

The image features two large, thick black L-shaped brackets. One is positioned in the top-left corner, and the other is in the bottom-right corner. They frame the central text.

# КОСМИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА

# ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА



# Иоганн Кеплер



немецкий математик,  
астроном, механик,  
оптик,

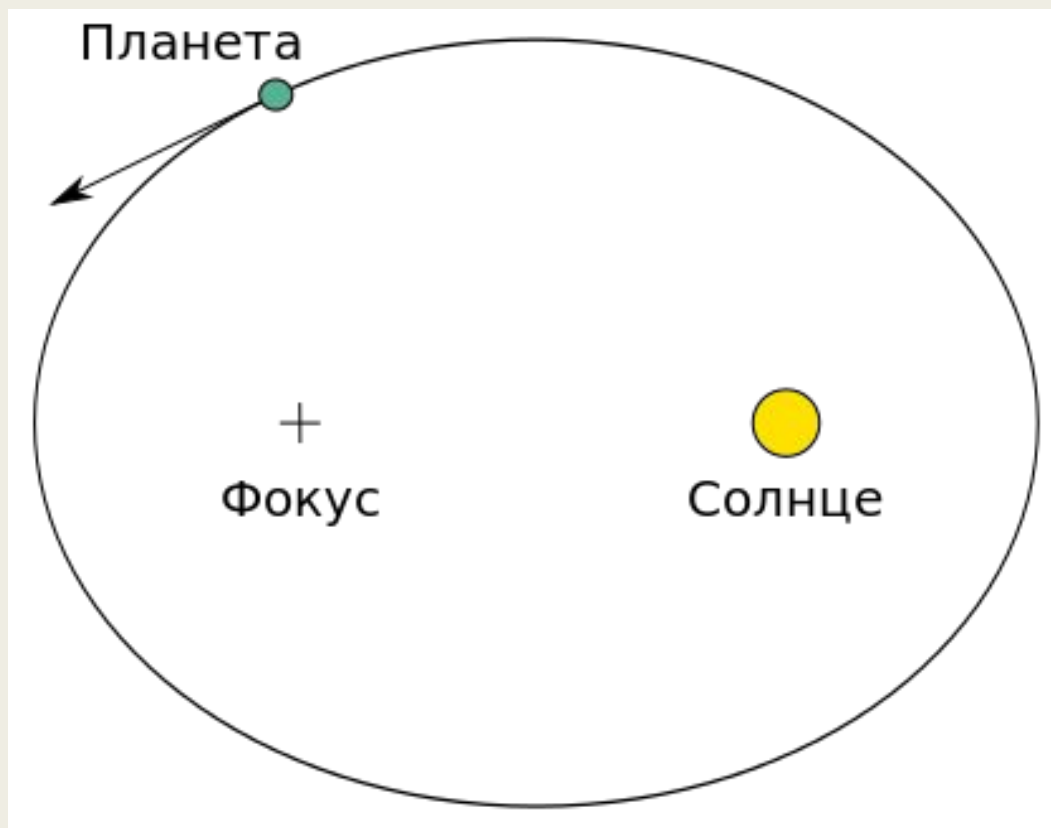
первооткрыватель  
законов

движения планет  
Солнечной системы.

