

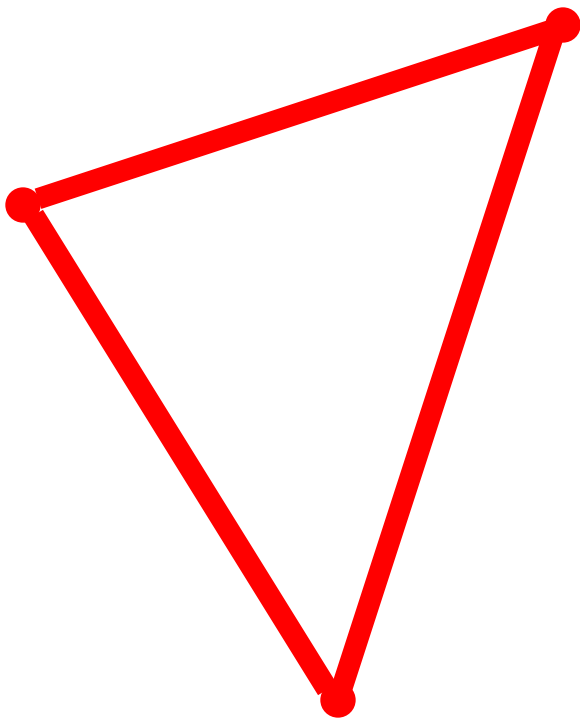
Треугольник

Геометрия - 9
Васильева И. В.
Г. Великий Новгород

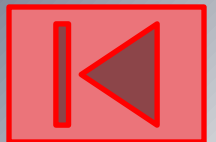
Содержани

- Определение треугольника
- Элементы треугольника
- Виды треугольников
- Равенство треугольников
- Подобие треугольников
- Соотношения между сторонами и углами
- Это интересно
- Математический диктант
- Как такое может быть?

Треугольник



Треугольником называется фигура, которая состоит из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, попарно соединяющих эти точки.



