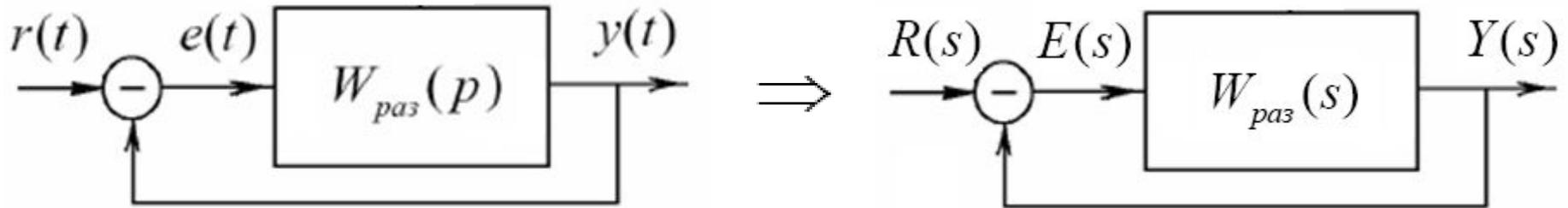

Тема 9.

Частотные методы анализа
показателей качества
переходных процессов

Обсуждаемые вопросы

- 1. Взаимосвязь переходной функции и ВЧХ замкнутой системы*
- 2. Приближенные оценки по ВЧХ замкнутой системы*
- 3. Взаимосвязь ЛАЧХ разомкнутой системы с показателями качества переходных процессов в замкнутой системе*
- 4. Оценка качества регулирования при гармоническом воздействии*
- 5. Показатель колебательности*

Взаимосвязь переходной функции и ВЧХ замкнутой системы



$$W_{зам}(s) = \frac{W_{раз}(s)}{1 + W_{раз}(s)} \Rightarrow s = j\omega \Rightarrow$$

$$W_{зам}(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$\Rightarrow P(\omega) \Rightarrow h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} P(\omega) \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega$$

Свойства переходной функции и ВЧХ замкнутой системы

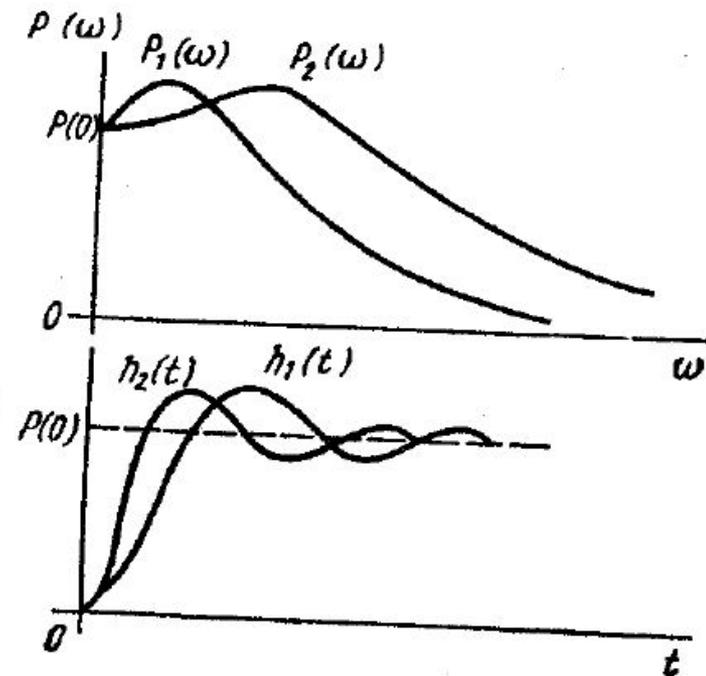
$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = h(\infty) = \lim_{\omega \rightarrow 0} P(\omega) = P(0)$$

$$2) \lim_{t \rightarrow 0} h(t) = h(0) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} P(\omega) = P(\infty)$$

$$3) P_1(\omega) = aP(\omega) \Rightarrow h_1(t) = ah(t)$$

$$4) h(t/a) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} P(a\omega) \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega$$

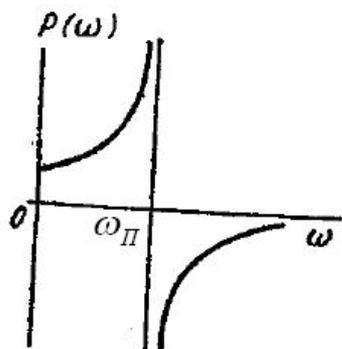
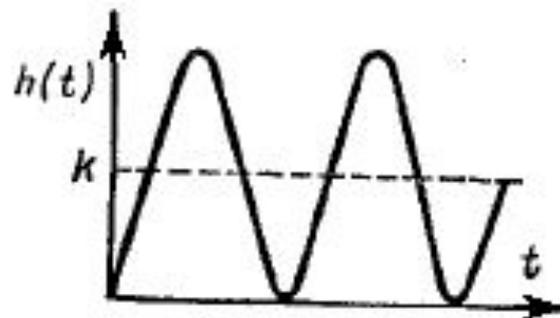
$$P_1(\omega) = P(a\omega) \Rightarrow h_1(t) = h(t/a)$$