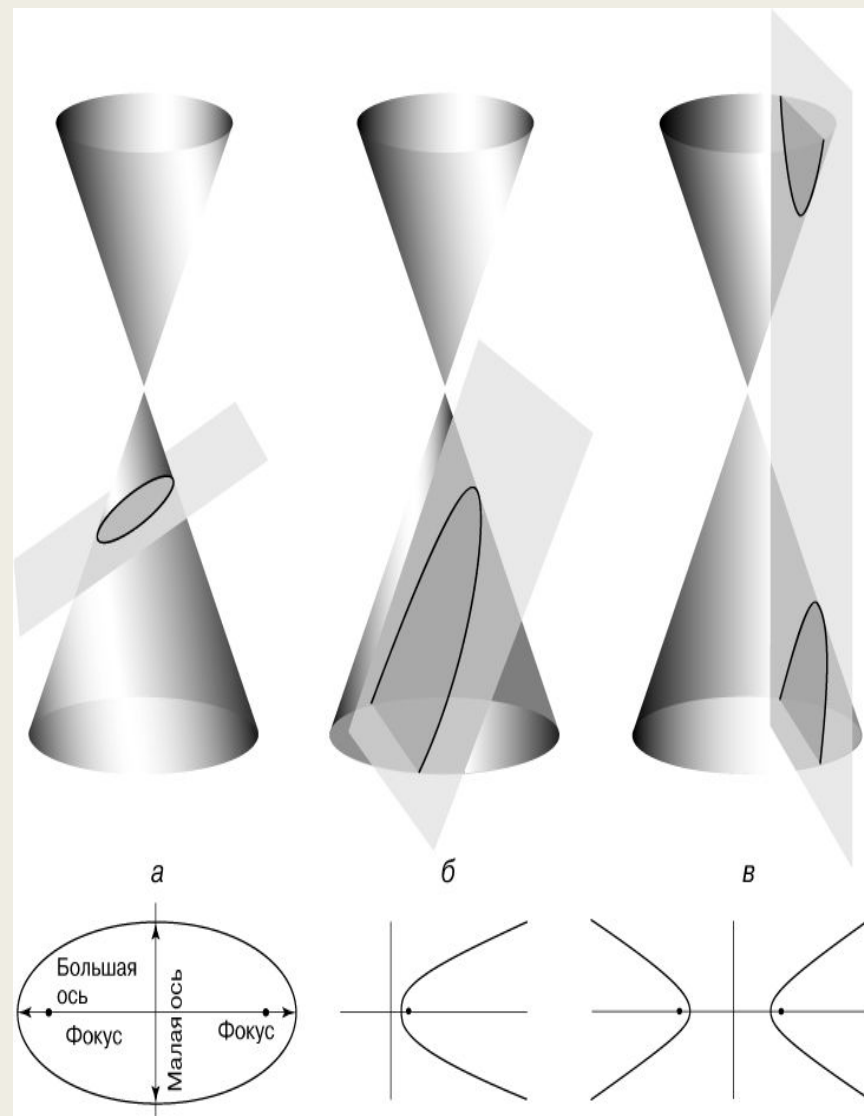
**1571-1630**

# Первый закон Кеплера

Каждая планета Солнечной системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

