

Решение логической задачи с помощью кругов Эйлера

Круги Эйлера.

Применение к решению задач



Леонард Эйлер

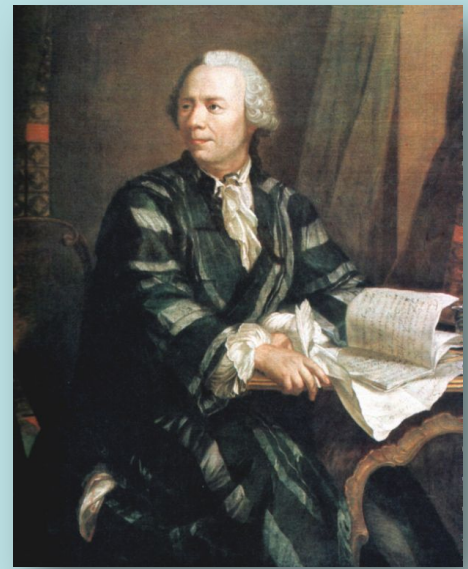
ИДЕАЛЬНЫЙ

МАТЕМАТИК

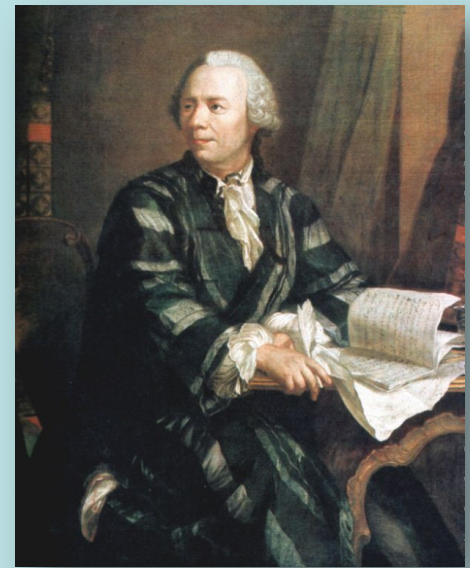
XVIII ВЕКА



Это один из величайших математиков. Родился он в Швейцарии, много лет жил и работал в Петербурге, поэтому его можно считать русским ученым. За свою жизнь он написал более 800 работ по математике, физике, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки.



Нет ученого, имя которого упоминалось бы в учебной литературе по математике столь же часто, как имя Эйлера. В Энциклопедии можно найти сведения о шестнадцати формулах, уравнениях, теоремах и т. д., носящих имя Эйлера.



Эйлер писал тогда, что «круги очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».

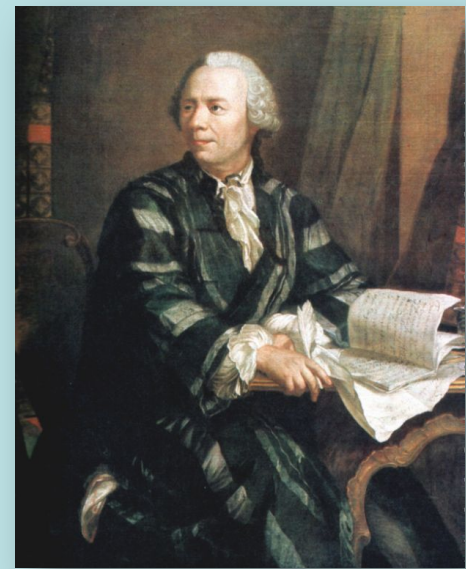
При решении целого ряда задач

Леонард Эйлер использовал идею

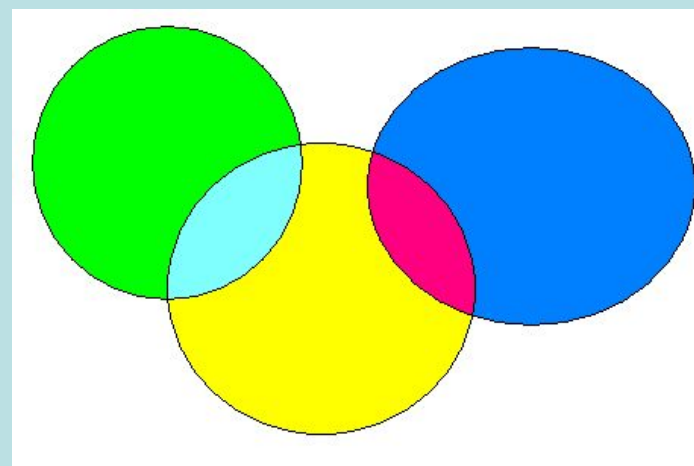
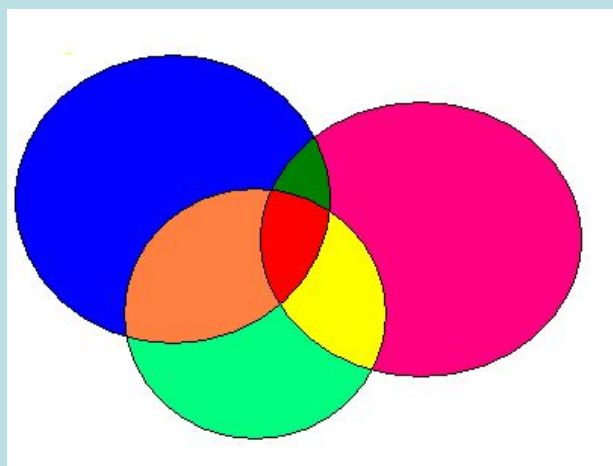
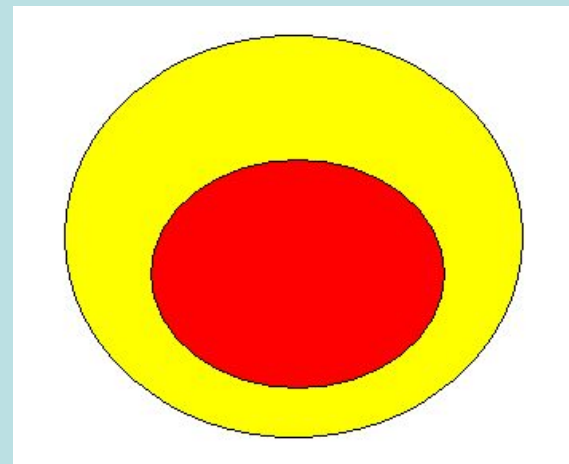
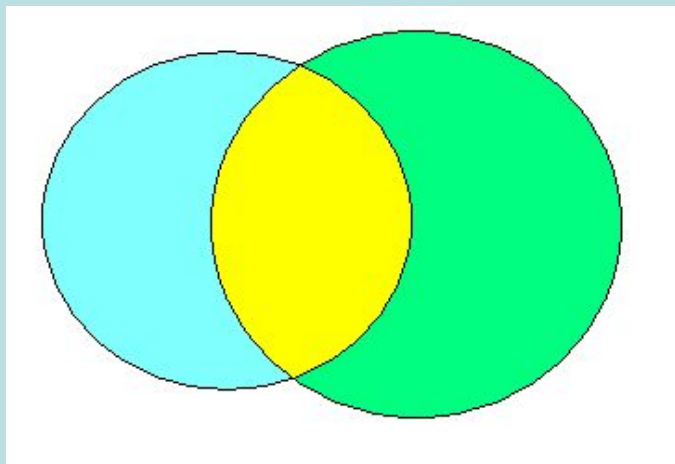
изображения множеств с

помощью кругов и они получили

название «круги Эйлера».



Типы кругов Эйлера



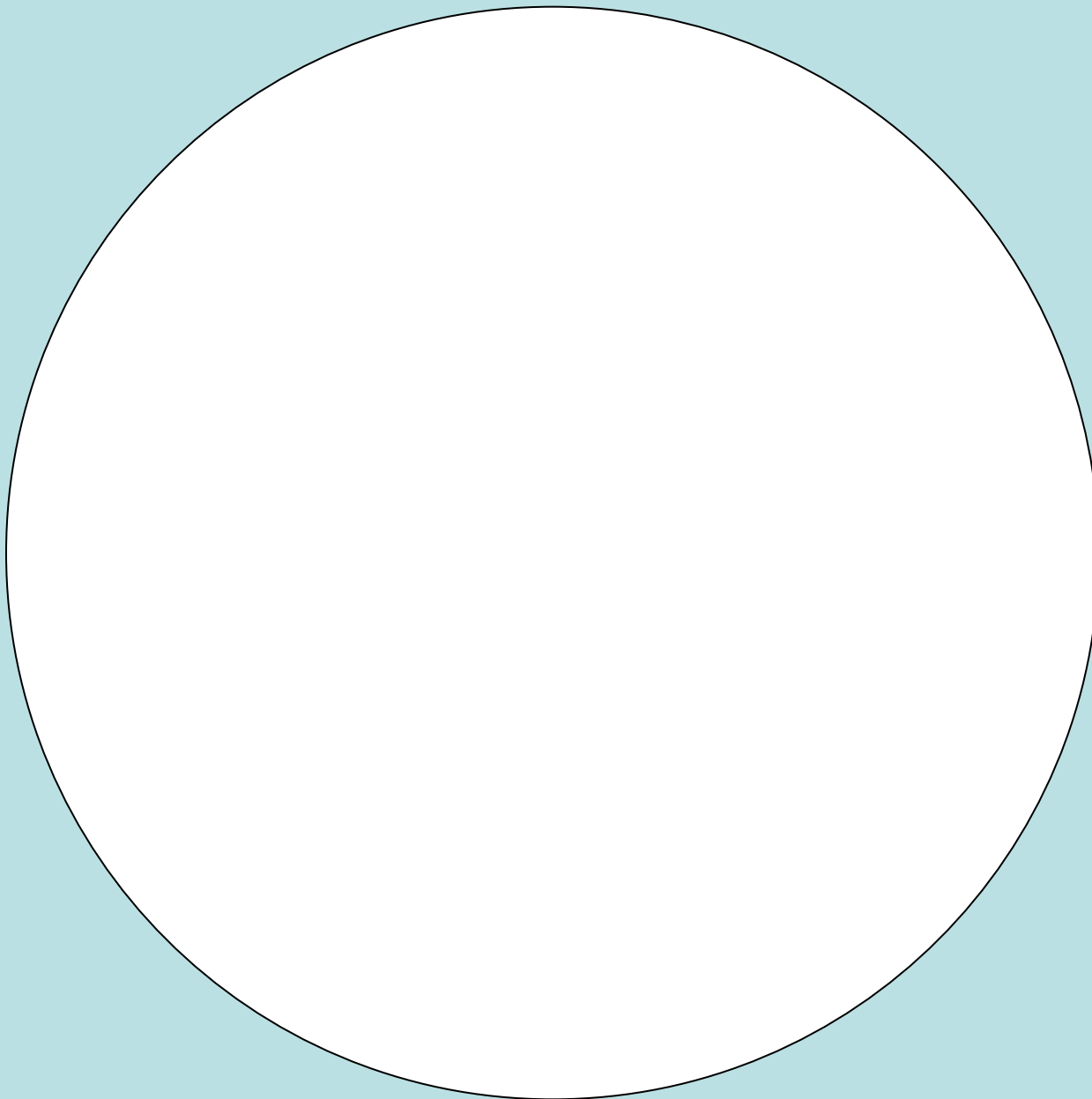
Задача

В классе 36 человек. После зимних каникул классный руководитель спросил учеников, кто из ребят ходил в театр, кино или цирк.

