ГАПОУ РБ «СИБАЙСКИЙ МЕДИЦИНСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

ПРЕЗЕНТАЦИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ НА ТЕМУ: ***«ЧИСЛОВАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ»***

Выполнила студентка I курса 101Ф группы
Хаматова Дания
Проверил преподаватель математики
Кагарманов Дамир Сайгафарович

ЧТО ЖЕ ТАКОЕ ЧИСЛОВАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ?

- Функцию вида $y = f(x)$, где x принадлежит множеству натуральных чисел называют функцией натурального аргумента или числовой последовательностью и обозначают $y = f(n)$ $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n, \ldots$ (y_n).
- Числовая последовательность $\{x_n\}$ – это закон (правило), согласно которому, каждому натуральному числу $n = 1, 2, 3, \ldots$ ставится в соответствие некоторое число x_n.
  Элемент x_n называют n-м членом или элементом последовательности.
- Функции, область определения которых является множеством натуральных чисел или его частью, называются числовыми последовательностями.
- Числа, записанные в последовательности, называются членами последовательности. Обычно их обозначают маленькими буквами, например, a1,a2,a3...an..., где индекс 1,2,3,4...n... после буквы a указывает на порядковый номер каждого члена последовательности.
- Числовая последовательность - это последовательность элементов числового пространства.

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

$y_n = (-1)^n$

$n = 1 \Rightarrow y_1 = (-1)^1 = -1; n = 2 \Rightarrow y_2 = (-1)^2 = 1,$

$n = 3 \Rightarrow y_3 = (-1)^3 = -1, \ldots$

$y_{101} = (-1)^{101} = -1,$

$y_{200} = (-1)^{200} = 1$

$y_n = 4n + 1$

$y_5 = 4 \cdot 5 + 1 = 21$

$y_{10} = 4 \cdot 10 + 1 = 41$

$y_{120} = 4 \cdot 120 + 1 = 481$

1. Последовательность задана ***аналитически***, если указана формула её n -ого члена, $y_n = f(n)$. Например:

Последовательность простых чисел:

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$

Рассмотрим число $\sqrt{2} = 1{,}41421\ldots$

$1; 1{,}4; 1{,}41; 1{,}414; 1{,}4142; \ldots$

2. При ***словесном*** способе задания последовательности: последовательность, каждый её член, возможность вычисления каждого её члена можно задать словами, не обязательно формулами.

$y_1 = 1, \quad y_n = y_{n-1} + 2, \quad n = 2, 3, 4, \ldots$

$1, 3, 5, 7, \ldots$

$y_1 = b, \quad y_n = y_{n-1} \cdot q, \quad n = 2, 3, 4, \ldots$

$b = 2, q = 3:\ 2, 6, 18, 54, 162, \ldots$

$y_n = 2 \cdot 3^{n-1}: n = 1 \Rightarrow y_1 = 2 \cdot 3^{1-1} = 2$

$n = 2 \Rightarrow y_2 = 2 \cdot 3^{2-1} = 6, \quad n = 3 \Rightarrow y_3 = 2 \cdot 3^{3-1} = 18$

3. При ***рекуррентном*** задании последовательности задаются правила вычисления n-го члена по предыдущим членам.

СВОЙСТВО ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ:

1. Последовательность (y_n) называется ***ограниченной сверху***, если все её члены не больше некоторого числа. Другими словами, последовательность (y_n) ***ограничена сверху***, если существует число M такое, что для любого n выполняется неравенство: $y_n \le M$. Число M называется ***верхней границей последовательности***. Например,:

$$-1, -4, -9, \dots, -n^2, \dots \text{ – ограничена сверху, } M = -1,\ M = 0$$

2. Последовательность (y_n) называется ***ограниченной снизу***, если все её члены не больше некоторого числа. Другими словами, последовательность (y_n) ***ограничена снизу***, если существует число m такое, что для любого n выполняется неравенство: $y_n \ge m$. Число m называется ***нижней границей последовательности***. Например

$$1, 4, 9, 16, \dots, n^2, \dots \text{ – ограничена снизу, } m = 1,\ m = 0$$

3. Если последовательность ограничена и *сверху* и *снизу*, то её называют **ограниченной последовательностью**. Рассмотрим пример.

$$y_n = \frac{1}{n}$$

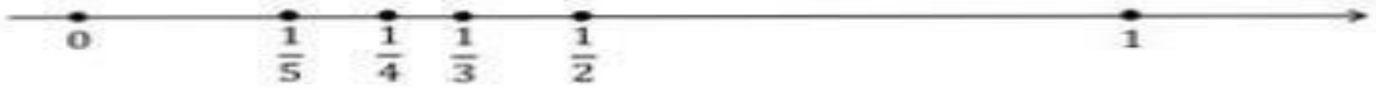
$$n = 1 \Rightarrow y_1 = 1$$

$$n = 2 \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2}$$

$$n = 3 \Rightarrow y_3 = \frac{1}{3}$$

$$n = 4 \Rightarrow y_4 = \frac{1}{4}$$

$$n = 5 \Rightarrow y_5 = \frac{1}{5}$$



Таким образом, ограниченность последовательности означает, что все члены последовательности (точнее, соответствующие им точки прямой) принадлежат некоторому отрезку.