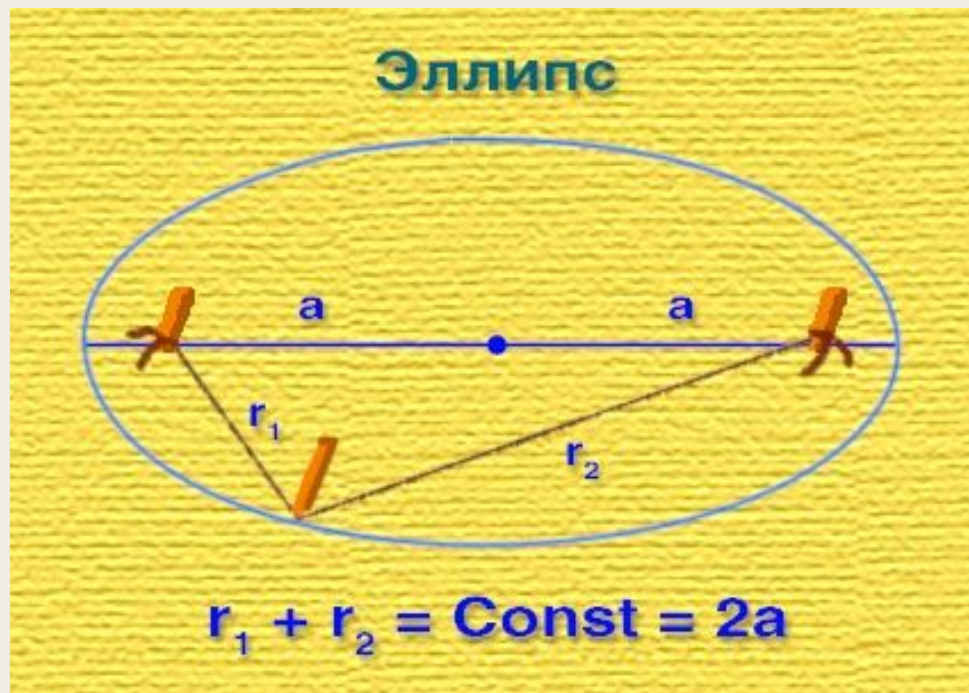


Применительно к движению спутника относительно притягивающего центра первый закон Кеплера звучит так: указанное движение всегда совершается по коническому сечению (по эллипсу, окружности, параболе, гиперболе или прямой), в одном из фокусов которого находится притягивающий центр.

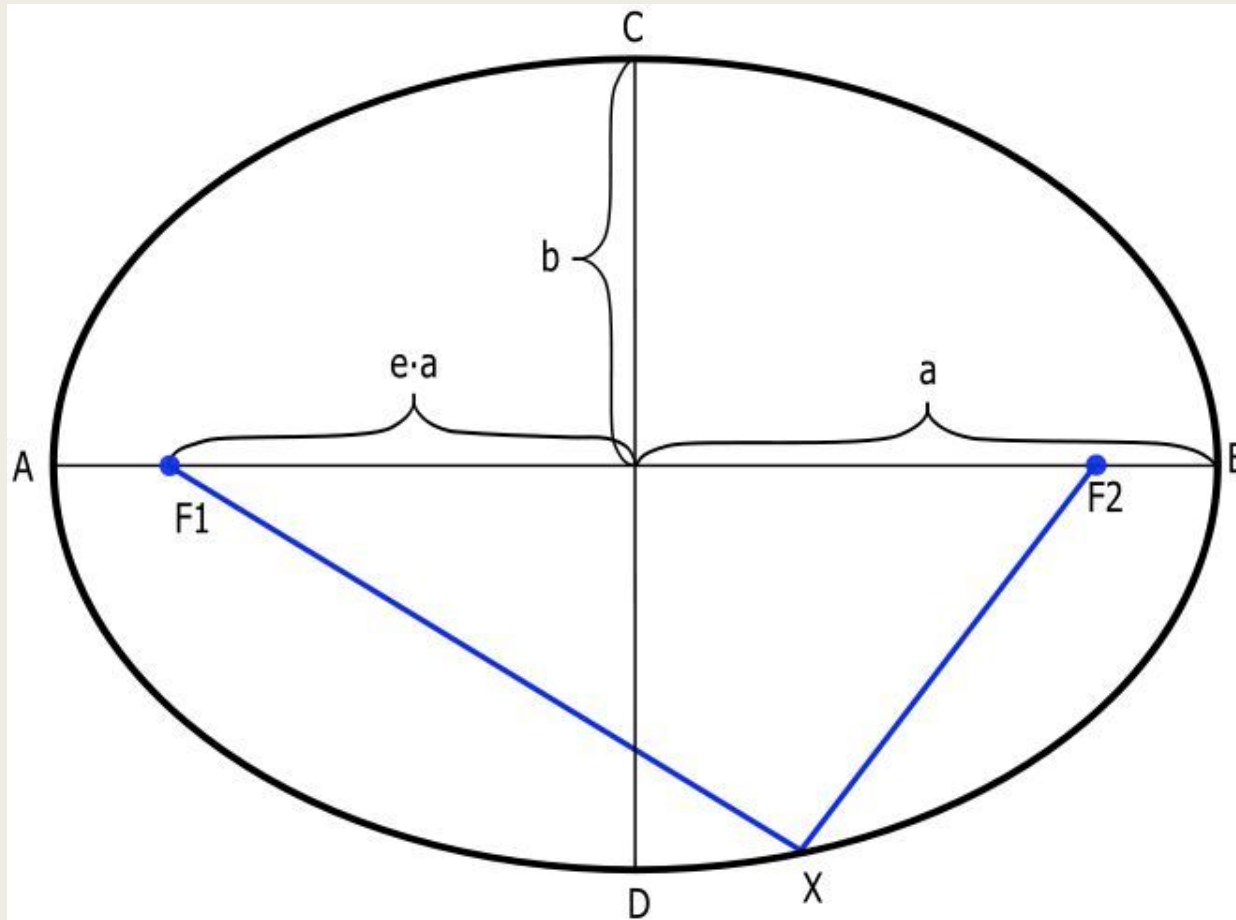


# Эллипс

- геометрическое место точек Евклидовой плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами