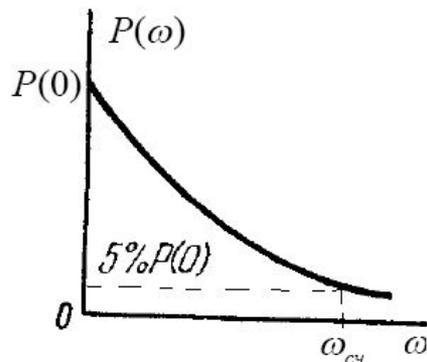
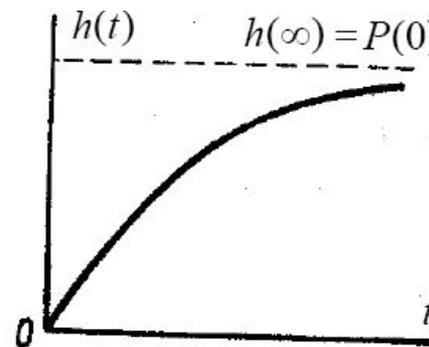
Приближенные оценки по ВЧХ замкнутой системы

$$P(\omega_1) = \infty \Rightarrow$$

$p_{1,2} = \pm j\omega_{\Pi}$ корни характеристического полинома

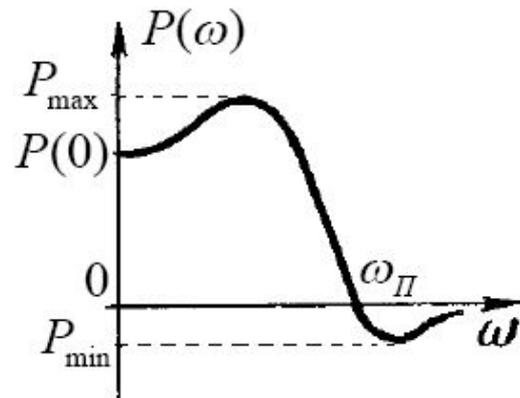
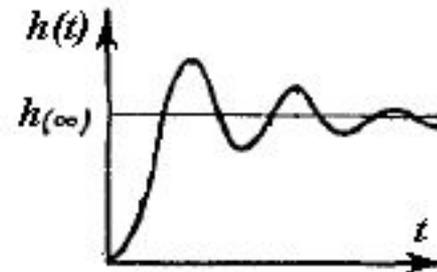
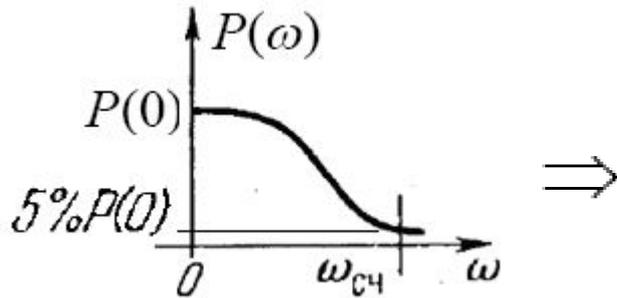

 \Rightarrow


$$P(\omega) > 0, \frac{dP(\omega)}{d\omega} < 0 \Rightarrow \sigma = 0\%, \frac{\pi}{\omega_{сч}} < t_{\Pi} < \frac{4\pi}{\omega_{сч}}$$


 \Rightarrow


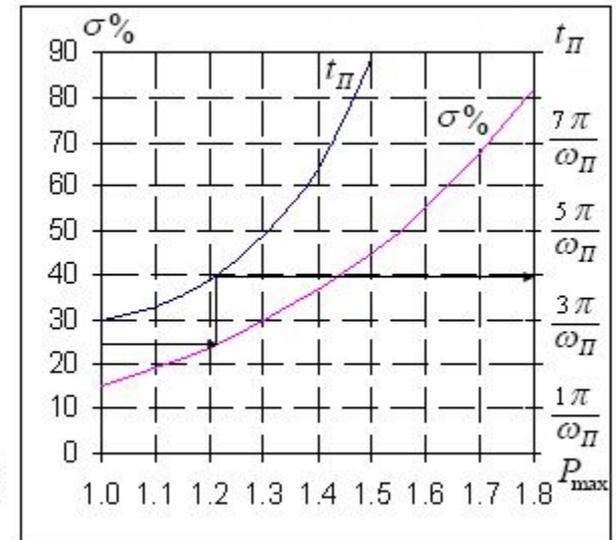
Приближенные оценки по ВЧХ замкнутой системы

$$P(\omega) > 0, \frac{dP(\omega)}{d\omega} \leq 0 \Rightarrow \sigma \leq 18\%, \quad \frac{\pi}{\omega_{сч}} < t_{\Pi} < \frac{2\pi}{\omega_{сч}}$$