4. Последовательность (y_n) называется ***возрастающей***, если каждый последующий член больше предыдущего, то есть верно неравенство

$$y_1 < y_2 < y_3 < y_4 < \cdots < y_n < y_{n+1} < \cdots$$

Например, $2, 4, 6, 8, \ldots, 2n, \ldots$ – возрастающая последовательность

5. Последовательность (y_n) называется **убывающей**, если каждый её член меньше предыдущего, то есть верно неравенство

$$y_1 > y_2 > y_3 > y_4 > \cdots > y_n > y_{n+1} > \cdots$$

Например $-2, -4, -6, -8, \ldots, -2n, \ldots$ – убывающая последовательность

6. Возрастающие и убывающие последовательности объединяют общим термином – ***монотонные последовательности***. Пример.

Определить, является ли последовательность монотонной, ограниченной, если да, то определить характер монотонности и ограниченности $y_n = n^2 + 8$.

Решение:

$$n = 1 \Rightarrow y_1 = 1^2 + 8 = 9$$
$$n = 2 \Rightarrow y_2 = 2^2 + 8 = 12$$
$$n = 3 \Rightarrow y_3 = 3^2 + 8 = 17$$
$$n = 4 \Rightarrow y_4 = 4^2 + 8 = 24$$

$9, 12, 17, 24, \ldots, n^2 + 8, \ldots$ – возрастающая и ограниченная снизу

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и одного и того же числа d, называют **арифметической прогрессией**, а число d – разностью арифметической прогрессии.

Таким образом, арифметическая прогрессия – это числовая последовательность $\{a_n\}$, заданная рекуррентно соотношениями

$a_1 = a,\ a_n = a_{n-1} + d\ (n = 2, 3, 4, \ldots)$
(a и d – заданные числа).

Пример. 1, 3, 5, 7, 9, 11, … – возрастающая арифметическая прогрессия, у которой
$a_1 = 1,\ d = 2$.

Пример. 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2, –1, –4,… – убывающая арифметическая прогрессия, у которой $a_1 = 20,\ d = -3$.

Нетрудно найти явное (формульное) выражение a_n через n. Величина очередного элемента возрастает на d по сравнению с предыдущим, таким образом, величина n элемента возрастет на величину $(n - 1)d$ по сравнению с первым членом арифметической прогрессии, т.е.

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

Это формула n-го члена арифметической прогрессии.

ФОРМУЛЫ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. n -ный член арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \qquad a_n = a_{n-1} + d$$

2. Разность арифметической прогрессии

$$d = a_n - a_{n-1}$$

3. Формулы суммы арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n - 1)d}{2} \cdot n$$

4. Свойство арифметической прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

Геометрическая прогрессия

Числовую последовательность, все члены которой отличны от нуля и каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего члена умножением на одно и то же число q, называют **геометрической прогрессией**, а число q – знаменателем геометрической прогрессии.

Таким образом, геометрическая прогрессия – это числовая последовательность $\{b_n\}$, заданная рекуррентно соотношениями

$b_1 = b$, $b_n = b_{n-1}q$ ($n = 2, 3, 4\ldots$). (b и q – заданные числа, $b \neq 0$, $q \neq 0$).

Формула n-го члена геометрической прогрессии имеет вид

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. n -тый член геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \qquad b_n = b_{n-1} \cdot q$$

2. Знаменатель геометрической прогрессии

$$q = \frac{b_n}{b_{n-1}}$$

3. Формулы суммы геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1 - b_{n+1}}{1 - q}$$

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

4. Свойство геометрической прогрессии

$$b_n^2 = b_{n+1} \cdot b_{n-1}$$

5. Сумма бесконечной геометрической прогрессии (Если $|q| < 1$ то при $n \to \infty$)

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

- https://videouroki.net/video/32-chislovyie-posliedovatiel-nosti-opriedielieniie-primiery-svoistva.html
- https://ru.m.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B9_%D0%BF%D0%BE%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8
- https://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/CHISLOVAYA_POSLEDOVATELNOST.html

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

ВСЕМ ХОРОШЕГО ДНЯ!

❤❤❤