

Ускорители заряженных частиц

Зачем нужны ускорители?

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4$$



Дебройлевская длина волны частицы с импульсом p :

$$\lambda = h / p$$

Из оптики: чтобы различить структурные детали объекта с линейными размерами порядка d , должны использоваться длины волн порядка или меньше d :

$$\lambda \leq d$$

Иначе говоря, требуются частицы с импульсом

$$p \geq h / d$$

Например, протоны с энергией 20 МэВ позволяют исследовать размеры порядка 1 фм.

Лабораторная система отсчёта и система центра инерции

$$a + b \rightarrow c + d$$

Лабораторная система:

$$\mathbf{p}_b^{\text{лаб}} = 0, \quad \mathbf{E}_b^{\text{лаб}} = m_b c^2$$

Система центра инерции:

$$\mathbf{p}_a^{\text{ц.м.}} + \mathbf{p}_b^{\text{ц.м.}} = 0$$

Рождение новой частицы или возбуждение внутренних степеней свободы происходит за счёт энергии относительного движения сталкивающихся частиц. Энергия равномерного движения центра масс всей системы на эти цели расходоваться не может.

Важны энергии и импульсы в системе центра инерции.

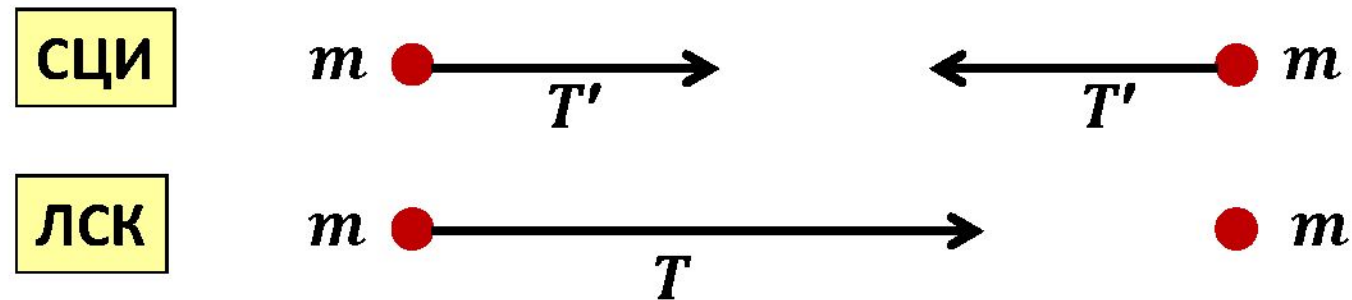
Приложение:

Эквивалентные ускорители

Ускорители с неподвижной мишенью (система ЛСК) и на встречных пучках (система СЦИ) называются эквивалентными, если они обеспечивают одну и ту же энергию, идущую на изменение внутреннего состояния сталкивающихся частиц или рождения новых частиц одной массы.

Рассмотрим столкновение двух одинаковых частиц массы m в СЦИ и ЛСК. Сравним пороговые энергии в этих двух системах координат, необходимые для рождения частицы массы M .

Кинетические энергии сталкивающихся частиц в СЦИ обозначим T' . Кинетическую энергию частицы-снаряда в ЛСК обозначим T .



Будем считать, что частица массы M рождается в реакции



Для рождения частицы массы M в СЦИ нужна энергия

$$(T'_{min} + T'_{min}) = -Q = Mc^2 \quad \text{или} \quad T'_{min} = \frac{Mc^2}{2}.$$

Соответствующая энергия в ЛСК даётся пороговой формулой

$$T_{min} = Mc^2 \left(1 + \frac{m}{m} + \frac{Mc^2}{2mc^2} \right).$$

Делая в этом соотношении замену $Mc^2 = 2T'_{min}$, приходим к выражению

$$T_{min} = 2T'_{min} \left(1 + \frac{m}{m} + \frac{2T'_{min}}{2mc^2} \right) = \frac{2T'_{min}}{mc^2} (T'_{min} + 2mc^2).$$

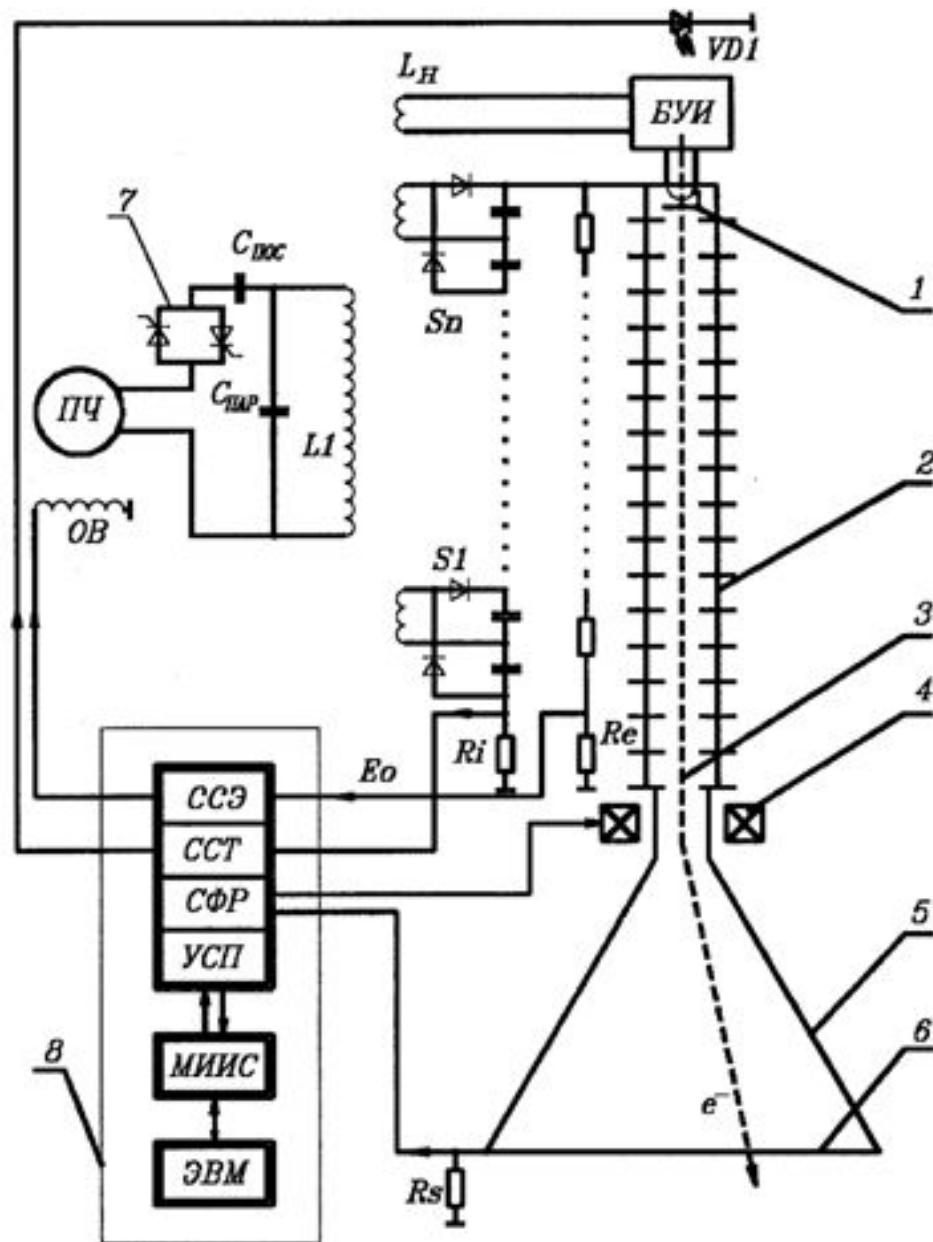
Опуская индекс « min », получаем энергию ускорителя в ЛСК, эквивалентную ускорителю в СЦИ:

$$T = \frac{2T'}{mc^2} (T' + 2mc^2)$$

В релятивистском случае $T' \gg 2mc^2$ и

$$T \approx \frac{2T'^2}{mc^2}$$

Ускорительная трубка



Ускорительная трубка

Упрощенная электрическая схема устройства, на основе ускорительной трубки.

1 - катод электронной пушки, 2 - ускорительная трубка, 3 - электронный пучок, 4 - катушки системы формирования расстра, 5 - выпускное устройство, 6 - титановая фольга, 7 - тиристорный ключ, 8 - система управления (ССЭ - система стабилизации энергии, ССТ- система стабилизации тока, СФР - система формирования расстра, МИИС - модульная информационно-измерительная система, ЭВМ - управляющий компьютер, УСП - система управления силовым питанием). ПЧ - преобразователь частоты, БУИ - блок управления инжектором

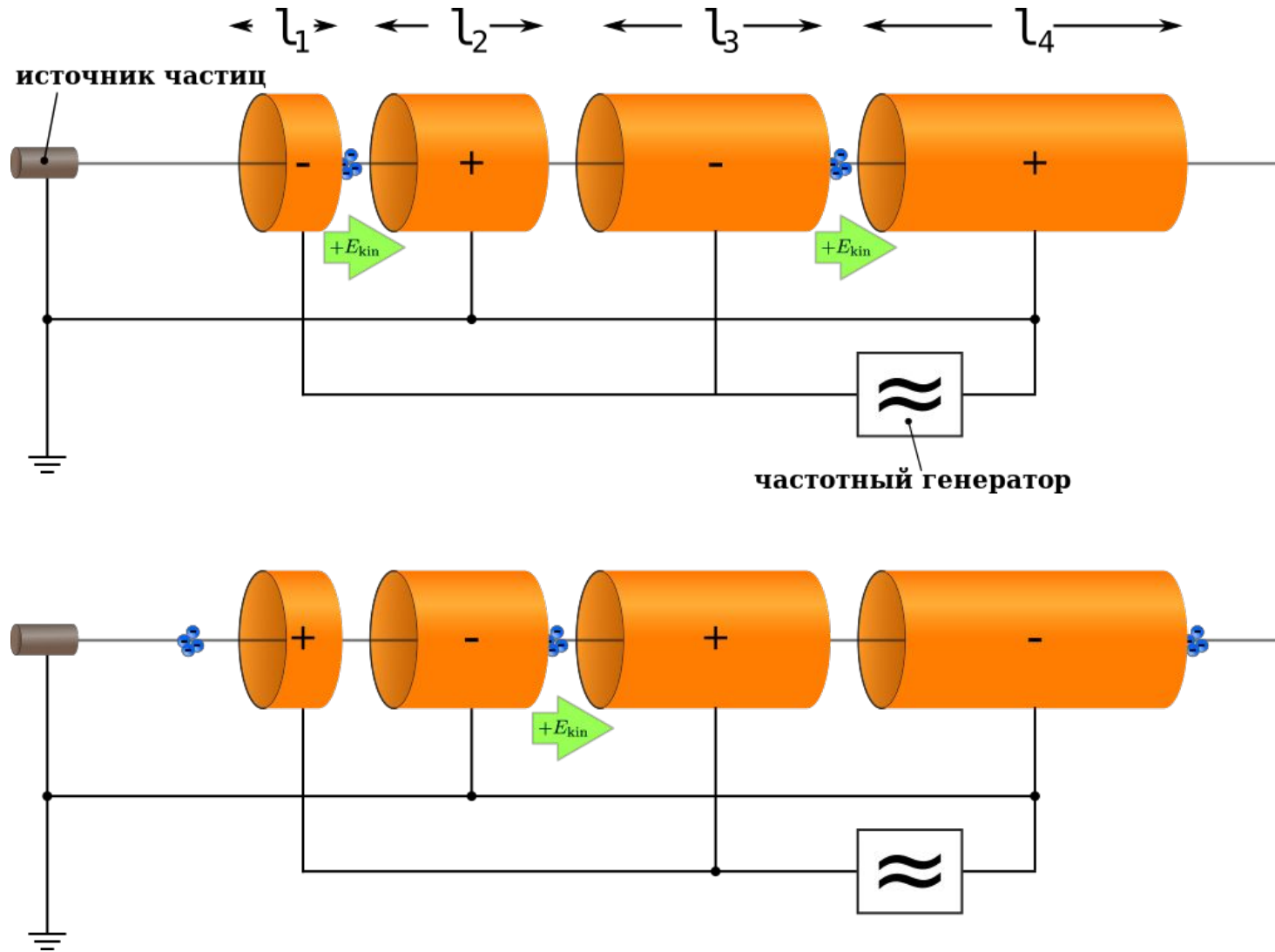
Резонансные ускорители

Резонансные ускорители - ускорители, в которых для разгона частиц применяются высокочастотные поля, период которых находится в строгом соответствии со скоростью ускоряемых частиц. Такие ускорители позволяют ускорять частицы до очень больших, в принципе — до сколь угодно больших энергий.

Ускорители Видерое

Применим для ускорения частиц систему расположенных друг за другом полых цилиндрических электродов (трубок), как это изображено на рисунке. Если ограничиться постоянными напряжениями, то потенциал электродов должен монотонно возрастать, и мы приходим к уже знакомой ускорительной трубке. Вместо этого соединим трубки друг с другом через одну и подключим две образовавшиеся цепи к разным полюсам переменного источника напряжения.

Схема устройства ускорителя Видерое



Пусть в некоторый момент времени напряжение описывается верхними знаками, а направление электрического поля — верхними стрелками. Пусть, для определенности, ускоряемыми частицами являются электроны. Они влетают в ускоритель слева и движутся внутри первой трубки, пока не попадут в первый зазор — в зазор между первой и второй трубками. Действующее здесь электрическое поле увеличит энергию электронов. Затем они попадают во вторую трубку.

Пролетая через неё, частицы не испытывают действия никаких сил, поскольку электрическое поле внутри металлической трубки — как и внутри всякого проводника — отсутствует. Продолжая свое движение, электроны вновь попадают в электрическое поле, на этот раз — в поле, действующее в зазоре между второй и третьей трубками. Если бы поле было постоянно во времени, то, пролетая через этот зазор, электроны потеряли бы всю энергию, приобретенную ими в первом зазоре.

Однако за то время, в течение которого частицы пролетают через вторую трубку, напряжение успевает переменить знак, так что картина напряжений и полей соответствует уже не верхним, а нижним стрелкам. Поэтому наши электроны встречают во втором зазоре не замедляющее, а снова ускоряющее поле.

Пройдя через второй зазор, частицы прячутся внутрь третьей трубки. В это время напряжение снова должно переменить полярность, и в тот момент, когда частица подойдет к третьему зазору, поле снова должно изображаться верхними стрелками. Проходя трубку за трубкой, частицы непрерывно наращивают энергию. Большие разности потенциалов при этом не нужны.

Идея рассматриваемого метода ускорения заключается в том, что напряжение меняется за то время, пока протоны находятся внутри той или другой трубки и защищены ею от действия поля. Таким образом, успех работы зависит от того, удастся ли обеспечить условия, когда частицы спрятаны от действия поля во все те моменты времени, когда оно имеет «неправильное» направление.

Такой метод ускорения называют резонансным. Резонансный метод ускорения в переменном поле позволяет обойтись не очень большими напряжениями, которые, складываясь, ускоряют частицы до больших энергий.

Трубки, в которых прячутся частицы, пока поле меняет свое направление, называются дрейфовыми, или пролетными, трубками. В этих трубках частицы движутся без ускорения или, как говорят, дрейфуют.

Пространства между пролетными трубками носят название ускоряющих промежутков или ускоряющих зазоров. Ускорители, построенные по описанной схеме, принадлежат к числу линейных ускорителей, т. е. ускорителей, в которых траектория частиц имеет форму прямой линии. Соединять пролетные трубки через одну впервые предложил Видерое. Ускорители, основанные на этом принципе, носят его имя.

Ускорители Видерое в настоящее время применяются редко и используются только на первых стадиях ускорения, пока скорость частиц невелика по сравнению со скоростью света.

В резонансных ускорителях частицы движутся сгустками, в то время как в ускорителях прямого действия они идут непрерывным потоком. Это объясняется тем, что в высокочастотном поле ускоряться могут не всякие частицы, а лишь те из них, которые попадают в зазоры в нужной фазе электрического поля, т. е. в то время, когда поле имеет правильное направление и достаточную величину.

Частицы, которые подошли к зазору в «неправильный момент» времени, не ускорятся.

Сгустки частиц, скомпонованные высокочастотным ускоряющим полем, часто называют банчами.

Длина пролетных трубок в линейном ускорителе увеличивается с номером трубки. Частицы движутся в нем со все возрастающей скоростью. Они должны пролетать все трубки за одно и то же время, равное половине периода ускоряющего напряжения (или за нечетное число полупериодов) .

В первом — простейшем и наиболее интересном — случае длина n -й пролетной трубки (точнее говоря, расстояние от начала n -й до начала $(n-1)$ -й трубки) должно быть равна

$$(*) \quad l_n = \frac{1}{2} v_n T$$

v_n — скорость, с которой ускоряемая частица пролетает сквозь n -ю пролетную трубку, а T — период высокочастотного поля. Скорость v_n нетрудно рассчитать.

Это особенно просто сделать, если можно пользоваться нерелятивистскими формулами, т. е. пока кинетическая энергия частицы мала по сравнению с ее энергией покоя mc^2 .

Как уже говорилось, ускорители Видерое применяются только при небольших скоростях частиц, так что наше условие в таких ускорителях хорошо выполняется.

Кинетическая энергия, которую имеет частица, подойдя к n -й трубке, приобретается ею в предшествующих зазорах (их число равно $n-1$).

Обозначая через K_0 энергию, с которой частица инжектируется в ускоритель, через eV — приращение энергии в зазоре и через K_n — ее энергию в n -й трубке.

Тогда найдём

$$K_n = K_0 + (n - 1)eV$$

Эта энергия в нерелятивистском случае выражается формулой

$$K_n = \frac{mv_n^2}{2}$$

Приравнивая эти выражения, находим:

$$v_n = \sqrt{\frac{2}{m} [K_0 + (n-1)eV]}$$

Отсюда, для не релятивистского случая:

$$l_n = \frac{T}{2} \sqrt{\frac{2}{m} [K_0 + (n-1)eV]}$$

Энергия инжекции K_0 обычно невелика. Поэтому длина пролетных трубок возрастает, грубо говоря, как корень квадратный из их номера.

Рассчитаем параметры линейного ускорителя протонов типа Видерое на энергию 10 МэВ.

(Найти зависимость длины последней трубки дрейфа от частоты ускоряющего поля).

10 МэВ

938 МэВ

$3 \cdot 10^8$ м/с

$4.4 \cdot 10^7$ м/с

1 кГц 22 км

10 МГц 2,2 м

1 МГц 22 м

Формула (*) показывает, что есть всего один способ получать установки не очень большой длины: увеличивать частоту электрических колебаний.

Такое увеличение приводит, однако, к коренному изменению всей картины ускорения.

Как известно, период колебаний T , длина волны и скорость распространения любых волн, в том числе и электромагнитных, связаны формулой:

$$\lambda = cT$$

$$(**)l_n = \frac{v_n}{c} \frac{\lambda}{2}$$

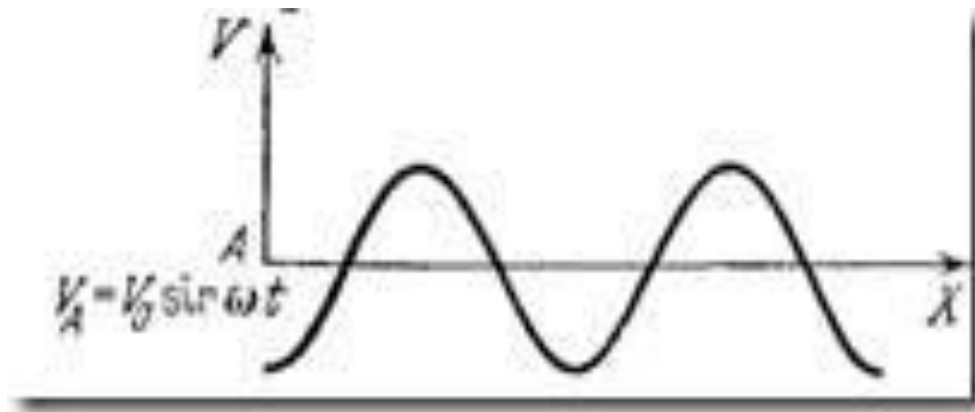
Длина пролетной трубки связана этой простой формулой со скоростью частиц и с длиной волны электромагнитных колебаний.

Верно ли что рассмотренное соединение трубок обеспечивает равенство их электрических напряжений?

При постоянных во времени напряжениях это, конечно, так, поскольку в постоянных полях все электрически соединенные друг с другом проводники имеют одинаковый потенциал.

При переменных полях дело, однако, коренным образом меняется.

Картина напряжений, возникающих в прямолинейном проводнике, присоединенном к источнику переменного тока, изображена на рисунке.



Пусть источник задает напряжение в начале координат - в точке A :

$$V_A = V_0 \sin \omega t$$

Здесь V_0 — амплитуда колебаний в точке А,
 ω угловая частота колебаний.

Напряжения в других точках проводника описываются бегущей волной, распространяющейся из точки А. Они несколько запаздывают вследствие того, что электромагнитная волна движется с конечной скоростью. В сторону положительных x напряжение переносится волной, бегущей направо:

$$V_x = V_0 \sin(\omega t - x / c)$$

а в сторону отрицательных x - волной, бегущей налево:

$$V_x = V_0 \sin(\omega t + x / c)$$

Напряжение в волне определяется ее амплитудой и фазой. Амплитудой называется множитель, стоящий перед тригонометрической функцией, в нашем случае это V_0 .

Фазой называют аргумент тригонометрической функции:

$$(\omega t - x / c)$$

Независимо от того, какой формулой описывается напряжение, распространяющееся вдоль линии, соединяющей пролетные трубки на рисунке, ясно, что напряжения на трубках, вообще говоря, изменяются не в фазе и меняют знак не одновременно.

Таким образом, наши рассуждения при внимательном рассмотрении оказываются не вполне правильными.

Найдем критерий, который отличает картину напряжений, меняющихся всюду одновременно (с которой мы начали рассуждения), от картины распространяющихся волн, к которой мы теперь пришли.

Фаза волны меняется на 2π на расстоянии, равном длине волны.

Если длина трубок гораздо меньше длины волны, то фаза меняется мало, так что соединенные между собой пролетные трубки имеют, если не совсем, то почти одинаковые напряжения.

Формула (***) показывает, что это имеет место при $v \ll c$, т. е. до тех пор, пока скорость частиц мала по сравнению со скоростью света.

Именно поэтому ускорители Видерое используются только для малых (по сравнению с энергией покоя) энергий.

Переход от постоянных к переменным напряжениям был сделан для того, чтобы научиться ускорять частицы до высоких энергий, которые недоступны в ускорителях прямого действия из-за пробоев.

А в конце рассуждений стало ясно, что большие энергии в таких ускорителях получить как раз и невозможно. Но эта трудность связана не с особенностями резонансного метода ускорения, как такового, а только с той его разновидностью, которую предложил Видерое.

Резонаторы

Резонаторами электромагнитных колебаний является полость, окруженная проводящей оболочкой. В таких полостях можно возбуждать электромагнитные колебания подобно тому, как в полостях, ограниченных любыми твердыми стенками, можно возбуждать колебания звуковые.

Там могут возбуждаться не любые волны, а только те, у которых длина волны λ и длина трубы L связаны соотношением

$$(***) \quad L = n \frac{\lambda}{2}$$

где n — любое целое число.

Попытаемся математически описать звуковые колебания в акустических резонаторах. Звуковые волны, заполняющие резонатор, описываются уже знакомыми нам формулами, но напряжение V следует заменить на какую-нибудь акустическую переменную, например, на смещение колеблющихся частиц.

В резонаторах представлены сразу обе эти волны и притом с равными амплитудами. Обозначим смещение y , тогда:

$$y = A \sin \omega(t - x / c) + A \sin \omega(t + x / c)$$

Здесь c – скорость звука.

По формуле для суммы синусов двух углов

$$y = 2A \sin \omega t \cos \frac{\omega x}{t} = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t$$

Данная формула описывает не бегущие, а стоячие волны.

При любом x колебания воздуха в резонаторе носят синусоидальный характер. Все частицы воздуха в резонаторе при звуковых колебаниях смещаются в фазе: отклонение одновременно достигает максимума и одновременно обращается в нуль.

Амплитуда колебаний зависит от x . Она равна

$$2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

В точках, где $\frac{x}{\lambda} = 0, 1/2, 1$ и т. д. амплитуда максимальна. Эти точки носят название пучностей. В точках, где $1/4, 3/4, 5/4$ и т. д. воздух неподвижен, амплитуда смещений равна нулю (узлы колебаний).