Элементы

треугольника

Вершина

Угол

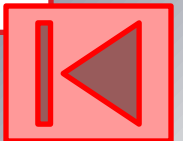
Сторона

Внешний угол

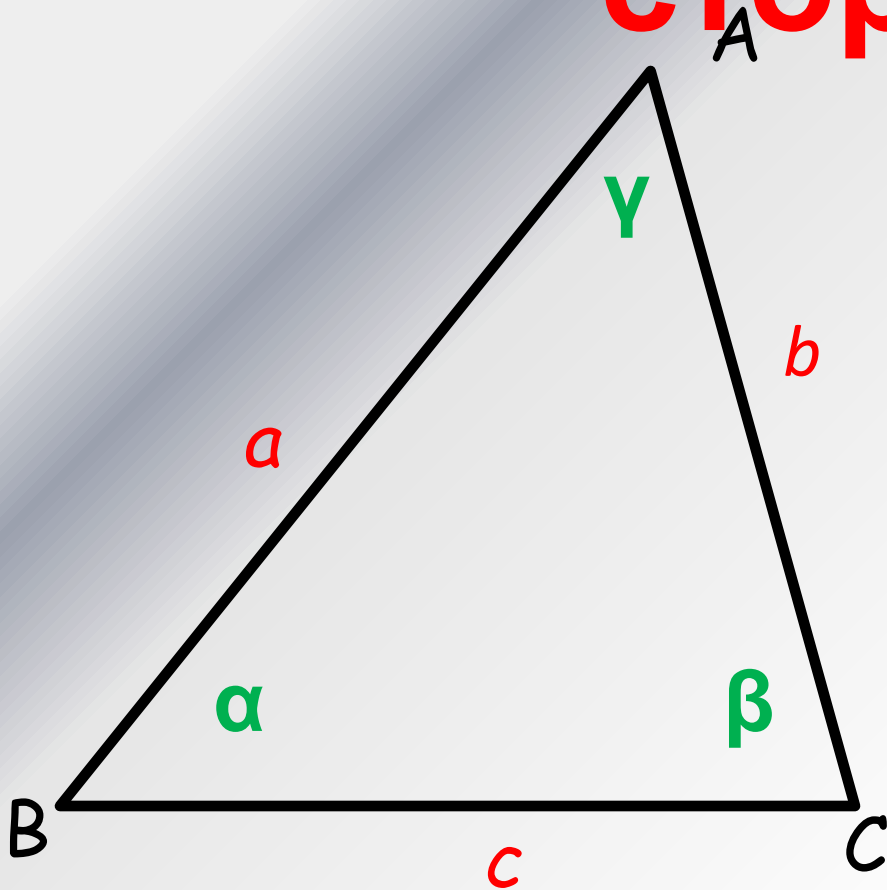
Медиана

Биссектриса

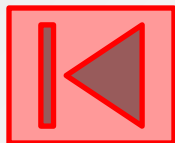
Высота



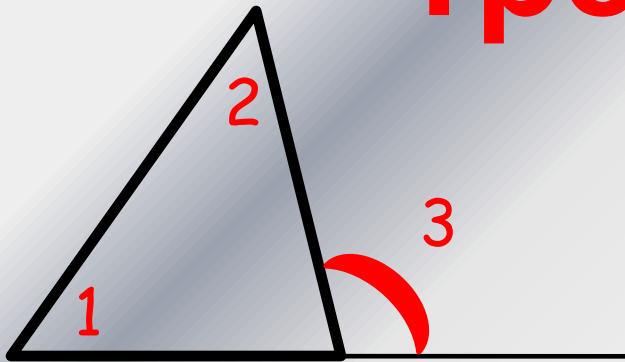
Углы, вершины, стороны



- Вершины A, B, C
- Углы $\angle A, \angle B, \angle C$
 α, β, γ
- Стороны AB, BC, AC
 a, b, c



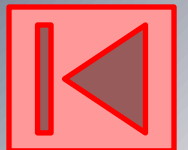
Внешний угол треугольника



Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь внутренним углом этого треугольника.

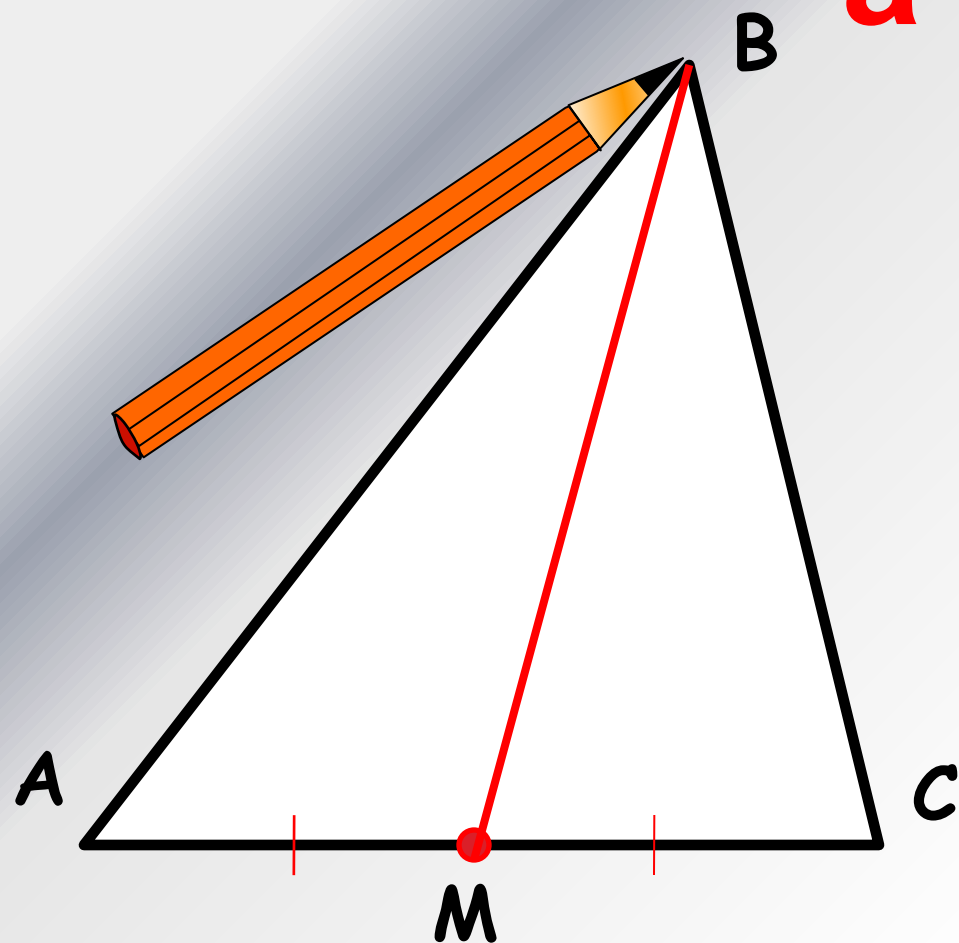
Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