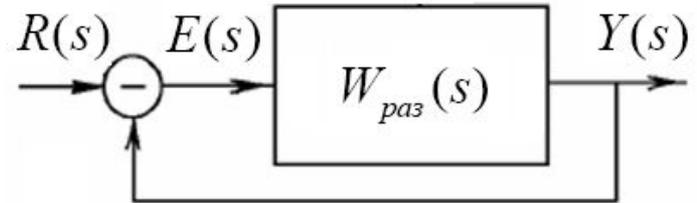
$$t_{\Pi} \approx \frac{N\pi}{\omega_{\Pi}}$$

$$\sigma \approx \frac{1.2P_{\max} + 0.3|P_{\min}| - P(0)}{P(0)} \cdot 100\%$$



Оценка ошибки в равновесном режиме по ВЧХ замкнутой системы

$$R(s) = L\{r_0 1(t)\} = \frac{r_0}{s}$$



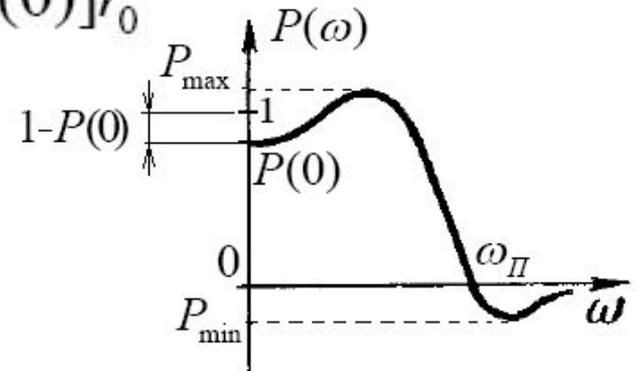
$$\lim_{s \rightarrow 0} W_{зам}(s) = \lim_{\omega \rightarrow 0} W_{зам}(j\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} P(\omega) + j \lim_{\omega \rightarrow 0} Q(\omega) = P(0)$$

$$y_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sW_{зам}(s)R(s)$$

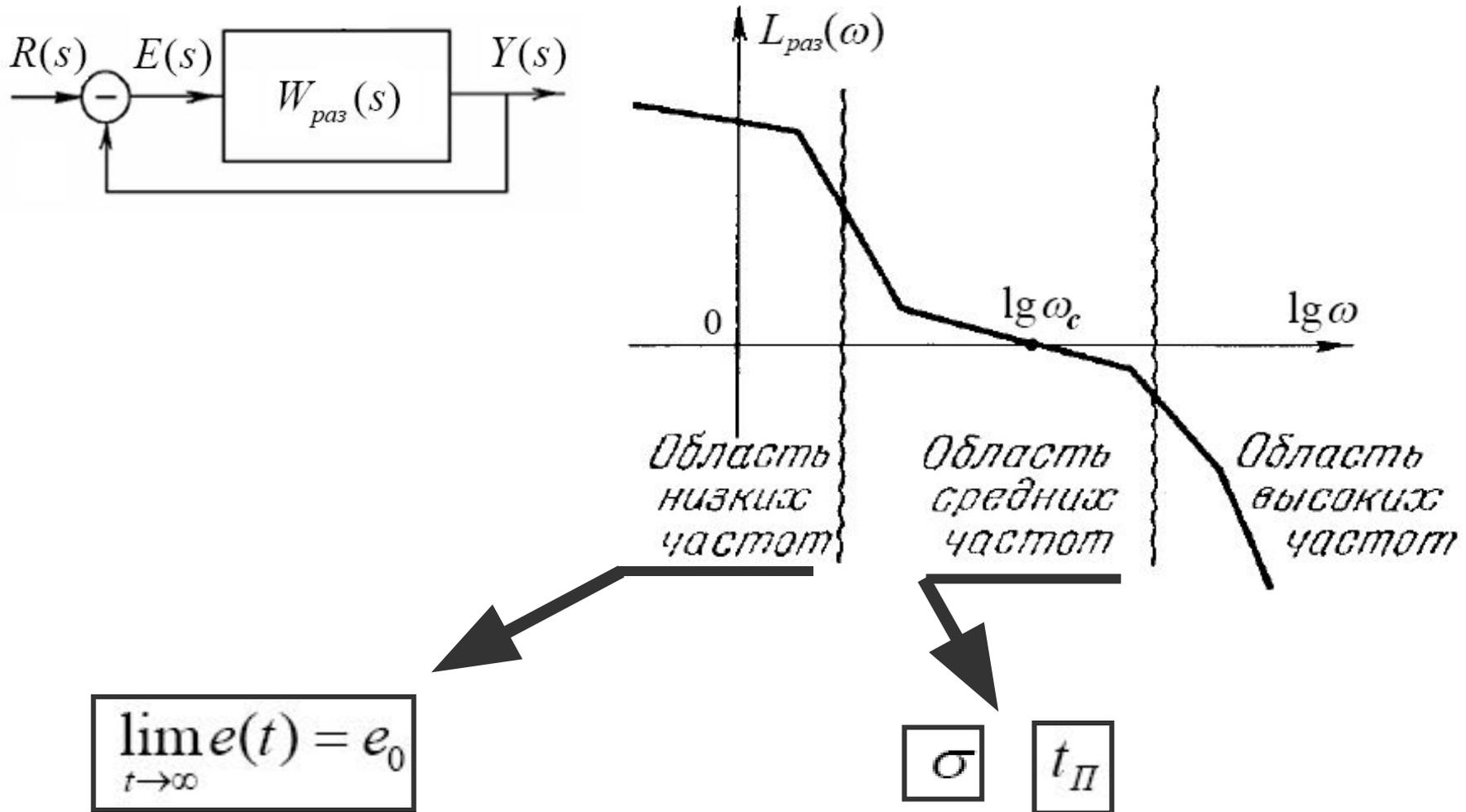
$$= \lim_{s \rightarrow 0} sW_{зам}(s) \frac{r_0}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} W_{зам}(s)r_0 = P(0)r_0 \quad \Rightarrow$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = e_0 = r_0 - y_0 = r_0 - P(0)r_0 = [1 - P(0)]r_0$$