Теперь нетрудно понять, почему резонаторы откликаются не на все акустические колебания, а только на те из них, которые удовлетворяют формуле (***)).

Около стенок колебания воздуха невелики, потому что жесткая стенка не может сколько-нибудь заметно смещаться и удерживает близлежащие слои воздуха.

Без большой ошибки можно считать, что стенки резонатора находятся в узлах стоячей звуковой волны.

Обозначая координату левой стенки резонатора через x_l , а координату правой стенки через x_r , найдем:

$$\frac{x_l}{\lambda} = \frac{1}{4}(2k_l + 1),$$

$$\frac{x_r}{\lambda} = \frac{1}{4}(2k_r + 1),$$

где k_l, k_r - любые целые числа.

$$L = x_r - x_l = \frac{\lambda}{4}[(2k_r + 1) - (2k_l + 1)] = n \frac{\lambda}{2}$$

Мы пришли, таким образом, к формуле (***)
Подчеркнем еще раз полученный результат: две, движущиеся навстречу друг другу, бегущих волны дают в сумме картину стоячих волн, и наоборот, любую стоячую волну можно рассматривать как две, движущиеся навстречу, волны.

Простой расчет, который мы провели, носит, конечно, иллюстративный характер. Реальные резонаторы и реальные акустические колебания нужно описывать формулами, содержащими все три, а не одну единственную координату.

Суть дела при этом не меняется, но выявляются важные новые особенности.

Так, в резонаторе, имеющем форму цилиндрической трубы, амплитуда колебаний, конечно, зависит не только от координаты, отсчитываемой вдоль трубы, но и от радиуса. На оси трубы (воздух колеблется сильно, а при радиусе, равном внутреннему радиусу трубы (на ее стенке), колебания невелики и с нашей точностью можно считать, что их амплитуда обращается в нуль.

Если резонатор имеет форму параллелепипеда, то естественно рассматривать три типа волн, распространяющихся по трем его осям и т. д .

При описании резонаторов, имеющих сложную форму, теория становится очень громоздкой. Соотношение (***) в этом случае теряет количественный смысл, но сохраняет качественный.

Вернемся к линейным ускорителям.

Используем для ускорения заряженных частиц резонатор электромагнитных колебаний - закрытую с торцов металлическую трубку, внутри которой возбуждаются электромагнитные колебания. В одномерном случае такие колебания описываются формулой (***) , в которой под u следует подразумевать какую-нибудь величину, характерную для электромагнитных колебаний, например, напряженность электрического поля E , а под c следует понимать уже скорость света, а не звука.

Аналогия между акустическими и электромагнитными колебаниями, конечно, не является полной, однако она достаточно глубока и мы вполне можем ею пользоваться.

В физике низких частот электрические и магнитные колебания часто можно рассматривать порознь.

В физике высоких частот делать этого нельзя. Электрические и магнитные поля всегда связаны друг с другом, но глубина этой связи определяется соотношением энергий, заключенных в электрическом и в магнитном полях. В электрическом конденсаторе энергия связана с электрическим полем, а в соленоиде - с магнитным. Так, по крайней мере, обстоит дело в стационарных условиях.

Если включить конденсатор и соленоид в состав колебательного контура, то это утверждение при низких частотах становится не вполне точным, а при высоких оказывается ошибочным.

Все зависит от частоты колебаний. Изменение электрического поля в конденсаторе приводит к появлению в нем магнитного поля, а изменение магнитного поля в соленоиде - к появлению электрического поля.

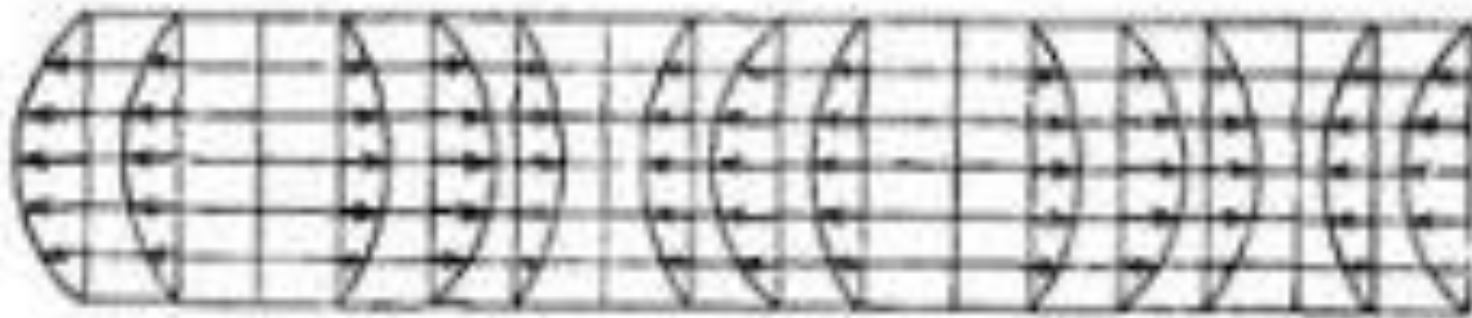
Последнее явление особенно хорошо известно: все знают, какое сильное электрическое поле возникает в катушке самоиндукции при размыкании тока, т. е. при исчезновении магнитного поля.

По мере увеличения частоты колебаний запасы энергии, связанные с электрическим и с магнитным полем, в каждом элементе схемы приближаются друг к другу, а в электромагнитных волнах они в точности одинаковы.

Именно поэтому нельзя говорить о резонаторах для электрических или для магнитных колебаний, а нужно говорить о резонаторах для электромагнитных колебаний.

Мы выяснили, что уменьшать размеры ускорителей можно, только переходя ко все меньшим длинам волн, а значит — ко все более высоким частотам. Длины воли электромагнитных колебаний при этом становятся соизмеримыми с размерами ускоряющих устройств. Эти устройства, следовательно, должны рассматриваться как резонаторы электромагнитных колебаний.

Рассмотрим резонатор, имеющий форму длинной трубы круглого сечения. Такие резонаторы часто применяются в технике. Распределение электрического поля в таком резонаторе в некоторый момент времени изображено на рисунке.



Распределение электрического поля в резонаторе, имеющем форму длинной трубы.

Вектор напряжённости электрического поля направлен вдоль оси трубы. Он обращается в нуль на ее боковых стенках. Волны, не обладающие этим свойством, возбуждают в стенках большие переменные токи, приводящие к серьезным потерям на джоулево тепло; эти волны быстро затухают и плохо возбуждаются. Рассмотрим распределение E по оси трубы. Оно подчиняется синусоидальному закону; в одних местах этот вектор направлен налево, в других — направо, в узлах колебаний он всегда равен нулю. Через одну четвертую часть периода колебаний электрическое поле будет всюду равно нулю, а через половину периода — переменит свое направление и т. д.

Когда электрическое поле в резонаторе исчезает, его энергия сосредоточивается в магнитном поле. Силовые линии индукции магнитного поля B в нашем случае имеют вид концентрических колец, охватывающих электрические силовые линии. Подобно E , индукция B меняется во времени по длине трубы по синусоидальному закону. Она максимальна в пучностях и обращается в нуль в узлах колебаний.

Пучности и узлы электрического и магнитного полей совпадают. В зависимости от знака (синусоида принадлежит к числу знакопеременных функций) вектор B может вращаться по или против часовой стрелки.

Исследуем движение заряженных частиц, пролетающих через резонатор вдоль его оси. Эти частицы проходят через ускоряющие и замедляющие электрические поля: их скорость, следовательно, меняется. Можно ли использовать такие поля для ускорения частиц?

Пусть частица проходит область пучности электрического поля в тот момент, когда поле там максимально и имеет «правильное» направление. В этот момент поле в соседней пучности имеет обратное направление. Частица будет ускоряться лишь в том случае, если направление поля в этой пучности за время полета частицы изменится на противоположное. Значит, частица должна проходить путь, равный $k/2$, за время, равное $T/2$.

Скорость частицы при этом должна быть равна:

$$v = \frac{\lambda}{2} : \frac{T}{2} = \frac{\lambda}{T} = c$$

Итак, наш резонатор пригоден только для ускорения частиц, движущихся со скоростью света. (На самом деле положение оказывается еще хуже, так как фазовая скорость электромагнитных волн в трубах превышает скорость света.) Но, как всем хорошо известно, частицы с конечной массой такую скорость ни при какой энергии приобрести не могут. Кажется, что резонаторы для ускорения частиц не пригодны. К счастью, этот вывод является слишком поспешным.

Совсем не обязательно, чтобы частица подходила к очередной пучности электрического поля точно в той же фазе электромагнитных колебаний, в которой она покинула предыдущую пучность. Это было бы необходимо, если бы резонатор имел бесконечную или, по крайней мере, очень большую длину. В этом случае раз начавшееся отставание постепенно нарастало бы, пока частица, вместо ускоряющего, не стала бы приходить в замедляющее поле.

В коротких резонаторах фаза волны, достигаемая в момент прихода частицы, тоже постепенно меняется, но может не успевать дорасти до опасных значений.

Наши резонаторы годятся, таким образом, для кратковременного ускорения частиц, скорости которых близки к скорости света, хотя и не равны ей.

Как мы видели, скорость электронов уже при не больших энергиях - несколько МэВ, очень близка к скорости света. Для ускорения электронов наши резонаторы вовсе не так уже плохи и могут с успехом применяться.

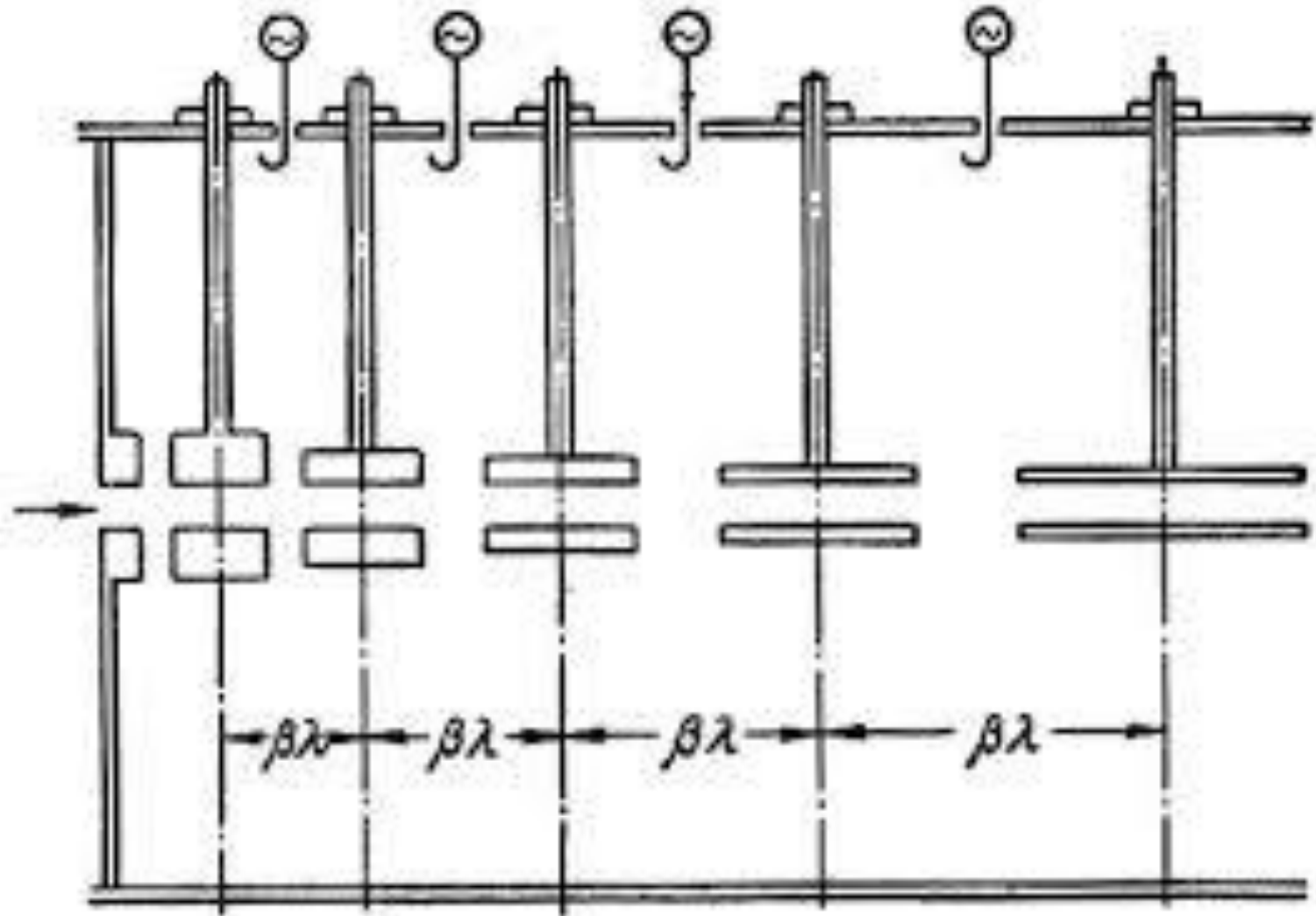
Хуже обстоит дело с тяжелыми частицами, например, с протонами. При энергиях порядка нескольких МэВ их скорость еще очень сильно отличается от скорости света. Но и тут имеется выход - он был указан американским физиком Луисом Альварецем:

как и в ускорителях Видерое, надо время от времени «прятать» частицу от поля.

Естественно это делать с помощью уже знакомых нам пролетных трубок, изготавливаемых из хорошо проводящего металла, например, из меди.

Помещаемые внутрь резонатора пролетные трубки ни к каким источникам высокого напряжения присоединять не надо - они сами заряжаются колеблющимся электромагнитным полем. При ускорении частицы то прячутся внутрь пролетных трубок, то попадают в промежутки между ними и там ускоряются.

Линейный ускоритель



Электромагнитные волны в резонаторе, нагруженном пролетными трубками, не имеют такой простой формы, как в пустом резонаторе. Электрический вектор обращается в нуль не только на стенках резонатора, но и на трубках — волны, которые не обладают этим свойством, вызывают в пролетных трубках большие переменные токи и, соответственно, большие тепловые потери (такие волны в резонаторе быстро затухают и, следовательно, плохо возбуждаются). Поле вытесняется из участков, занятых трубками, в промежутки между ними. А дальше все происходит по уже знакомой нам схеме. Длина трубок должна возрастать со скоростью частиц.

При небольших энергиях эти длины могут быть рассчитаны по формуле (*), а при больших - по более сложным, релятивистским, формулам.

Как мы видим, Видерое все правильно оценил, упустив только одно: вместо того, чтобы присоединять трубки через одну к генератору высокого напряжения, их следует просто поместить в резонатор, в котором возбуждаются электромагнитные колебания.

Здесь следует оговориться, что при малых энергиях частиц следует, все-таки, применять ускорители Видерое, а не Альвареца.

При малых скоростях, и не слишком малых длинах пролетных трубок, длины волн (см. формулу (**)) оказываются велики и размеры резонаторов оказались бы совершенно колоссальными, в то время как ускорители Видерое имеют вполне приемлемые габариты.

Частицы, имеющие скорость, близкую к скорости света, можно ускорять в коротких резонаторах безо всяких трубок. Этот вывод становится очевидным, если вспомнить, что стоячую электромагнитную волну всегда можно рассматривать как сумму двух волн, движущихся в противоположных направлениях.

Встречная волна не оказывает заметного действия на частицу: действия ускоряющих и замедляющих полей этой волны с огромной частотой сменяют друг друга и лишь слегка возмущают движение частицы.

Попутная волна увлекает за собой частицы, находящиеся в области ускоряющего поля. Если скорость частицы мало отличается от скорости света, она долго держится «на гребне» волны, непрерывно ею ускоряясь.

Таким образом, для ускорения частиц из двух волн, присутствующих в резонаторе, используется всего одна — попутная бегущая волна.

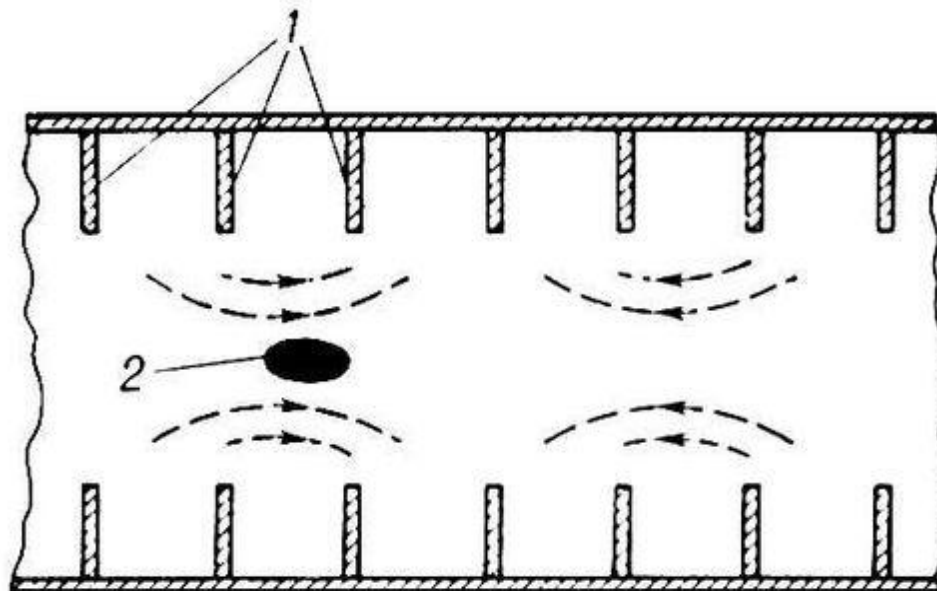
Возникает вопрос, можно ли сделать ускорители, в которых только эта волна и возбуждается?

Такие ускорители существуют и носят название «ускорителей с бегущей волной».

Более того, придуманы методы, позволяющие несколько замедлить скорость бегущей волны, «приспособив» ее, таким образом, к ускорению реальных частиц.

Простейшее устройство, используемое для замедления волны, носит название нагруженного волновода. Длинная труба, по которой движется бегущая электромагнитная волна, является простейшим примером волновода, т. е. устройства, по которому, не рассеиваясь, распространяются электромагнитные волны. Такие трубы пригодны для распространения самых разных волн при одном условии: ширина трубы должна быть больше половины длины волны) (как мы уже говорили, без затухания в трубе могут распространяться только такие волны, у которых электрический вектор на проводящих стенках трубы обращается в нуль и поэтому не вызывает в них электрического тока).

Чтобы замедлить движение волны, волновод следует «нагрузить», например, заполнить перегородками, содержащими достаточно большие отверстия. Большого замедления волны в таком волноводе получить нельзя, так что ускорители с бегущей волной можно использовать только для достаточно быстрых частиц.



В ускорителях Альвареца также применяются трубы. Эти трубы закрываются с концов проводящими крышками и имеют, как мы уже говорили, строго рассчитанную длину. Волны отражаются от крышек и движутся в противоположных направлениях, образуя стоячие волны. В ускорителях с бегущей волной нужно, наоборот, позаботиться о том, чтобы отраженных волн не было. Для этого с заднего торца к трубе присоединяют резистор, величина которого должна быть специально подобрана: при неправильной его величине возникает отражение от конца трубы и картина электромагнитных колебаний сильно усложняется. Уходящая в резистор волна теряется, выделяя джоулево тепло.

Самый большой в мире линейный ускоритель электронов построен в Стэнфорде (США). Электроны могут ускоряться в нем до энергии 36 ГэВ. Он имеет длину более 3,5 км. На всем этом протяжении располагаются генераторы высокочастотных колебаний - клистроны.

Клистро́н — электровакуумный прибор, в котором преобразование постоянного потока электронов в переменный происходит путём модуляции скоростей электронов электрическим полем СВЧ и последующей группировки электронов в сгустки в пространстве дрейфа, свободном от СВЧ поля.

Клистроны

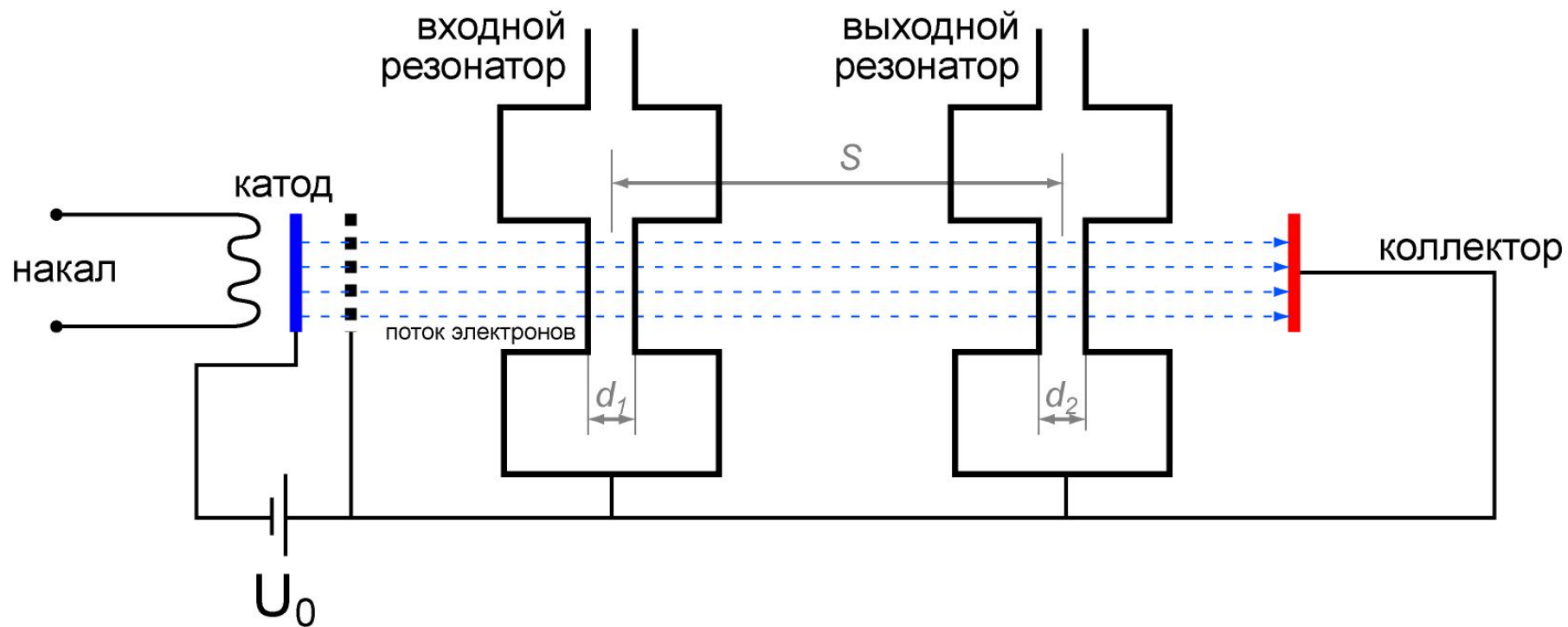


Схема пролётного клистрона

Принцип работы пролётного клистрона (ПК) основан на использовании инерции электронов протяжённого прямолинейного электронного потока.

ПК применяется как усилитель мощности, преобразователь сдвига частоты и умножитель частоты.

Диапазон частот ПК от 200 МГц до 100 ГГц, выходная мощность от 1 Вт до 1 МВт в непрерывном режиме и до 100 МВт в импульсном режиме.

ПК является самым мощным усилителем СВЧ.

В клистроне имеются два объёмных резонатора с ёмкостными сеточными зазорами.

Первый резонатор называют входным, или модулятором; второй — выходным.

Пространство между ними называют пространством дрейфа или группирования.

Электроны, эмитируемые катодом, ускоряются постоянным напряжением U_0 второго электрода и попадают в узкий сеточный зазор первого резонатора, в котором имеется продольное СВЧ поле.

Это поле периодически ускоряет и замедляет электроны, модулируя электронный поток по скорости.

