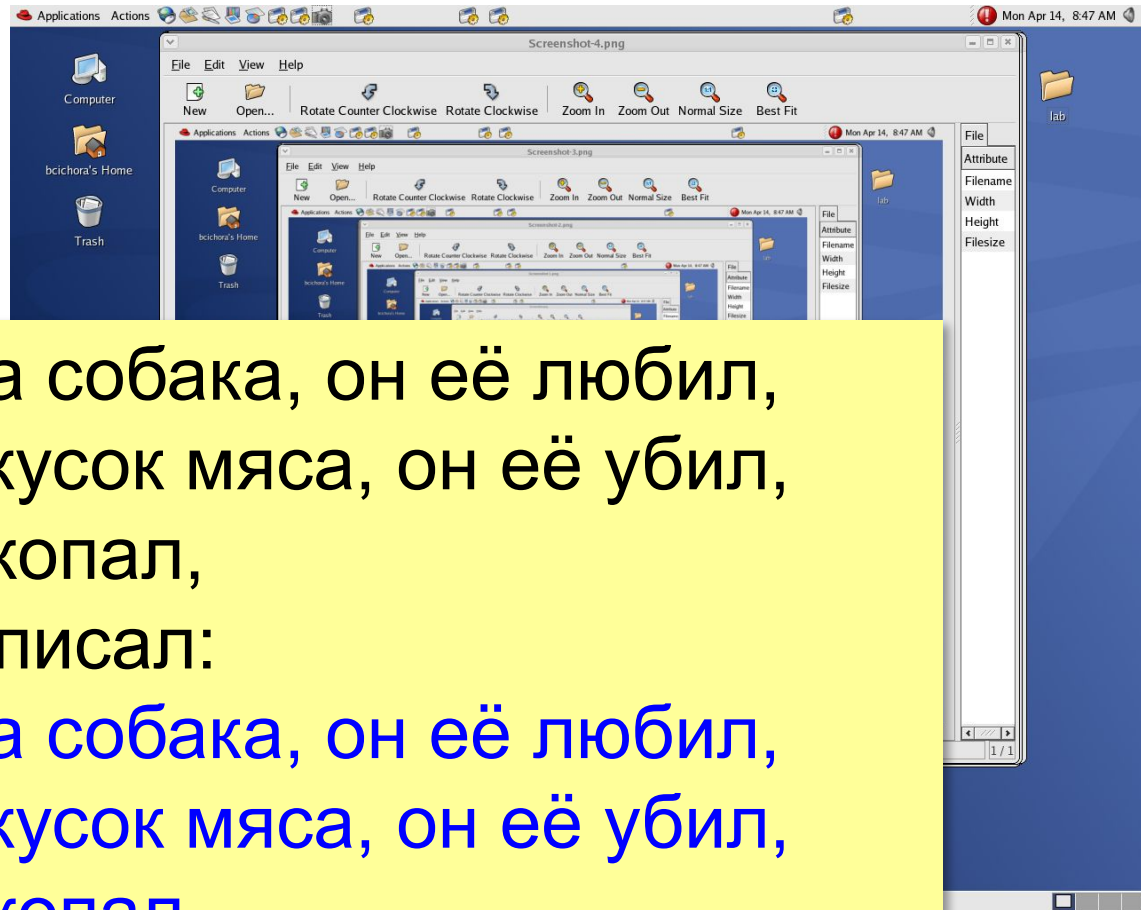
**19**

Число 19 не гиперпростое.

# Программирование на языке Паскаль

## **§ 61. Рекурсия**

# Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,  
 Она съела кусок мяса, он её убил,  
 В землю закопал,  
 Надпись написал:  
 У попа была собака, он её любил,  
 Она съела кусок мяса, он её убил,  
 В землю закопал,  
 Надпись написал:

...