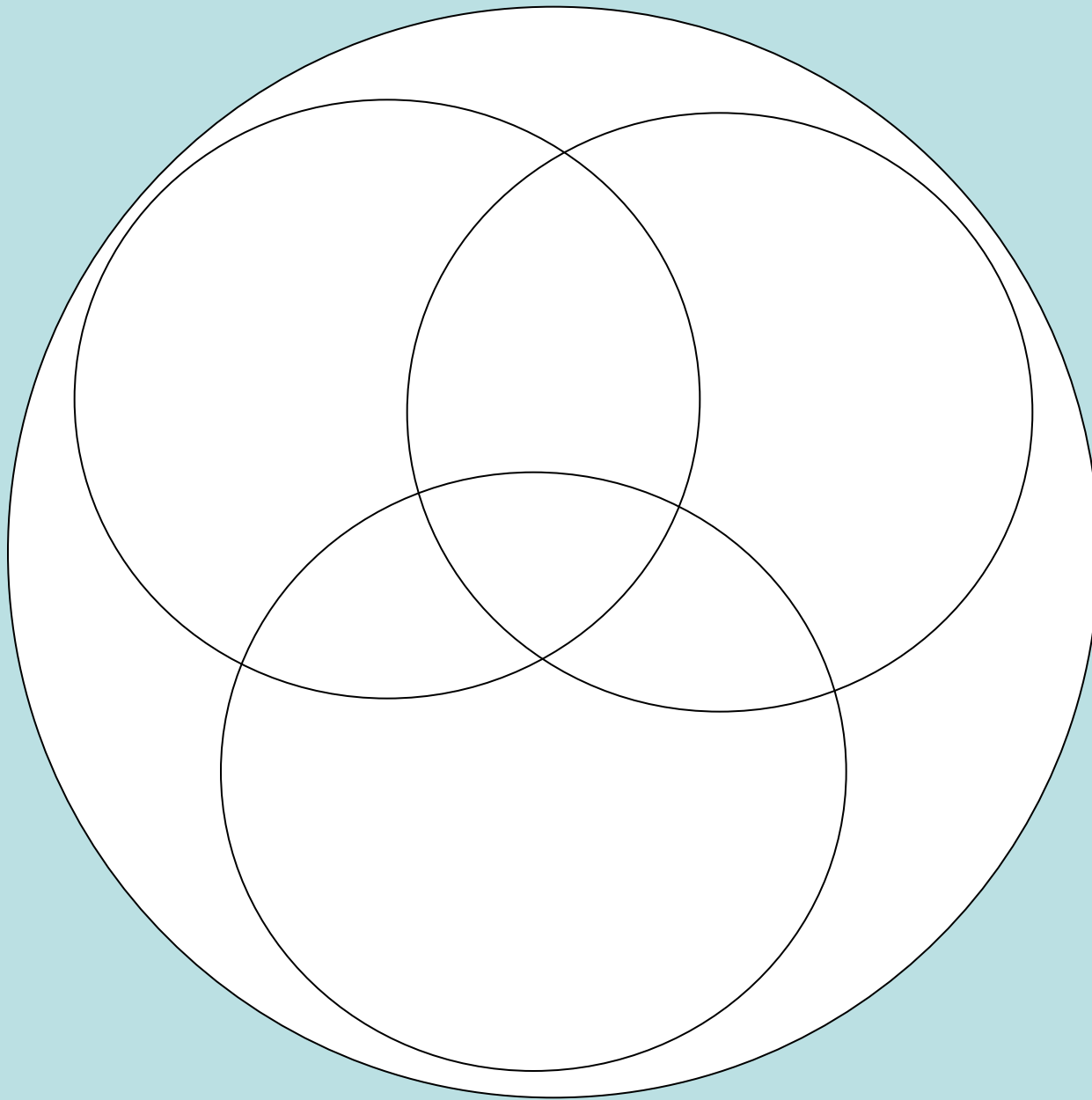
Оказалось, что и в театре, и в кино, и в цирке побывало 2 человека.

В кино побывало 10 человек;
в театре - 14 человек;
в цирке - 18 человек;
и в театре, и в цирке - 8 человек;
и в кино, и в цирке - 5 человек;
и в театре, и в кино - 3 человека;

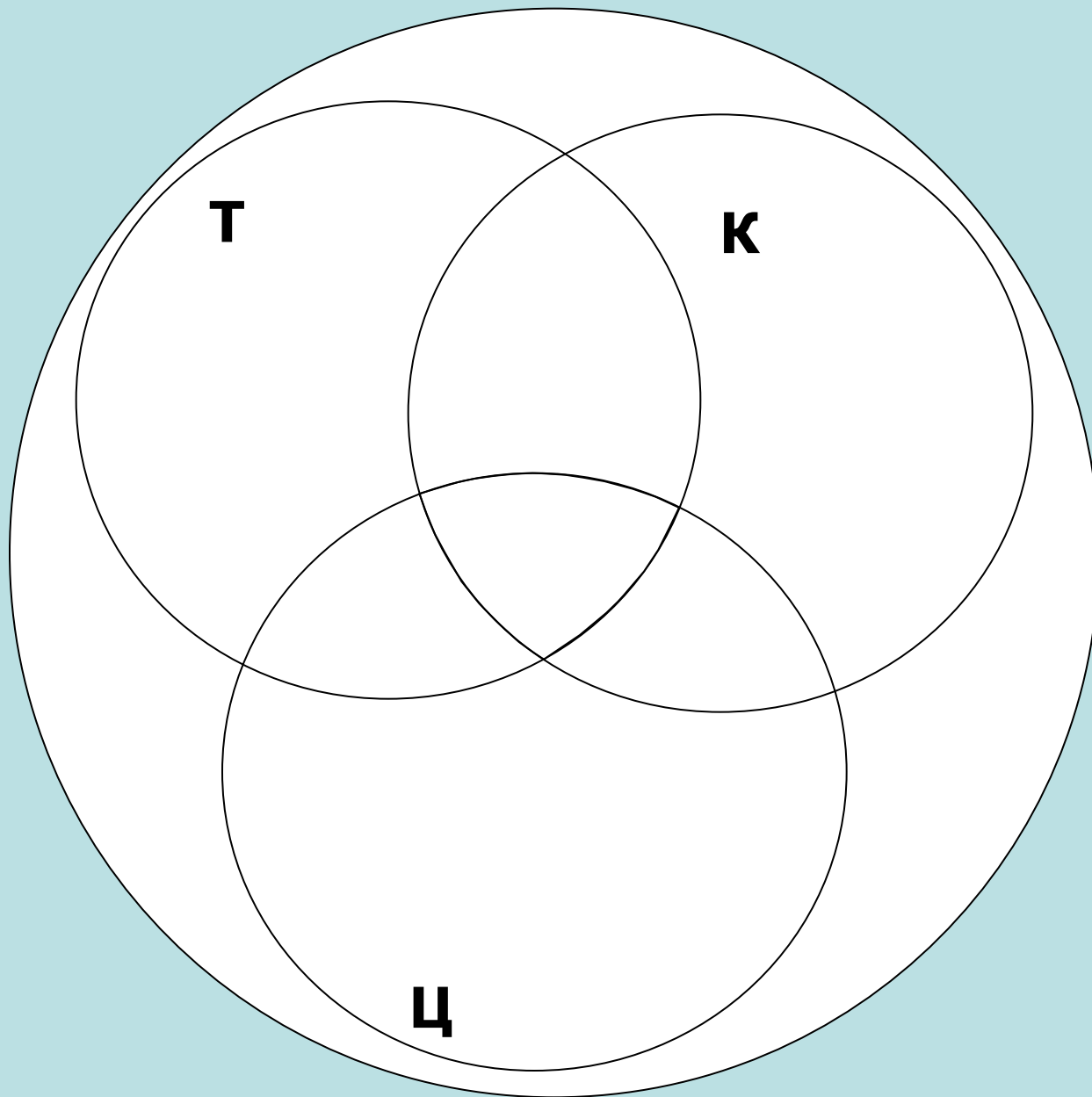
**Сколько учеников класса не посетили
ни театр, ни кино, ни цирк?**



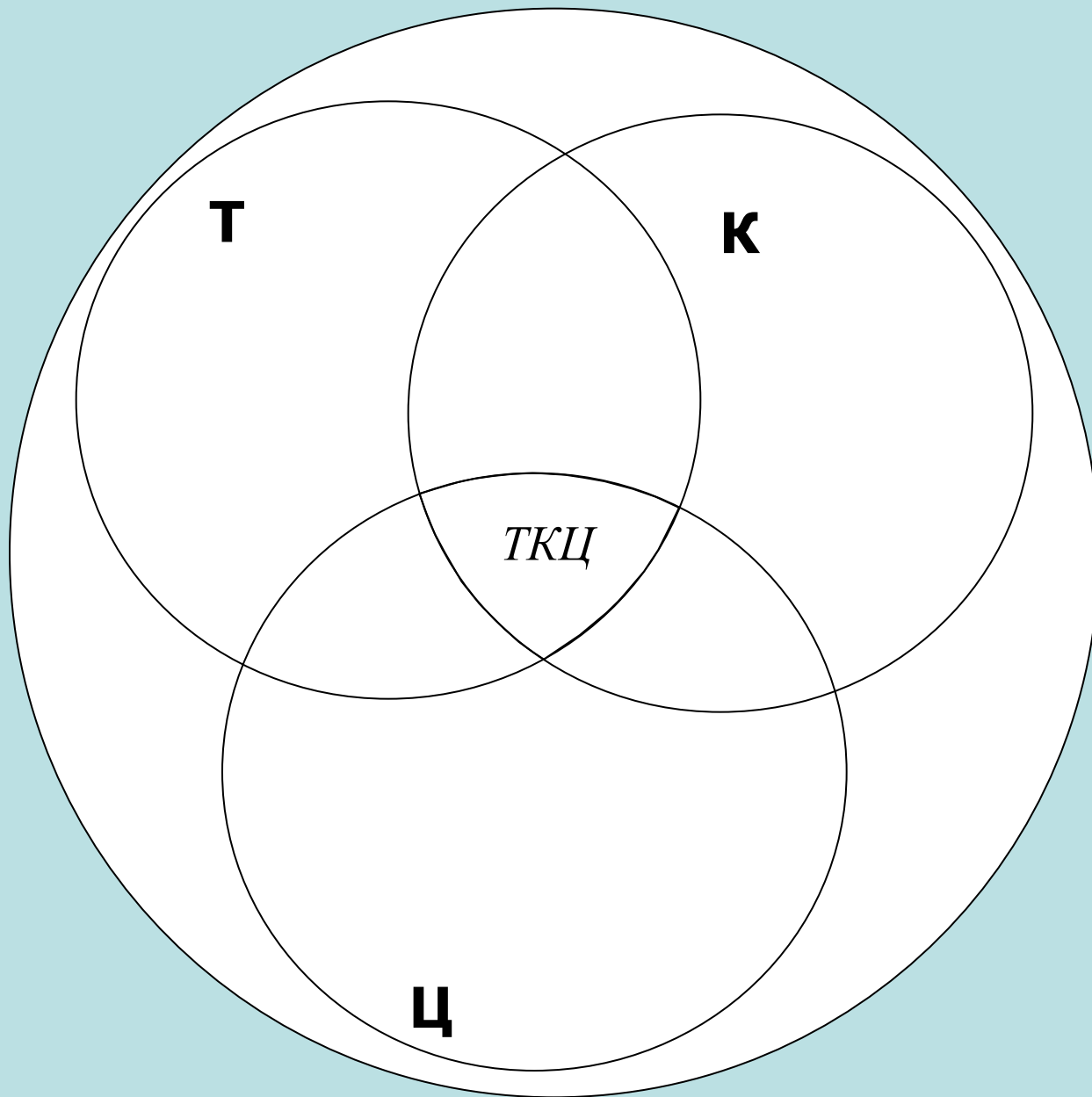
Пусть большой круг изображает множество всех учеников класса.