$$\bar{e}_0 = \left| \frac{e_0}{r_0} \right| = 1 - P(0)$$

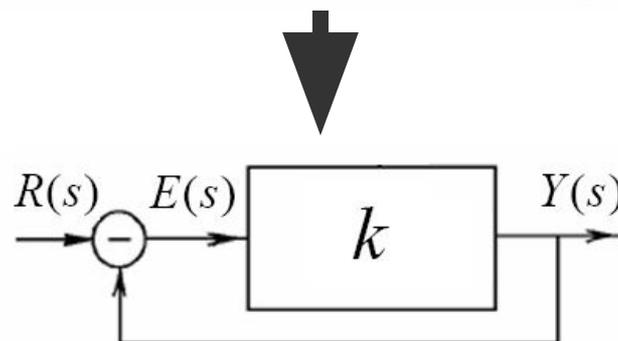
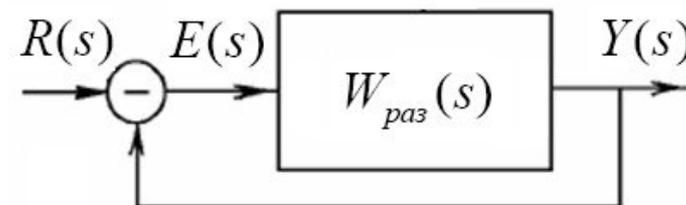
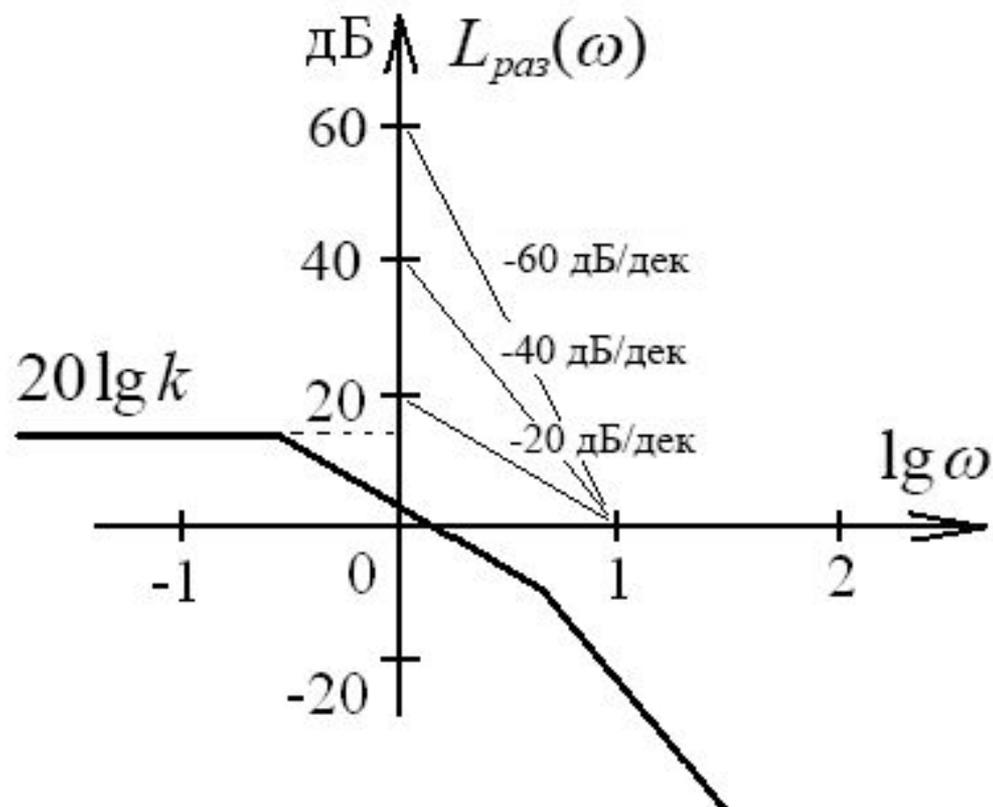