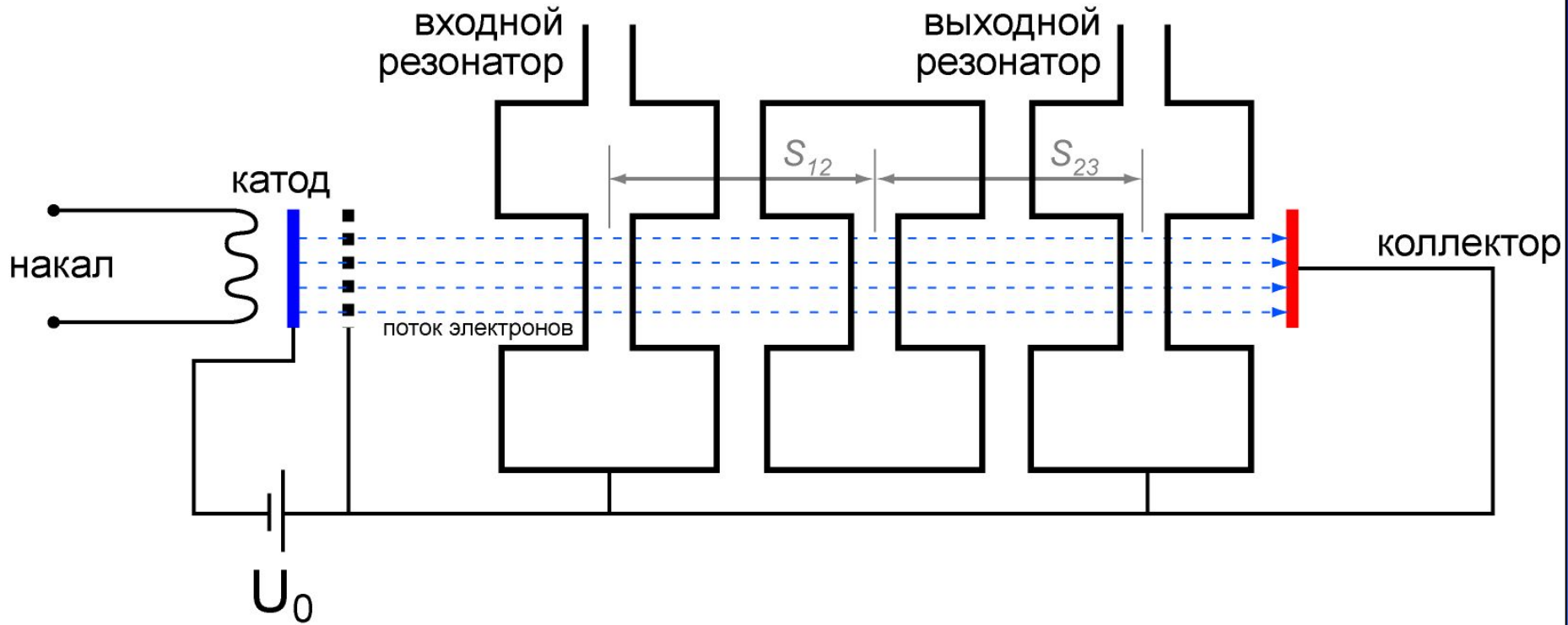
Двигаясь далее в пространстве дрейфа, электроны постепенно образуют сгустки за счёт того, что быстрые электроны догоняют медленные.

Этот модулированный по плотности электронный поток попадает во второй резонатор и создает в нем наведённый ток той же частоты, что и частота входного модулирующего поля.

В результате между сетками резонатора появляется высокочастотное электрическое поле, которое начинает взаимодействовать с потоком электронов. Необходимые параметры клистрона подбираются таким образом, чтобы электрическое поле второго резонатора тормозило сгустки электронной плотности и ускоряло её разрежения.

В результате, в среднем, за период одного колебания поля тормозится большее число электронов, чем ускоряется.

Кинетическая энергия электронов преобразуется в энергию СВЧ колебаний электромагнитного поля второго резонатора, а электроны, пройдя резонатор, оседают на коллекторе, рассеивая оставшуюся часть кинетической энергии в виде тепла.



Устройство многорезонансного клистрона

В многорезонаторных клистронах между входным и выходным резонаторами помещают дополнительные ненагруженные резонаторы.

В качестве примера, поясняющего особенности их работы, достаточно рассмотреть пролётный трёхрезонаторный клистрон.

Предположим, что промежуточный резонатор точно настроен на частоту входного сигнала. Как и в двухрезонаторном клистроне, во входном резонаторе электроны модулируются по скорости и далее группируются в первом пространстве дрейфа.

Если на вход поступает слабый входной сигнал, то и модуляция электронного потока будет незначительной.

При этом величина наведенного тока во втором резонаторе также будет малой.

Однако, поскольку ненагруженный промежуточный резонатор является высокодобротной системой, то даже при малой амплитуде конвекционного тока напряжение, создаваемое на его сетках, будет большим.

Этому в значительной мере благоприятствует то обстоятельство, что второй резонатор не связан с внешней нагрузкой. Суммарная активная проводимость второго резонатора определяется только потерями в самом резонаторе и электронной нагрузкой затвора.

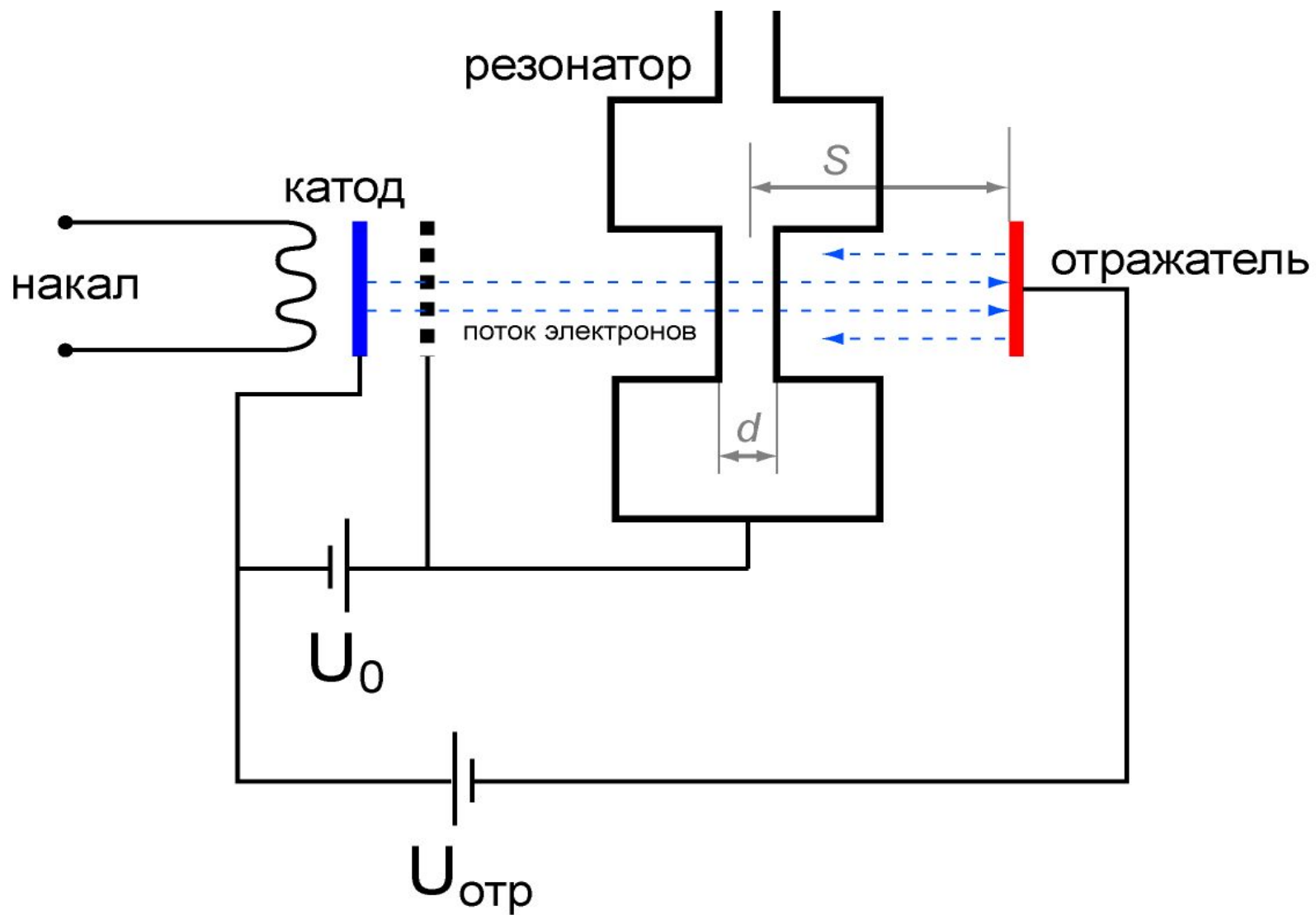
В установившемся режиме ток и напряжение во втором резонаторе имеют ту же частоту, что и частота входного сигнала. Напряжение, наведенное на втором резонаторе, вызывает сильную модуляцию скорости электронов и сильную группировку электронного потока во втором пространстве дрейфа.

В результате распределение электронов в сгустках их плотности будет определяться вторым резонатором и зависимость конвекционного тока в третьем резонаторе будет примерно такой же, как в двухрезонаторном клистроне, образованном вторым и третьим резонаторами, но при модулирующем напряжении гораздо большем, чем модулирующее напряжение первого резонатора.

При этом коэффициент усиления значительно увеличится, так как группирование электронов осуществляется при значительно меньшей амплитуде входного сигнала, подводимого к первому резонатору.

Аналогичные процессы протекают в каждом промежуточном резонаторе многорезонаторного клистрона.

С физической точки зрения повышение коэффициента усиления многорезонаторного клистрона достигается не за счёт увеличения КПД и выходной мощности, а за счёт снижения мощности сигнала, необходимой на входе усилителя для управления электронным потоком.



Устройство отражательного клистрона

Отражательные клистроны предназначены для генерирования СВЧ колебаний малой мощности.

Отражательный клистрон имеет один резонатор, дважды пронизываемый электронным потоком. Возвращение электронов осуществляется с помощью отражателя, находящегося под отрицательным постоянным потенциалом по отношению к катоду.

Таким образом, резонатор играет роль группирователя при первом прохождении электронов и роль выходного контура при втором прохождении.

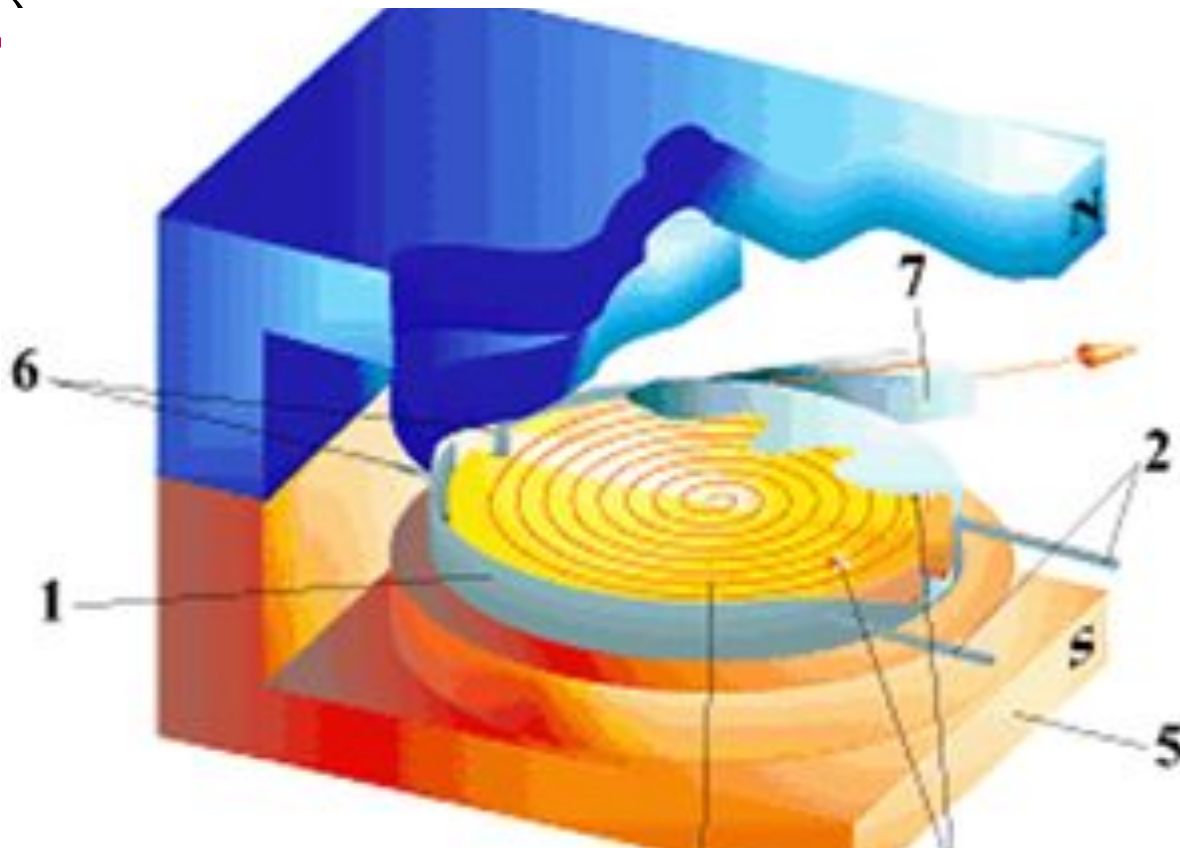
Промежуток между резонатором и отражателем играет роль пространства дрейфа, где модуляция электронного потока по скорости переходит в модуляцию по плотности.

Для того, чтобы клистрон мог генерировать СВЧ колебания, необходимо, чтобы сгустки электронного потока, сформированные при первом прохождении сквозь резонатор, проходили через резонатор при обратном движении в те моменты, когда в нём имеется тормозящее высокочастотное электрическое поле.



Циклические ускорители

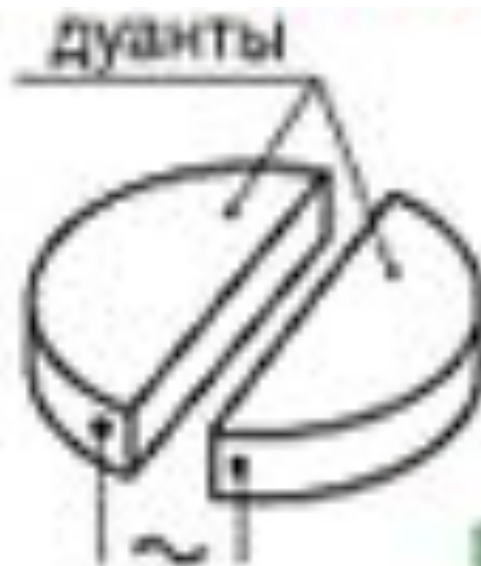
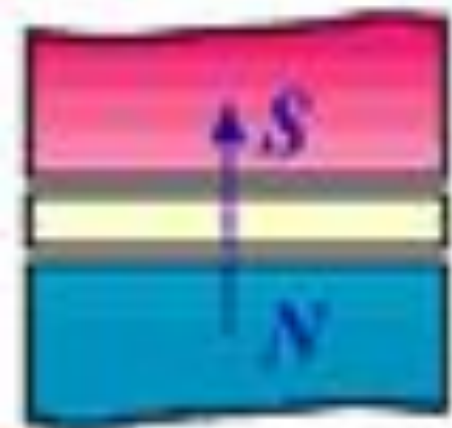
Циклотрон – циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (**протонов**, **ионов**)



Имеется способ ускорять частицы до высоких энергий, не устанавливая на их пути длинную цепь мощных ускоряющих устройств: этот способ заключается в том, чтобы многократно возвращать частицу к одному и тому же устройству.

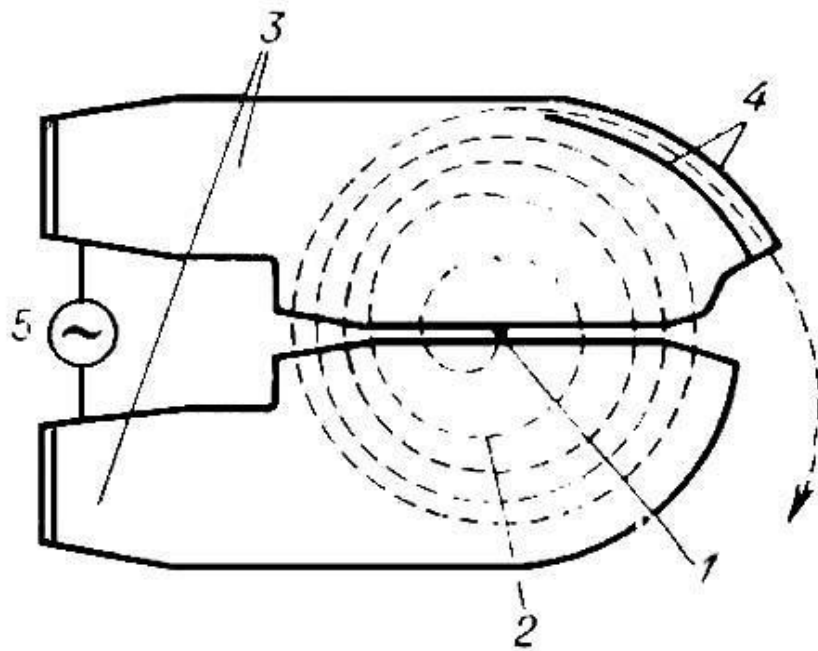
По этому принципу построены все циклические ускорители — ускорители, в которых путь частицы во время ускорения сворачивается в спираль или в кольцо.

Простейшим представителем таких ускорителей является циклотрон.

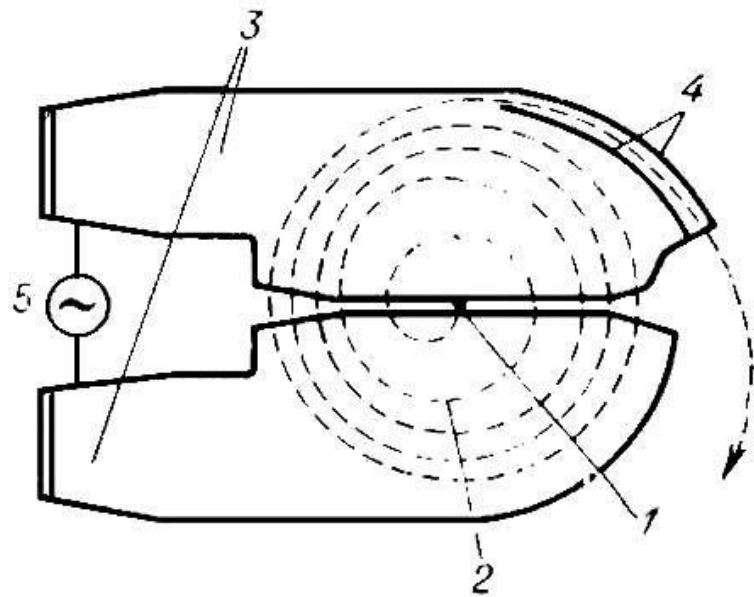


Циклотрон

- Между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода в виде полых металлических полуцилиндров, или **дуантов**.
- К **дуантам** приложено переменное электрическое поле.
- Магнитное поле, создаваемое электромагнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов.



- Для непрерывного ускорения частицы в циклотроне необходимо выполнять условие синхронизма (условие «резонанса») – периоды вращения частицы в магнитном поле и колебаний электрического поля должны быть равны.
- При выполнении этого условия частица будет двигаться по раскручивающейся спирали, получая при каждом прохождении через зазор дополнительную энергию.



- На последнем витке, когда энергия частиц и радиус орбиты доведены до максимально допустимых значений, пучок частиц посредством отклоняющего электрического поля выводится из циклотрона (4).

- В циклотронах заряженная частица с зарядом q и массой m ускоряется до скоростей, при которых релятивистский эффект увеличения массы частицы практически не проявляется.

- Циклотроны позволяют ускорять **протоны до энергий** примерно **20 МэВ**.
- Дальнейшее их ускорение в циклотроне *ограничивается релятивистским возрастанием массы со скоростью*, что приводит к увеличению периода обращения (он пропорционален массе) и синхронизм нарушается.
- Поэтому циклотрон совершенно неприменим для ускорения электронов:
при $E = 0,5 \text{ МэВ}$, масса возрастает до $m = 2m_0$,
при $E = 10 \text{ МэВ}$ $m = 28m_0$

- Ускорение релятивистских частиц в циклических ускорителях можно осуществить, если применять предложенный:
- в 1944 г. советским физиком **В. И. Векслером** и
- в 1945 г. американским физиком **Э. Мак-Милланом**

принцип автофазировки.

*Для компенсации увеличения периода вращения частиц, ведущего к нарушению синхронизма, **изменяют***

- **либо частоту** ускоряющего электрического поля,
- **либо индукцию** магнитного поля,
- **либо то и другое.**

Используется в

- фазотроне,
- синхротроне и
- синхрофазотроне.

Принцип автофазировки

Автофазировка - явление, состоящее в том, что в среднем для большой группы ускоряемых частиц высокой энергии (из-за зависимости массы частиц от энергии) автоматически поддерживается синхронизм (резонанс) между движением частиц и ускоряющим электрическим полем.

Открыто советским физиком В. И. Векслером в 1944 и независимо от него американским физиком Э. Макмилланом в 1945.

Принципиальную роль это явление сыграло в повышении предела достижимых энергий в циклических ускорителях.

В циклическом ускорителе установлен высокочастотный резонатор, создающий ускоряющее продольное электрическое поле. Он создаёт напряжение:

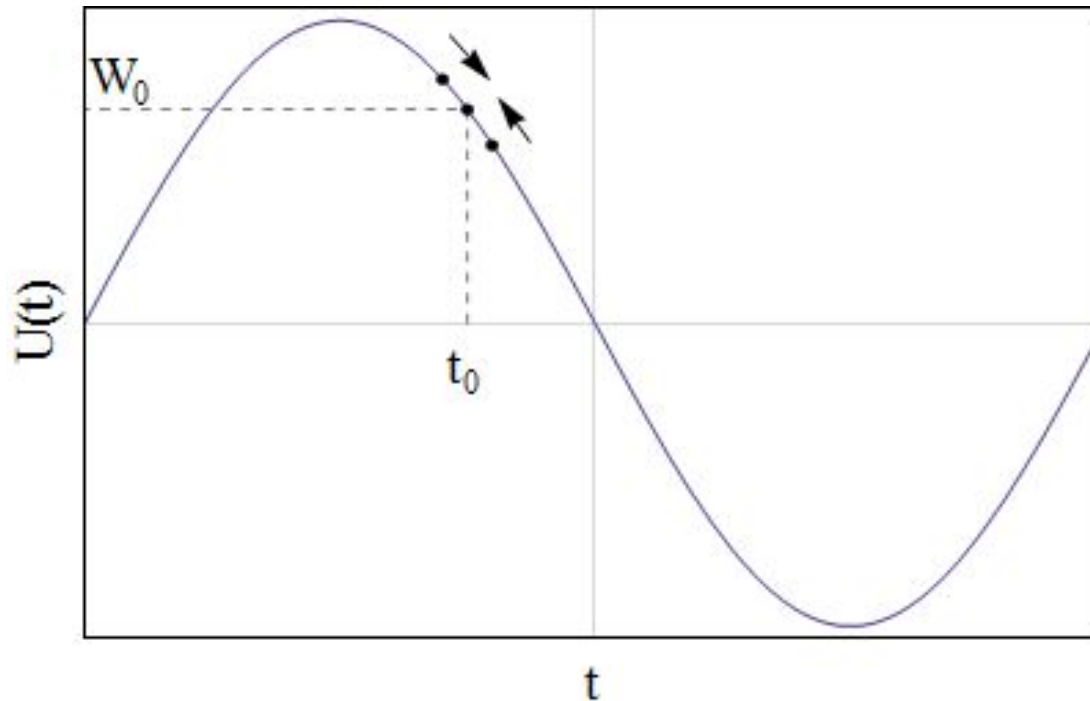
$$U(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

Для резонансного ускорения, частицы пучка должны проходить через резонатор в одной и той же фазе. Пусть есть некая центральная частица в пучке (равновесная частица), которая приходит в резонатор в момент времени t_0 и получает энергию

$$W_0 = eZ U_0 \sin(\omega t)$$

Если какая-то частица имеет отклонение по энергии от энергии равновесной частицы, то такая частица совершает один оборот за другое время, чем равновесная.

Принцип автофазировки



Для ультрарелятивистских пучков равновесная фаза должна располагаться на спадающем склоне синусоиды ВЧ для выполнения автофазировки.

Если какая-то частица имеет отклонение по энергии от энергии равновесной частицы δE , то такая частица совершает один оборот за другое время, чем равновесная.

В первом приближении поправка линейно связана с ошибкой по энергии:

$$\Delta T = K * \delta E / E,$$

$$K = \alpha - 1 / \gamma^2.$$

Первое слагаемое, коэффициент расширения орбит, отвечает за удлинение орбиты, а второе, выраженное через релятивистский фактор γ , отвечает за изменение скорости движения частицы.