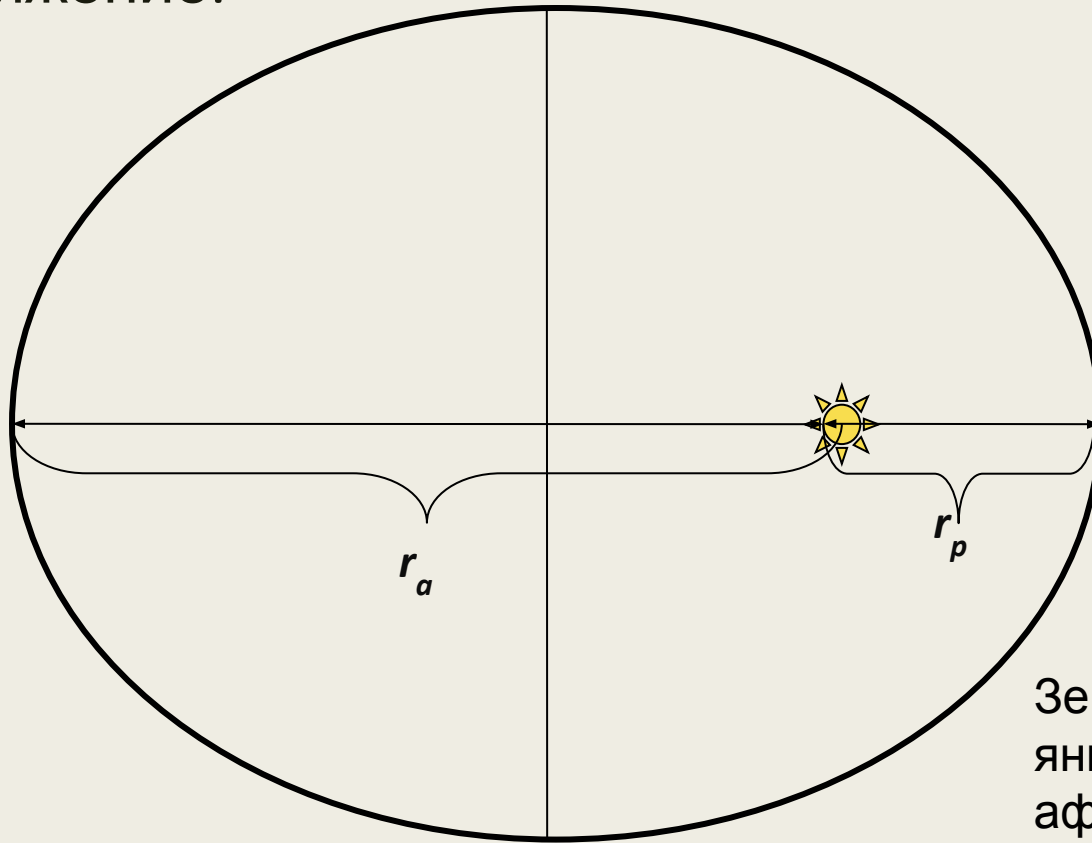


# Характеристики эллипса



*$e$  - эксцентриситет*

Перицентр и апоцентр — точки орбиты небесного тела — ближайшая к центральному телу и наиболее удалённая от центрального тела, вокруг которого совершается движение.