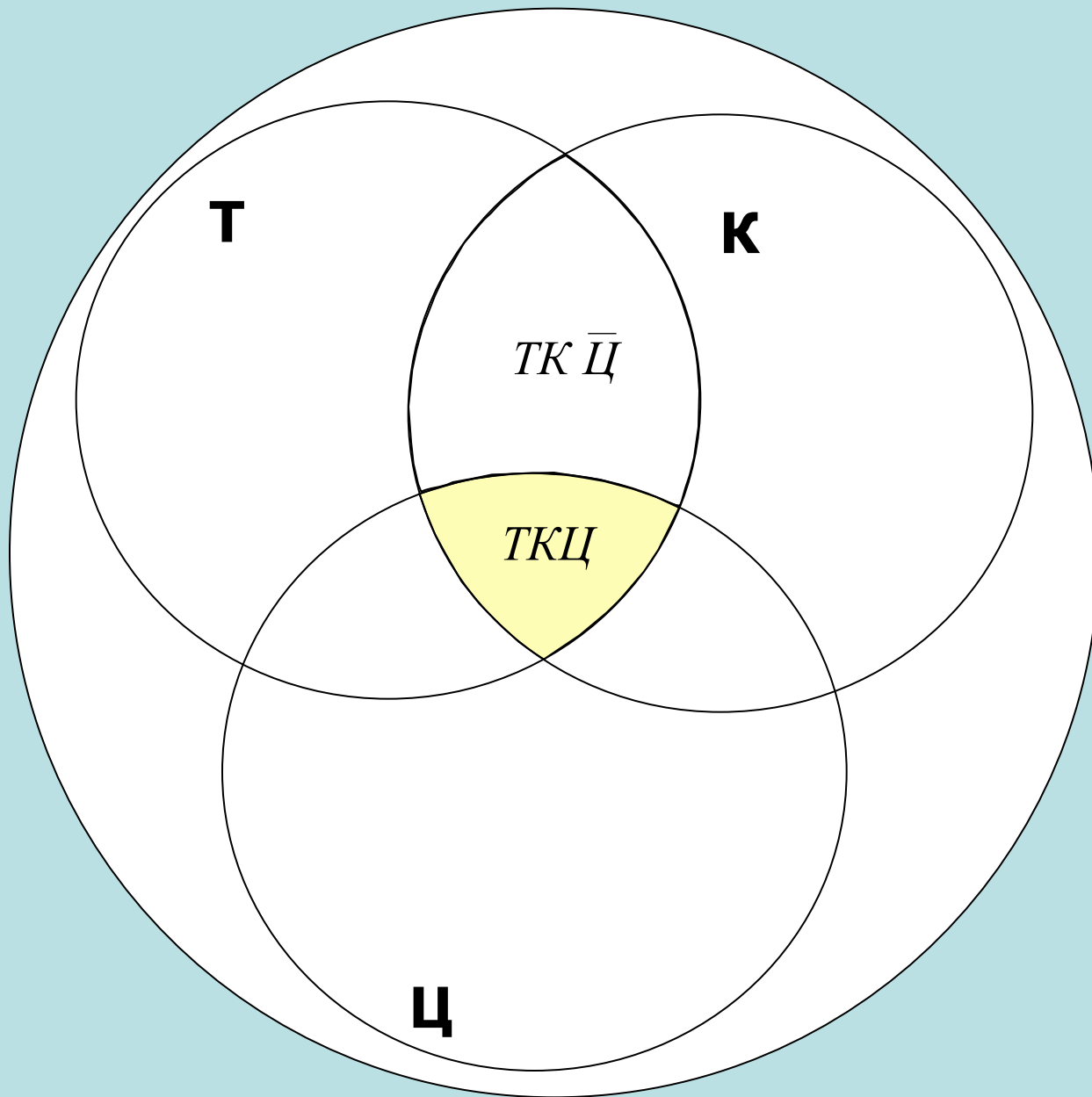
Внутри этого круга построим три пересекающихся круга меньшего диаметра: * эти круги будут изображать соответственно театр, кино и цирк.



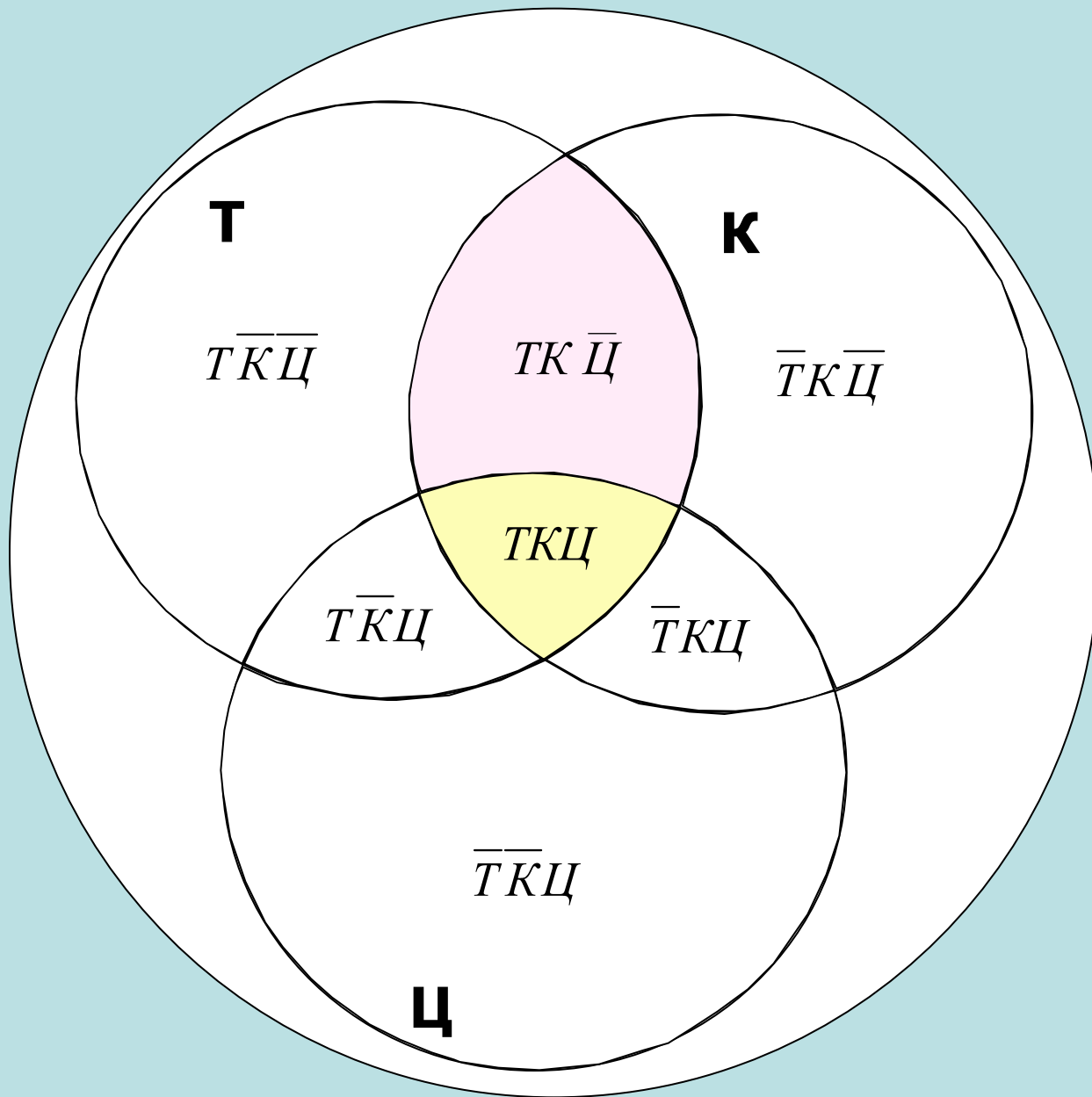
Для ясности эти круги обозначим буквами T^* , K^* , C^* .



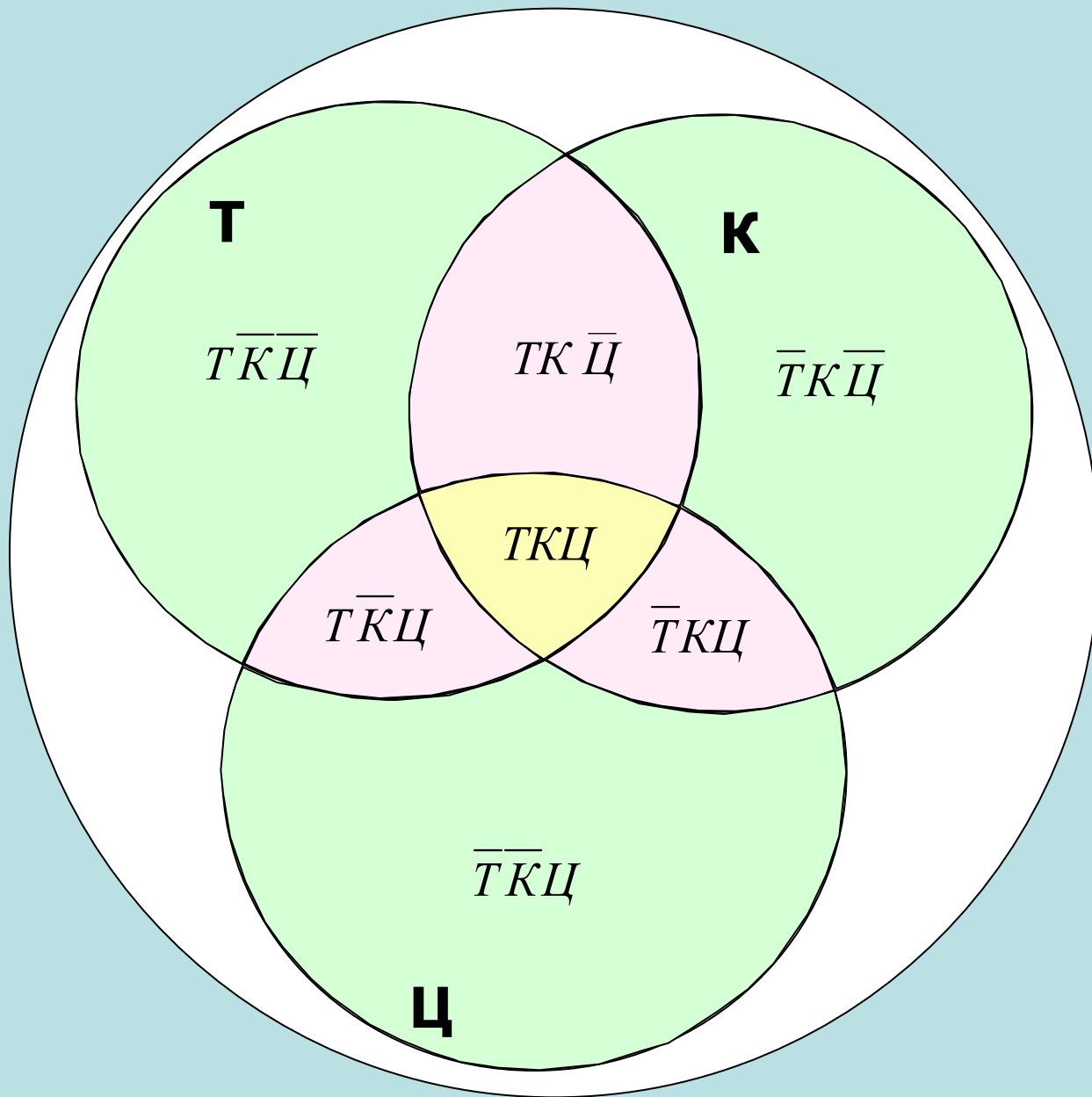
Общей части всех трех кругов соответствует множество ребят, посетивших и театр, и кино, и цирк, поэтому обозначим ее ТКЦ*.