Для ультрарелятивистских частиц, их скорость почти неизменна, второе слагаемое несущественно, и коэффициент

$$K > 0$$

В этом случае, частица с большей энергией, имея больший период обращения, придёт в следующий раз в резонатор позже равновесной $t > t_0$

Если равновесная фаза $\varphi = \omega t_0$ расположена на спадающем склоне синусоиды напряжения ВЧ, то запоздавшая частица получит больше энергии, то есть её отклонение по энергии от равновесного значения сократится. Аналогично, частица с меньшей энергией получит больше, чем равновесная. Таким образом, частицы пучка будут совершать малые синхротронные колебания вокруг равновесного значения.

Аналогичные рассуждения можно провести для случая

$K < 0$ только для автофазировки следует выбрать нарастающий склон синусоиды ВЧ.

В 1930 году Э. Лоуренсом (США) был создан и первый циклический ускоритель – **циклотрон** на энергию протонов 1 МэВ (его диаметр был 25 см). На рис.1 показана первая работающая модель циклотрона. На рис.2 циклотрон следующего поколения, который позволял ускорять протоны и дейтроны до энергий в несколько МэВ.



Рис. 1. Первая работающая модель циклотрона

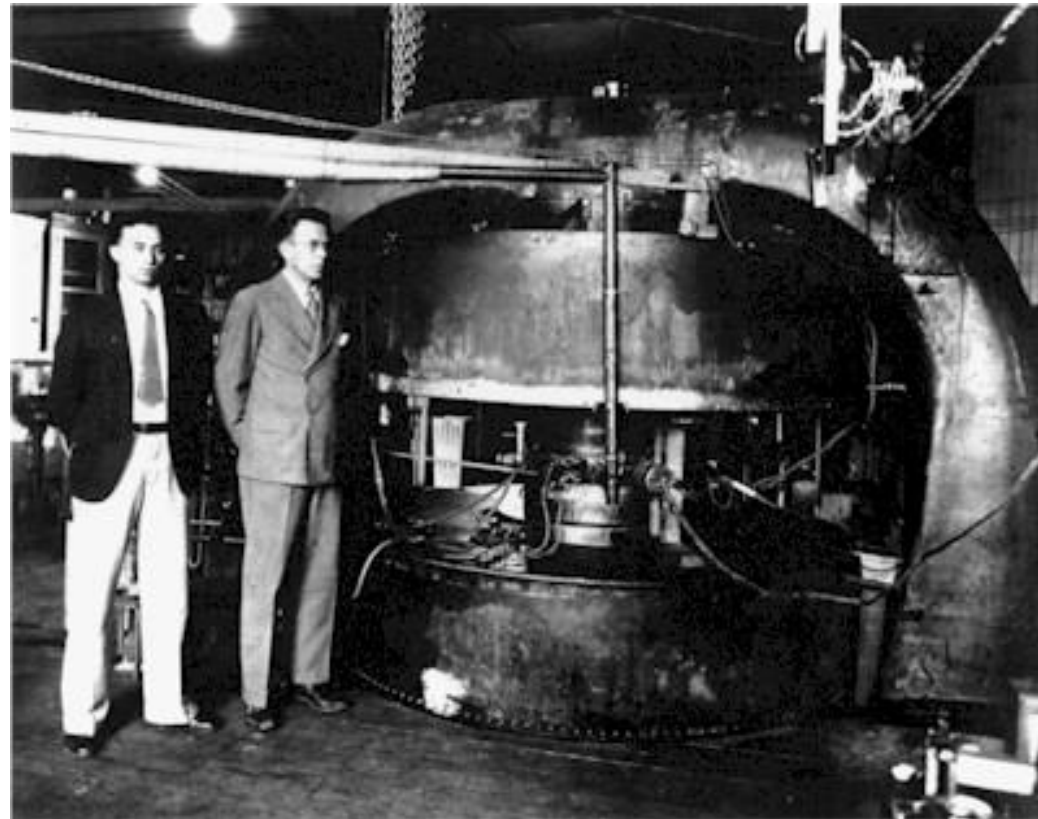


Рис. 2. С. Ливингстоун и Э. Лоуренс у 27-дюймового циклотрона, который широко использовался в экспериментальных исследованиях ядерных реакций и искусственной радиоактивности

Циклотрон



В циклотронах, как и во всех других циклических ускорителях, для многократного возвращения частиц к ускоряющему устройству используется магнитное поле.

Магниты, применяемые для искривления траектории частиц, очень велики. Их вес у небольших циклотронов составлял несколько десятков тонн, а у больших протонных синхротронов достигает десятков тысяч тонн.

Такие магниты дорого стоят и требуют огромных электрических мощностей для возбуждения магнитного поля, но это всётаки оказывается дешевле, чем иметь много высокочастотных генераторов.

Напишем несколько простых формул. Искривление траектории вызывается силой Лоренца, действующей на частицу со стороны магнитного поля

$$F = evB$$

где e — заряд частицы, v — ее скорость, а B — индукция магнитного поля (предполагается, что направление скорости v перпендикулярно B). Сила Лоренца перпендикулярна как направлению магнитного поля, так и направлению скорости частицы. Она сообщает частицам центростремительное ускорение $a=v^2/R$, так что их движение происходит по кругу

Величина центростремительной силы F и радиус окружности, как известно, связаны между собой формулой

$$F = \frac{mv^2}{R}$$

Приравнивая друг другу правые части

$$evB = \frac{mv^2}{R}$$

$$p = mv = eBR$$

Если понимать под m понимать релятивистскую массу частицы, определяемую формулой

$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

то соотношение оказывается верным и при скоростях, приближающихся к скорости света.

Формула (+) показывает, что с индукцией магнитного поля простым соотношением, связана не привычная нам энергия, а импульс частицы.

Импульс и энергия в релятивистской механике связаны между собой формулой:

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

В этой формуле E обозначает энергию, включающую в себя энергию покоя.

Для приложений наибольшую ценность представляет не полная энергия частицы E , а ее кинетическая энергия K , т. е. разность между полной энергией и энергией покоя:

$$K = E - m_0 c^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2$$

Кинетическая энергия связана с импульсом частицы, а значит, и с магнитным полем довольно сложной формулой.

В релятивистской физике вместо импульса p удобно рассматривать величину pc .

Поэтому умножим обе стороны (+) на скорость света c . Полученную формулу удобно несколько преобразовать, так чтобы левая и правая ее части измерялись в «естественных» единицах.

Левую часть, pc , удобно измерять в электронвольтах, а правую — в тесла-метрах. Заряд электрона и скорость света принято включать в общую константу. После простых преобразований получим

$$pV [\quad] = 3 * 10^8 (qVe) \Gamma_l [R] m [\quad]$$

При помощи этой формулы можно оценивать размеры циклических ускорителей.

Магнитные поля всегда стараются делать сильнее, чтобы иметь ускорители меньших размеров и веса. Но при индукции около 2 Тл железо, из которого делают ярмо электромагнитов, насыщается, поэтому получать более сильные поля в магнитах с железными магнитопроводами не удастся. Да и такие индукции удастся получить только в простейших ускорителях (циклотроны, фазотроны).

В более крупных ускорителях магнитная дорожка многократно прерывается промежутками, в которых стоят ускоряющие станции, устройства для ввода и вывода частиц, корректирующие устройства и т. д. Среднее магнитное поле в таких ускорителях составляет около 1,2 Тл.

*Индукция магнитного поля равна 2 Тл.
Найти радиус дуантов циклотрона,
обеспечивающего ускорение протонов до энергии 20
МэВ.*

$$K = 20 \text{ eV} = 3,2 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$evB = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv^2}{evB} = \frac{\sqrt{2Km}}{eB}$$

$$R \approx 32,3$$

Период обращения протона

$$\frac{M_{\text{пр}}}{T} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2}{2\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}} = 30$$

При такой частоте длина волны электромагнитных колебаний составляет около 10 м. Этот размер сравним с размерами системы.

Дуанты, имеющие диаметр менее 1 м, еще можно с известной натяжкой рассматривать как одиночный элемент, но дуант вместе с подходящими к нему питающими стержнями уже так рассматривать нельзя.

Высокочастотная система циклотрона нагружается на резонансный контур, в состав которого входит сосредоточенная емкость (емкость дуанта на заземленную вакуумную камеру и распределенные индуктивность и емкость подводящих напряжение стержней).

Таким образом, осуществляется некоторый средний случай — ускоряющая система не является ни классическим резонансным контуром, в котором емкость и индуктивность существуют отдельно, ни резонатором в обычном смысле этого слова — в резонаторе емкость и индуктивность присущи каждому его участку.

Источником ускоряемых частиц в циклотроне служит электрический дуговой разряд, горящий в центре вакуумной камеры. Этот разряд непрерывно ионизует подводимый по оси камеры газ (в протонных циклотронах — водород). Образующиеся при ионизации водорода протоны подхватываются электрическим полем и начинают свой спиральный путь, приводящий их к выводному участку камеры, закрытому тонкой металлической фольгой. Пронизывая ее, протоны выходят из циклотрона. Пока одни частицы описывают последние витки спирали, другие находятся в середине пути, а третьи — его только начинают.

Поток частиц выходит из циклотрона непрерывно, но он разбит на мелкие сгустки, соответствующую «правильной» фазе ускоряющего поля.

Частота следования сгустков равна частоте ускоряющего поля; его участки, соответствующие правильному — ускоряющему — направлению электрического поля, заполнены частицами.

Обратимся к подводным камням, которые пока ускользнули от нашего внимания. Первое затруднение связано с релятивистским возрастанием массы ускоряемых частиц. При постоянном магнитном поле возрастает период обращения частиц, и частота, нужная для ускорения частиц в начале пути, вскоре неминуемо оказывается слишком высокой.

На первый взгляд, дело обстоит вовсе не так уж плохо. Достаточно устроить магнитное поле так, чтобы с ростом радиуса оно тоже возрастало. Тогда, по мере ускорения, будут расти как масса частицы, так и величина поля, и частота будет оставаться неизменной.

На самом деле, однако, этот путь закрыт. Оказывается, что увеличивающиеся к периферии магнитные поля нельзя использовать для ускорения, потому что движение частиц в таких полях неустойчиво — все они разбрасываются по направлению к крышкам вакуумной камеры и быстро теряются. Это утверждение очень важно и заслуживает специального рассмотрения.

Движение частиц в циклотроне может происходить успешно только в том случае, если магнитное поле к периферии не возрастает, а падает. Падение поля приводит к увеличению периода обращения частиц и без релятивистских эффектов; последние только ухудшают и без того трудное положение.

Практический предел, до которого можно ускорять протоны в циклотронах, составляет около 20 МэВ.

Если нужно построить циклический ускоритель, способный ускорять протоны до энергии больше 20 МэВ, можно идти двумя путями.

Можно принимать специальные меры, позволяющие обеспечить устойчивость движения частиц в растущем магнитном поле, или приходится отказаться от постоянства частоты ускоряющего напряжения.

Первый путь, конечно, является более прогрессивным. Он реализован в изохронных циклотронах. Второй путь очевиден: по мере ускорения частиц нужно уменьшать частоту ускоряющего поля.

Сосредоточим свое внимание на группе частиц, которые занимают в вакуумной камере несколько витков раскручивающейся спирали. По мере ускорения частота их обращения падает. Снизим, соответственно, частоту ускоряющего поля.

Это позволит продолжить ускорение наших частиц, но сделает невозможным ускорение новых партий частиц.

Пожертвуем ими. Будем все снижать и снижать частоту поля, непрерывно приспособливая ее к уменьшающейся частоте обращения частиц. Они будут набирать все большую энергию.

Предел такому ускорению ставят только экономические соображения: размер полюсов и стоимость магнита возрастают как площадь витка спирали, т. е. как квадрат импульса частицы, а значит, очень быстро. В более экономичных ускорителях (в синхротронах) размер и стоимость установки растут как первая степень импульса.

Ускорители, использующие постоянное магнитное поле и ускоряющее поле переменной частоты, называются фазотронами. Самый большой фазотрон в мире работает в Гатчине под Питербургом. Он ускоряет протоны до энергии 1 ГэВ. Несколько меньшие ускорители (660 МэВ) работают в Дубне и в Женеве.

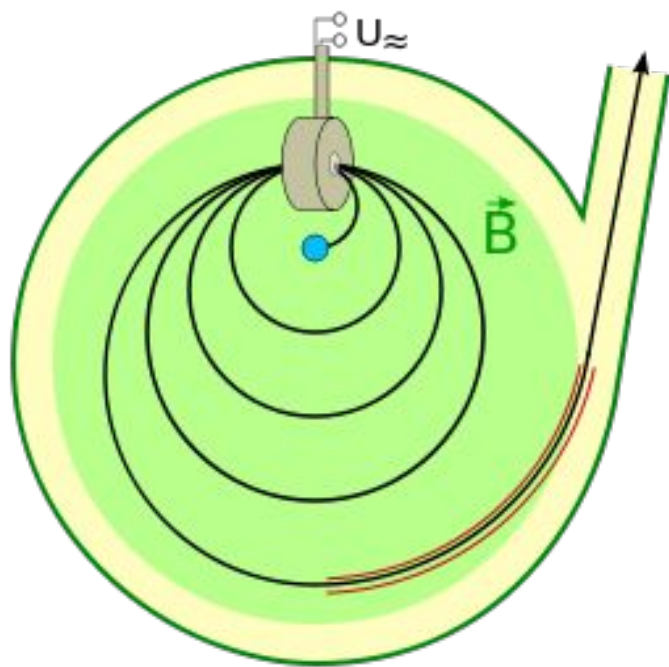
Фазотрон Лаборатории Ядерных Проблем в г. Дубне ускоряет протоны до энергии 680 МэВ.



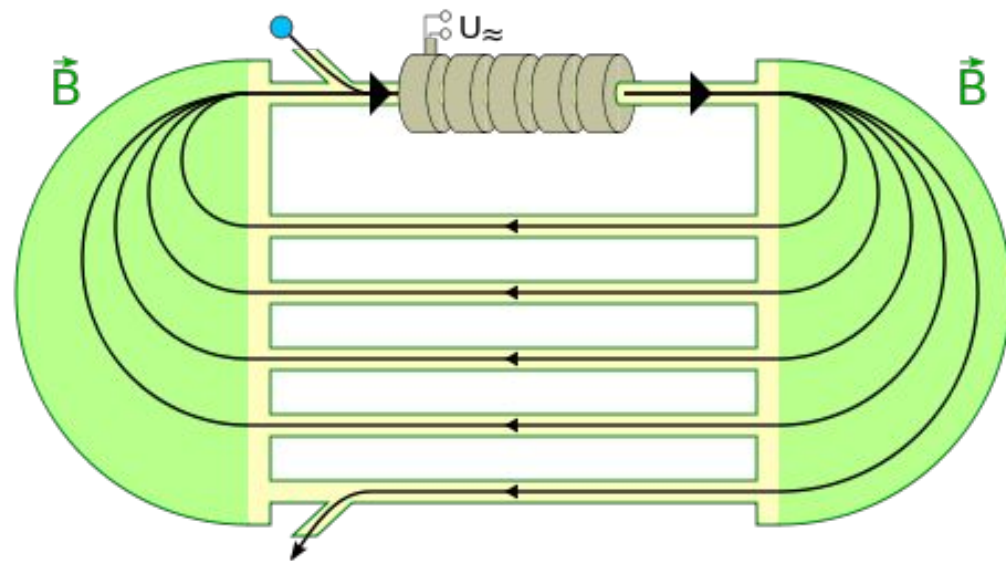
Микротрон

(электронный циклотрон) – *циклический резонансный ускоритель*, в котором, как и в циклотроне, и магнитное поле, и частота ускоряющего поля постоянны во времени, но резонансное условие в процессе ускорения сохраняется за счёт *изменения кратности ускорения*.

Микротрон



Классический



Разрезной

- Частица вращается в микротроне в однородном магнитном поле, многократно проходя ускоряющий резонатор.
- В резонаторе она получает такой прирост энергии, что её период обращения изменяется на величину, равную или кратную периоду ускоряющего напряжения.
- Причем, если частица с самого начала вошла в резонанс с ускоряющим полем, этот резонанс сохраняется, несмотря на изменение периода обращения.

- В микротроне действует механизм *автофазировки*, так что частицы, близкие к равновесной орбите, также будут ускоряться.

- *Микротрон – ускоритель непрерывного действия,*
 - способен давать **токи** порядка **100 мА,**
 - максимальная достигнутая **энергия** порядка **30 МэВ**
- (Россия, Великобритания).

- Реализация больших энергий затруднительна из-за повышенных требований к точности магнитного поля, а существенное повышение тока ограничено электромагнитным излучением ускоряемых электронов.

- Для длительного сохранения резонанса магнитное поле микротрона должно быть однородным.
- Такое поле не обладает фокусирующими свойствами по вертикали;
- соответствующая фокусировка производится электрическим полем резонатора.

Микротронами называются ускорители электронов, придуманные в свое время академиком В. И. Векслером.

Траектории электронов в микротронах имеют вид окружностей, соприкасающихся в одной точке.

В общей для всех окружностей точке помещена ускоряющая станция (резонатор). Пройдя через него очередной раз, частица вновь ускоряется и переходит на следующую окружность.

Другие электроны движутся при этом по той же, по предыдущим или по следующим окружностям.

Для успешной работы микротрона необходимо, чтобы электроны приходили к резонатору в одной и той же фазе ускоряющего напряжения.

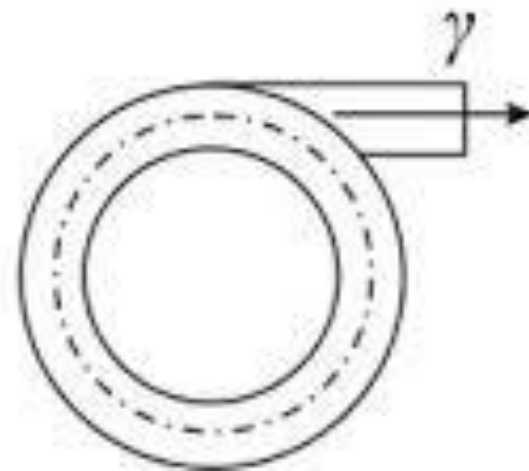
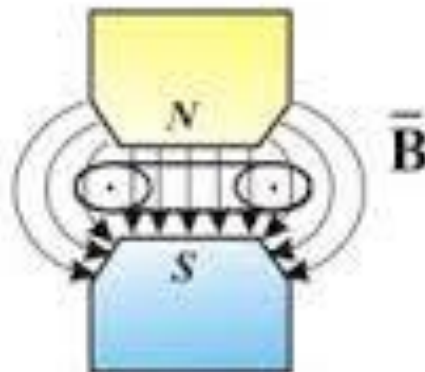
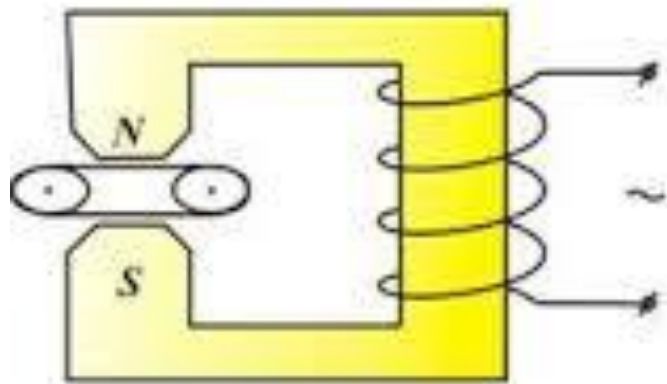
.

Можно показать, что это условие выполняется, если частица при прохождении резонатора приобретает энергию, равную (или кратную) ее энергии покоя $m_0 c^2$.

Тогда на каждый следующий виток электроны тратят время, превосходящее время движения по предыдущему витку ровно на один (или несколько) период колебаний ускоряющего поля. Они, следовательно, каждый раз приходят к резонатору в одной и той же фазе.

Микротроны можно применять только для ускорения электронов. Напряжение на резонаторе должно превосходить полмиллиона вольт что представляет серьезные технические трудности.

Бетатрон



Для ускорения электронов до энергий, лежащих в диапазоне от одного до нескольких десятков МэВ, часто применяют бетатроны — небольшие ускорители, не содержащие ускоряющих промежутков.

Вакуумная камера бетатрона имеет форму тора. В этой камере электроны ускоряются, описывая кольцевые траектории, расположенные вблизи от середины камеры.

Траектория электронов изгибается в кольцо «ведущим» магнитным полем, возбуждаемым между полюсами электромагнита. По мере ускорения электронов ведущее поле увеличивается, так что радиус орбиты не меняется.

Электроны ускоряются вихревым электрическим полем, которое возникает из-за того, что во время ускорения увеличивается поток магнитной индукции, проходящий через сердечник магнитного ярма, который расположен по оси ускорителя.

Соотношение между потоком, проходящим через сердечник, и ведущим полем подбирается так, чтобы импульс электронов и величина этого поля находились в правильном соотношении друг к другу.

Для возбуждения поля служат катушки, питаемые электрическим током. На рисунке изображены 3 такие катушки — внутренняя катушка и две наружные — верхняя и нижняя. Число катушек зависит от конструкции бетатрона. Верхняя и нижняя катушки всегда соединяются последовательно, чтобы не создавать в поле ненужной асимметрии, так что в распоряжении экспериментатора имеется 2 тока. Для того, чтобы ускорять электроны, удерживая их вблизи середины вакуумной камеры, этого достаточно.

4. Индукционный ускоритель электронов – бетатрон

Электродвижущая сила индукции, создаваемая переменным магнитным полем, существует и в отсутствие проводников.

Энергия, передаваемая вихревым электрическим полем единичному заряду, равна

$$\mathbf{E} = \oint_{\Gamma} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

– контурному интегралу по замкнутой траектории Γ

Согласно закону Фарадея, этот интеграл равен изменению магнитного потока Φ через замкнутый контур Γ .

Вихревое электрическое поле может действовать на сгусток электронов и ускорять их.

При определенных условиях движение электронов происходит в переменном магнитном поле по орбите постоянного радиуса и является устойчивым.

Энергия электронов увеличивается за счет вихревого электрического поля, пронизывающим орбиту частиц.

Циклический индукционный ускоритель электронов данного типа называется *бетатроном* (рис.).

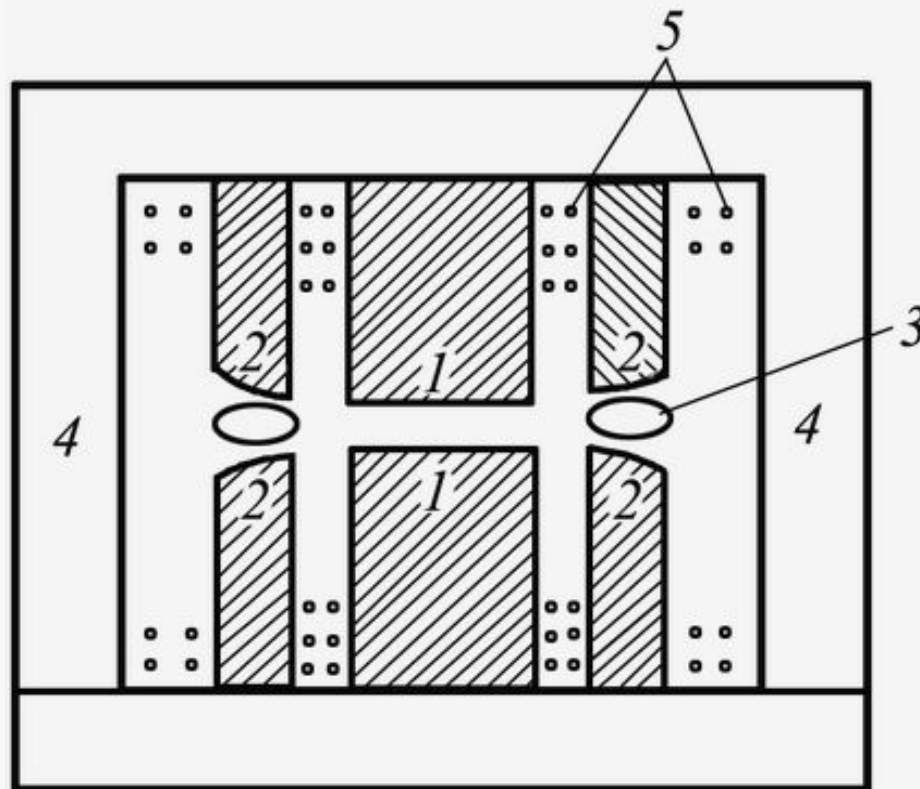


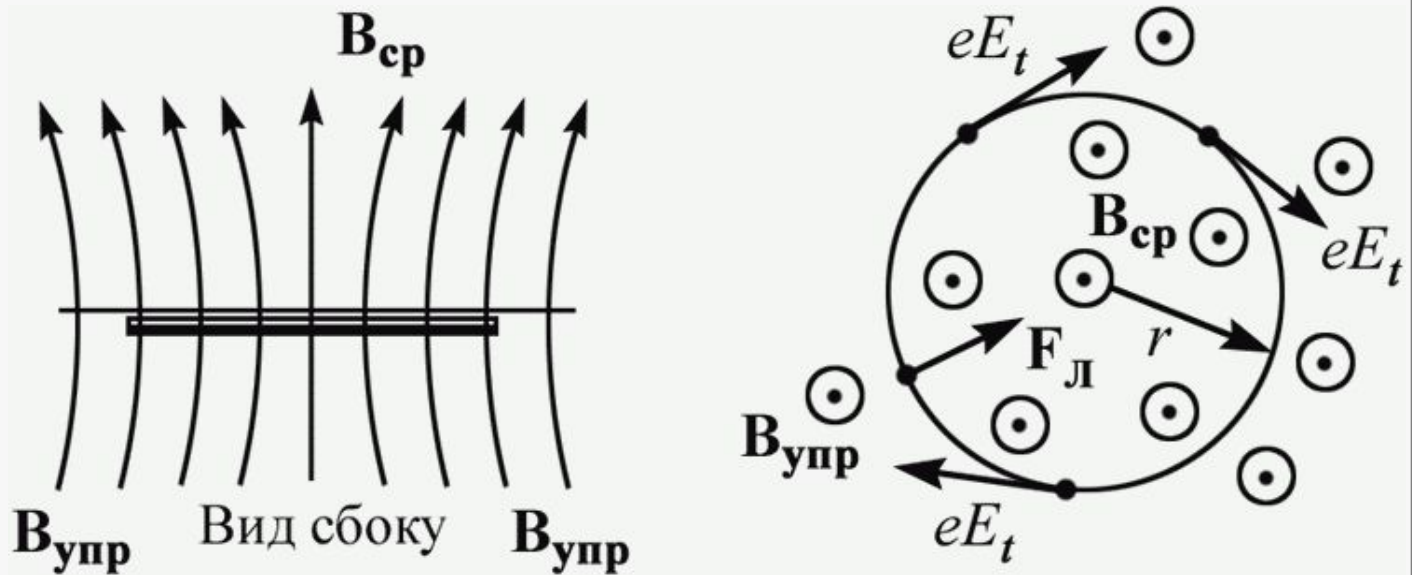
Рис. Схематический разрез бетатрона: 1 – центральный сердечник магнитопровода; 2 – полюсные наконечники; 3 – сечение кольцеобразной вакуумной камеры; 4 – ярмо магнита; 5 – обмотки электромагнита

Переменный центральный магнитный поток B_{cp} создает в бетатроне вихревую ЭДС индукции, ускоряющую электроны.

