Цепи. Циклы

Определение 1

a) Маршрут называется цепью, если все его ребра различны.

b) Маршрут называется простой цепью, если все его вершины,

различны.

кроме, возможно, крайних, P_n n.

Обозначают: простая цепь длины

Определение 2

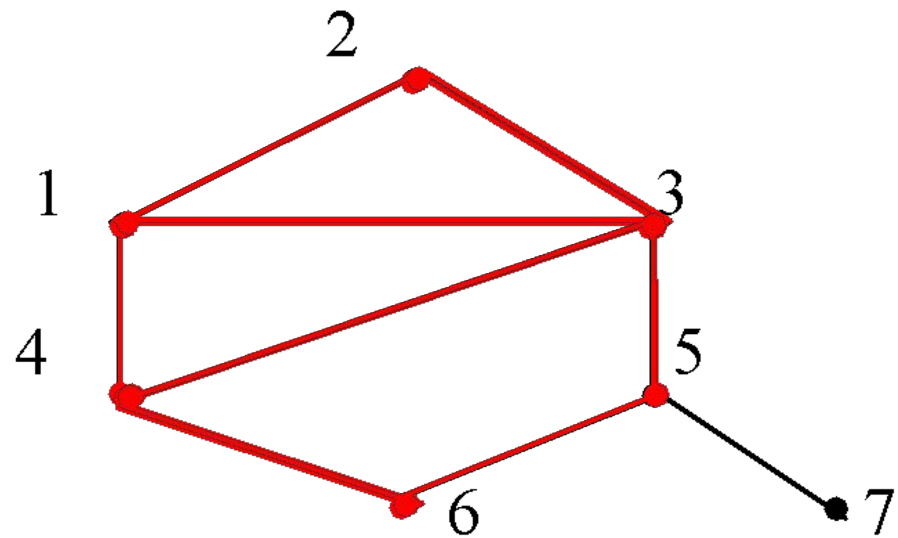
a) Цепь, у которой первая и последняя вершины совпадают,

называется циклом.

b) Простая цепь, у которой совпадают первая и последняя вершины,

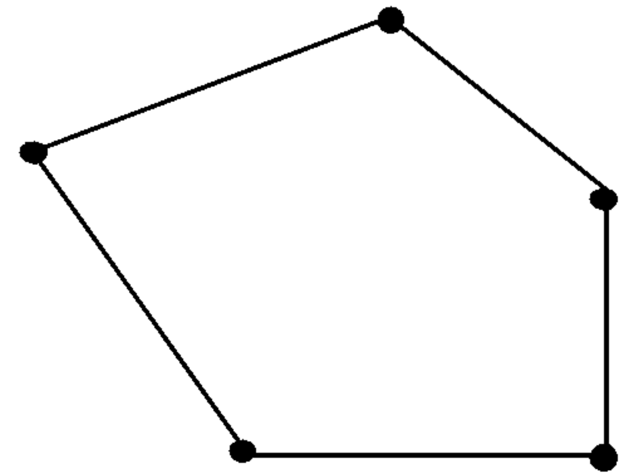
C_n – n.

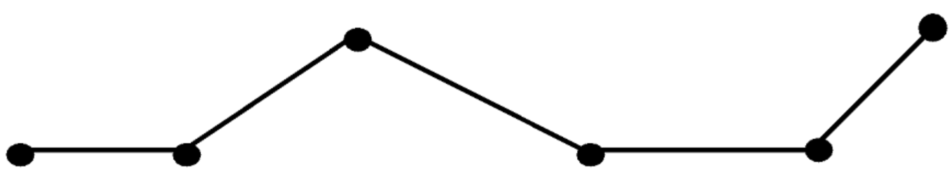
Пример



1,2,3,4,1,3 - цепь, не являющаяся простой.
1,2,3,4,6 - простая цепь.
2,3,5,6,4,3,1,2 - цикл, не являющийся простым.
3,5,6,4,3 - простой цикл.

C_5 –
простой цикл.





P_6 - простая цепь.

Определение 3

Граф называется связным, если любые его две вершины можно соединить маршрутом

Определение 4

Всякий максимальный по включению (т.е. не содержащийся в связном подграфе с большим числом элементов) связный подграф графа G называется связной компонентой (или просто компонентой) графа G.