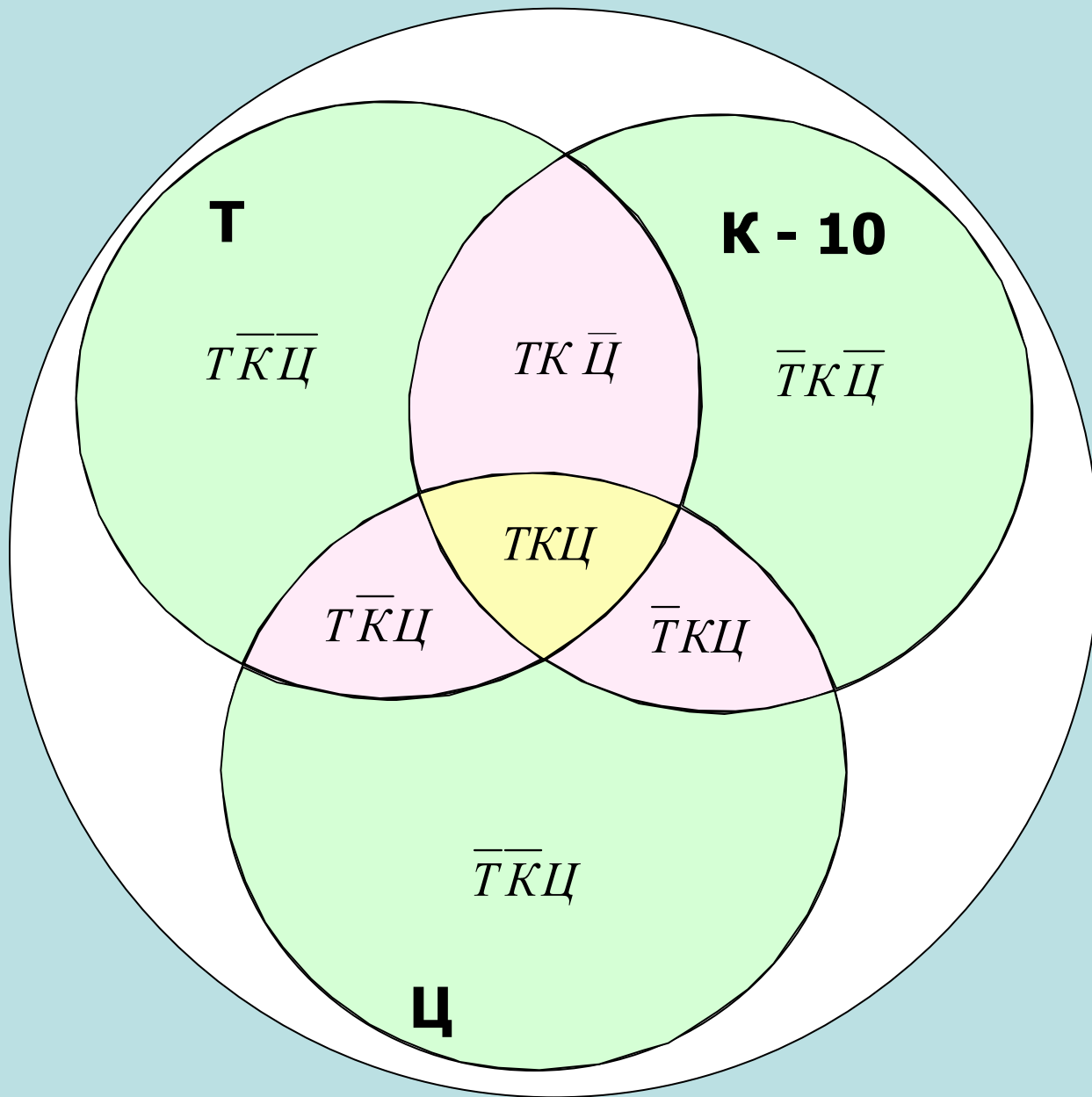
Через $TK\bar{Ц}$ * обозначим множество ребят, побывавших в театре и кино, но не побывавших в цирке.



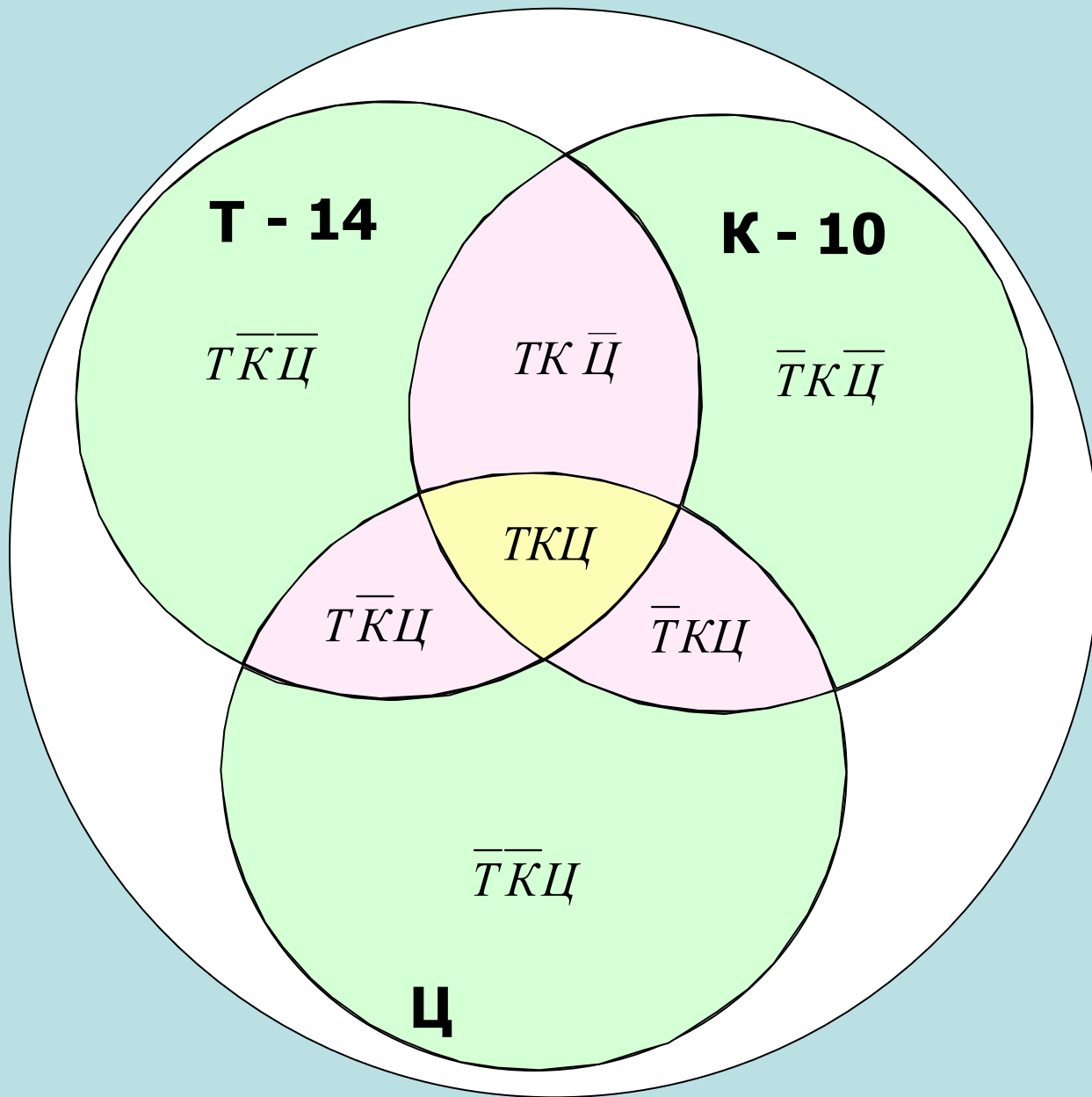
Аналогичным образом обозначим и все остальные области, отрицание отметим чертой над символом.



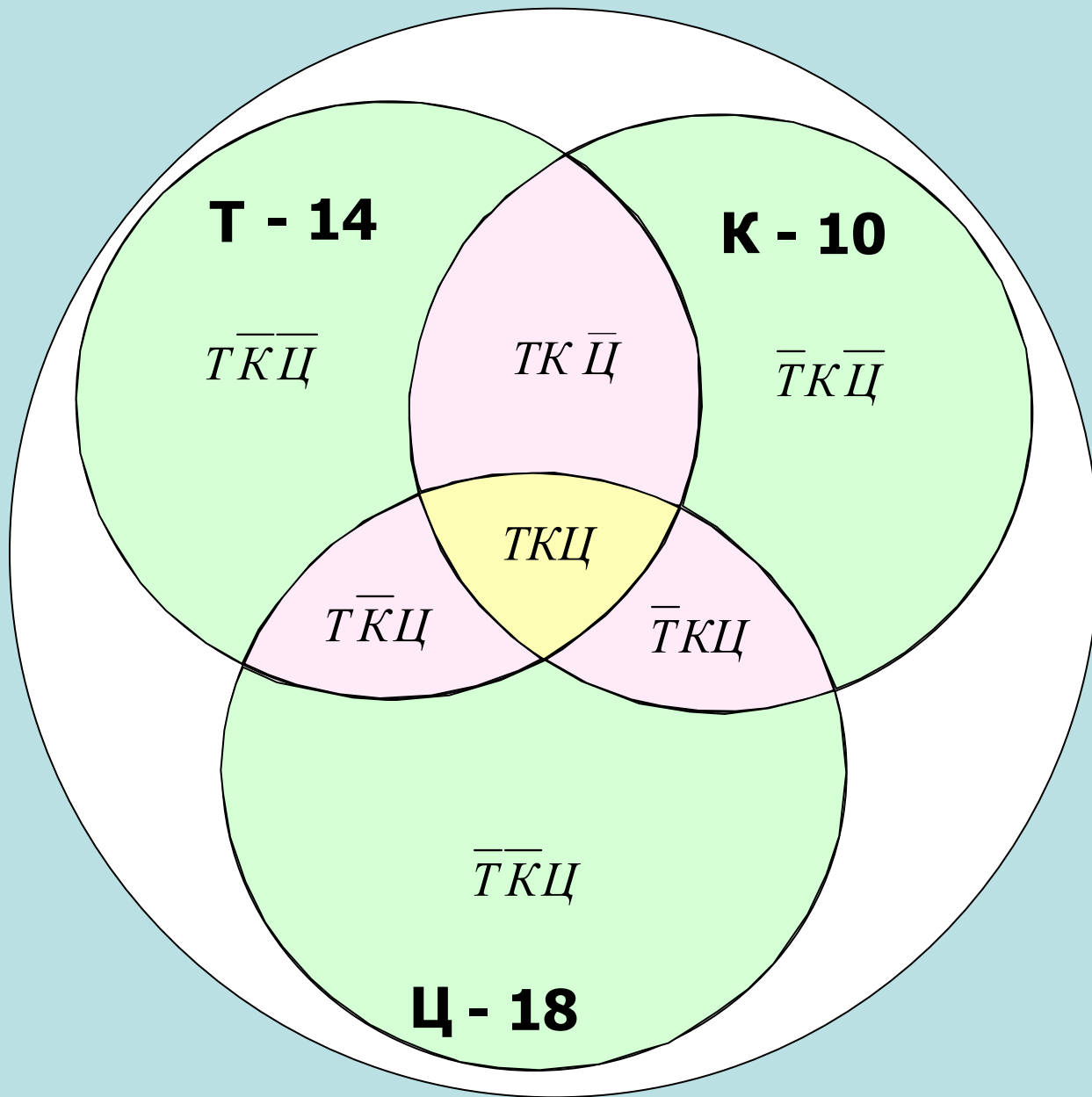
Обратимся к числовым данным.