Удержание электронов на стационарной круговой орбите осуществляется управляющим магнитным полем $B_{упр}$, определенным образом изменяющимся во времени (рис.).

Рис.

Камера с
ускоряемыми
электронами
в
переменном
магнитном
поле



Под действием переменного магнитного поля на круговой орбите индуцируется ЭДС индукции, величина которой определяется законом Фарадея

$$\varepsilon = E_t 2\pi r = - \frac{d\Phi}{dt}$$

где Φ – поток магнитной индукции через орбиту.

Среднее значение вектора индукции магнитного поля внутри орбиты радиусом r

$$B_{\text{ср}} = \frac{\Phi}{\pi r^2}$$

Напряженность тангенциальной составляющей вихревого электрического поля равна

$$E_t = \frac{r}{2} \frac{dB_{\text{cp}}}{dt}$$

Под действием силы $F = eE_t$ меняется импульс электрона

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Подставляя значения E_t в уравнение для силы, получаем:

$$\frac{re}{2} \frac{dB_{\text{cp}}}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

Отсюда находим приращение импульса электрона

$$\Delta p = p(t) - p_0 = \frac{er}{2} [B_{\text{cp}}(t) - B_{\text{cp}}(0)] = \frac{er}{2} \Delta B_{\text{cp}}$$

где $\Delta B_{\text{cp}} = B_{\text{cp}}(t) - B_{\text{cp}}(0)$ – приращение средней индукции магнитного поля внутри электронной орбиты. $B_{\text{cp}}(0)$ - начальная индукция, $t=0$.

Именно изменение индукции магнитного поля внутри орбиты сопровождается увеличением импульса электрона – ускорением электрона.

Начальной индукцией и импульсом электрона можно пренебречь, получим:

$$p(t) = \frac{er}{2} B_{\text{cp}}(t).$$

– приобретенный электроном импульс определяется средним значением индукции магнитного поля на орбите.

Найдем величину индукции управляющего магнитного поля $B_{\text{упр}}$, при которой движение электрона будет происходить по орбите постоянного радиуса.

На движущийся электрон по окружности действуют сила Лоренца, искривляющая траекторию движения электрона, и центробежная сила:

$$evB_{\text{упр}} = \frac{mV^2}{r} = \frac{\Delta pV}{r} = \frac{V}{r} \frac{er}{2} [B_{\text{ср}}(t) - B_{\text{ср}}(0)]$$

Откуда получаем

$$B_{\text{упр}} = \frac{1}{2} [B_{\text{ср}}(t) - B_{\text{ср}}(0)]$$

В результате для равновесной орбиты получаем соотношение

$$B_{\text{ср}}(t) = 2B_{\text{упр}}(t).$$

Для работы бетатрона необходимо, чтобы среднее магнитное поле внутри орбиты росло в два раза быстрее магнитного поля на самой орбите.

Это условие

$$\frac{dB_{\text{cp}}(t)}{dt} = 2 \frac{dB_{\text{упр}}(t)}{dt}$$

называют бетатронным условием, условием Видероз или «условием 2:1».

Идея бетатрона была запатентована в 1922 г. Дж. Слепяном. В 1928 г. Р. Видероз сформулировал условие существования равновесной орбиты – орбиты постоянного радиуса.

Первый действующий бетатрон был создан в 1940 г. Д. Керстом на основе разработанной им совместно с Р. Сербером теории движения электрона и тщательной отработки конструкции ускорителя.

В СССР первые бетатроны были разработаны и созданы учеными Томского политехнического института профессорами А.А. Воробьевым, Л.М. Ананьевым, В.И. Горбуновым, В.А. Москалевым, Б. Н. Родимовым.

В последующие годы в институте интроскопии при ТПУ были разработаны и созданы малогабаритные переносные бетатроны, применяемые в медицине, дефектоскопии и других прикладных и научных исследованиях (профессор В. Л. Чахлов).

Благодаря простоте конструкции, дешевизне и удобству пользования бетатроны нашли особо широкое применение в прикладных целях в диапазоне энергии 2÷10 МэВ.

Используется непосредственно сам электронный пучок или тормозное γ -излучение, энергия которого может плавно изменяться.

• В последующие годы в институте интроскопии (НИИН при ТПУ) под руководством профессора В.Л. Чахлова, успешно разрабатываются и изготавливаются **малогабаритные переносные бетатроны (МИБ)**, применяемые в медицине, дефектоскопии и других прикладных и научных исследованиях.

МИБ

1 -10 МэВ



Основные выводы

При изменении магнитного потока Φ в проводящем контуре возникает ЭДС, величина которой определяется скоростью изменения магнитного потока через этот контур законом Фарадея

$$\mathbf{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Знак «минус» в законе Фарадея говорит о том, что ЭДС индукции порождает в замкнутой цепи индукционный ток, направленный таким образом, чтобы препятствовать изменению магнитного потока в замкнутом контуре – правило Ленца.

Если переменный высокочастотный ток протекает по проводнику, то вихревые токи препятствуют равномерному распределению тока по поперечному сечению проводника.

Плотность тока убывает от поверхности к оси по закону

$$j = j_0 \exp(-\alpha r)$$

Где

$$\alpha = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\sigma \mu \nu}$$

Работа вихревого поля по замкнутому контуру не равна нулю:

$$\oint_{(\Gamma)} (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{(S)} (\mathbf{B}, d\mathbf{S})$$

где S – поверхность, ограниченная контуром Γ .

В дифференциальной форме:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

Явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией. ЭДС самоиндукции определяется выражением

$$\mathbf{E} = -\frac{d(LI)}{dt}$$

Здесь L – коэффициент самоиндукции, или индуктивность.

Для соленоида длиной l , объемом V , содержащим N витков и магнитный сердечник с магнитной проницаемостью μ ,

$$L = \mu\mu_0 \left(\frac{N}{l} \right)^2 V$$

За единицу индуктивности в СИ 1 Гн [L] принимается индуктивность проводника, у которого при силе тока 1 А [I] возникает связанный с ним магнитный поток в 1 Вб [Ψ]:

$$1 \text{ Гн } [L] \cdot 1 \text{ А } [I] = 1 \text{ Вб } [\Psi].$$

При включении и выключении тока в замкнутой цепи, содержащей индуктивность L и сопротивление R , нарастание и спад тока происходит по закону

$$I = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

где $\tau = \frac{L}{R}$ – постоянная времени установления;
– стационарный ток в цепи; E – ЭДС источника.

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. ЭДС взаимной индукции равна

$$\mathbf{E}_{12} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad \mathbf{E}_{21} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

Коэффициенты $L_{12} = L_{21}$ называются коэффициентами взаимной индукции или взаимной индуктивностью контуров. Для двух катушек на общем сердечнике

$$L_{12} = L_{21} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} V$$

где N_1, N_2 – число витков первой и второй катушки;

l – длина катушек; V – объем сердечника.

Если магнитные потоки не рассеиваются, то отношение напряжения в первичной V_1 и вторичной V_2 обмотках трансформатора пропорционально отношению числа витков в этих оболочках

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

При вращении рамки площадью S , содержащей N витков с угловой скоростью ω в магнитном поле с индукцией \mathbf{B} ($\mathbf{B} \perp \boldsymbol{\omega}$), в рамке наводится ЭДС

$$\mathbf{E} = NBS\omega \sin\omega t.$$

Данная рамка является прообразом генератора переменного тока.

Приращение импульса электрона в переменном поле

$$\Delta p(t) = \frac{er}{2} \Delta B_{\text{cp}}(t)$$

определяется приращением средней индукции магнитного поля ΔB_{cp} внутри электронной орбиты радиусом r и лежит в основе работы индукционного ускорителя электронов – бетатрона.

Для работы бетатрона необходимо, чтобы среднее магнитное поле внутри орбиты росло в два раза быстрее магнитного поля на самой орбите (условие Видероз)

$$\frac{\partial B_{\text{ср}}}{\partial t} = 2 \frac{\partial B}{\partial t}$$

Вихревое магнитное поле может порождаться не только электрическим током, но и изменяющимся со временем электрическим полем в пространстве, свободном от проводников и зарядов.

Бетатроны это дешевые, надежные, простые в эксплуатации ускорители. Главное их преимущество заключается в отсутствии высокочастотной ускоряющей системы, а главный недостаток — в ограничениях на энергию электронов.

Мы уже говорили, что основным недостатком циклотронов и фазотронов является необходимость создавать магнитные поля по площади всего диска, охватываемого предельной орбитой ускоряемых частиц. В бетатронах это поле не просто необходимо, но даже оказывается в среднем вдвое больше ведущего поля.

Указанный недостаток, таким образом, у бетатронов играет еще большую роль, чем в фазотронах..

Синхротрон

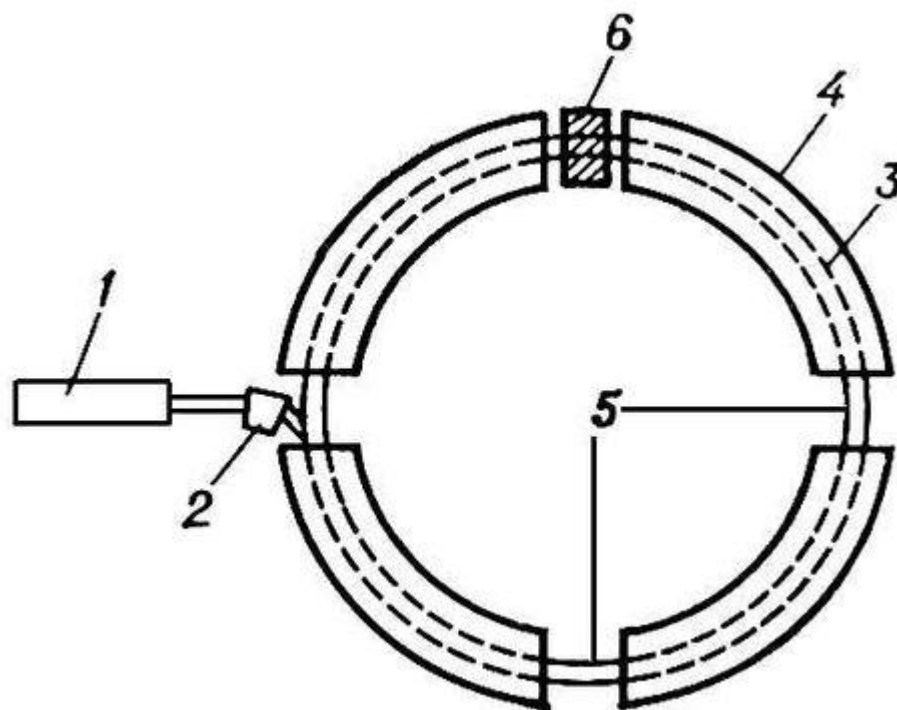


Схема слабофокусирующего синхротрона или синхрофазотрона: 1 — инжектор; 2 — система ввода; 3 — вакуумная камера; 4 — сектор электромагнита; 5 — прямолинейный промежуток; 6 — ускоряющее устройство. Магнитное поле перпендикулярно плоскости рисунка.

Синхротрон





Для ускорения частиц до предельно высоких энергий применяются синхротроны.

В них магнитное поле создается только на узкой кольцевой дорожке, охватывающей вакуумную камеру, имеющую форму тора. На этой дорожке частицы удерживаются в течение всего цикла ускорения. Поэтому магнитное поле должно расти вместе с импульсом ускоряемых частиц.

Для ускорения используется электрическое поле, возбуждаемое в ускоряющих зазорах резонаторов, питаемых высокочастотным напряжением. Частота этого поля в течение ускорительного цикла возрастает в соответствии со скоростью, а значит, и с частотой обращения ускоряемых частиц.

Таким образом, в цикле ускорения возрастают как магнитная индукция, так и частота ускоряющего поля.

Магнитная индукция B возрастает пропорционально импульсу частиц.

Максимальное поле в электромагнитах как мы уже говорили, составляет (после усреднения по кольцу ускорителя) около 1,2 Тл.

Минимальное определяется рассеянными магнитными полями (которые всегда присутствуют в помещениях, содержащих много железа) и остаточными полями самого электромагнита. Как правило, не применяют полей меньше $5 \cdot 10^{-3}$ Тл.

Таким образом, максимальный и минимальный импульсы частиц связаны между собой соотношением

$$\frac{(pc)_{\max}}{(pc)_{\min}} < \frac{B_{\max}}{B_{\min}} \approx \frac{1,2 \text{ Тл}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}} = 240.$$

Если синхротрон рассчитан на ускорение протонов до энергии 70 ГэВ (импульс ~71 ГэВ), то начальный импульс частиц не может быть менее $71 \text{ ГэВ}/240 = 300 \text{ МэВ}$, а значит, энергия протонов в начале ускорения должна быть равна, по крайней мере, 47 МэВ. А синхротрон на энергию 500 ГэВ должен начинать ускорение хотя бы с 1,35 ГэВ.

Для инъекции частиц в крупные синхротроны следует предварительно ускорять частицы в других, иногда довольно больших ускорителях.

Таким образом, в ускорительных установках на большие энергии должна применяться целая последовательность ускорителей, передающих частицы друг другу.

Частота ускоряющего напряжения

Поскольку радиус орбиты при увеличении энергии не изменяется, частота обращения частиц пропорциональна их скорости. Скорость частицы нетрудно выразить через ее импульс.

$$p = mv = m_0 \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$$\frac{v}{c} = \frac{pc}{\sqrt{(pc)^2 + (m_0c^2)^2}} = \frac{e\hbar B}{\sqrt{(e\hbar B)^2 + (m_0c^2)^2}} \quad (31)$$

Скорость частиц меняется с их импульсом, а значит, и с индукцией магнитного поля по сложному закону. При малых импульсах скорость частиц изменяется быстро, а при больших она асимптотически стремится к скорости света.

. Рассчитаем как меняется частота обращения протонов в синхротроне ускоряющем протоны от энергии 50 МэВ до энергии, 70 ГэВ. Прежде всего, найдем величину импульса, соответствующего этим энергиям. Энергия покоя протонов равна 938 МэВ.

$$v/c = ?$$

$$(pc)_{\min} = 310 \text{ МэВ},$$

$$(pc)_{\max} = 70,9 \text{ ГэВ}.$$

$$(v/c)_{\min} = 0,31;$$

$$(v/c)_{\max} = 1 - 0,00009.$$

Скорость протонов, а следовательно, и частота их обращения изменяются, таким образом, более чем в 3 раза.

В протонном синхротроне Института теоретической и экспериментальной физики (Москва) — при его пуске — энергия инжектируемых протонов равнялась 3,5 МэВ, а предельная энергия составляла 7,5 ГэВ. Частота ускоряющих станций в течение цикла ускорения изменялась при этом более, чем в 11 раз.

Изготовление ускоряющих станций, способных перестраиваться по частоте в несколько раз, — это трудная техническая задача.

Ускоряющий резонатор представляет собой настроенную в резонанс колебательную систему. Такие системы хорошо возбуждаются только на собственных частотах колебаний, а для синхротронов нужны высокочастотные системы, способные генерировать колебания с частотами, изменяющимися в несколько раз.

Трудности возникают только при ускорении тяжелых частиц.

В электронных ускорителях такая перестройка ускоряющих станций не нужна, поскольку уже при инъекции скорость электронов мало отличается от скорости света и в дальнейшем меняется очень незначительно.

Вернемся к протонным ускорителям.

Ускоряющие системы с переменной частотой нам уже встречались. Частота ускоряющего поля в течение цикла ускорения меняется в фазотронах.

Но там речь шла об изменении частоты на проценты, а в синхротронах частота меняется в несколько раз. Пути решения этих задач поэтому совершенно различны.

В фазотронах в состав высокочастотного колебательного контура, в дополнение к резонатору, вводится воздушный конденсатор с вращающимися подвижными пластинами.

При вращении положение подвижных пластин изменяется относительно неподвижных и, следовательно, циклически изменяется емкость конденсатора. Резонансная частота контура связана с его индуктивностью L емкостью C известной формулой

$$\omega = 1 / \sqrt{LC}$$

Перестройка конденсатора приводит к изменению емкости контура и вместе с ней - к перестройке его собственной частоты.

В синхротронах этот путь закрыт.

Расчёты показывают, что для изменения собственной частоты контура и 3,5 раза его емкость нужно изменить в 10 раз.

Емкость конденсатора составляет обычно небольшую часть от полной емкости ускоряющего контура — перестройка конденсатора должна быть поэтому еще существенно более глубокой, что и заставляет отказаться от этого пути.

Изменение собственной частоты резонаторов в протонных синхротронах производится путем изменения индуктивности, а не емкости. Для этого внутренность резонатора заполняется ферритом - керамическим материалом с большим значением магнитной проницаемости.

При заполнении резонатора ферритом его индуктивность повышается в сотни раз. Магнитная проницаемость феррита существенно зависит от магнитной индукции: если поместить его в магнитное поле, она резко падает. Этим и пользуются при перестройке резонаторов.

Ускоряющие резонаторы в синхротронах устанавливают в свободном от магнитного поля пространстве — в промежутках между магнитными блоками. При конструировании синхротронов несколько магнитных блоков на его дорожке не устанавливают — на соответствующих местах образуются свободные от поля промежутки. В некоторых из них и устанавливаются резонаторы ускоряющих станций.

Для перестройки резонаторов вокруг ферритовых колец наматываются специальные витки, по которым протекает электрический ток, величина которого во время ускорительного цикла изменяется так, чтобы синхронизировать частоту резонатора с периодом обращения частиц.

Возбуждаемое электрическим током магнитное поле насыщает феррит, и индуктивность контура падает.

Прямолинейные промежутки нужны также для инъекции и выпуска частиц. В синхротронах приходится, кроме того, устанавливать многочисленные системы коррекции магнитного поля.

За время ускорения частицы проходят магнитную дорожку синхротронов по десятки (как в циклотроне) и не сотни (как в фазотронах), а многие миллионы раз.

Чтобы частицы не потерялись на таком длинном пути, качество магнитного поля должно быть необычайно высоким. Поэтому и приходится устанавливать сложные корректирующие системы, а для их размещения, конечно, нужно место. Именно поэтому среднее поле, определяющее размер ускорителя, у циклотрона достигает 2 Тл, а у синхротронов всего 1,2 Тл: уменьшение среднего поля у синхротронов связано с тем, что заметная часть их дорожки свободна от поля и используется для других целей.

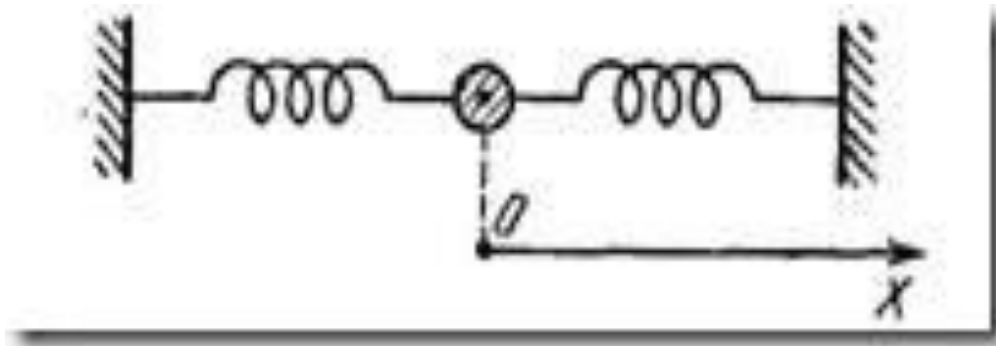
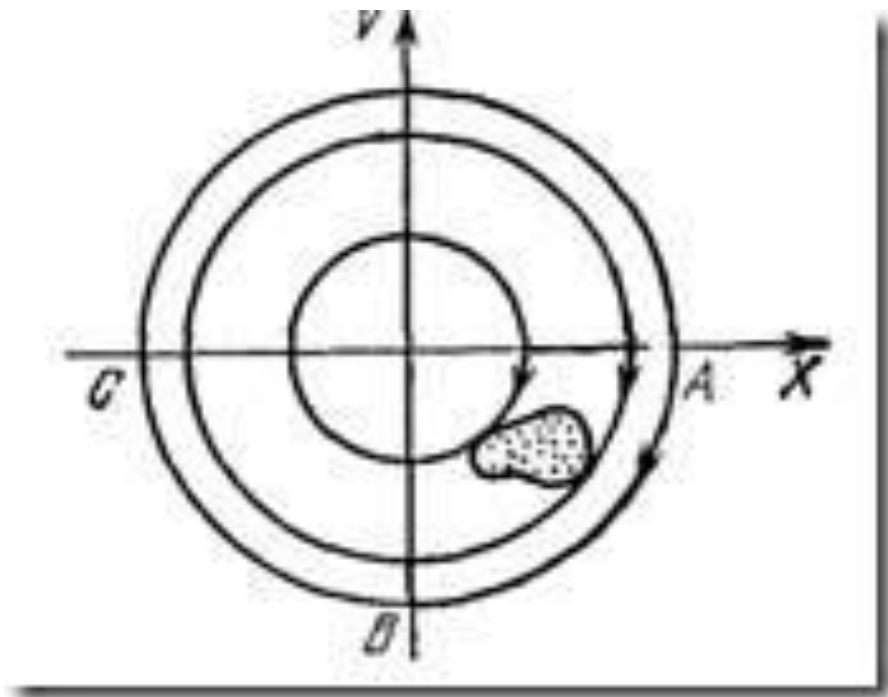
Частицы проходят за время ускорения заметные расстояния. В небольших ускорителях их путь составляет несколько десятков или сотен метров, а в крупных синхротронах может достигать тысяч и даже сотен тысяч километров.

Чтобы частицы за это время не «сбились с пути» и не попали на стенки вакуумной камеры, приходится принимать специальные меры, позаботиться об их фокусировке.

Ионно-оптические системы

Движение частиц удобно изображать в так называемом фазовом пространстве. Для простоты рассмотрим вначале шарик, совершающий одномерное движение по некоторому направлению, которое мы примем за направление оси X . К шарiku с двух сторон прикреплены пружинки, так что при равновесии он находится в точке O . Во время движения на шарик со стороны пружинок действует сила

$$f = -kx \quad (+)$$



Сила пропорциональна отклонению и направлена к центру — в сторону, противоположную отклонению (знак минус в нашей формуле).