# Что такое рекурсия?

## Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если  $n$  – натуральное число, то  $n + 1$  – натуральное число

индуктивное  
определение

**Рекурсия** — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

## Числа Фибоначчи:

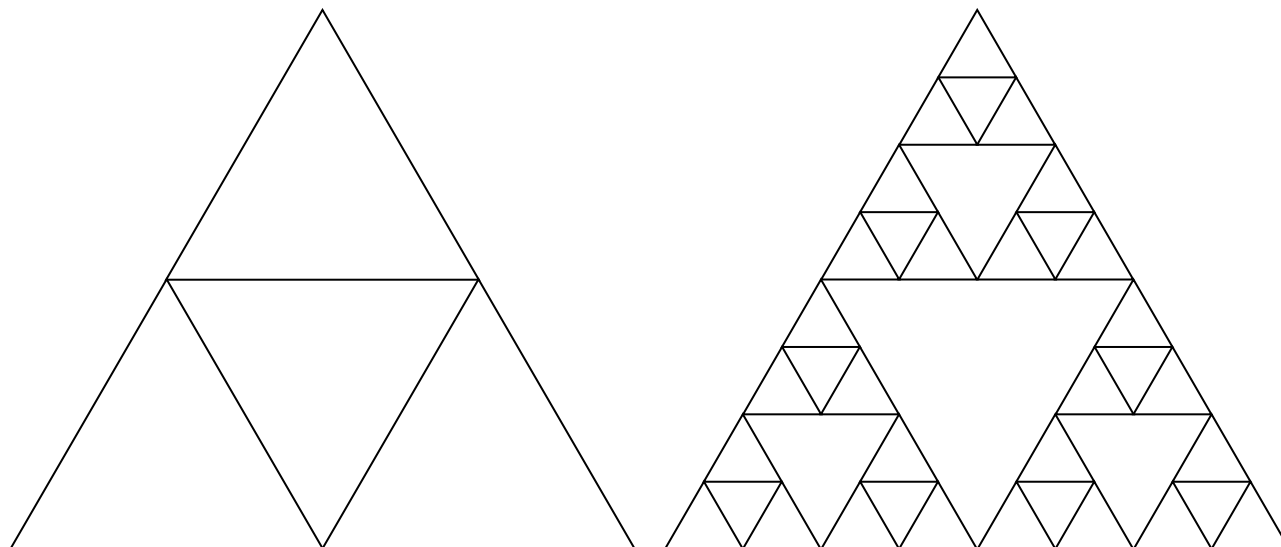
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  при  $n > 2$

**1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...**

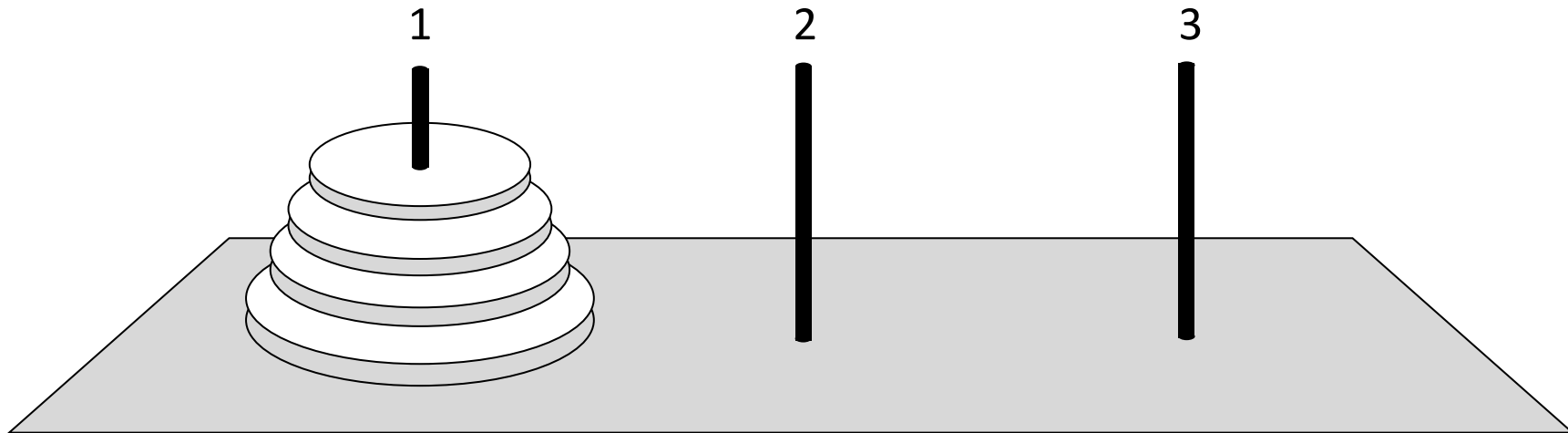
# Фракталы

**Фракталы** – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

**Треугольник Серпинского:**



# Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

перенести (n, 1, 3)