$$\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$$



Медиан

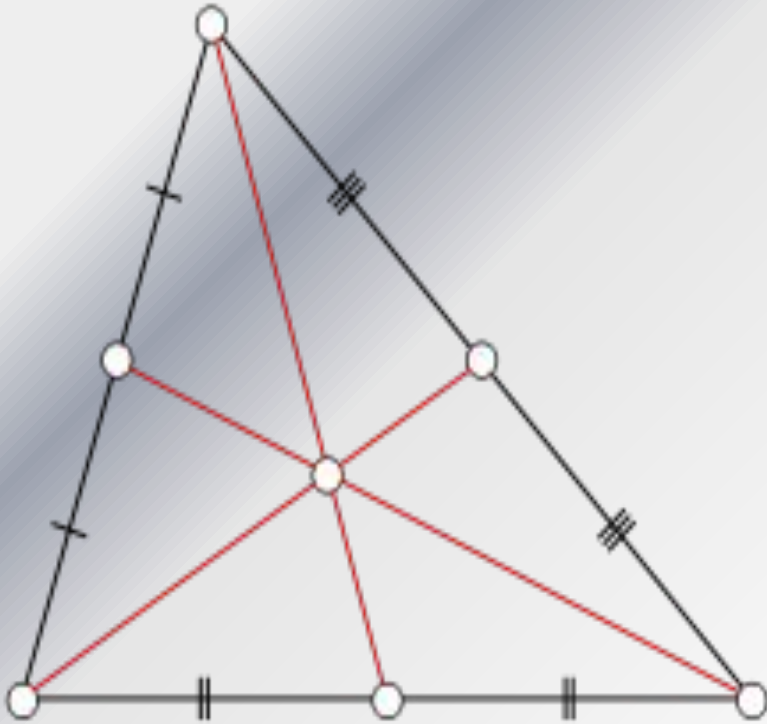
а



Медиана
треугольника
(лат. *mediāna* —
средняя) — отрезок,
соединяющий
вершину
треугольника с
серединой
противоположной
стороны.