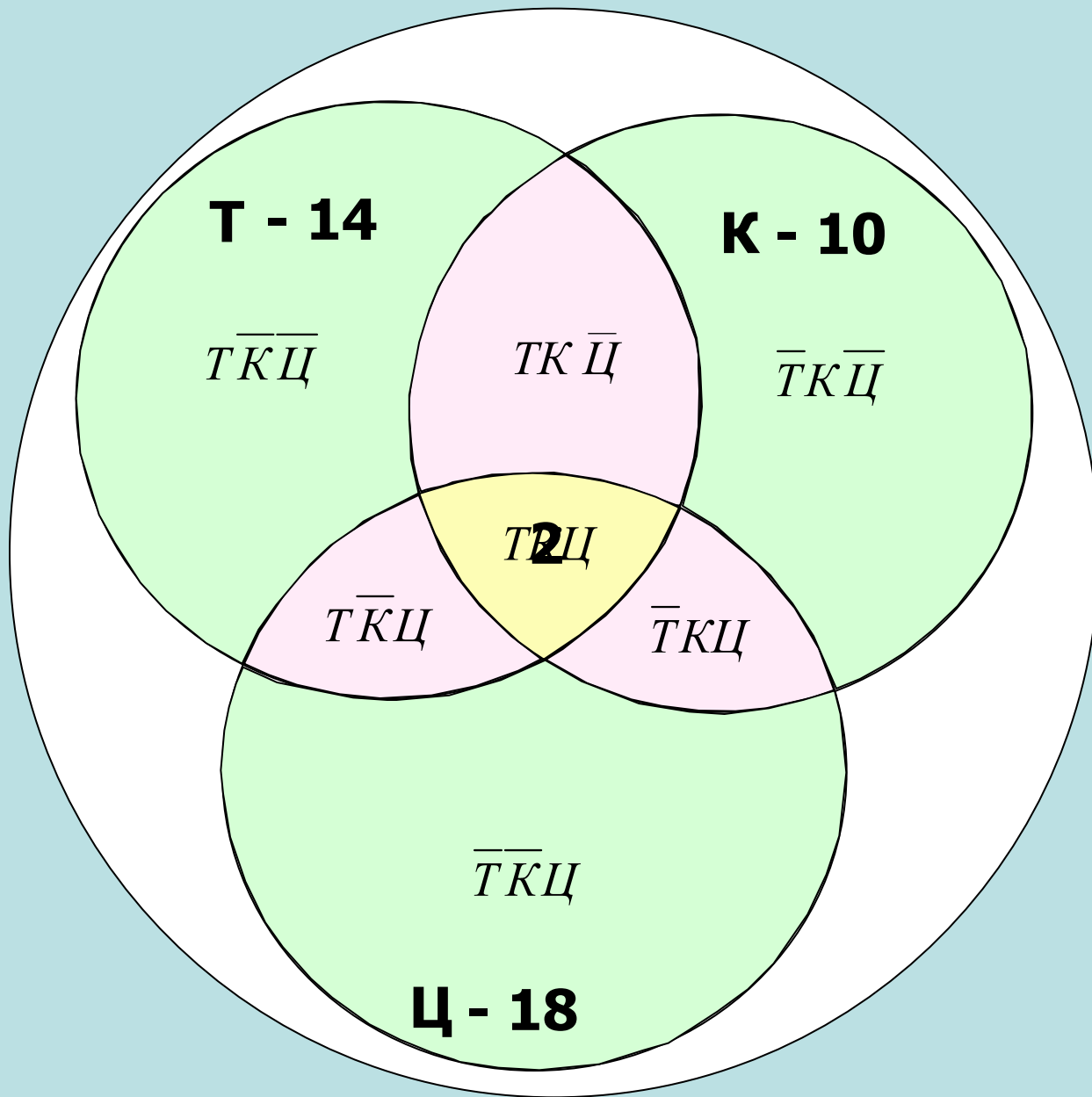
В кино побывало 10 человек.



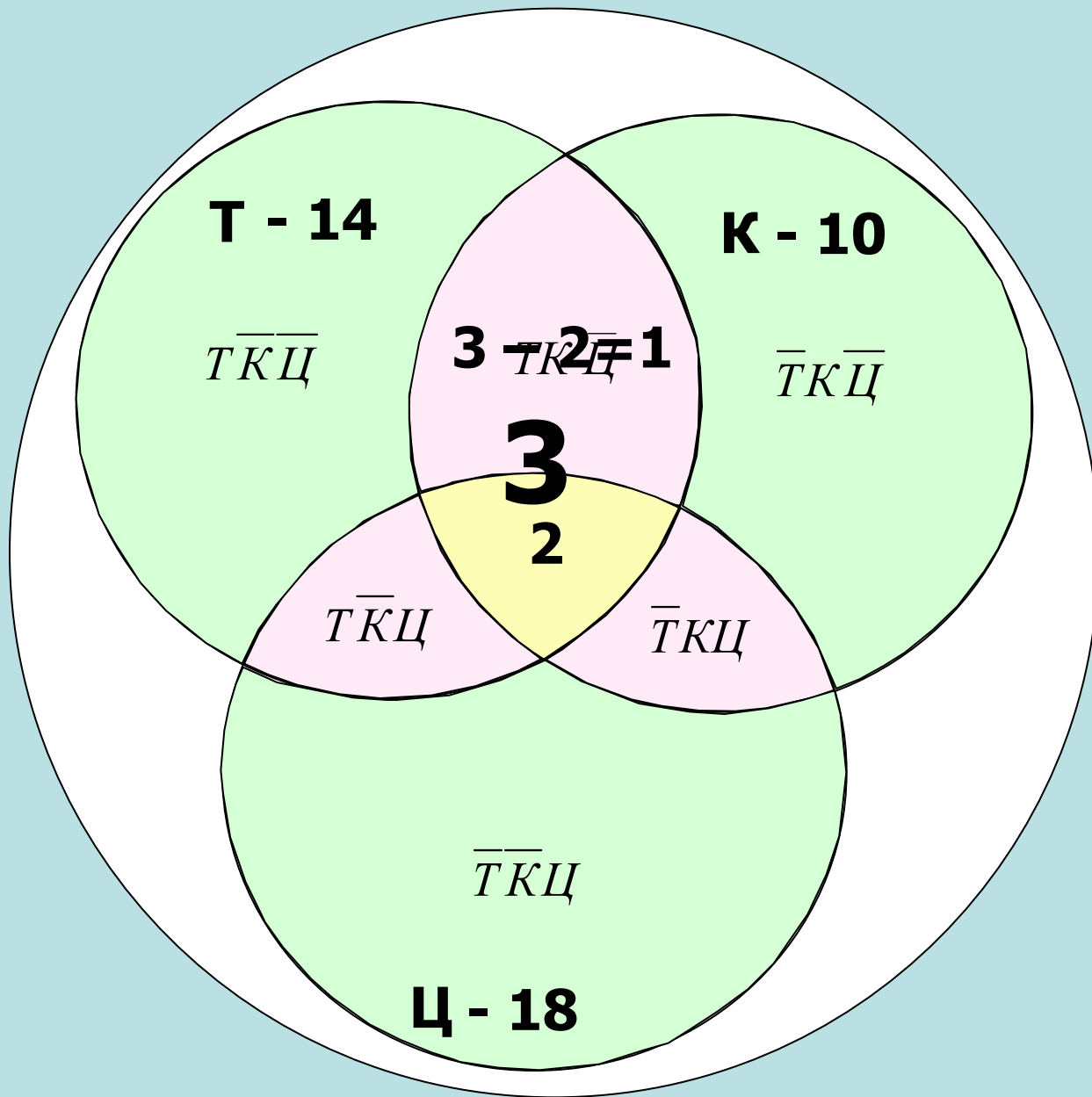
В театре - 14 человек.



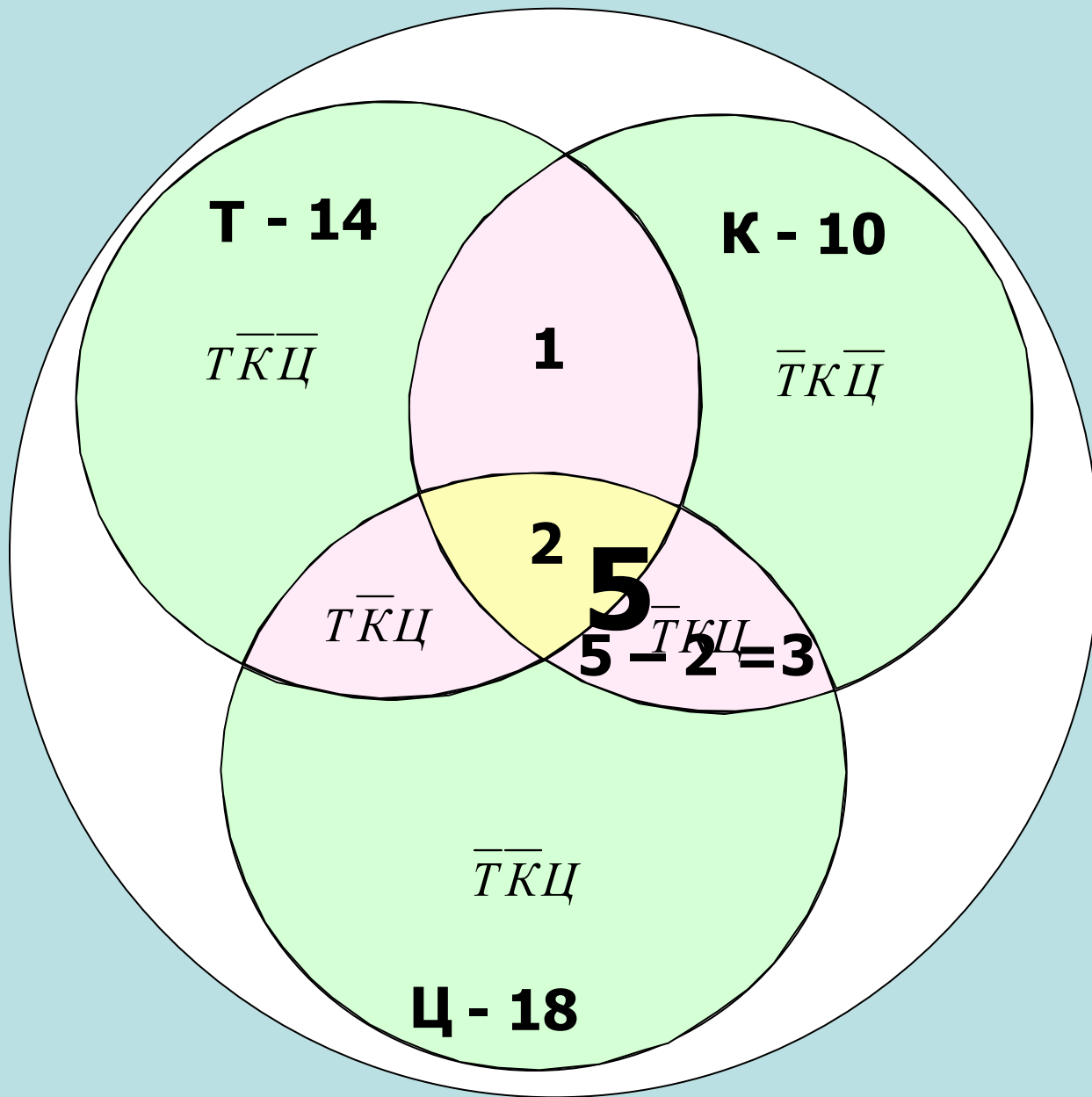
В цирке - 18 человек.