Движение шарика в каждый данный момент времени задается двумя числами — координатой и скоростью. Эти две величины можно отложить по двум координатным осям, которые определяют плоскость, носящую название фазовой.

Движение частицы в пространстве сопровождается движением изображающей точки по фазовой плоскости,

Рассмотрим шарик в момент его наибольшего отклонения.

При этом положение изображающей точки на фазовой плоскости отмечается точкой А, лежащей на оси абсцисс (скорость шарика при наибольшем его отклонении равна нулю). Достигнув наибольшего отклонения, шарик поворачивает назад, причем его скорость приобретает все большие отрицательные значения. На фазовой плоскости точка, изображающая шарик, движется по часовой стрелке от точки А к точке В. Точка В характеризует движение шарика в тот момент, когда он проходит около положения равновесия. Его координата обращается в нуль, а скорость максимальна по величине и отрицательна по знаку — он движется в сторону уменьшающихся x .

Затем шарик останавливается в крайней левой точке (точка С на фазовой плоскости). Если выбрать такой масштаб, чтобы максимальная скорость изображалась отрезком той же длины, что и максимальное отклонение частицы, то траектория изображающей точки на фазовой плоскости будет иметь вид окружности.

Результат, который мы получили на простом примере имеет общее значение. В том случае, если движение частицы (или шарика) происходит в ограниченной области пространства, изображающая точка кружит на фазовой плоскости вокруг некоторого центра (иногда таких центров может быть несколько).

Возьмем теперь не один шарик, а много, например, 100 шариков на пружинках. Движение каждого из них изображается на фазовой плоскости точкой, описывающей круговую траекторию. Если шарики в некоторый момент времени имеют близкие значения координат и скоростей, эти точки занимают на фазовой плоскости площадь, ограниченную некоторым контуром. С течением времени контур передвигается по фазовой плоскости и меняет свою форму. Если частота колебаний у всех шариков одинакова, то контур мало меняется, а если частоты различны, то изображающие точки постепенно расползаются и, в конце концов, заполняют некоторое кольцо.

Наибольший интерес представляет случай, когда в точности одинаковые шарики привязаны одинаковыми пружинками.

Как в этом случае меняется наш контур? В простом случае, когда силы описываются формулой (+), ответ почти очевиден: контур вращается вокруг центра как целое с той же угловой скоростью, что и каждая изображающая точка.

В общем случае, когда силы сложным образом зависят от координат, задача оказывается более трудной.

Эта задача подробно изучается в теоретической механике.

Ответ заключается в том, что при движении без трения контур, охватывающий изображающие точки, в общем случае может сложным образом деформироваться, но сохраняет свою площадь. Это утверждение носит название теоремы Лиувилля.

Вернемся к пучкам заряженных частиц. Эти пучки состоят из многих частиц, совершающих — с разными начальными условиями — движение под действием «одних и тех же пружин» в одном и том же магнитном поле. В фазовой плоскости точки, изображающие эти частицы, занимают некоторую площадь. Движение пучков и движение системы шариков на пружинах имеют много общего. Следует отметить, однако, и важное различие.

Шарики все время движутся под действием одних и тех же пружинок, возвращающих их к положению равновесия. Частицы, вообще говоря, движутся в разных условиях. Они то попадают в зону действия магнитных сил, играющих роль пружинок, то выходят из поля и летят свободно. Частицы в ускорителях больше похожи на световые лучи в оптической системе (где они проходят то в линзах, то в воздухе), чем на привязанные к пружинкам шарики.

Прежде чем заняться движением пучков заряженных частиц в ионно-оптических системах ускорителей, рассмотрим движение световых пучков в обычных оптических системах. Чтобы световые лучи не рассеялись в пространстве, в оптических приборах применяются сложные системы линз и зеркал.

Для удержания пучков заряженных частиц также нужны линзы, но не стеклянные, а магнитные. Познакомимся более подробно с проблемой фокусировки в оптике.

Начнем нашу беседу с одномерной задачи. Пусть световой пучок, попадающий в оптическую систему, сформирован на щели, поперечный размер которой очень мал по сравнению с продольным. Движение вдоль длинной стороны щели нас в дальнейшем интересоваться не будет — мы займемся движением луча в направлении поперек щели.

Рассмотрим оптическую систему, состоящую из щели, линзы и передвижного экрана, как это изображено на рисунке.

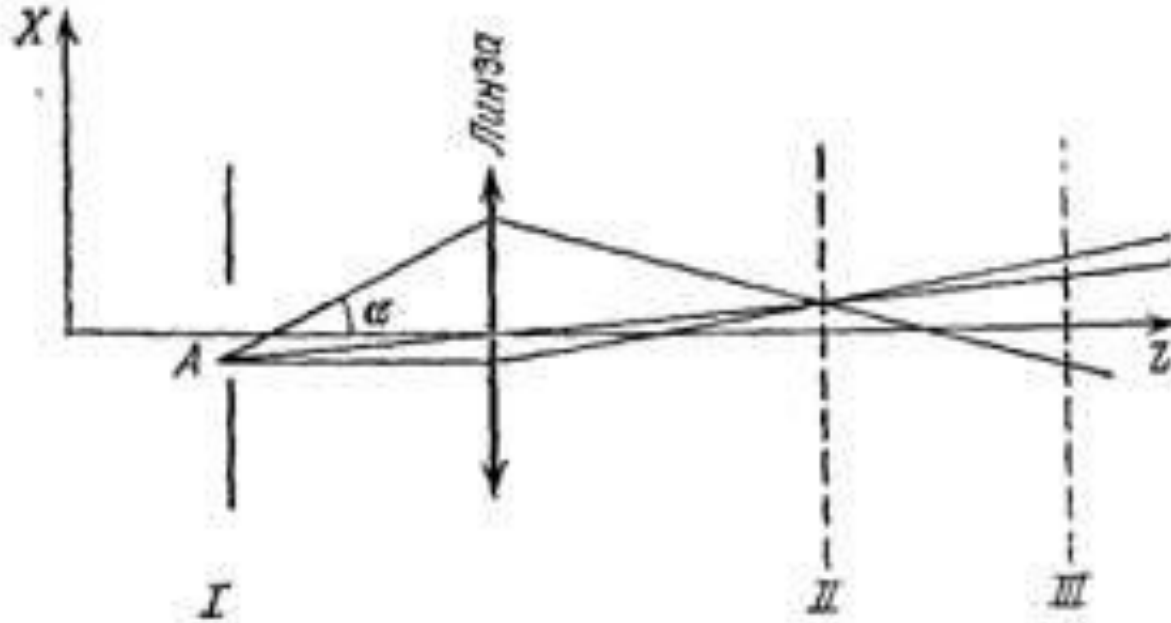


Рис. 1. Ход световых лучей в фокусирующей оптической системе

Рассмотрим лучи, вышедшие из одной точки щели, например, из точки A . По выходе из A эти лучи расходятся. Чтобы полностью задать луч, нужно указать два числа — координату и угол, составляемый лучом с оптической осью системы.

Выражаясь математически каждый световой луч, пересекающий щель, можно характеризовать точкой на некоторой плоскости, на которой по одной оси отложено удаление луча (например, от середины щели), а по другой — угол, который составляет луч с оптической осью системы или с какой-нибудь другой линией, принятой за начало отсчета углов.

Углы и координаты откладываются по осям фазовой плоскости. На рис.2 (а) изображена фазовая плоскость, характеризующая световые пучки в сечении I, т. е. в сечении, проходящем через щель.

Площадь, занимаемая пучком, пучком слева и справа ограничена вертикальными линиями, соответствующими границам щели.

Ни один луч не покидает сечение I с координатой, которая лежит вне щели. Занятая пучком область ограничена также сверху и снизу: если пучок покидает щель со слишком большим углом, то он не пройдет через линзу и будет потерян. Верхняя и нижняя границы наклонены по отношению к оси X.

Из рис. 1 видно, что световые лучи, вышедшие при $x < 0$ (из нижнего края щели), могут попасть в линзу при несколько больших положительных углах, чем лучи, вышедшие из верхнего края щели, т. е. при $x > 0$.

В процессе движения светового пучка световые лучи сходятся и расходятся, причем координаты и углы переходят друг в друга.

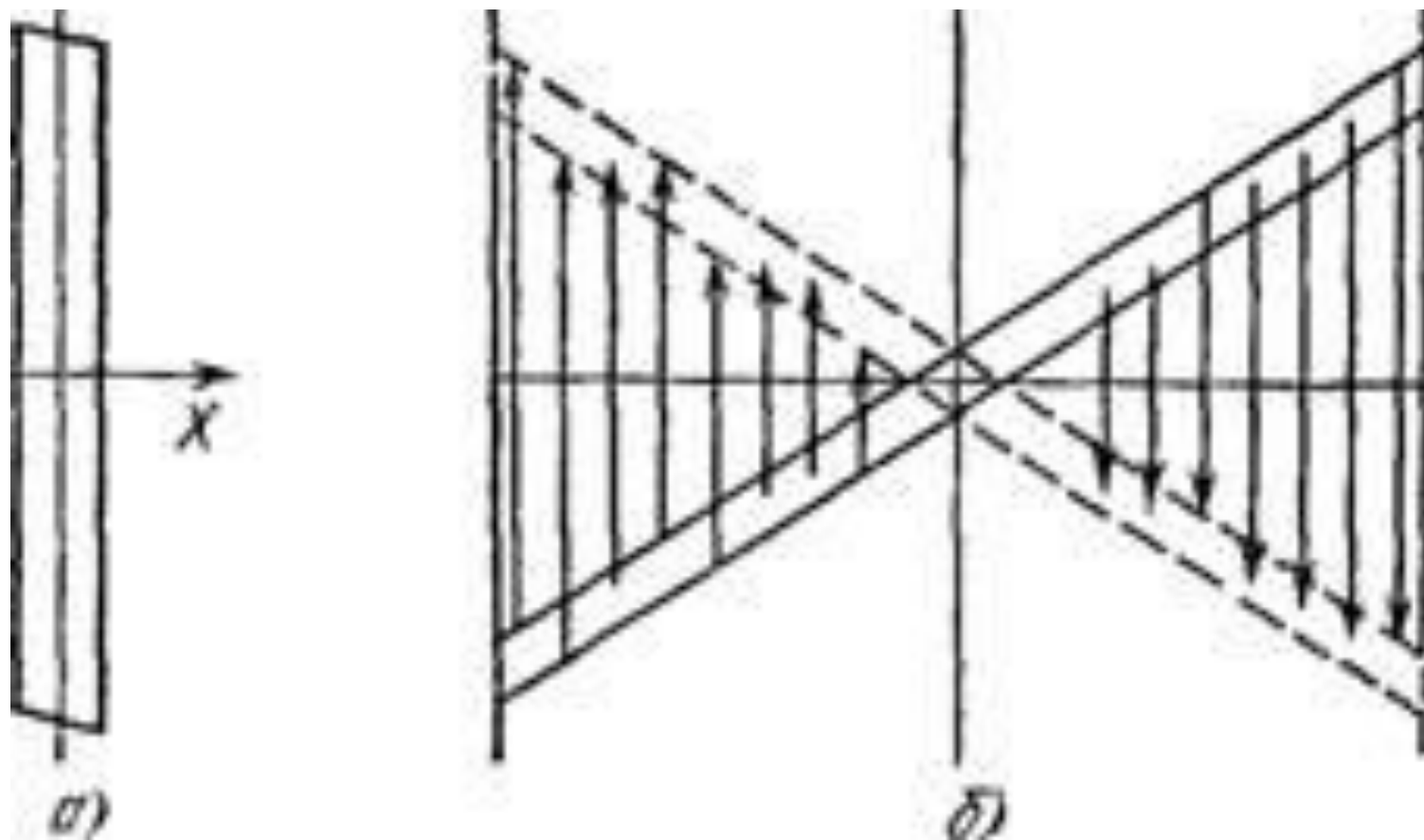


Рис. 2. Ход световых лучей в фазовой плоскости

Так, пучок, испущенный под большим углом, со временем приобретает и большую координату, а пучок, вошедший в линзу дальше от ее оптической оси, преломляясь в линзе, сильнее изменяет направление своего движения (см. ниже). Площадь, обрисованная пучком в фазовой плоскости непосредственно перед входом в линзу, изображена на рис. 2 (б) сплошным параллелограммом.

Пучок здесь имеет большие размеры — от нижнего до верхнего края линзы, но каждому значению координаты соответствует небольшой диапазон углов: лучи, попавшие в верхний край линзы, до попадания в нее двигались вверх, а лучи, проходящие через линзу у ее нижнего края, на пути к линзе опускались вниз.

Пересекая линзу, лучи меняют свое направление. Так, например, все лучи, пришедшие в линзу параллельно оптической оси, после линзы собираются в ее фокусе.

Изменение угла при прохождении линзы тем больше, чем дальше от оптической оси луч встретит поверхность линзы; лучи, проходящие через центр линзы, вообще не меняют своего направления.

Линза, таким образом, подобна пружине. Чем координата больше, чем дальше от оси прошел луч, тем сильнее действует на него «пружина», тем сильнее линза его отклоняет.

После прохождения линзы пучок изображается пунктирным параллелограммом:

Точки, изображающие световые лучи, тем сильнее смещаются по углу, чем дальше от оси они проходят. Смещения, которые испытывают изображающие точки при прохождении через линзу, изображены на рис. 2б стрелками.

Оптические системы обладают следующим свойством: площадь, занимаемая пучком света на фазовой плоскости, всегда остается постоянной. Оптические системы меняют только форму фигуры, обрисованной пучком на этой плоскости, подобно тому, как это изображено на рис. 2. Это утверждение очень похоже на упоминавшуюся нами ранее теорему Лиувилля.

Это утверждение нуждается в двух уточнениях. Во-первых, наша формулировка относится к случаю, когда сравниваются фазовые площади, занимаемые пучком в средах, имеющих одинаковые показатели преломления. Если это не так, то фазовые площади перед сравнением должны быть умножены на показатель преломления.

Во-вторых, в таком простом виде теорема справедлива только для параксиальных лучей, т. е. лучей, идущих под небольшими углами к оптической оси. Поскольку нас в дальнейшем будут интересовать именно такие случаи, мы не будем заниматься уточнениями. Приведенное утверждение носит в оптике название теоремы Лагранжа — Гельмгольца.

В тех случаях, когда рассматриваются не любые два сечения, а сечения, проводимые через предмет и через его оптическое изображение, формулировка теоремы может быть упрощена: произведения линейного размера предмета на ширину диапазона углов, под которыми из него расходятся лучи, образующие изображение, для самого предмета и для любого его изображения постоянны (рис. 3).

До сих пор мы говорили об одномерных пучках, в то время как наибольший практический интерес представляют двумерные, а иногда и трехмерные задачи. Световые пучки расходятся не только вверх и вниз, как это изображено на рис. 1, но и в стороны.

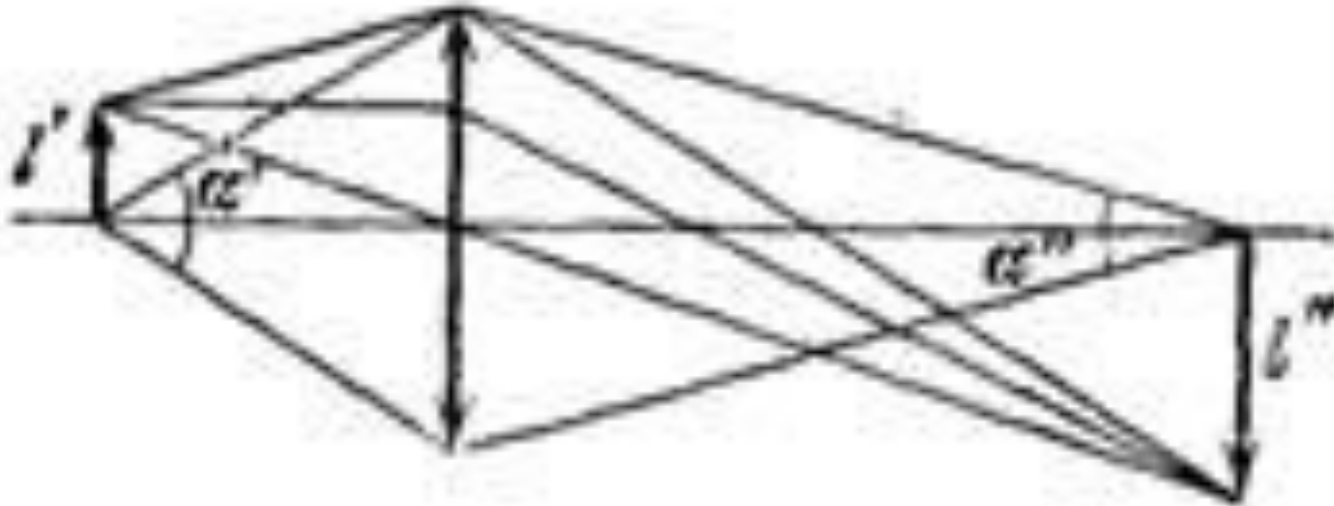


Рис. 3. К теореме Лагранжа — Гельмгольца

Фазовое изображение должно при этом строиться в четырехмерном (две координаты и два угла) или даже в 6-мерном пространстве. Такие пространства мы не умеем изображать и с трудом себе представляем.

Но вычислить занимаемый пучком многомерный объем, конечно, всегда возможно. В научной литературе принято говорить о фазовом объеме (или об объеме, который занимает пучок в фазовом пространстве) независимо от того, о каком числе измерений идет речь: о двух, четырех или шести.

Мы также в дальнейшем будем говорить о фазовом объеме, а не о фазовой площади. Иногда для обозначения фазового объема пучка применяют более короткий термин — *эмиттанс* пучка.

В курсах оптики часто рассматривают световые пучки, исходящие из точечных источников.

Такие пучки обладают нулевым фазовым объемом и теорема Лагранжа — Гельмгольца не приносит пользы, поскольку при сколь угодно большом увеличении и уменьшении изображения его фазовый объем остается нулевым.

Угловые размеры пучков при этом, однако, сильно меняются. Кажущееся нарушение теоремы Лагранжа — Гельмгольца — «неизменность» поперечных размеров при изменении углов схождения пучков часто приводит к парадоксам, которые можно понять, лишь перейдя от нулевых размеров к конечным, хотя бы и очень малым.

Рассмотрим следующий простой пример. Попробуем понять, можно ли сделать прожектор, испускающий световой луч, не расходящийся в пространстве? Легко понять, что такой луч обладает нулевыми угловыми размерами, а, значит, и нулевым эмиттансом. Поскольку оптические системы уменьшить фазовый объем не могут, то вопрос может быть отнесен прямо к источнику света: существуют ли световые источники, испускающие конечные световые потоки с нулевым фазовым объемом? Обычные (например, дуговые) источники обладают заметными размерами, причем интенсивность их света мало зависит от направления и поэтому с небольшой площади в небольшом телесном угле (в малом фазовом объеме) испускается мало света.

Даже лазерные источники испускают свет в конечном, хотя и небольшом фазовом объеме. Значит, сделать такой прожектор нельзя, и никакие зеркала, ни параболические, ни еще более хитрые помочь здесь не могут.

Можно сразу сделать и другой важный вывод: правильно сделанный «дальнобойный» прожектор должен быть большим, поскольку чем больше линейные размеры пучка, тем меньше могут быть сделаны его угловые размеры, тем слабее будет его луч расходиться в пространстве, что на больших расстояниях более существенно, чем начальный размер.

Сделаем несколько важных замечаний.

1. Хорошо известно, что, проходя через оптические среды, световые лучи не только отражаются и преломляются, но и рассеиваются. Так рассеивается свет, падающий на лист бумаги или стакан с молоком. Не нарушается ли при этом теорема Лагранжа — Гельмгольца: ведь линейные размеры пучка при рассеянии остаются неизменными, а угловые сильно увеличиваются?

Рассмотрим для уяснения вопроса поверхность, состоящую из большого числа микроскопических оптических зеркал, хаотично ориентированных в пространстве. К такой поверхности теорема Лагранжа — Гельмгольца, несомненно, применима.

Тем не менее, контур фазового объема, охватывающего , все пучки, после отражения от нашей поверхности сильно возрастает.

Это увеличение фазового объема в нашем случае является кажущимся, так как увеличиваются только контуры фазового объема а ни он сам: после отражения от нашей «мозаичной» поверхности занятый пучком фазовый объем как бы «закрашен» в мелкий горошек, причем суммарный объем горошин равен исходному.

Подобным образом происходит и рассеяние света па матовой поверхности.

Здесь следует заметить, что от такого «выполнения» теоремы Лагранжа — Гельмгольца не возникает никакой практической пользы: при дальнейшей работе с рассеянным пучком мы не сможем отличить, как «закрашен» фазовый объем пучка — сплошь или «в горошек».

Таким образом, с практической точки зрения фазовый объем пучка существенно увеличился. Из этого практически верного утверждения следует и практически важное следствие: не нужно применять в светосильных оптических системах мозаичные зеркала. Однако при большом желании можно показать, что увеличение фазового объема в этом случае, действительно, является кажущимся.

Поставим на пути отраженного света систему зеркал, которая отразит назад все рассеянные лучи и заставит их попасть в точности па тот участок поверхности, на котором они сначала рассеялись.

При этом весь рассеянный свет снова соберется матовой поверхностью в исходный узкий пучок и пройдет через источник. Такой опыт па первый взгляд кажется совершенно невозможным, но с помощью лазерной техники он может быть и действительно был поставлен!

2. Из сказанного ясно, что «эффективный эмиттанс пучка», т. е. объем пучка, который проявляется при «обычных» опытах, может со временем существенно возрасть.

Это происходит, когда пучок «разбухает», так что в фазовом объеме занятые и незанятые пучком области оказываются перепутаны друг с другом.

Возрастание эффективного фазового объема происходит и в тех случаях, когда фазовый объем пучка приобретает сложную геометрическую форму — содержит «отскочившие» области, а также острые и длинные выступы или впадины. Такие «особенности» в форме фазового объема пучка возникают от пузырей и сколов стеклянных оптических элементов, от царапин и т. д.

Сформулируем вывод: сокращаться фазовый объем не может, а чтобы он не возрастал, нужно очень тщательно изготавливать элементы оптических систем,

причем чем сложнее оптическая система, тем тщательнее она должна быть изготовлена.

3. Мы уже отмечали, что много света от источника можно получить лишь в том случае, если взять световой пучок с заметным фазовым объемом. Чтобы работать с таким пучком, оптическая система должна обладать большой светосилой — она должна свободно пропускать большие фазовые объемы.

Перейдем к оптике пучков заряженных частиц. Движение заряженных частиц имеет много общего с распространением световых лучей.

Снова нас будет интересовать прежде всего параксиальное движение — движение частиц, летящих вблизи от оси пучка.

Эта ось может быть прямолинейной (если центральная частица не испытывает никаких поперечных сил), может иметь и сложную форму — это для нас сейчас несущественно. Важно только, чтобы ни одна частица не двигалась под большим углом к траектории центральной частицы.

Будем вначале считать, что все частицы пучка имеют одинаковую продольную скорость. Рассмотрим отклонение частиц в какой-либо одной плоскости. Назовем ее плоскостью XZ (ось Z принято направлять вдоль оси пучка).

Траектория каждой частицы определяется двумя величинами — ее координатой x и углом α , который составляет эта траектория с осью пучка.

Мы снова приходим к фазовой плоскости, а затем и к фазовому объему. Движение пучков определяется уже известной нам теоремой Лиувилля: фазовый объем, занимаемый пучком частиц, во все время его движения остается неизменным.

В этом случае, однако, нужно проявлять осторожность при выборе переменных, которые откладываются по осям координат фазового пространства.

Пока мы говорили о свете, дело упрощалось из-за того, что свет имеет постоянную скорость распространения.

Если это оказывалось не так, то требовались поправки. Мы ввели такую поправку, когда говорили о фазовом объеме светового пучка, распространяющегося в средах с разными показателями преломления.

Оказывается, что если в качестве одной из переменных фазового пространства выбрать отклонение, то в качестве второй переменной нужно брать составляющую импульса частицы по этому направлению.

Пока продольная составляющая импульса неизменна, вместо p_x можно пользоваться величиной p_x/p_z , что эквивалентно простой замене масштаба (p_x — составляющая импульса по оси, а p_z — продольная составляющая импульса частицы).

Но при параксиальном движении

$$p_x/p_z = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha.$$

Таким образом, при постоянном «продольном импульсе» переменные угол — координата ничем не хуже других. Если же продольный импульс меняется, то нужно переходить к «правильным» переменным, к переменным отклонение — импульс.