Земля находится в перигелии 3 января, а в афелии - 3 июня

$$r_a = (1+e)a \quad r_p = (1-e)a$$





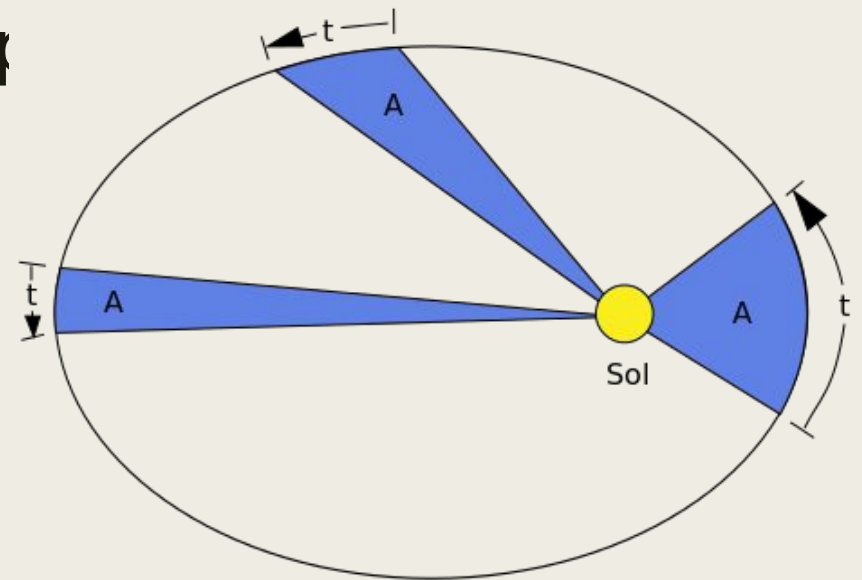
Наклонение ( $i$ )

Аргумент  
перицентра ( $\omega$ )

Долгота  
восходящего узла  
( $\Omega$ )

# Второй закон Кеплера

Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, описывает равные площади.



# Закон сохранения момента импульса

$$mvr \sin \alpha = \text{const}$$

# Третий закон Кеплера

Квадраты периодов обращения планет вокруг

Солнца относятся как кубы больших  
полуосей

орбит планет.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

**Эта формула выполняется  
для двух тел,  
вращающихся вокруг  
ОДНОГО объекта.**

Если тело вращается вокруг Солнца (планеты, кометы, астероиды), то для удобства можно использовать в качестве второго тела Землю ( $T=1$  год,  $a=1$  а.е), и измерять время в годах, а расстояние в астрономических единицах. Тогда формула будет выглядеть

$$T^2 = a^3$$

# Обобщения третьего закона Кеплера

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G(M + m)} a^3$$



Работает всегда!

$$\frac{(M_1 + m_1)T_1^2}{(M_2 + m_2)T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

# Примеры задач

Сколько времени падала бы Земля на Солнце, если бы вдруг остановилась?

# Примеры задач

Сколько времени падала бы Земля на Солнце, если бы вдруг остановилась?

Решение:

Очевидно, Земля будет падать по прямой. Отрезок можно представить как очень узкий эллипс с большей осью равной 1 а.е. Тогда период обращения для этой орбиты будет равен  $T = a^{1.5} = 0.5^{1.5} = 129$  дней, а время падения равно половине этого периода:  $t = T/2 \approx 65$  суток



# Примеры задач

Во сколько раз скорость планеты в перицентре больше

скорости в апоцентре, если эксцентриситет её орбиты

равен 0.2?

# Примеры задач

Во сколько раз скорость планеты в перигеетре больше

скорости в апоцентре, если эксцентриситет её орбиты

равен 0.2?

Решение:

В точках перигелия и афелия скорость направлена

перпендикулярно радиусу-вектору, поэтому по закону

сохранения импульса:

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p} = \frac{1+e}{1-e} = 1.5 \text{ раза}$$