BM - медиана

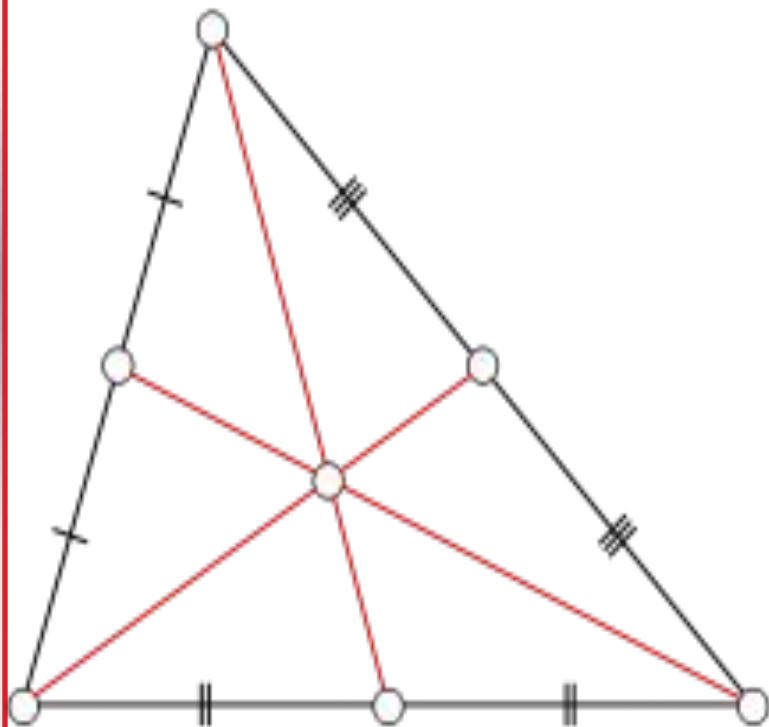
Свойства медианы



Каждый треугольник имеет три медианы.

В любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении $2:1$, считая от вершины.

Большей стороне
треугольника
соответствует меньшая
медиана.



Треугольник делится
тремя медианами на
шесть треугольников
одинаковой площади.

Медиана треугольника
делит его на две
равновеликие части.

Мнемоническое

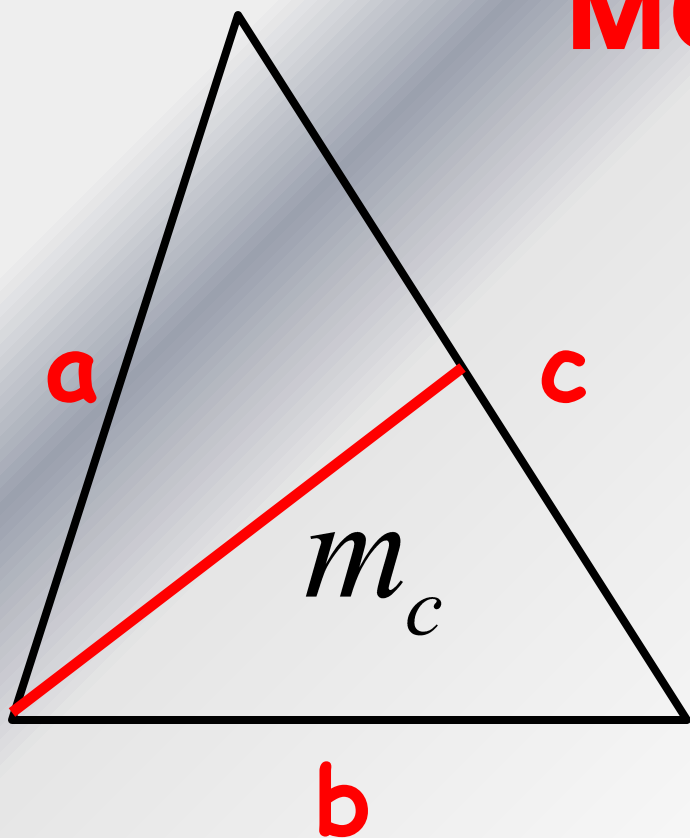
правило



Медиана - это такая обезьяна, которая опускается на сторону и делит ее поровну

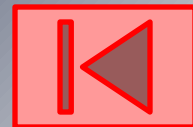
- **Медиана** - обезьяна У которой зоркий глаз, Прыгнет точно в середину Стороны против вершины, Где находится сейчас.