Нерасходящиеся пучки свободно летящих частиц также нельзя создать, как нерасходящийся луч прожектора. При длинных траекториях на пути частиц необходимо ставить «ионно-фокусирующие» линзы, т. е. устройства, которые поворачивают к оптической оси любые частицы, уходящие от нее в сторону.

Угол поворота должен быть тем больше, чем дальше от оси ушла частица, иначе траектории близких к оси частиц будут искривлены слишком сильно, а траектории далеких частиц — недостаточно. Нам нужно, следовательно, создать на пути частиц области с электрическими или магнитными полями, которые по своему влиянию на траекторию частиц напоминали бы действие фокусирующих линз на световой пучок (и действие пружинки на шарик), т. е. нужны электрические и магнитные линзы.

Для фокусировки пучков заряженных частиц применяются электрические и магнитные поля. Как мы уже знаем, для ускорения частиц магнитные поля непригодны:

силы, действующие с их стороны на заряженные частицы, перпендикулярны скорости и не увеличивают энергии частиц. При фокусировке, наоборот, речь идет о силах, перпендикулярных основной траектории, и магнитные поля с успехом применяются.

Электрические и магнитные силы, действующие на частицу с зарядом e , определяются формулами

$$F_{\text{эл}} = eE, \quad F_{\text{магн}} = evB,$$

где v — скорость частицы, E — напряженность электрического поля, а B — индукция магнитного поля. Магнитные и электрические силы равны друг другу, если

$$vB_{\text{магн}} = E.$$

Как мы уже знаем, предельные значения E ограничены пробоем. Нелегко создать поля с напряженностью больше $E_{max} = 100 \text{ кВ/см} = 10^7 \text{ В/м}$. Такую же силу создает магнитное поле (для быстрых частиц $v=c$)

$$B_{\text{экив}} = \frac{E_{\text{max}}}{c} = \frac{10^7}{3 \cdot 10^8} \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ Тл.}$$

Это поле совсем невелико. Нетрудно создать поле силой 1 и даже 2 Тл. Таким образом, для фокусировки быстрых частиц магнитные силы оказываются намного эффективнее электрических.

Электрические поля применяются лишь для очень медленных частиц, скорость которых во много раз меньше скорости света.

Фокусирующие свойства линз принято описывать с помощью их фокусного расстояния. Исследуем с этой точки зрения продольные и поперечные магнитные поля. Начнем с продольного поля. Пусть частица движется в однородном магнитном поле под небольшим углом α к нему (рис. 4).

Продольная составляющая скорости частицы равна

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad (+4)$$

а поперечная составляет

$$v_{\perp} = v \sin \alpha \quad (+5)$$

При движении в магнитном поле продольная составляющая скорости не изменяется, а поперечная поворачивается с постоянной угловой скоростью.

За время одного оборота частица успевает пройти вдоль магнитного поля путь (при параксиальном движении углы малы и \cos мало отличается от единицы):

$$L = v_{\parallel} T = v \cos \alpha \left(2\pi \frac{m}{eB} \right) \approx 2\pi \frac{mv}{eB}$$

Рассмотрим теперь световой луч, пересекающий в некоторой точке оптическую ось и возвращаемый к ней с помощью фокусирующей линзы.

В оптике показывается, что расстояние между двумя последовательными пересечениями оси не может быть меньше $4f$, где f — фокусное расстояние линзы (рис. 5).

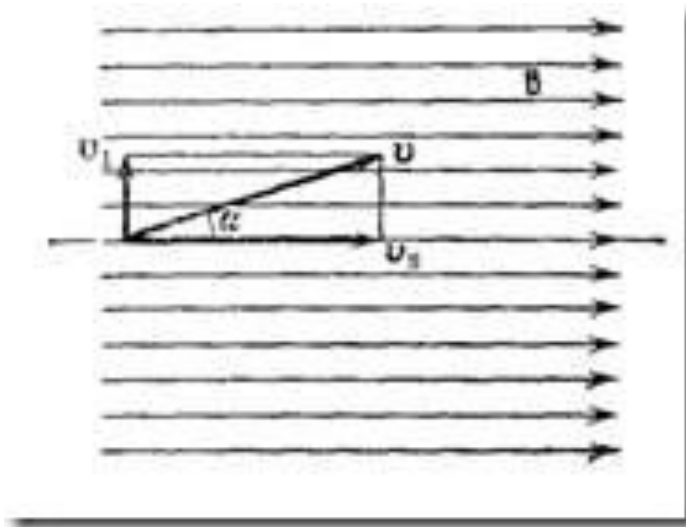


Рис.4. Разложение вектора скорости

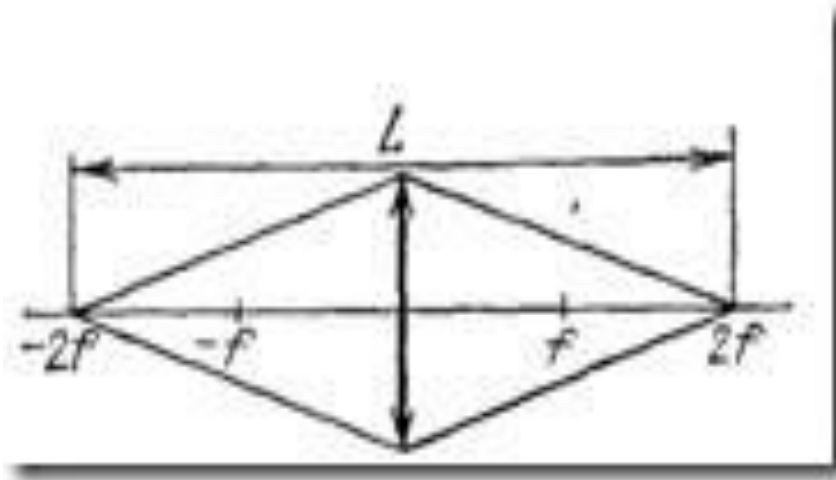


Рис. 5. К фокусировке световых лучей

Поэтому приближённо можно записать:

$$f_{\text{прод}} \approx \frac{L}{4} \left(\frac{\pi m v}{2 e B} \right)$$

Обратимся теперь к фокусирующим свойствам поперечного поля. Начнем с однородного магнитного поля. В таком поле траектории частиц имеют форму окружностей. Рассмотрим 2 частицы, движущиеся в магнитном поле. Пусть одна из них идет по «основной» окружности, которая изображена на рис. 6 жирной линией и играет роль оптической оси, а траектория другой пусть составляет с этой окружностью небольшой угол.

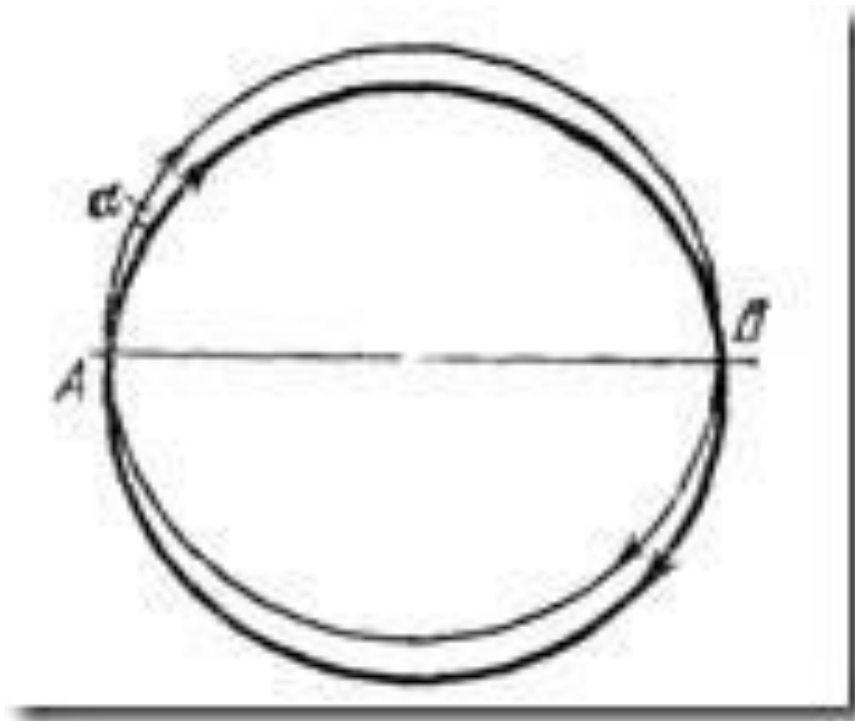


Рис. 6. Радиальная фокусировка в магнитном поле

Как ясно из построения, частица, вышедшая под углом, пересечет «оптическую ось» на пути, равном половине периметра окружности.

Используя выражение $p = mv \approx eBR$
найдем:

$$f_{\text{попер}} \approx \frac{\pi R}{4} \approx \frac{\pi mv}{4 eB}$$

«Фокусное расстояние» поперечного поля оказывается, таким образом, раза в два меньше, чем фокусное расстояние продольного. Это различие очень существенно, поскольку основная стоимость крупных циклических ускорителей заключена именно в устройствах, создающих магнитное поле.

Обратимся теперь к неоднородным магнитным полям. На рис. 7 область, занятая магнитным полем, заполнена точками и крестами, указывающими направление силовых линий поля.

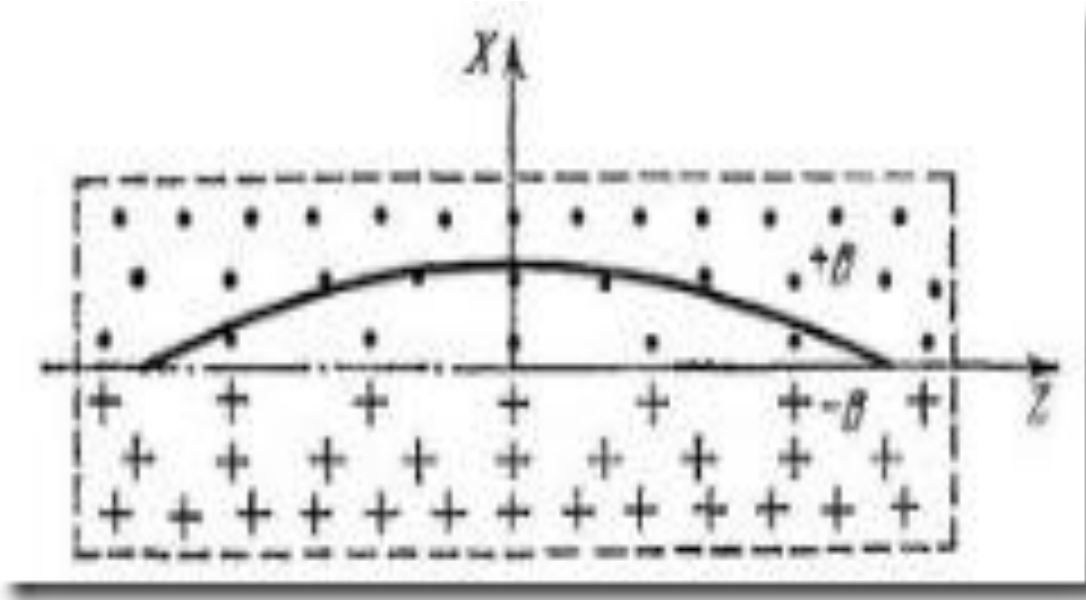


Рис. 7. Фокусировка в неоднородном поперечном магнитном поле

Поле перпендикулярно бумаге. Оно равно нулю на «оптической оси» — на оси Z .

В верхней части рисунка поле направлено к нам, а в нижней его части — от нас. Магнитная индукция в простейшем неоднородном поле пропорциональна удалению от оптической оси:

$$B_y = ax \quad (+8)$$

Индекс y при B означает, что мы рассматриваем составляющую поля, направленную по y . При положительных x поле положительно, т. е. направлено в сторону увеличивающихся y , а при отрицательных x — отрицательно — направлено в сторону уменьшающихся y .

Сила, действующая на движущуюся частицу, равна

$$F_x = -e\nu B_y = -(eav)x \quad (+9)$$

Знак минус показывает, что сила направлена против перемещения, она «подтягивает» частицу к оси.

$$k = eav (+40)$$

Период колебаний равен, как известно,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{eav}}$$

Для неоднородного поля

$$f_{\text{неодн}} \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{mv}{ea}}$$

Движение частиц под действием сил, подчиняющихся закону (+9), хорошо изучено. Силы такого же типа действуют на шарик, привязанный пружинками, что ясно из сравнения (+9) с (+3). Роль коэффициента упругости играет заключенное в скобки выражение в формуле (+9).

Сопоставим эту формулу с формулой (+7). Пусть неоднородное поле (+8) дорастает до максимального значения на расстоянии b от оси, так что $V_{max} = ab$.

Пусть это максимальное поле равно поперечному полю, входящему в формулу (+7).

$$f_{\text{неодн}} \approx \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{mv}{ea}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{mv}{eb}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{4}{\pi} f_{\text{однор}} b}$$

В эту формулу, как и в формулы (+6) и (+7), входит релятивистская масса частицы.

Проблема фокусировки становится тем труднее, чем больше массы и скорости частиц. Сравнивая (+7) с (21), найдем, что фокусное расстояние, характерное для фокусировки в поперечном поле, ненамного меньше радиуса обращения частицы в магнитном поле ускорителя, а как мы знаем, радиусы больших ускорителей достигают километров.

Ясно, что такие большие фокусные расстояния характерны для слабых оптических систем:

частицы долго отходят от оси, прежде чем фокусирующие силы начнут возвращать их обратно.

Формула (+42) показывает, что при фокусировке с помощью неоднородных полей дело обстоит существенно лучше. В самом деле, расстояние b , на котором поле дорастает от нулевого до максимального значения, может составлять всего несколько сантиметров. Фокусное расстояние таких линз оказывается малым: оно может быть в десятки, или даже в сотни раз меньше, чем в однородном поле. Таким образом, для фокусировки лучше всего применять сильно неоднородные поперечные магнитные поля.

Не следует думать, что с неоднородными полями все обстоит так просто.

Обратимся к анализу движения частиц в циклотронах и фазотронах. Рассматривая их устройство, мы считали, что движение частиц происходит в однородном поперечном магнитном поле. Рисунок 6 показывает, что движение частиц в радиальной плоскости или, как говорят, радиальное их движение, устойчиво: все частицы, отклонившиеся от «основной траектории», два раза за оборот к ней возвращаются.

Но в вертикальной плоскости дело обстоит неудовлетворительно. Как мы уже не раз отмечали, магнитные силы перпендикулярны направлению магнитного поля.

Разложим скорость частицы на две компоненты на компоненту перпендикулярную и компоненту параллельную магнитному полю. Перпендикулярная составляющая скорости лежит в радиальной плоскости, о пей мы уже говорили. А вот составляющая, направленная вдоль поля, во время движения не меняется. Частицы, имеющие такую составляющую, неуклонно движутся вдоль поля и рано или поздно сталкиваются с крышками вакуумной камеры. А так как все частицы имеют большую или меньшую составляющую вдоль поля, все они постепенно погибают. Циклотроны с вполне однородным полем, таким образом, неработоспособны.

В реальных циклотронах магнитное поле имеет бочкообразную форму, как это изображено на рис. 8.

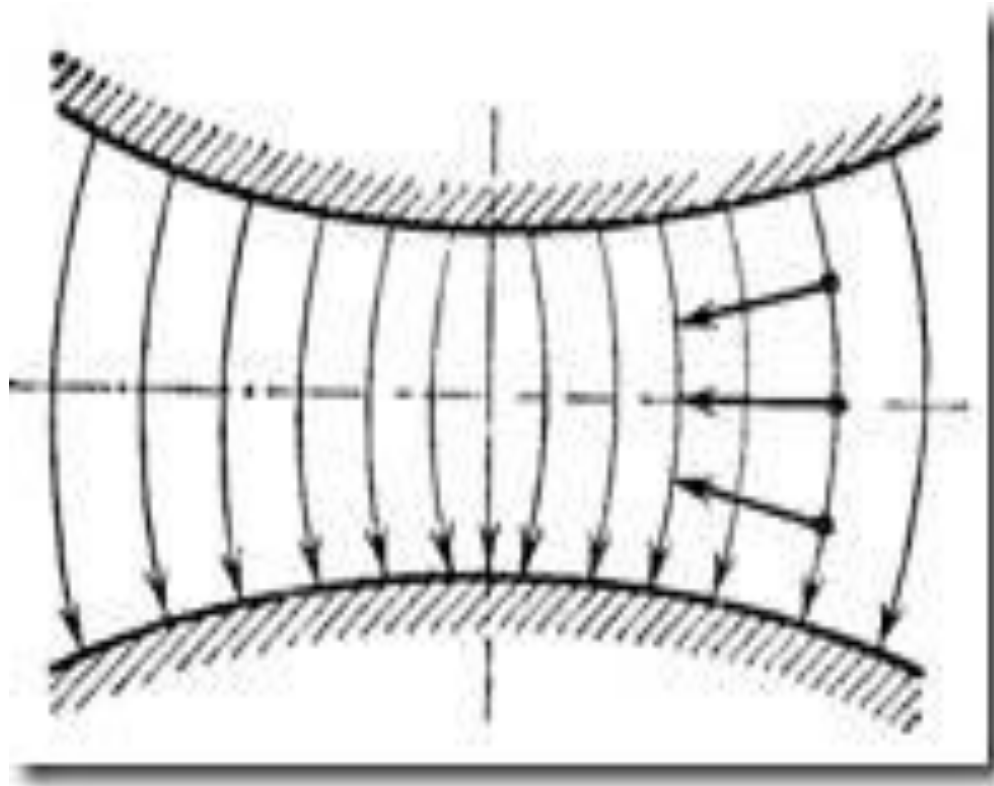


Рис. 8. Вертикальная фокусировка

Сила, с которой магнитное поле действует на частицы, всегда перпендикулярна магнитному полю. Легко видеть, что в бочкообразном поле эта сила не только обеспечивает круговое движение частиц (имеет центростремительную составляющую), но и возвращает частицы к средней плоскости. Таким образом, в бочкообразном поле вертикальное движение частиц приобретает устойчивость.

В циклотронах, как и во всех ускорителях с железным ярмом, конфигурация магнитного поля определяется формой магнитных полюсов. Как известно, силовые линии магнитного поля перпендикулярны поверхности железа.

Это правило можно обернуть: поверхность полюсов перпендикулярна магнитным силовым линиям. Форма магнитных полюсов, создающих бочкообразное поле, изображена на рис. 8.

Мы видим, что магнитные полюса циклотрона должны иметь сложную форму. По мере удаления от центра к периферии расстояние между полюсами увеличивается, а значит, магнитное поле уменьшается. Таким образом, мы показали, что в циклотронах магнитное поле должно обязательно уменьшаться с радиусом.

Показатель спада магн. поля

$$n = - \left(R/B_0 \right) \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right)_{z=0}^{z=R}$$

$n = 0$ - однородное поле

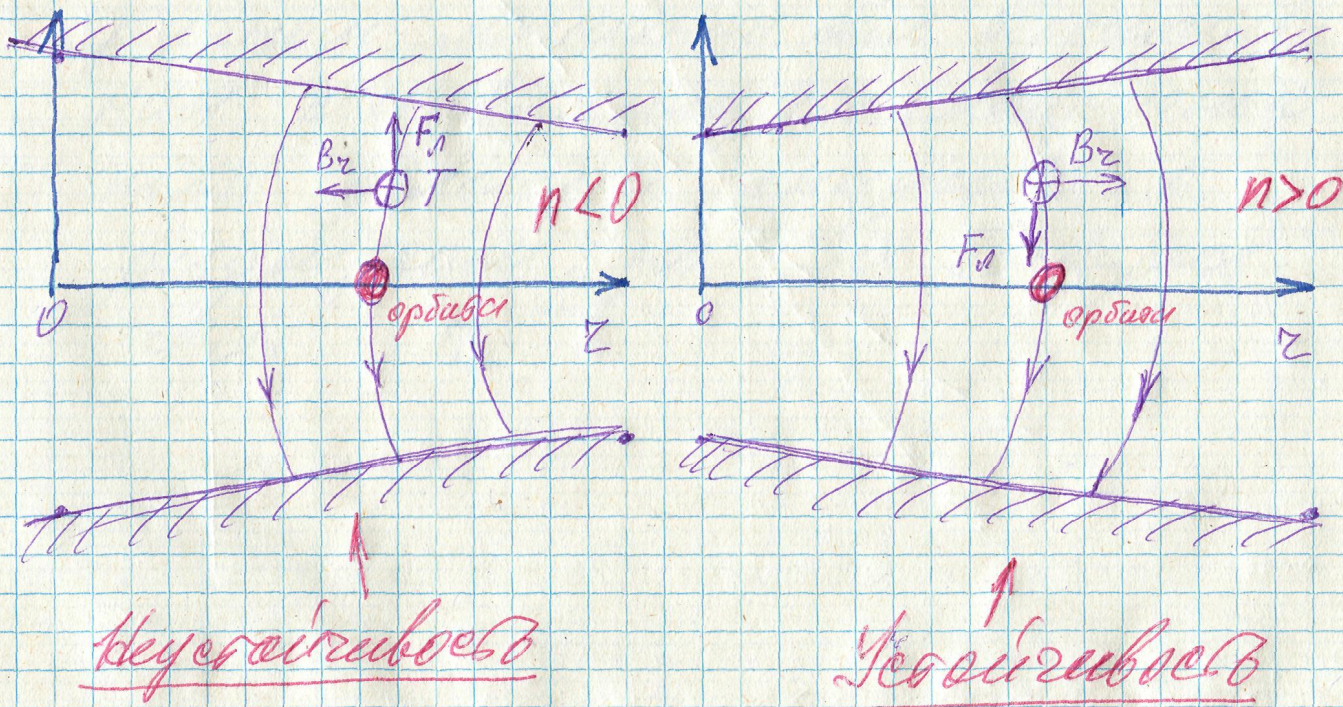
$n < 0$ - нарастающее ($n z$)

$n > 0$ - спадающее

Если $B_z \sim z^{-1}$, то $n = 1$.

Механизм появления вертикальной силы

($n < 0$ - нарастающее B с радиусом)
($n > 0$ - убывающее B с радиусом.)



Правило левой руки

Посмотрим теперь, как сказывается бочкообразная форма поля на радиальной фокусировке.

«Жирная» окружность на рис.6, описана вокруг центра магнитного ярма и проходит в постоянном по величине поле, «Тонкая» траектория проходит на разных расстояниях от центра и поэтому перестает быть окружностью. Пусть частица начинает движение по «тонкой» траектории. Расстояние частицы от центра вначале увеличивается. Она, следовательно, попадает в более слабое поле и ее траектория искривляется полем слабее, чем основная окружность. Эта частица пересечет «жирную» окружность позже, чем в точке В.

Рассмотрим другую частицу, которая начала двигаться от В к А по «тонкой» траектории. Эта частица смещается в более сильное поле, ее траектория круче изгибается и она пересечет «жирную» окружность за точкой А. Мы видим, таким образом, что в спадающем к периферии поле длина фокусировки увеличивается, т. е. радиальная фокусировка становится более слабой. Можно доказать общую теорему, что в магнитном поле, обладающем осевой симметрией (в поле, которое переходит само в себя при повороте вокруг центра на любой угол), углы, на которых происходит фокусировка, связаны формулой:

$$\frac{1}{\alpha_r^2} + \frac{1}{\alpha_z^2} = \frac{1}{\pi^2}$$

В этой формуле α_r^2 — отсчитанный вдоль основной окружности угол, который должна описать частица в магнитном поле прежде, чем она вернется на основную окружность, а α_z^2 — угол, по прохождении которого частица возвращается к средней (или, как обычно говорят, к медианной) плоскости. В частности, в однородном поле $\alpha_r^2 = \pi^2$ и $\alpha_z^2 = \infty$ частица вообще не возвращается к медианной плоскости. Можно сделать «бочку» такой изогнутой, что α_r станет равным π . Тогда обратится в бесконечность — пропадет фокусировка по радиусу.

Если вместо спадающего сделать поле, усиливающееся к периферии, то α_z^2 станет отрицательным. Движение в таком поле напоминает прохождение света через рассеивающую двояковогнутую линзу. Частицы удаляются от медианной плоскости еще быстрее, чем в однородном поле: вместо того, чтобы сохранять скорость по вертикали, они убыстряют вертикальное движение при приближении к крышкам вакуумной камеры.

Мы видим, таким образом, что в поле, обладающем осевой симметрией, радиальная и вертикальная фокусировки связаны друг с другом: одна из них может быть усилена только за счет другой.