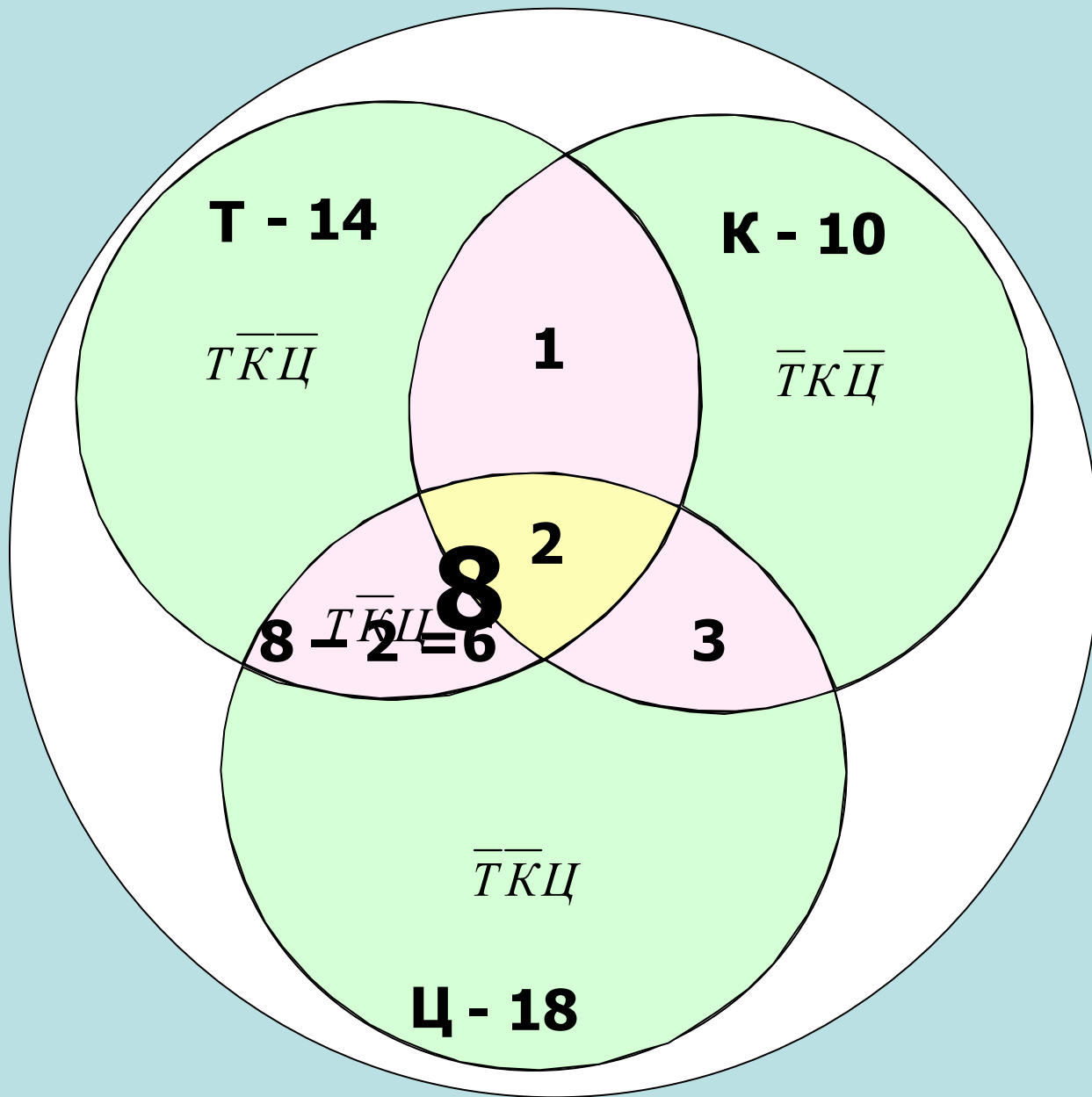
Так как и в театре, и в кино, и в цирке побывало 2 человека, внесем в область $TKЦ$ * число 2.



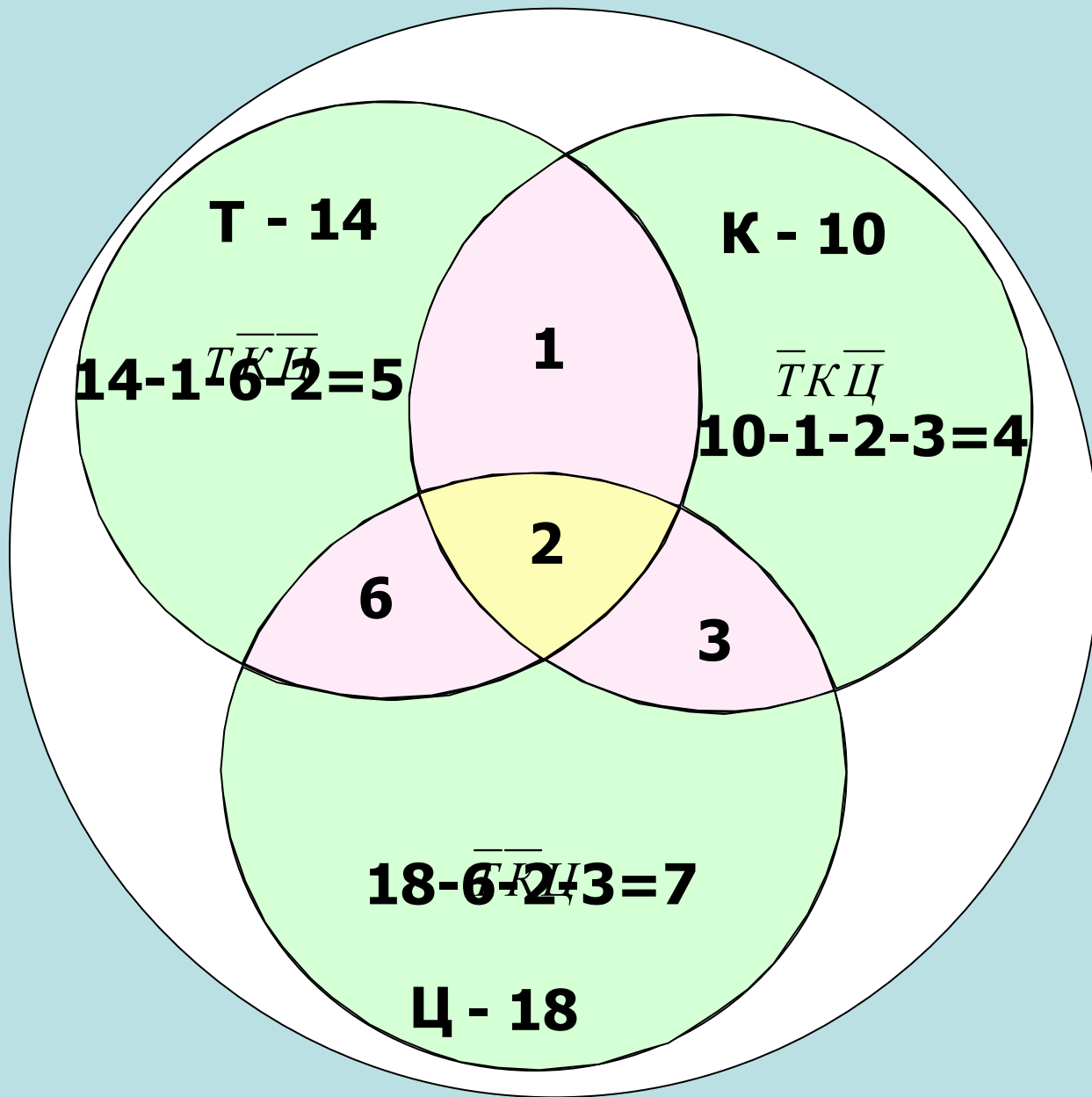
По условию задачи и в театре, и в кино побывало 3 человека *, поэтому в область $\overline{TKЦ}$ запишем 1 *.



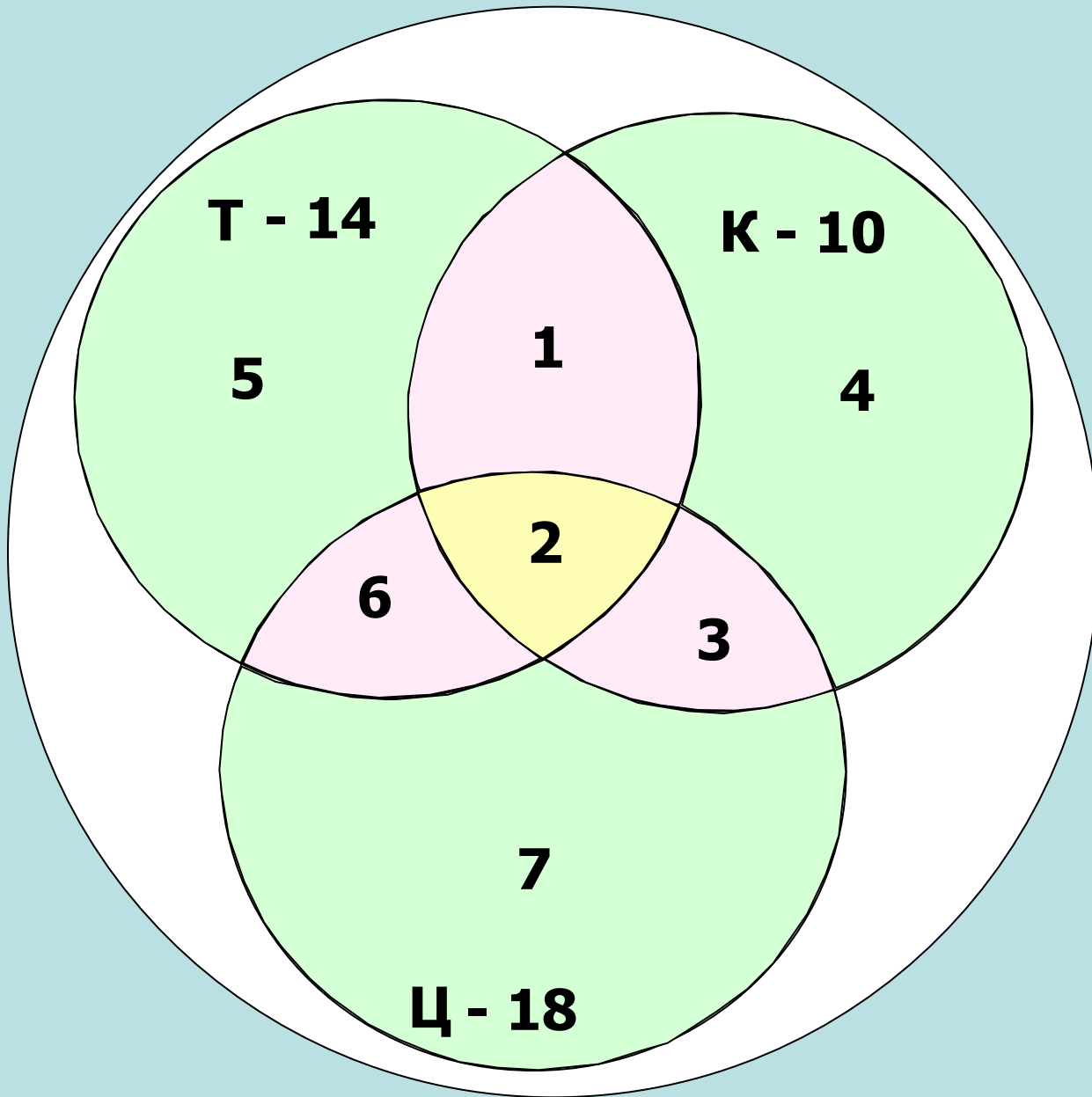
Так как и в кино, и в цирке побывало 5 человек*, то в область $\overline{TK}\overline{C}$ внесем число 3.

