

Урок №  
4

# ПОВТОРЕНИЕ

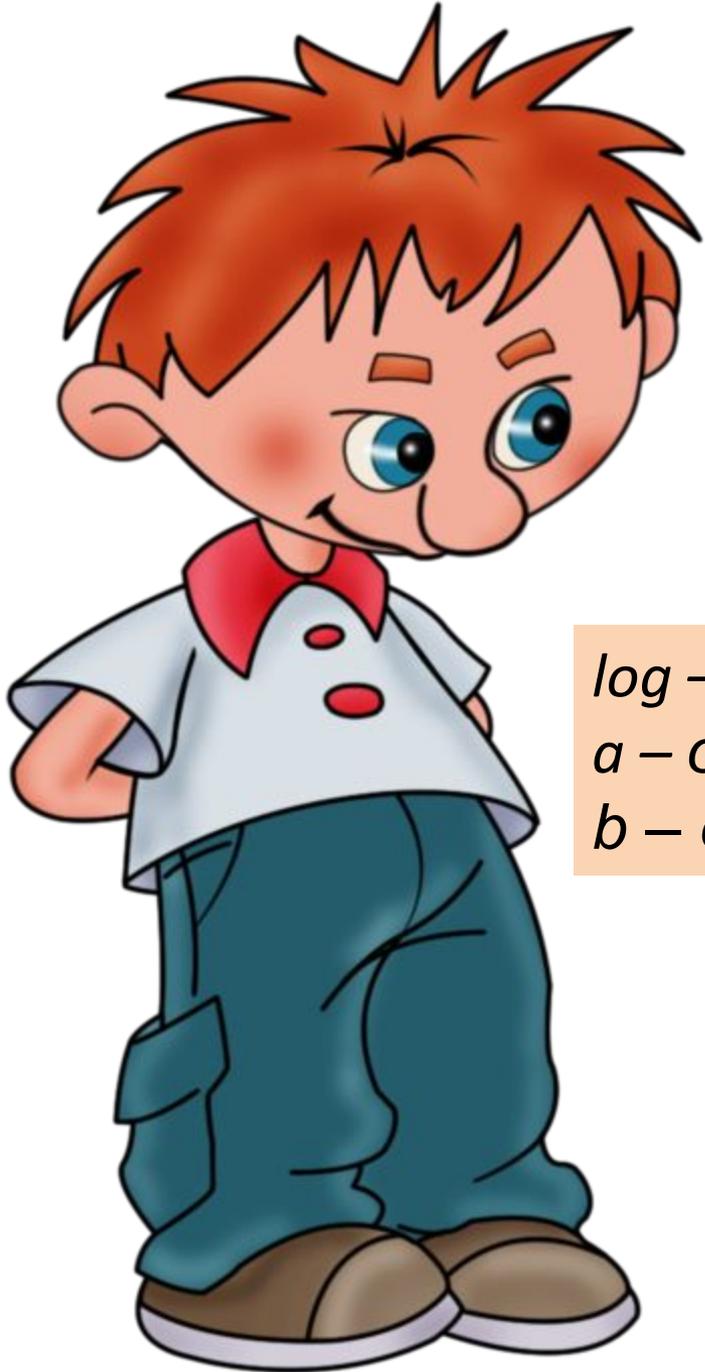
Выражения с  
логарифмами

$$\log_a b$$

*log* – знак логарифма,  
*a* – основание логарифма,  
*b* – выражение под логарифмом

И не пытайся понять мою душу:  
там такие, сударь ты мой,  
логарифмы!

[Авессалом Подводный. Отдельные  
мысли](#)



## ОПРЕДЕЛЕН

$$\log_a b = x, \quad a^x = b$$

$$b \neq 0 \quad a \neq 0 \quad a \neq 1$$

## Теори я

## ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕС КОЕ

$$a^{\log_a b} = b$$

## ДЕСЯТИЧНЫЕ И НАТУРАЛЬНЫЕ

### ЛОГАРИФМЫ

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\log_e b = \ln b$$

## СВОЙСТВА

$$1) \log_a 1 = 0 \quad 2) \log_a a = 1 \quad 3) \log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$$

$$4) \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c} \quad 5) \log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

$$6) \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b \quad 7) \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad 8) \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

$$\log_4 16 =$$

УСТН

о

$$\log_5 625 .$$

$$4^x = 16 \quad \log_2 32 .$$

**Логарифмом** положительного числа  $b$  по основанию  $a$ , где

$$a > 0 \quad a \neq 1$$

называется **показатель степени** в которую нужно возвести  $a$ , чтобы получить  $b$ .