# Движение планет

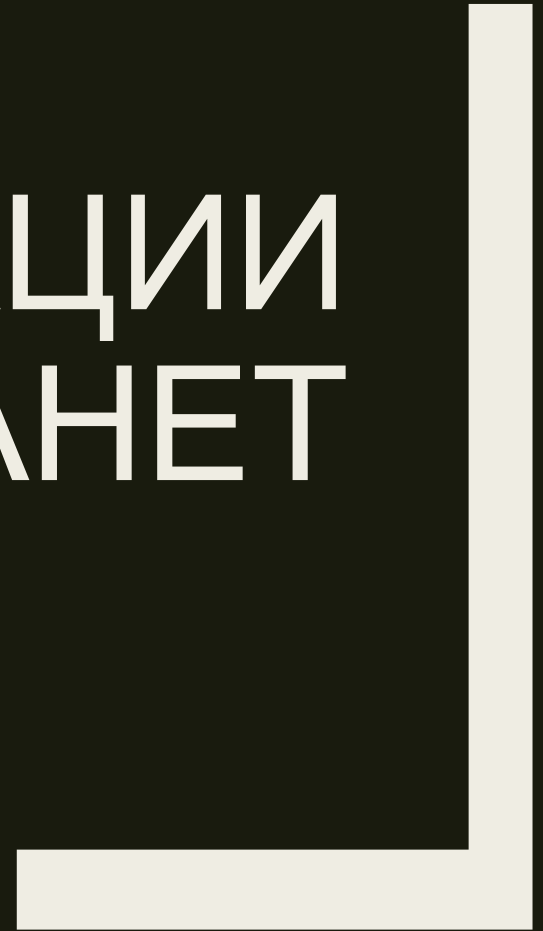
- Считая, что все орбиты круговые, можно ввести такое понятие, как угловая скорость. Она показывает, на какой гелиоцентрический угол изменится эклиптическая долгота планеты за единицу времени

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \sqrt{\frac{GM}{4\pi^2 R^3}} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} = \frac{V_T}{R} = \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$$