Взаимосвязь ЛАЧХ разомкнутой системы с показателями качества переходных процессов в замкнутой системе



Оценка ошибки по виду ЛАЧХ разомкнутой системы

Статическая система $t \rightarrow \infty \Rightarrow \omega \rightarrow 0 \Rightarrow W_{раз}(j\omega) \rightarrow k$

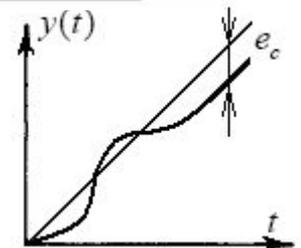
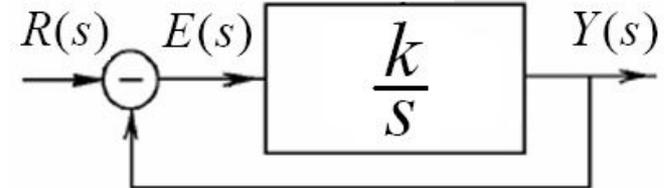
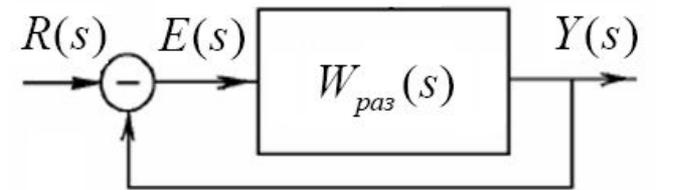
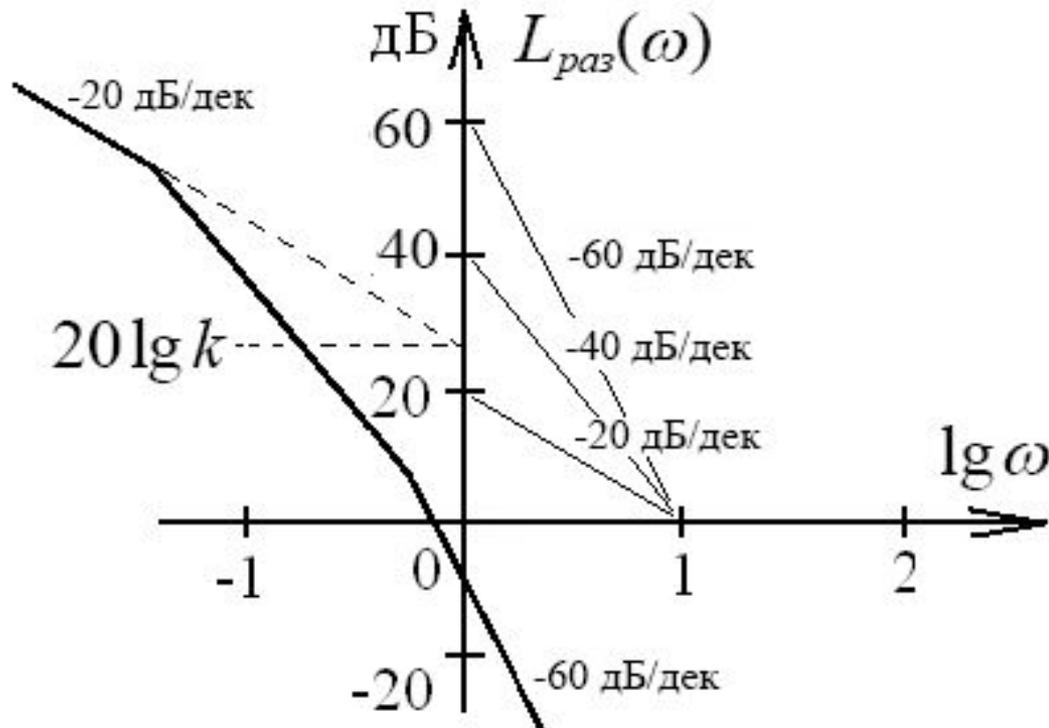


$$e_0 = \frac{1}{1+k} r_0 \Rightarrow \bar{e}_0 = \frac{1}{1+k}$$

Оценка ошибки по виду ЛАЧХ разомкнутой системы

Астатическая система

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow \omega \rightarrow 0 \Rightarrow W_{раз}(j\omega) \rightarrow \frac{k}{j\omega}$$