Мы уже рассказывали о фазовом объеме (эмитансе) пучка частиц, выяснили, в частности, что в грамотно спроектированных и тщательно изготовленных оптических и ионно – оптических системах фазовый объем пучка не меняется и равен фазовому объему, выходящему из источника и захваченному в режим ускорения.

Современные ионные источники обладают некоторой — вполне определенной — «яркостью»: в единице фазового объема заключено определенное число частиц. Это число трудно увеличить. Главный путь усиления тока ускоренных частиц — это увеличение используемого фазового объема.

Положение здесь аналогично ситуации, которая возникает в фотографии: конечно, полезно иметь мощные источники света, но хороший фотоаппарат все же должен обладать большой светосилой.

«Светосила» ускорителя — это фазовый объем, который может пройти через ускоритель без потерь. Этот фазовый объем называется аксептансом ускорителя. Хороший ускоритель должен иметь большой аксептанс. Посмотрим поэтому, чем определяется аксептанс ускорителя.

Начнем с шарика на пружинках. Легко видеть, что фазовый объем, описываемый движущимся шариком, равен площади окружности, т. е.

$$S_{\phi} = \pi x_{\max} v_{\max}$$

Максимальную скорость шарика можно связать с его максимальным отклонением с помощью закона сохранения энергии. Кинетическая энергия шарика около положения равновесия (точки О) $mv_{\max}^2/2$ равна потенциальной энергии пружинки, когда она полностью растянута, $kx_{\max}^2/2$. Имеем следовательно,

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kx_{\max}^2}{2}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}} x_{\max}$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

Замечая, что T — период колебаний шарика, имеем окончательно

$$S_{\phi} = \frac{2\pi^2}{T^2} x_{\max}^2$$

При выводе формулы (+9) мы уже отмечали «анalogии» между движениями частиц в магнитном поле и шарика на пружинках. Формула (44) может быть отнесена и к движению частиц в ускорителях. Аксептанс ускорителя пропорционален квадрату максимально возможного отклонения частиц

(квadrату ширины вакуумной камеры) и обратно пропорционален периоду колебаний.

Нужна только одна поправка. Формула (+44) справедлива для одномерного движения, а отклонение от равновесной траектории может происходить в двух направлениях: по радиусу и по высоте.

Соответствующий фазовый объем четырехмерен. Аксептанс A поэтому пропорционален

$$A \propto \left(\frac{\Delta r_{\max}^2}{T_r} \right) \frac{\Delta z_{\max}^2}{T_z}$$

где Δr_{\max} - полуразмер вакуумной камеры ускорителя по радиусу, Δz_{\max} - ее полуразмер по высоте, а T_r и T_z - соответствующие периоды колебаний.

Формула (+45) показывает, что есть два пути увеличивать аксептанс ускорителей — делать большую вакуумную камеру или уменьшать период колебаний частиц вокруг равновесной орбиты (эти колебания принято называть бетатронными). Исследуем сначала второй путь. Периоды T_r и T_z входят в формулу (+45) симметрично.

Эти периоды пропорциональны углам α_r и α_z которые входят в формулу (+43). Оба они не могут быть одновременно малыми. Наиболее выгоден случай, когда $\alpha_r = \alpha_z = \frac{\pi}{2}$, но и такой выбор не дает большого выигрыша.

В ускорителях, в которых магнитное поле обладает осевой симметрией, есть, следовательно, всего один путь увеличения аксептанса — делать большую вакуумную камеру. Большая вакуумная камера требует больших магнитов с широкими зазорами. Такие магниты тяжелы и дороги.

Вакуумная камера протонного синхротрона на энергию 10 ГэВ в Дубне имеет размеры 2 м х 40 см. Его магнит весит 40 тысяч тонн.

Если идти по этому пути, то ускоритель на 500 ГэВ должен был бы весить около 100 млн. тонн, что соответствует годовой выплавке стали в крупном государстве. Ясно, что нужно было придумать другой путь. Так была изобретена жесткая фокусировка.

Принцип жесткой фокусировки был предложен Ливингстоном, Курантом и Слайдером в 1952 г. С этого времени начался новый период в развитии ускорителей. Основная идея метода заключается в следующем. Как мы видели, период бетатронных колебаний нельзя сильно уменьшать из-за ограничений, накладываемых формулой (+43).

Эта формула справедлива для систем с аксиальной симметрией. Нужно использовать магнитные системы, которые такой симметрией не обладают.

Рассмотрим небольшой участок магнитной системы. Пусть на этом участке осевая симметрия выдержана.

К нему, следовательно, применима формула (+43). Создадим на этом участке сильно неоднородное магнитное поле, обладающее, как мы видели, большой фокусирующей силой. При сильной фокусировке по радиусу наступает почти столь же сильная дефокусировка по вертикальной оси и, наоборот, при сильной фокусировке по вертикали наступает почти столь же сильная дефокусировка по радиусу. Установим теперь последовательность из магнитных линз обоих типов.

Обозначим фокусирующие элементы буквой Ф, а дефокусирующие — буквой Д.

Тогда последовательности элементов по r и по z будут иметь следующий вид:

по r $\Phi, Д, \Phi, Д, \Phi, Д, \Phi, Д, \dots,$

по z $Д, \Phi, Д, \Phi, Д, \Phi, Д, \Phi, \dots,$

Мы видим, что обе эти последовательности, по сути дела, ничем не отличаются — они получаются друг из друга сдвигом на один шаг. Симметрия r - и z -направлений, таким образом, оказывается соблюдена.

Нужно, однако, понять, какими оптическими свойствами обладает такая последовательность линз. На первый взгляд, при равной силе фокусирующих и дефокусирующих элементов эта система не должна быть ни собирающей, ни рассеивающей.

Это не так. Покажем, что эта система в целом обладает сильными фокусирующими свойствами.

Мы не будем выводить формул, потому что это завело бы нас в очень трудоемкие вычисления. Попытаемся понять проблему качественно.

На рис.9(а) изображены лучи, исходящие из источника, расположенного в фокусе собирающей линзы. После преломления в линзе все они идут параллельным пучком. Угол преломления лучей в линзе равен нулю для осевого луча и возрастает к периферии, увеличиваясь по мере удаления от центра линзы. На рис. 29 (б) изображен падающий пучок, сходящийся к фокусу рассеивающей линзы.

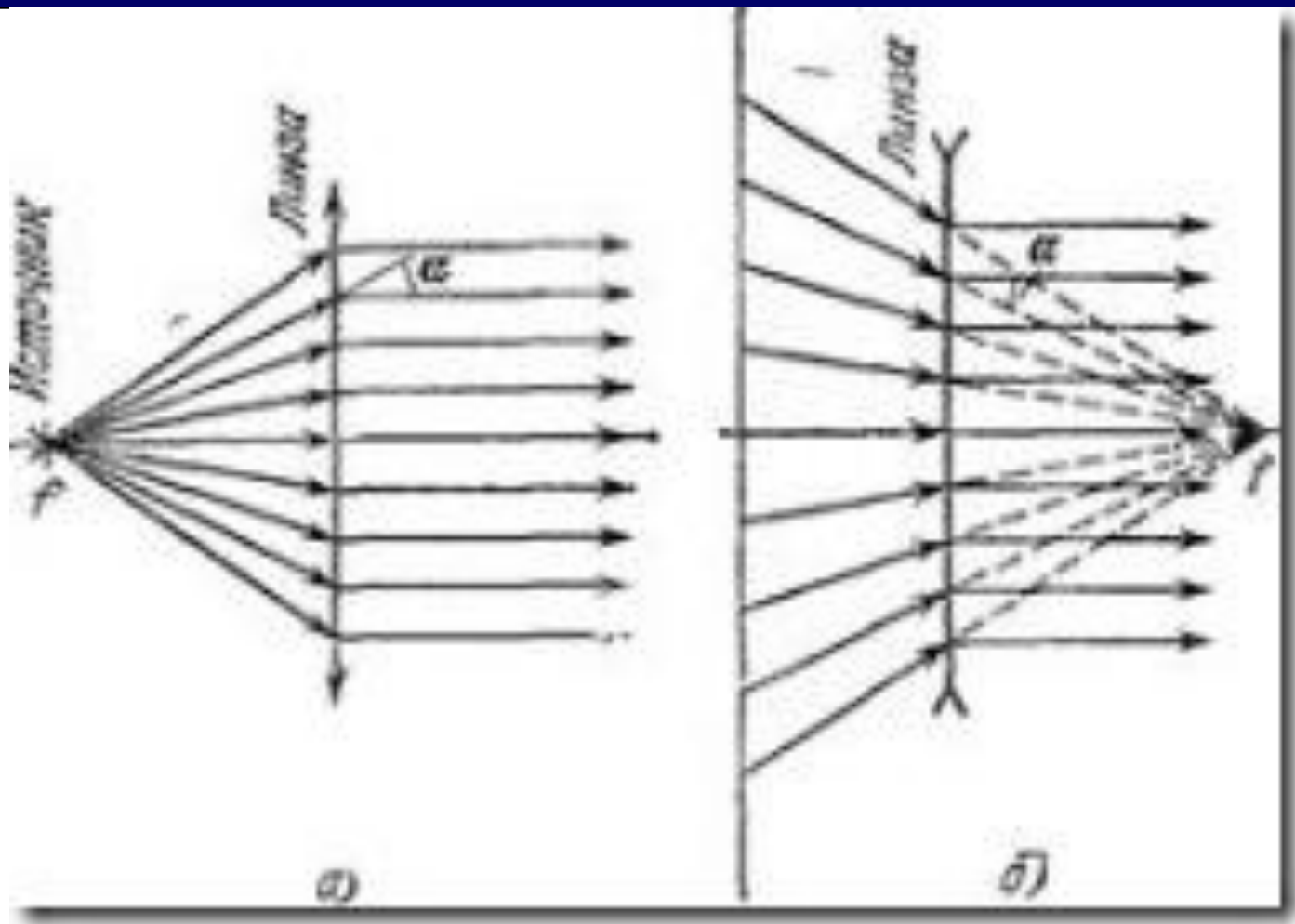


Рис.9. Движение лучей при прохождении фокусирующей (а) и дефокусирующей (б) линз.

По выходе из нее он становится параллельным. Мы видим, что и в этом случае угол преломления с удалением от центра линзы возрастает. Мы уже отмечали указанный факт ранее, но здесь его еще раз подчеркнули, потому что этот пункт для дальнейших рассуждений является центральным.

На рис. 10 изображена система из близко расположенных собирающих и рассеивающих линз. Сквозь нее пропущен «согласованный» пучок, т. е. пучок, который не меняет своей формы при переходе от одной собирающей линзы к другой или от одной рассеивающей к другой рассеивающей линзе.

Этот пучок имеет в линзах разные размеры. Рассеивающие линзы его расширяют, а собирающие сжимают. Поэтому размеры пучка в собирающих линзах больше, чем в рассеивающих, а значит, пучок сильнее фокусируется, чем дефокусируется. Совокупное действие системы линз оказывается фокусирующим.

Фокусирующее действие системы собирающих и рассеивающих линз зависит от шага их расстановки. Нужно дать пучку возможность расшириться после рассеивающих и сжаться после собирающих линз. Ясно, что расстояние между линзами должно быть тщательно подобрано: оно не может быть ни слишком малым, ни слишком большим.

Мы не приводим формул, потому что, в отличие от оптики, магнитные линзы обычно оказываются толстыми, что очень затрудняет расчеты.

Отметим, что если в аксиально-симметричных ускорителях частицы совершают меньше одного колебания за оборот, то в жестко фокусирующих ускорителях таких колебаний может быть несколько десятков. При этом размер вакуумной камеры и, следовательно, вес магнитной системы могут удерживаться в разумных пределах.

Поперечные размеры вакуумных камер ускорителей с жесткой фокусировкой по порядку величины равны 10x20 см. Магниты таких ускорителей весят от одной до десяти тонн на метр магнитной дорожки.

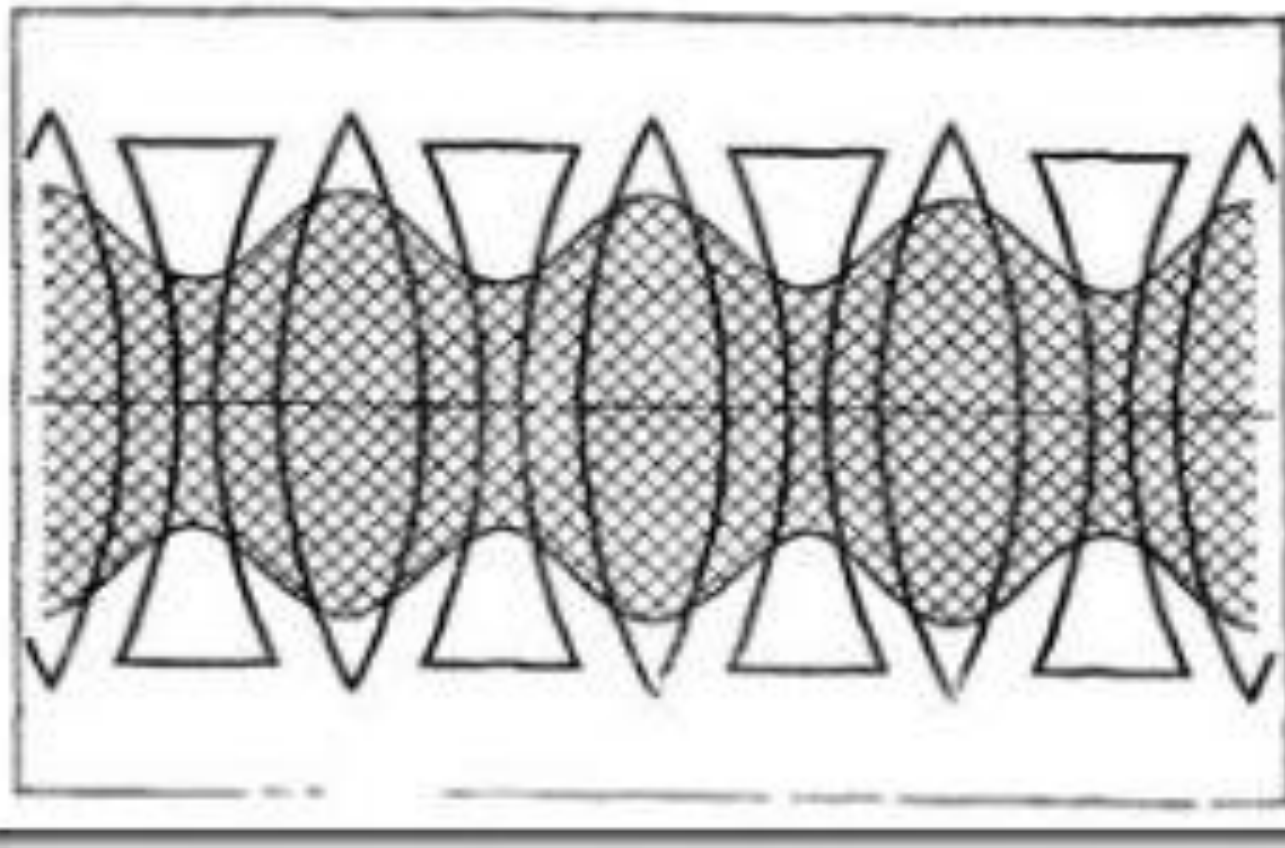
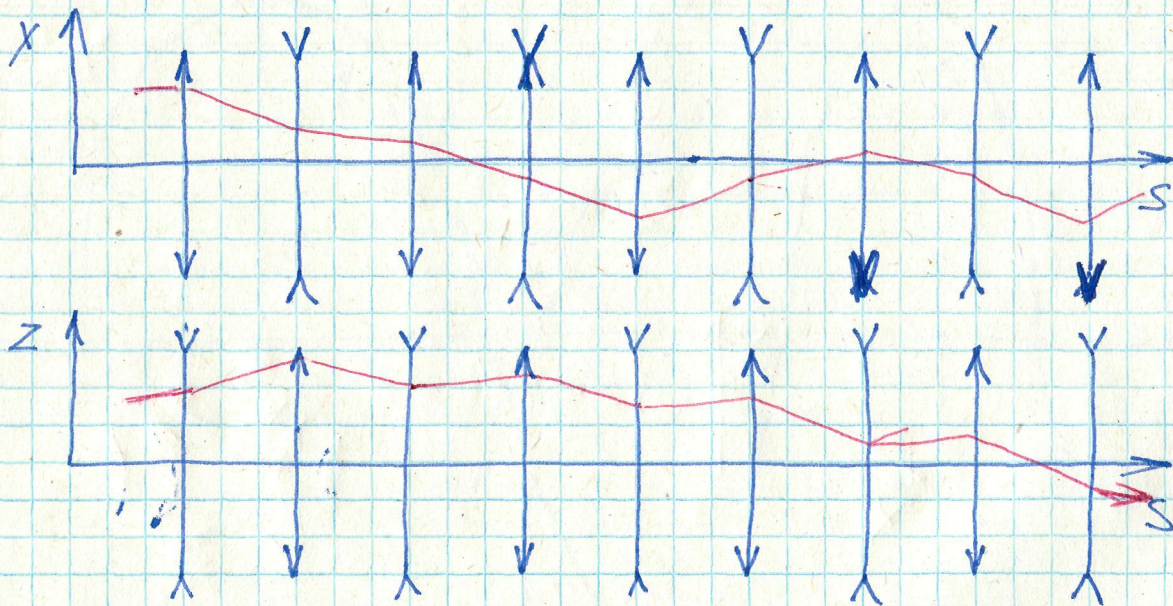
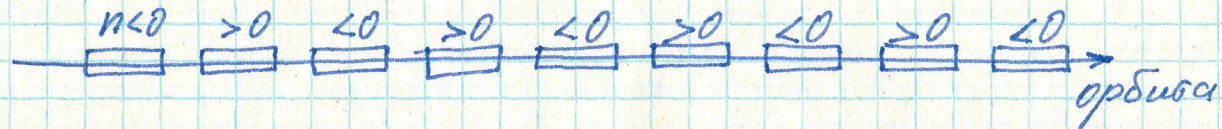


Рис. 10. Огибающая согласованного пучка, проходящего через систему фокусирующих и дефокусирующих линз.

Сильная фокусировка (2)



Оно тоже имеет амплитуду: луч проходит в собирающих шпцах больше от оптической оси чем в рассеивающих и испускает при этом на больш. деп.

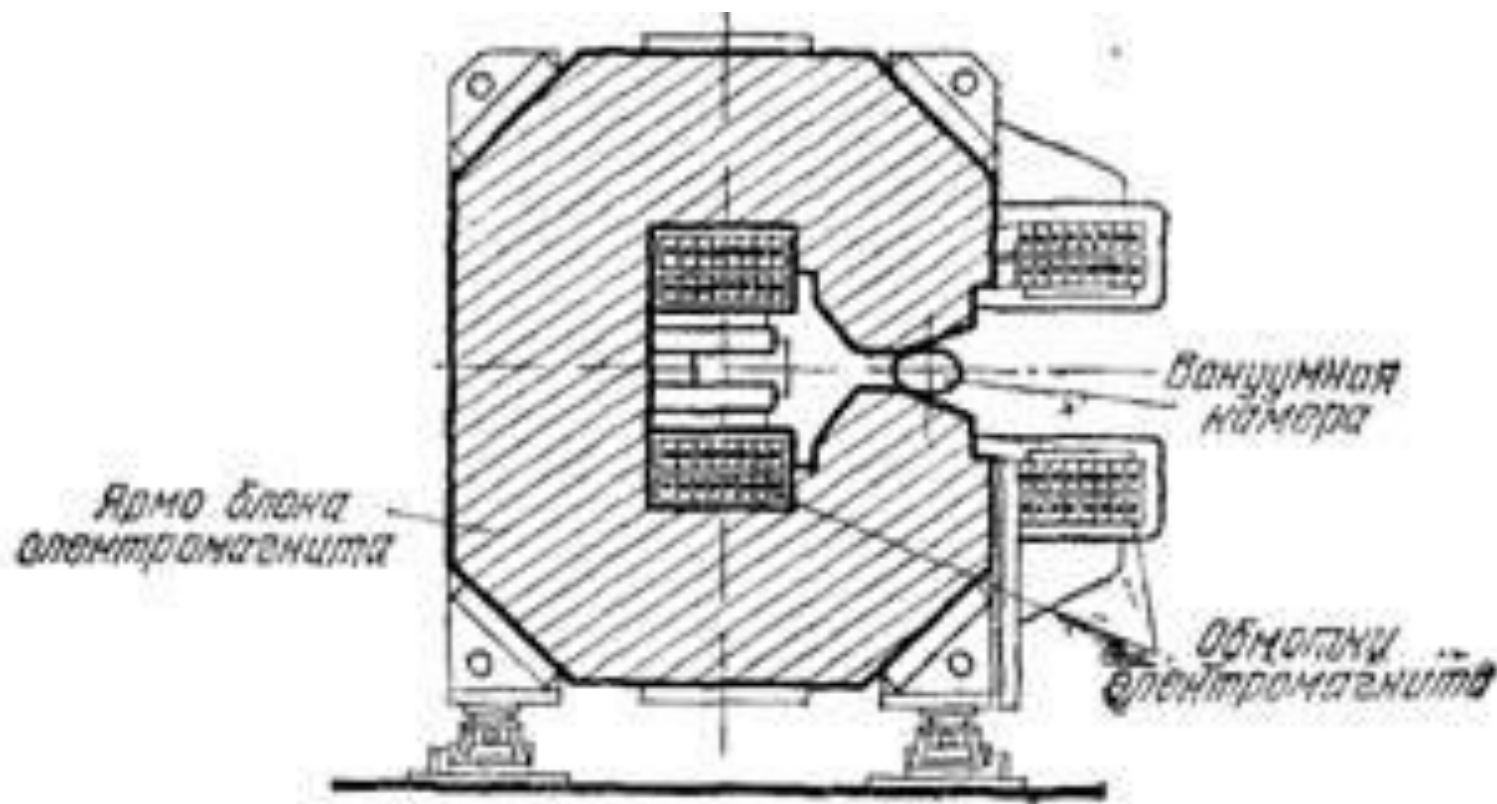


Рис. 11. Сечение магнитного блока протонного синхротрона Института физики высоких энергии (г. Протвино)

Вес ускорителя с длиной дорожки 1 км оказывается при этом в пределах от одной до 10 тысяч тонн; для такого большого ускорителя это не так уж много. На рис. 11 приведен разрез магнита серпуховского ускорителя на энергию 70 ГэВ. Вакуумная камера имеет сечение эллиптической формы с осями 110 и 220 мм. Полюса электромагнита имеют форму гипербол. Поле между такими полюсами линейно нарастает с изменением радиуса.

После изобретения принципа жесткой фокусировки естественно было вернуться к циклотронам.

При ускорении протонов до энергий больше 20 МэВ от циклотронов пришлось отказаться из-за того, что в них не удавалось обеспечить устойчивость движения ускоряемых частиц по вертикали. Мы видим теперь, что, отказавшись от азимутальной однородности магнитного поля, устойчивость движения обеспечить можно. Это циклотроны с азимутальной вариацией магнитного поля, в которых устойчивое движение частиц по вертикали обеспечивается принципом жесткой фокусировки (изохронные циклотроны).

Вспомним теорему Лиувилля о неизменности фазового объема пучка. «Правильными» фазовыми переменными для пучка с переменной энергией являются координата и поперечный импульс (рассмотрим для простоты одно из направлений, например, отклонение по высоте).

Итак, в течение всего времени ускорения

$$z_{\max} \cdot p_{z,\max} = \text{const}$$

Поперечный импульс p_z может быть выражен через продольный импульс p_r через угол, который образует направление полета частицы с оптической осью:

$$p_z = p_r \cdot \text{tg}\alpha$$

$$z_{\max} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{\max} = \text{const} / p_r$$

В обычных ускорителях период бетатронных колебаний в процессе ускорения не меняется, т.е., не меняется форма кривой, которую описывают частицы пучка при колебаниях. Поэтому не меняется и отношение максимального угла к максимальной координате:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} \propto z_{\max}$$

$$z_{\max}^2 = \text{const} / p_r$$

$$z_{\max} \propto 1 / \sqrt{p_r}$$

По мере ускорения пучок сжимается, причем его размеры по каждому из поперечных направлений уменьшаются как корень из импульса частиц.

Разгон частиц следует производить не в одном, а в нескольких расположенных друг за другом ускорителях. Начальные ускорители должны иметь большую вакуумную камеру, но длина орбиты у них невелика, так как импульс частиц еще мал.. В настоящее время обычно применяется следующая цепочка ускорителей: форинжектор (ускоритель прямого действия), линейный ускоритель, бустер (промежуточный ускоритель), основной кольцевой ускоритель.