перенести (n-1, 1, 2)

1 -> 3

перенести (n-1, 2, 3)

# Ханойские башни – процедура

СКОЛЬКО

откуда

куда

```

proceduer Hanoi (n, k, m: integer);
var p: integer;
begin
  p := 6 - k - m;
  Hanoi (n-1, k, p);
  writeln(k, ' -> ', m);
  Hanoi (n-1, p, m)
end;

```

номер вспомогательного  
стержня (1+2+3=6!)

рекурсия

p := 6 - k - m;

Hanoi (n-1, k, p);

рекурсия

writeln(k, ' -> ', m);

Hanoi (n-1, p, m)

end;



Что плохо?



**Рекурсия никогда не остановится!**



# Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```

proceduer Hanoi (n, k, m: integer);
var p: integer;
begin
  if n = 0 then exit;
  p := 6 - k - m;
  Hanoi (n-1, k, p);
  writeln(k, ' -> ', m);
  Hanoi (n-1, p, m)
end;

```

условие выхода из рекурсии

```

program HanoiTower;
...
begin
  Hanoi (4, 1, 3)
end.

```

# Вывод двоичного кода числа

```
procedure printBin (n: integer) ;  
begin  
  if n = 0 then exit;  
  printBin ( n div 2 );  
  write ( n mod 2 )  
end;
```

условие выхода из  
рекурсии

напечатать все  
цифры, кроме  
последней

`printBin ( 0 )`

вывести  
последнюю цифру



Как без рекурсии?

# Вычисление суммы цифр числа

```
function sumDig(n: integer): integer;
var sum: integer;
нач
    sum := n mod 10;
    if n >= 10 then
        sum := sum + sumDig(n div 10);
    sumDig := sum
end;
```

последняя цифра

рекурсивный вызов



Где условие окончания рекурсии?

sumDig(1234)

4 + sumDig(123)

4 + 3 + sumDig(12)

4 + 3 + 2 + sumDig(1)

4 + 3 + 2 + 1

# Алгоритм Евклида

**Алгоритм Евклида.** Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
function NOD (a, b: integer): integer;  
begin  
  if (a = 0) or (b = 0) then begin  
    NOD := a + b;  
    exit  
  end;  
  if a > b then  
    NOD := NOD (a - b, b)  
  else NOD := NOD (a, b - a)  
end;
```

условие окончания  
рекурсии

рекурсивные вызовы

# Задачи

**№13:** Напишите рекурсивную функцию, которая вычисляет НОД двух натуральных чисел, используя модифицированный алгоритм Евклида.

**Пример:**

Введите два натуральных числа:

**7006652 112307574**

**НОД (7006652 , 112307574) = 1234 .**

**№14:** Напишите рекурсивную функцию, которая раскладывает число на простые сомножители.

**Пример:**

Введите натуральное число:

**378**

**378 = 2\*3\*3\*3\*7**

# Задачи

**№15:** Дано натуральное число  $N$ . Требуется получить и вывести на экран количество всех возможных *различных* способов представления этого числа в виде суммы натуральных чисел (то есть,  $1 + 2$  и  $2 + 1$  – это один и тот же способ разложения числа 3).  
Решите задачу с помощью рекурсивной процедуры.

**Пример:**

Введите натуральное число:

**4**

Количество разложений: 4 .

# Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

```
function Fact(N: integer): integer;
begin
  writeln('-> N = ', N);
  if N <= 1 then
    Fact := 1
  else Fact := N * Fact(N-1);
  writeln('<- N = ', N)
end;
```

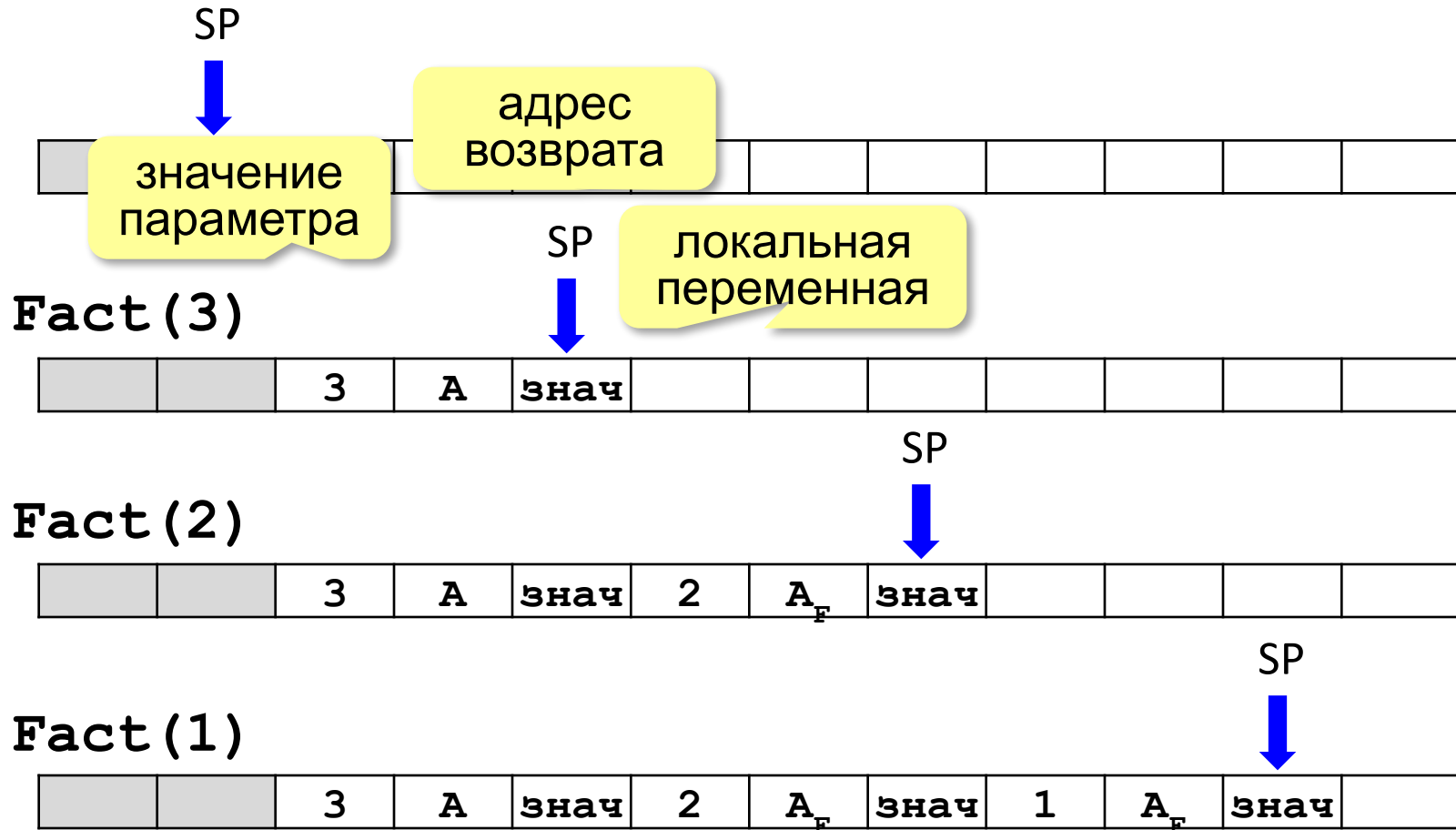
```
-> N = 3
   -> N = 2
       -> N = 1
           <- N = 1
               <- N = 2
                   <- N = 3
```



Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

# Стек

**Стек** – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.





# Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове



▪ программа становится более короткой и понятной



▪ возможно переполнение стека

▪ замедление работы



Любой рекурсивный алгоритм можно заменить итерационным!

итерационный  
алгоритм

```
function Fact(N: integer) :  
    integer;  
var i, F: integer;  
begin  
    F := 1;  
    for i := 1 to N do  
        F := F * i;  
    Fact := F  
end;
```