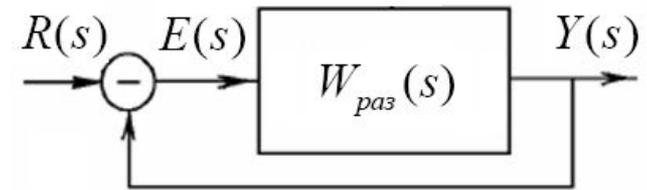


Скоростная ошибка по входу $r(t)$

$$R(s) = L\{at1(t)\} = \frac{a}{s^2} \Rightarrow e_c = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{1}{1 + k/s} \cdot \frac{a}{s^2} \right] = \frac{1}{k} a$$

Ошибка воспроизведения гармонического сигнала

$$E(s) = \frac{1}{1 + W_{раз}(s)} R(s) \Rightarrow s = j\omega$$



$$E(j\omega) = \frac{1}{1 + W_{раз}(j\omega)} R(j\omega) \Rightarrow |E(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + W_{раз}(j\omega)} \right| |R(j\omega)|$$

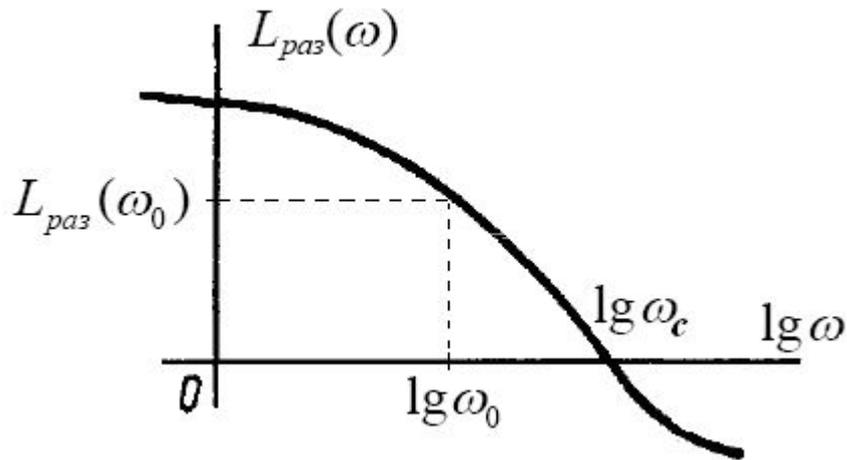
$$r(t) = A_r \sin(\omega t) \Rightarrow R(j\omega) = A_r e^{j\omega t} \Rightarrow |R(j\omega)| = A_r$$

$$e(t) = A_e \sin(\omega t + \varphi_e) \Rightarrow E(j\omega) = A_e e^{j(\omega t + \varphi_e)} \Rightarrow |E(j\omega)| = A_e$$

$$A_e = \left| \frac{1}{1 + W_{раз}(j\omega)} \right| A_r \Rightarrow |1 + W_{раз}(j\omega)| \gg 1 \Rightarrow A_e \approx \left| \frac{1}{W_{раз}(j\omega)} \right| A_r$$

$$\frac{A_e}{A_r} = \bar{e}(\omega) \approx \frac{1}{|W_{раз}(j\omega)|}$$

Расчет ошибки воспроизведения гармонического сигнала по ЛАЧХ разомкнутой системы ¹²



$$\frac{A_e}{A_r} = \bar{e}(\omega) \approx \frac{1}{|W_{раз}(j\omega)|}$$

$$|W_{раз}(j\omega)| \approx \frac{1}{\bar{e}(\omega)}$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow L_{раз}(\omega_0) = 20 \lg \frac{1}{\bar{e}(\omega_0)} \Rightarrow \bar{e}(\omega_0) = 10^{-L_{раз}(\omega_0)/20}$$

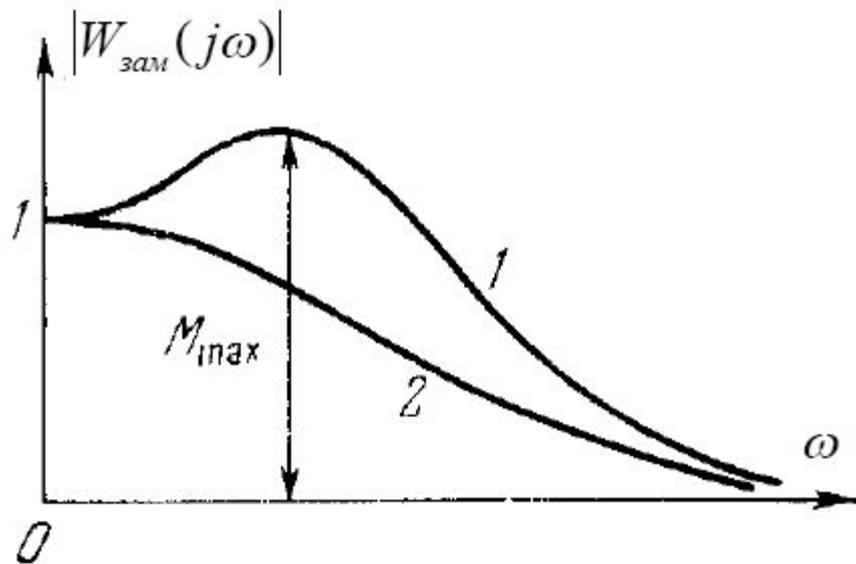
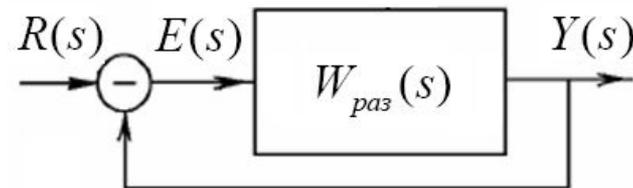
Оценка качества регулирования при гармоническом воздействии