$$(\log_2 16) \cdot (\log_6 36) .$$

$$(\log_9 81) \cdot (\log_2 64) .$$

$$(\log_3 243) \cdot (\log_8 512) .$$

УСТН  
0

$$a^{\log_a b} = b$$

$$7 \cdot 5^{\log_5 4}$$

$$6 \cdot 7^{\log_7 2}$$

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}}$$

$$9 \cdot 10^{\log_{10} 3}$$

$$\frac{65}{9^{\log_9 5}}$$

$$\frac{60}{4^{\log_4 10}}$$

$$\log_a 1 = 0 \quad \text{УСТН} \quad a^0 = 1$$

о

логарифм единицы равен нулю

$$\log_a a = 1 \quad a^1 = a$$

логарифм  $a$  по основанию  $a$  равен единице

$$\log_6 1 =$$

$$\log_{1/2} \frac{1}{2} =$$

$$\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} =$$

$$\log_{2,4} 1 =$$

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

логарифм произведения  
положительных  
множителей  
равен сумме  
логарифмов

$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

*этих множителей*

логарифм частного  
положительных числителя и знаменателя  
равен разности  
логарифма числителя и логарифма  
знаменателя

е

$$\log_3 8,1 + \log_3 10.$$

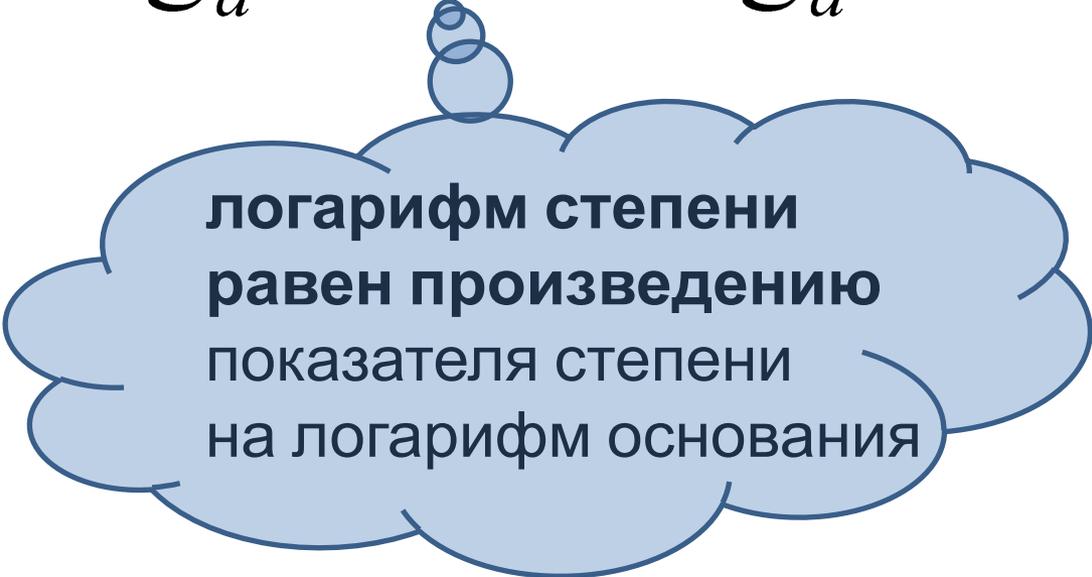
$$\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3.$$

$$\log_2 12,8 + \log_2 10.$$

$$\log_5 60 - \log_5 12.$$

Предложите,  
как лучше запомнить данные две  
формулы?

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b$$



логарифм степени  
равен произведению  
показателя степени  
на логарифм основания

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7}.$$

$$\log_4 8.$$

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13.$$

$$\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}.$$

$$\log_{\sqrt[3]{14}} 14.$$

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}.$$

$$75 \log_{11} \sqrt[5]{11}.$$

$$8^{2 \log_8 3}$$

$$36^{\log_6 5}$$

$$5^{\log_{25} 49}.$$

$$\frac{\log_8 \sqrt[25]{5}}{\log_8 5}.$$

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5}.$$

$$\frac{\log_3 7}{\log_{27} 7}.$$

Формулы приведения к новому  
основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Очень часто появляется  
необходимость  
**поменять местами  $a$  и  $b$**   
основание и выражение под  
логарифмом

$$\log_7 9 \cdot \log_9 49.$$

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25.$$

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25.$$

$$\left(2^{\log_5 3}\right)^{\log_3 5}.$$

$$\frac{\log_9 10}{\log_9 11} + \log_{11} 0,1.$$

$$\frac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0,05.$$

# Письменн

0

В классе нечётные номера, дома – чётные.