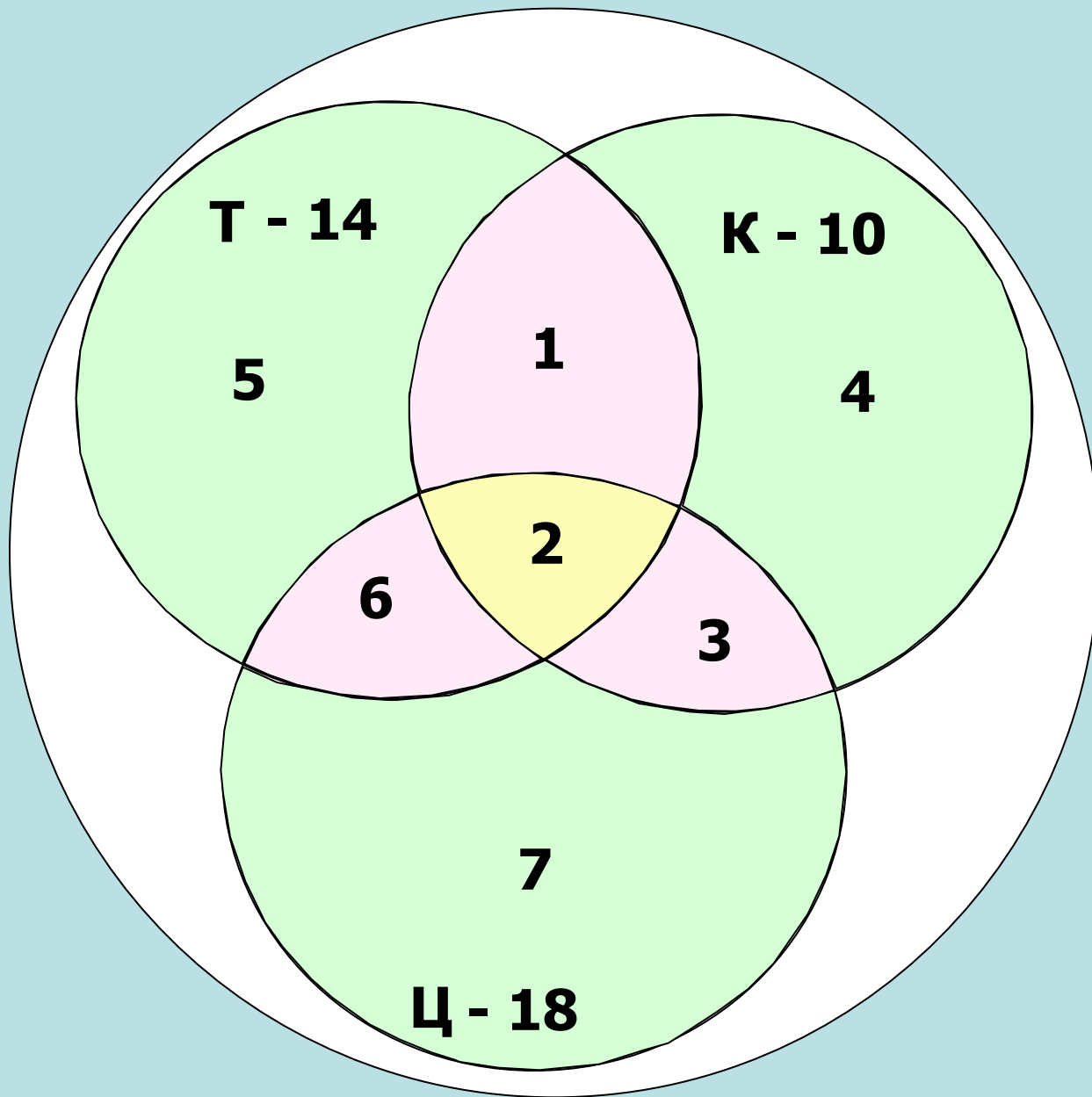


Так как и в театре, и в цирке побывало 8 человек*, то в область $\overline{TKЦ}$ внесем число 6*.

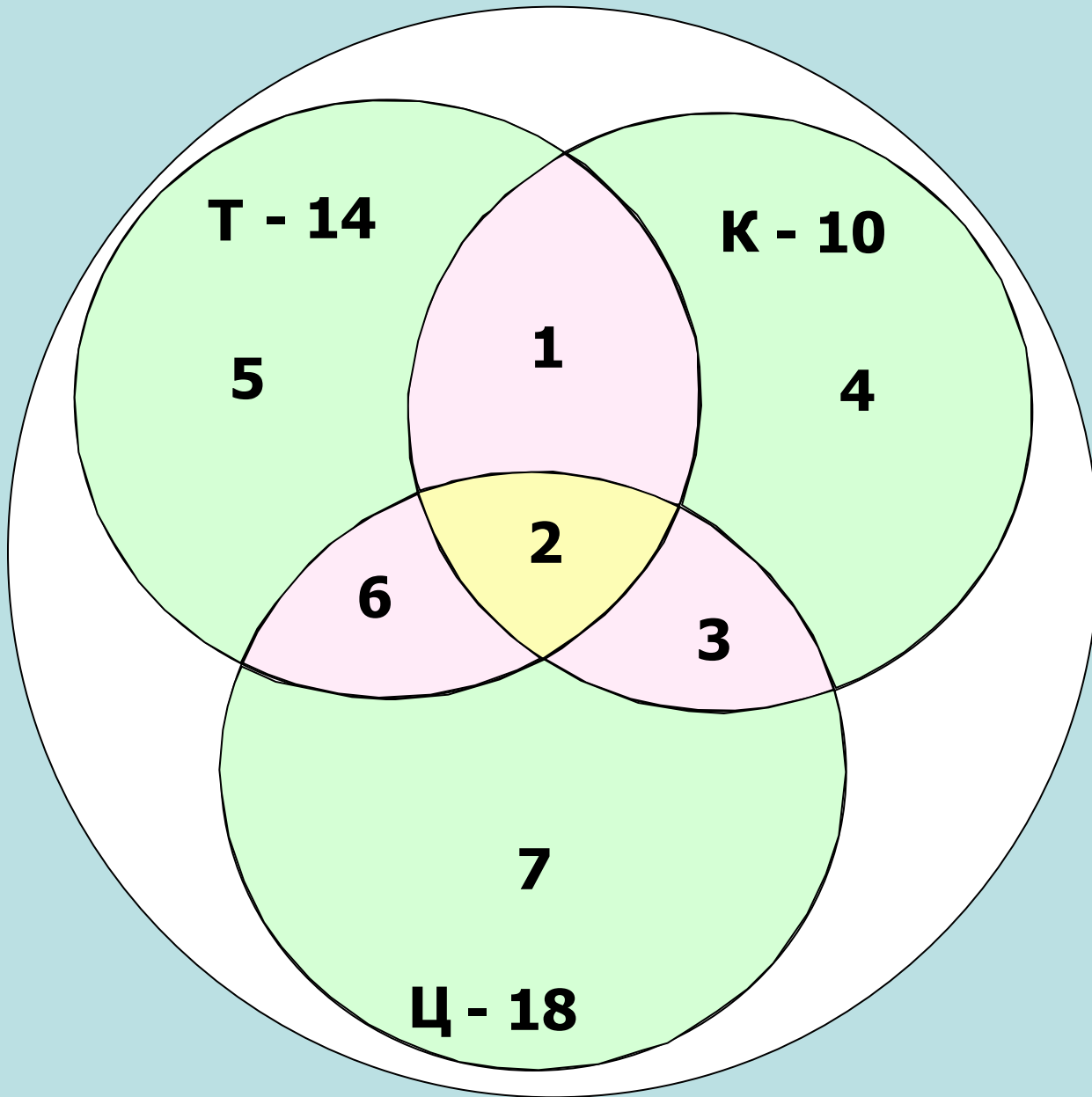


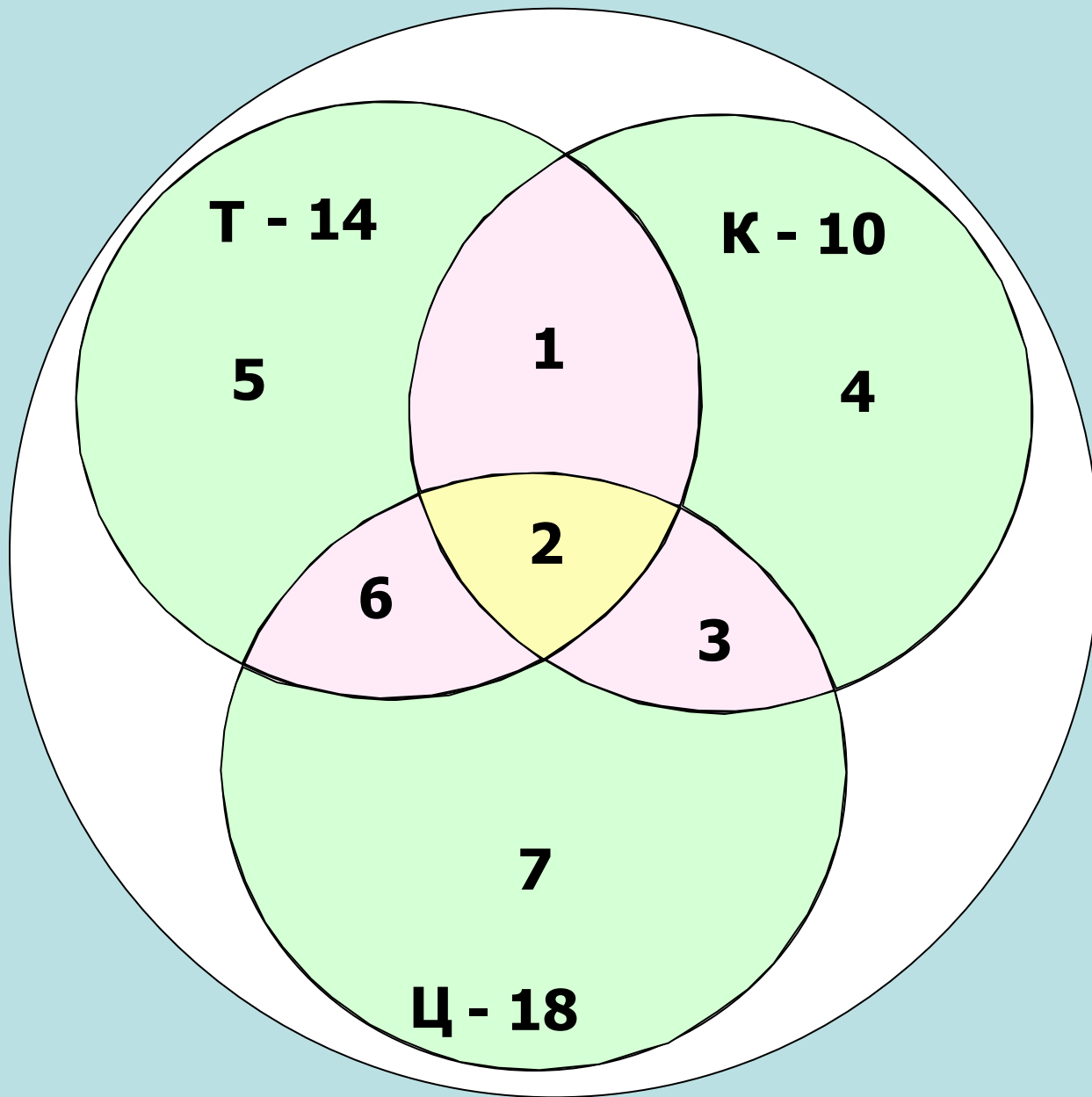
А теперь вычислим сколько человек побывало только в театре*, только в кино* и только в цирке*.





Нам осталось узнать, сколько учащихся не посетили ни театр, ни кино, ни цирк. Для этого сложим найденные числовые данные всех выделенных областей и вычтем полученное число из общего количества учащихся класса.