$$r(t) = A_r \sin(\omega t)$$

Показатель колебательности

$$W_{зам}(j\omega) = \frac{W_{раз}(j\omega)}{1 + W_{раз}(j\omega)}$$

$$\Rightarrow M = \max_{0 \leq \omega < \infty} \left| \frac{W_{зам}(j\omega)}{W_{зам}(0)} \right|$$



Для статических систем

$$W_{зам}(0) = \frac{k}{1+k} \approx 1$$

Для астатических систем

$$W_{зам}(0) = 1$$

$$M \approx \max_{0 \leq \omega < \infty} |W_{зам}(j\omega)|$$

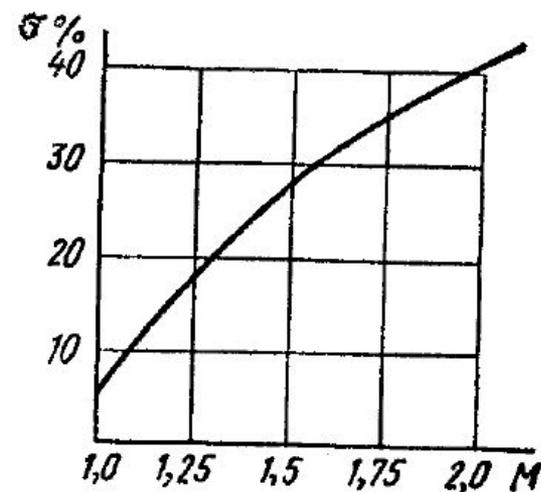
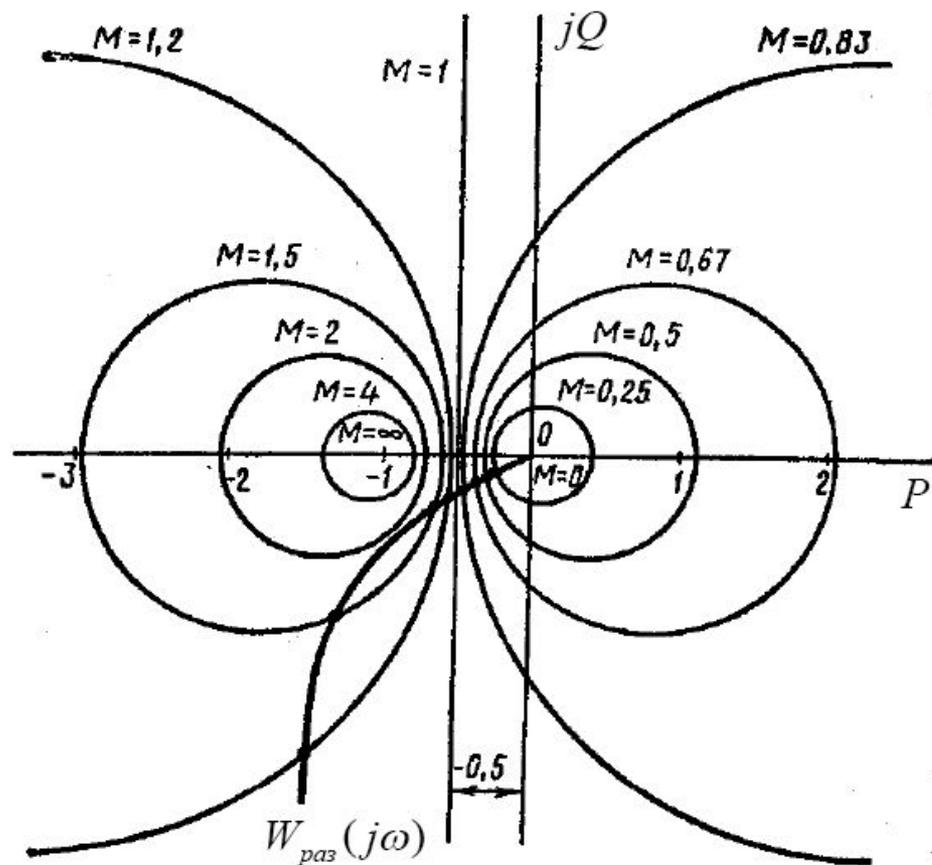
Линии равных значений величины показателя¹⁴ колебательности