1  $\log_{0,25} 2.$

6  $\log_{\sqrt{7}}^2 49.$

2  $\log_{0,2} 125.$

7  $\log_{\sqrt{11}}^2 121.$

3  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4.$

4  $\log_4 \log_5 25.$

8

$$5^{3+\log_5 2}$$

5  $\log_3 \log_7 343.$

9

$$6^{2+\log_6 8}.$$

# Письменн

10  $64^{\log_8 \sqrt{3}}$ .

11  $25^{\log_5 \sqrt{6}}$ .

12  $(3^{\log_3 5})^{\log_5 7}$ .

13  $(2^{\log_7 5})^{\log_2 7}$ .

14  $\log_{11} 24,2 + \log_{11} 5$ .

15  $\log_6 270 - \log_6 7,5$ .

0

16  $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$ .

17  $\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$ .

18  $\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}$ .

19  $\frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5}$ .

20

$$(1 - \log_6 54)(1 - \log_9 54).$$

21

$$(1 - \log_8 72)(1 - \log_9 72).$$

## Дополнительная

18. Найдите все  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2a^2 - (x+3)a - x^2 + 3x}{x^2 - 9} = 0$$

имеет ровно один корень.

## Домашнее задание №

4

В классе нечётные номера, дома – чётные.

18. Найдите все  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{2a^2 - (x+3)a - x^2 + 3x}{x^2 - 9} = 0$

имеет ровно один корень.

$$\frac{-x^2 + 3x - ax + 2a^2 - 3a}{(x-3)(x+3)} = 0$$

Дробь равна нулю, если числитель равен нулю,

$$\frac{-x^2 + x(3-a) + (2a^2 - 3a)}{(x-3)(x+3)} = 0$$

а знаменатель нулю не равен.

$$-x^2 + x(3-a) + (2a^2 - 3a) = 0 \quad (x-3)(x+3) \neq 0$$

Уравнение будет иметь **ровно один корень**, если

- 1) дискриминант квадратного уравнения равен нулю и корни не совпадают с числами 3 и -3;
- 2) дискриминант положителен и один из корней равен 3 или

$$1) \begin{cases} D = (3-a)^2 + 4(2a^2 - 3a) = 0 \\ -9 + 3(3-a) + 2a^2 - 3a \neq 0 \\ -9 - 3(3-a) + 2a^2 - 3a \neq 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} D = (3-a)^2 + 4(2a^2 - 3a) > 0 \\ -9 + 3(3-a) + 2a^2 - 3a = 0 \\ -9 - 3(3-a) + 2a^2 - 3a = 0 \end{cases}$$

$$1 \begin{cases} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)=0 \\ -9+3(3-a)+2a^2-3a \neq 0 \\ -9-3(3-a)+2a^2-3a \neq 0 \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a) > 0 \\ -9+3(3-a)+2a^2-3a = 0 \\ -9-3(3-a)+2a^2-3a = 0 \end{cases}$$

$$1 \begin{array}{lll} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)=0 & -9+3(3-a)+2a^2-3a \neq 0 & -9-3(3-a)+2a^2-3a \neq 0 \\ 9-6a+a^2+8a^2-12a=0 & 2a^2-6a \neq 0 & 2a^2 \neq 18 \\ 9a^2-18a+9=0 \quad | :9 & a \neq 0 \quad a \neq 3 & a \neq -3 \quad a \neq 3 \\ a^2-2a+1=0 \end{array}$$

$$(a-1)^2=0$$

$a=1$  При  $a=1$  уравнение имеет ровно одно

*решение.*

$$2 \begin{array}{lll} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a) > 0 & -9+3(3-a)+2a^2-3a = 0 & -9-3(3-a)+2a^2-3a = 0 \\ (a-1)^2 > 0 & a = 0 \quad a = 3 & a = -3 \quad a = 3 \\ a \neq 1 \end{array}$$

При  $a=0$  и  $a=-3$  уравнение имеет ровно одно решение.

Ответ: при  $a=0$ ,  $a=1$ ,  $a=3$  исходное уравнение имеет ровно одно решение