Теорема 5

Для любого графа либо он сам, либо его дополнение – связный граф

Теорема 6

Связный граф остается связным после удаления ребра в том и только в том случае, когда это ребро принадлежит циклу.

Теорема 7

При удалении ребра из связного графа, граф остается связным или распадается ровно на две компоненты.

Деревья

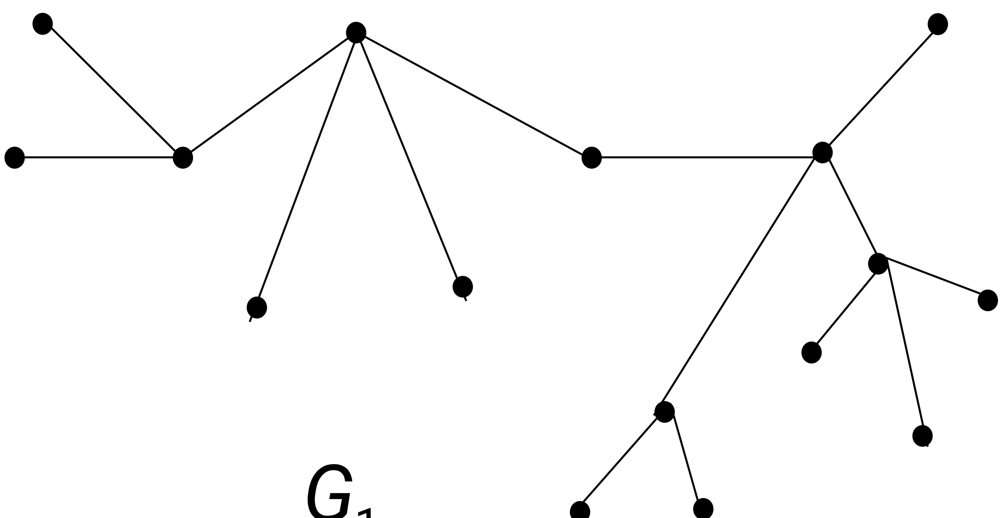
Определение 1

Граф без циклов (ациклический) называется лесом.

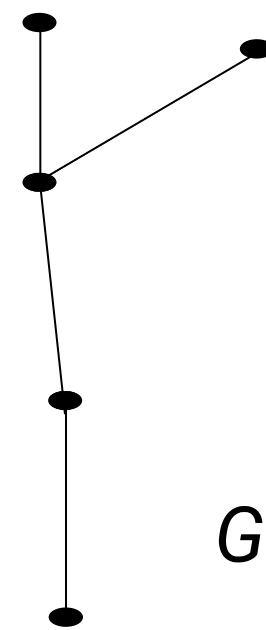
Определение 2

Связный ациклический граф называется деревом.

Пример



G_1



G_2

Теорема 3

Пусть *G*- (n,m). m=n-1.

Теорема 4

В любом дереве порядка $n \geq 2$ имеется не менее двух висячих вершин.

Определение 5

Граф $G = (V, E)$ будем называть взвешенным, если существует функция $f: E \rightarrow R$, т.е. каждому ребру графа *G* поставлено в соответствие некоторое вещественное число, которое называется весом (стоимостью, длиной) ребра.

Определение 6

Если остовный подграф некоторого графа является деревом, то будем называть его остовным деревом или остовом

Алгоритм Краскала

(алгоритм нахождения во взвешенном графе остова наибольшего или наименьшего веса).

Пусть дан связный взвешенный граф $G = (V, E)$, $|V| = n$.

Цель: построение дерева T наименьшего (наибольшего) веса являющегося остовом графа G.