$$M = |W_{зам}(j\omega)|_{\omega=\bar{\omega}} = \frac{|W_{раз}(j\omega)|_{\omega=\bar{\omega}}}{|1 + W_{раз}(j\omega)|_{\omega=\bar{\omega}}} = \frac{|P + jQ|}{|1 + P + jQ|} = \sqrt{\frac{P^2 + Q^2}{(1+P)^2 + Q^2}}$$

$$P^2 + Q^2 = M^2 [(1+P)^2 + Q^2]$$

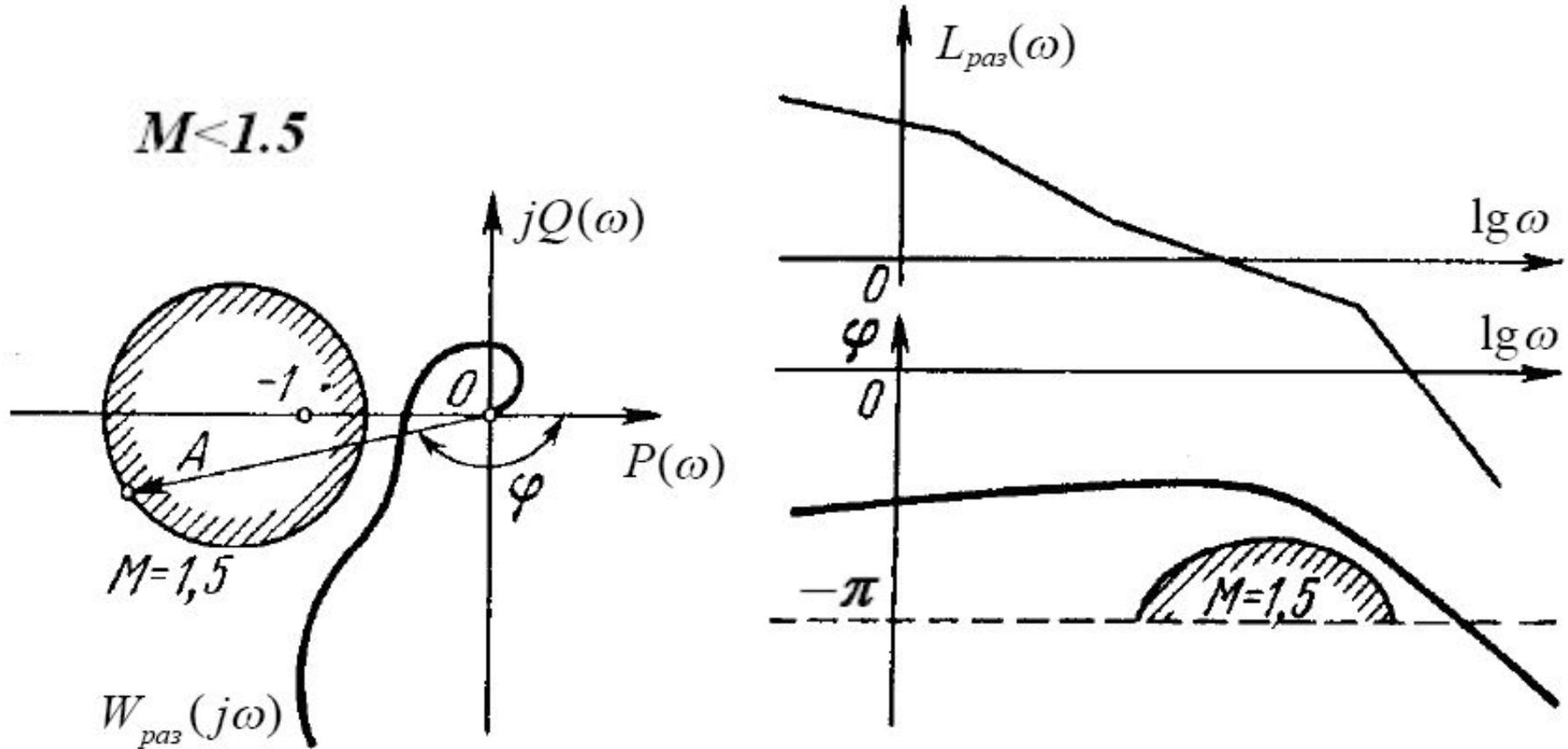
$$\Rightarrow (P + C)^2 + Q^2 = R^2$$

$$C = \frac{M^2}{M^2 - 1} \quad R = \frac{M}{M^2 - 1}$$



Запретная область при ограничении на величину показателя колебательности

15



Тема 10.

Построение асимптотических ЛАЧХ
и ЛФЧХ для передаточных функций
общего вида