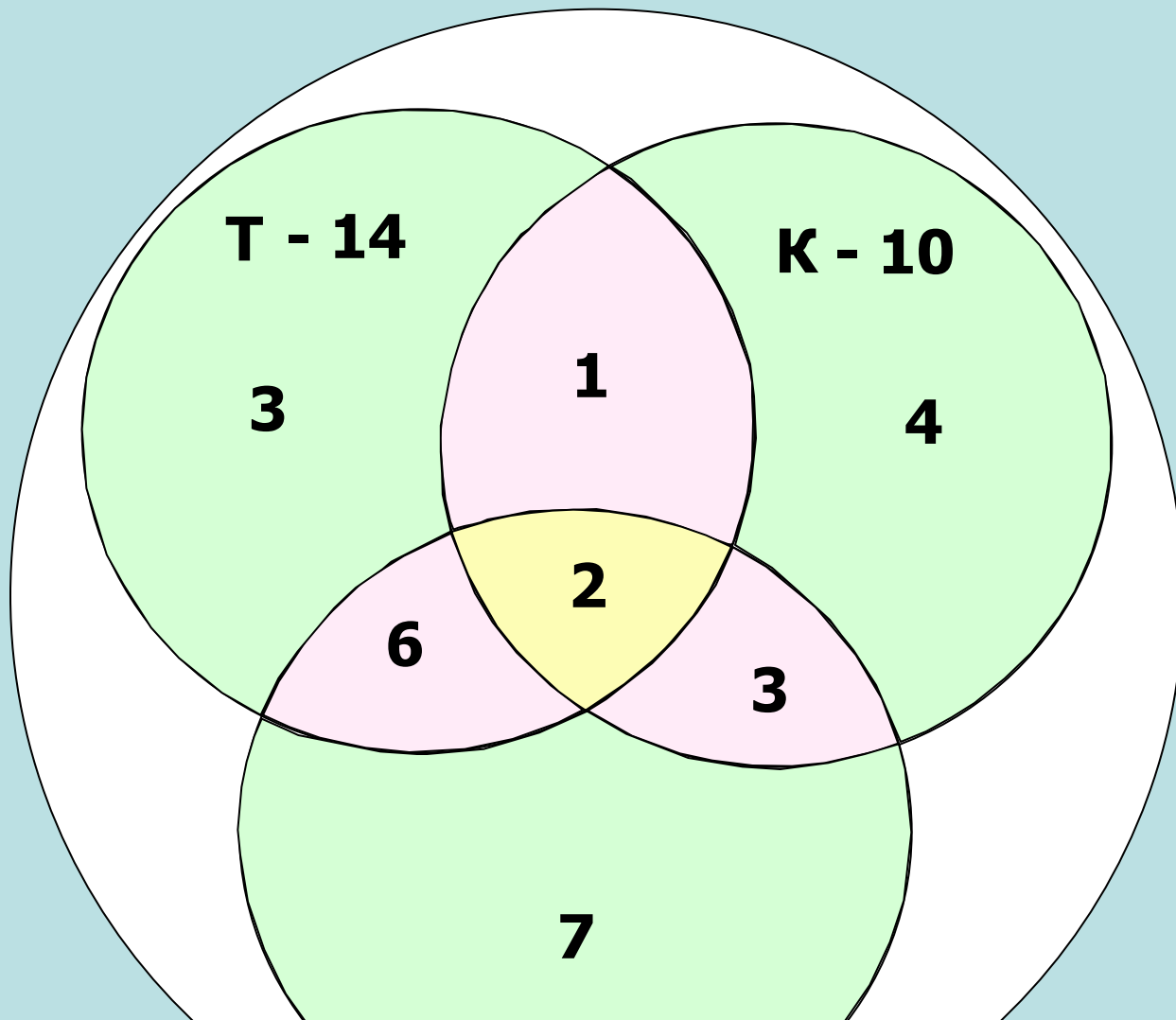




$$6 + 1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 4 = 28$$

$$36 - 28 = 8$$

По условию задачи, всего в классе 36 человек,* значит не посетили ни театр, ни кино, ни цирк 8 человек*.



Ответ: Не посетили ни театр, ни кино, ни цирк 8 человек.

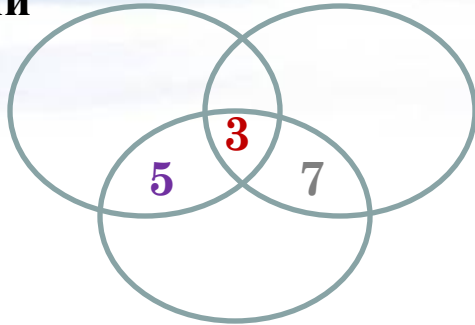
Задача:

Из 100 туристов, отправляющихся в заграничное путешествие, немецким языком владеют **30** человек, английским – **28**, французским – **42**. Английским и немецким одновременно владеют **8** человек, английским и французским – **10**, немецким и французским – **5**, всеми тремя языками – **3**. Сколько туристов не владеют ни одним языком?

Ответ: 20 человек.

Всеми тремя языками владеют три туриста, значит, в общей части кругов вписываем число 3.

немецкий



французский

английский

Английским и французским языками владеют 10 человек, а 3 из них владеют ещё и немецким. Значит, английским и французским владеют $10 - 3 = 7$ человек.

В общую часть английского и французского кругов вписываем цифру 7.

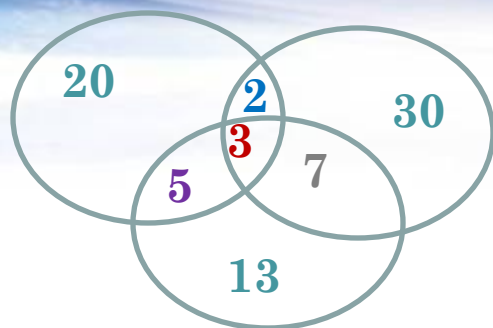
Английским и немецким языками владеют 8 человек, а 3 из них владеют ещё и французским. Значит, английским и немецким владеют $8 - 3 = 5$ человек.



В общую часть английского и немецкого кругов вписываем число 5.

немецкий

французский



английский

Немецким и французским языками владеют 5 человек, а 3 из них владеют ещё и английским. Значит, немецким и французским владеют $5-3=2$ человека.

В общую часть немецкого и французского кругов вписываем цифру **2**.

Известно, что немецким языком владеют 30 человек, но $5+3+2=10$ из них владеют и другими языками, значит, только немецкий знают **20** человек.

Английский язык знают 28 человек, но $5+3+7=15$ человек владеют и другими языками, значит, только английский знают **13** человек.

Французский язык знают 42 человека, но $2+3+7=12$ человек владеют и другими языками, значит, только французский знают **30** человек.



По условию задачи всего 100 туристов. $20+30+13+5+2+3+7=80$ туристов знают хотя бы один язык, следовательно, 20 человек не владеют ни одним языком.

Ответ: 20 человек.

Спортивная задача

В классе **38** человек. Из них **16** играют в баскетбол, **17** - в хоккей, **18** - в футбол. Увлекаются двумя видами спорта – баскетболом и хоккеем - **4**, баскетболом и футболом - **3**, футболом и хоккеем - **5**.

Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем, ни футболом.

1) Сколько ребят увлекаются одновременно тремя видами спорта?

2) Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

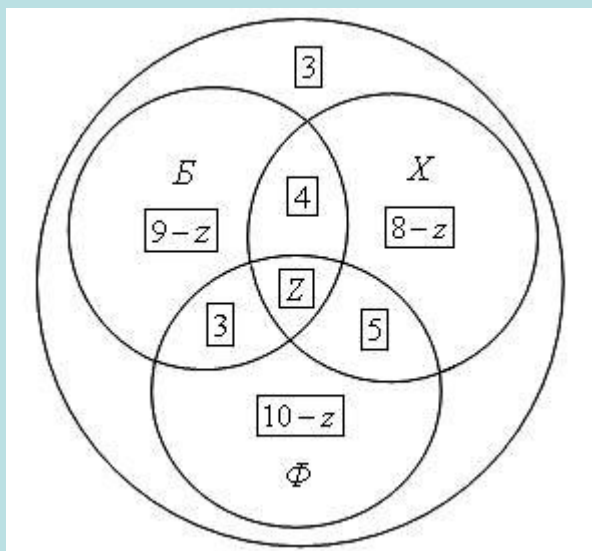


РЕШЕНИЕ

Пусть большой круг изображает всех учащихся класса, а три меньших круга Б, Х и Ф изображают соответственно баскетболистов, хоккеистов и футболистов.

Тогда фигура Z, общая часть кругов Б, Х и Ф, изображает ребят, увлекающихся тремя видами спорта.

Из рассмотрения кругов Эйлера видно, что
одним лишь видом спорта –
баскетболом занимаются



$$16 - (4 + z + 3) = 9 - z;$$

одним лишь хоккеем
$$17 - (4 + z + 5) = 8 - z;$$

одним лишь футболом
$$18 - (3 + z + 5) = 10 - z.$$

Составляем уравнение, пользуясь тем, что класс разбился на отдельные группы ребят; количества ребят в каждой группе обведены на рисунке рамочками:

$$3 + (9 - z) + (8 - z) + (10 - z) + 4 + 3 + 5 + z = 38,$$

$$z = 2.$$

Таким образом, двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта.

Складывая числа $9 - z$, $8 - z$ и $10 - z$, где $z = 2$, найдем количество ребят, увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.

Ответ.

Двое ребят увлекаются всеми тремя видами спорта человека.

Увлекающихся лишь одним видом спорта: 21 человек.

Спортивная задача

В футбольной команде «Спартак»
30 игроков:

18 нападающих.

11 полузащитников,

17 защитников

Вратари

3 могут быть нападающими и
защитниками,

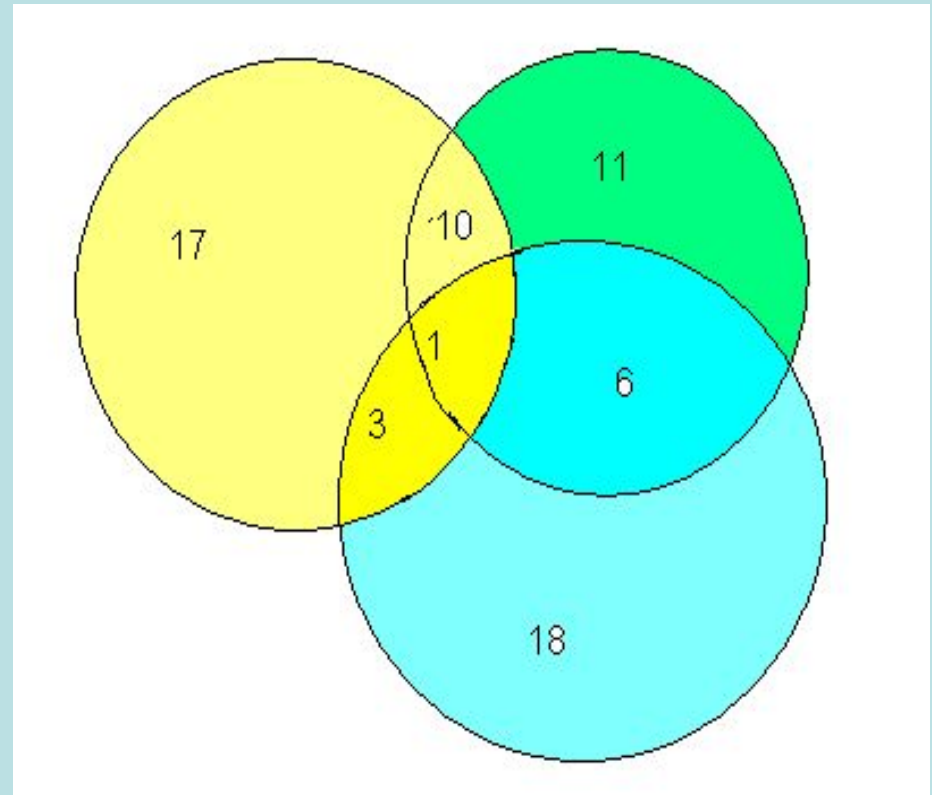
10 защитниками и
полузащитниками,

6 нападающими и защитниками

1 и нападающим, и защитником, и
полузащитником.

Вратари не заменимы.

Сколько в команде «Спартак»
вратарей?



Решение

- $18+11+17-3-10-6+1=28$ (игроков) на этой диаграмме. Но в команде всего 30 футболистов. Значит вратарей будет $30-28=2$.
Ответ: 2 вратаря.