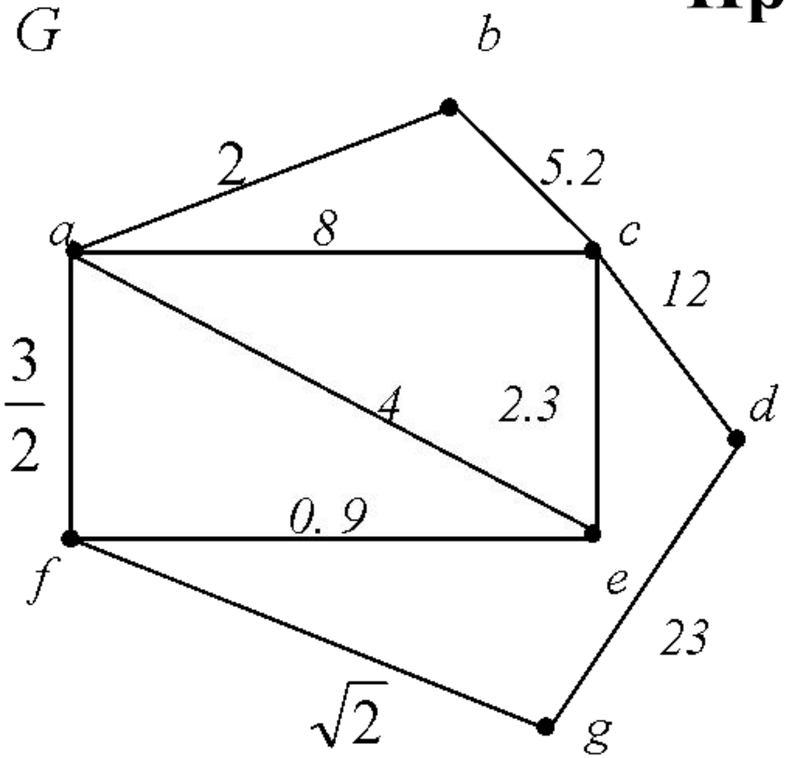
0 : n

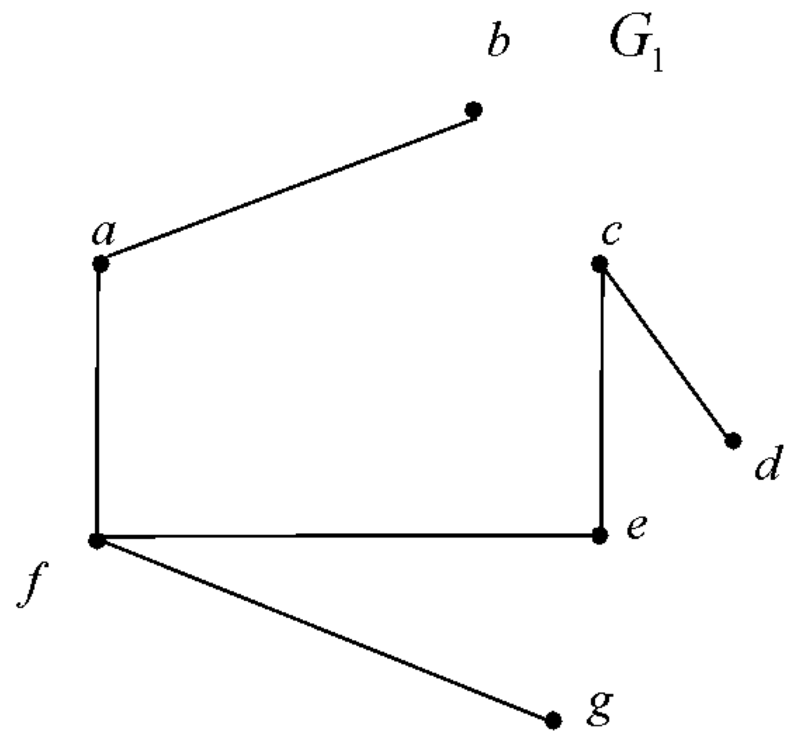
1 шаг: выберем в G ребро наименьшего (наибольшего) веса и добавим его в T.

i шаг (к тому моменту граф T содержит уже $(i–1)$ ребро графа G): выбираем из оставшихся ребер графа G (ребро наименьшего (наибольшего) веса, не образующий циклов с уже выбранными ребрами, и добавим его в T.

Критерий останова: алгоритм прекращает свою работу, когда уже выбрано $(n–1)$ ребро, так как в этом случае добавление любого оставшегося ребра будет приводить к образованию цикла.

Пример





Пример