- Для относительной наблюдаемой угловой скорости

$$\omega_{\text{отн}} = \frac{V_T}{r},$$

# КОНФИГУРАЦИИ ПЛАНЕТ



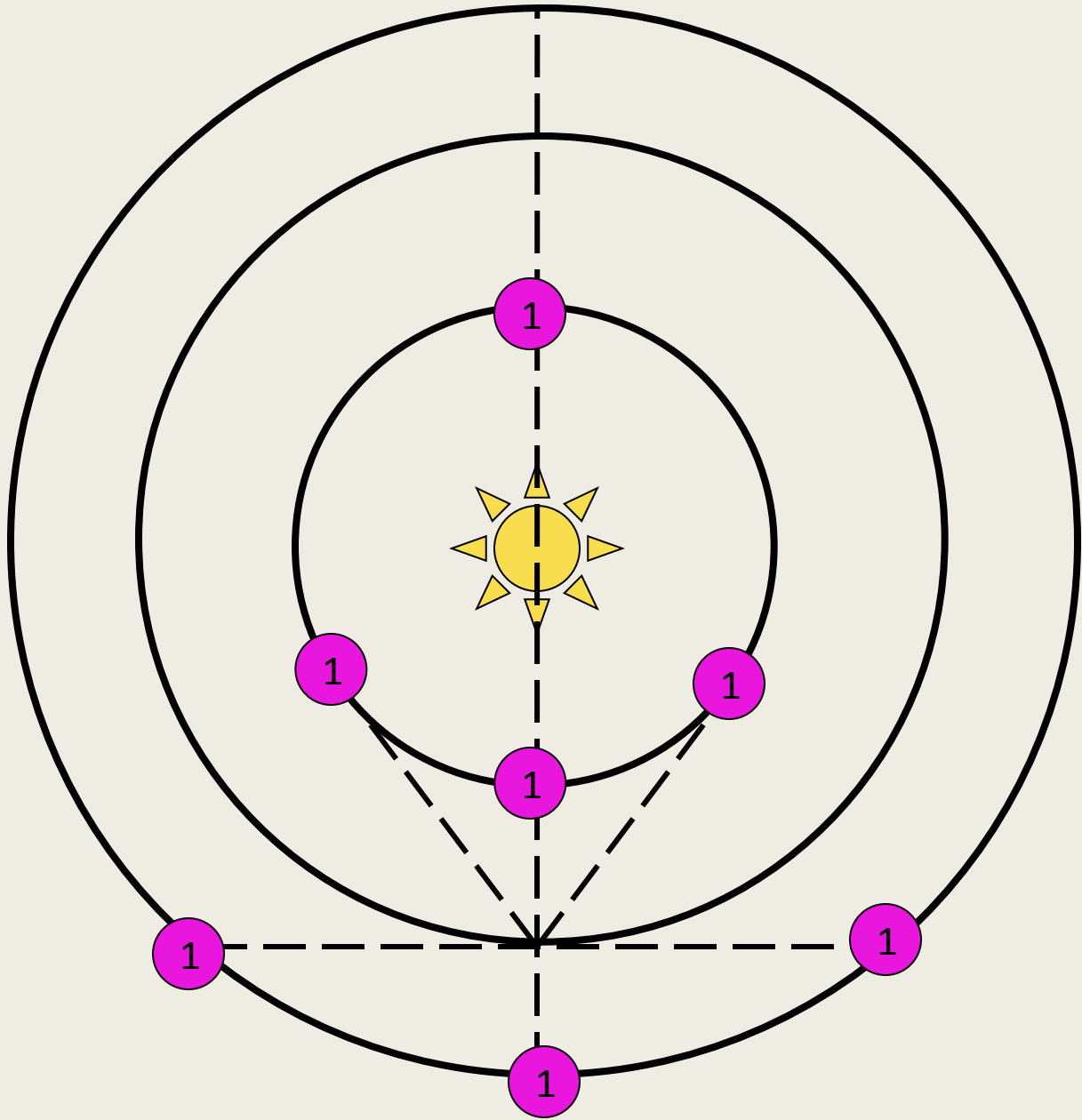
# Конфигурации внутренних планет

**Восточная квадратура**

**Западная квадратура**

**Нижнее соединение**

**Верхнее соединение**



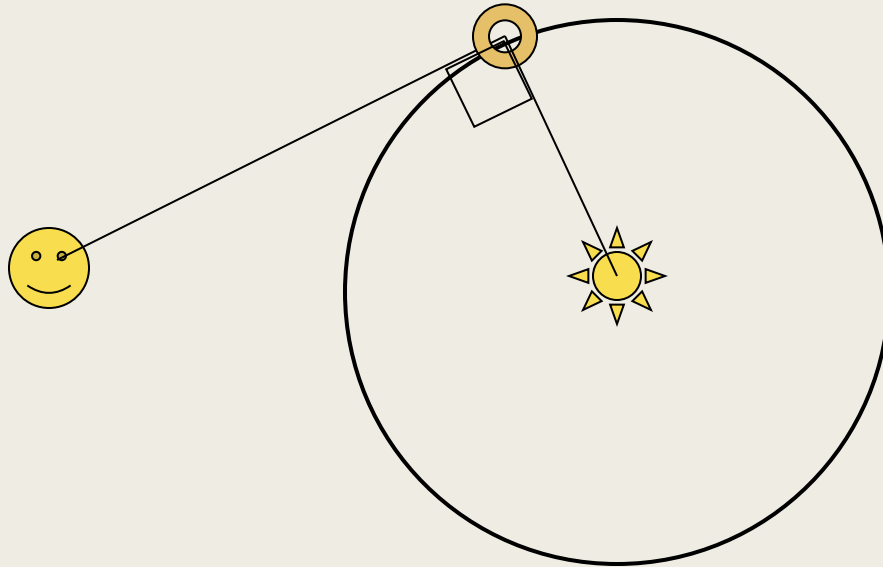
# Конфигурации внутренних планет

**Элонгация**

**Нижнее соединение**

**Верхнее соединение**

# Элонгация



- конфигурация внутренней планеты, при которой она максимально удалена от Солнца на небе. При элонгации угол Солнце-планета-наблюдатель равен



# Синодический период

- Синодический период — промежуток времени между последовательными одноименными конфигурациями.
- По сути синодический период — период, за который между эклиптическими долготами двух планет набирается полный оборот.
- Если планеты обращаются в разные стороны вокруг Солнца, тогда относительная угловая скорость
- В одну и ту же сторону:

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_1 + \omega_2 \\ \frac{2\pi}{S} &= \frac{2\pi}{T_1} + \frac{2\pi}{T_2} \\ \frac{1}{S} &= \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\omega &= |\omega_1 - \omega_2| \\ \frac{2\pi}{S} &= \left| \frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2} \right| \\ \frac{1}{S} &= \left| \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right|\end{aligned}$$