Вычисление длины медианы

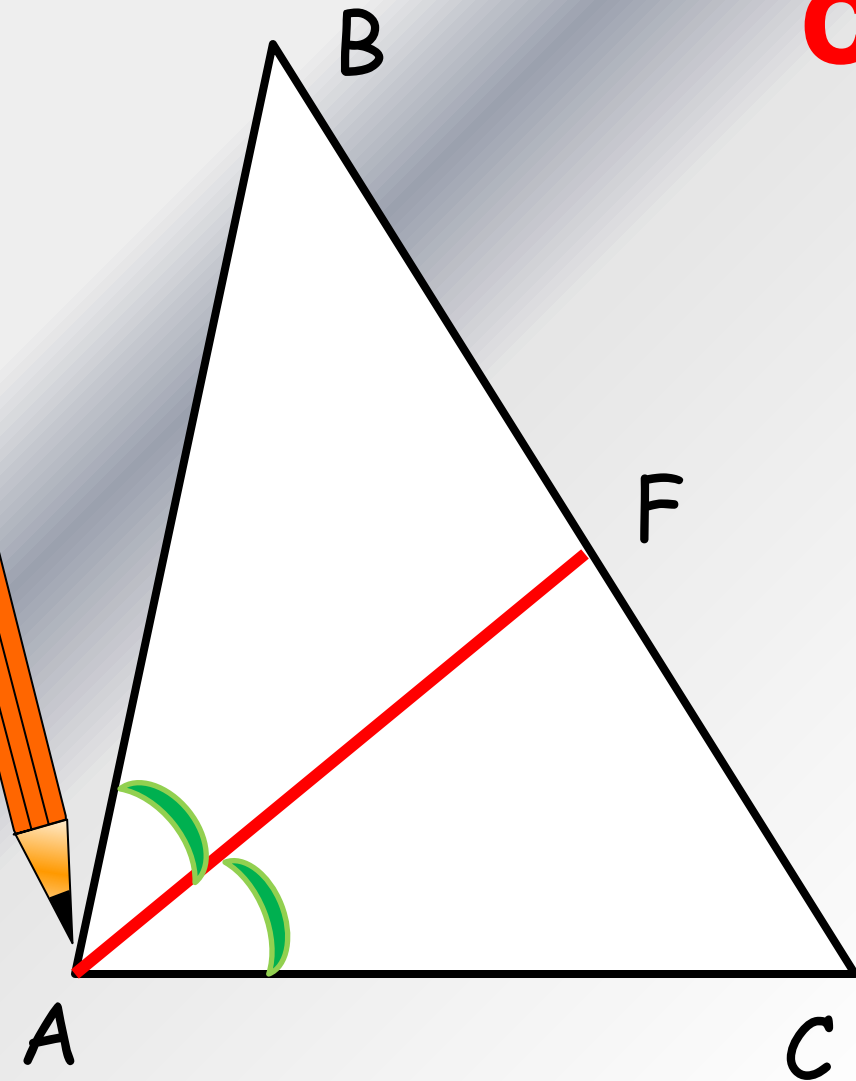


$$m_c = \sqrt{\frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}}$$

m_c - медиана к стороне **c**
a, b, c - стороны
треугольника



Биссектри



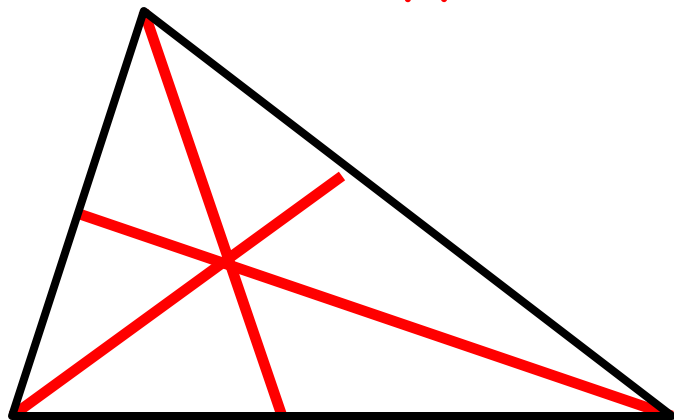
са

Биссектриса
треугольника (от лат.
bis — дважды и seco
— пересекаю) - отрезок
биссектрисы угла
треугольника,
соединяющий
вершину
треугольника с
точкой
противолежащей
стороне

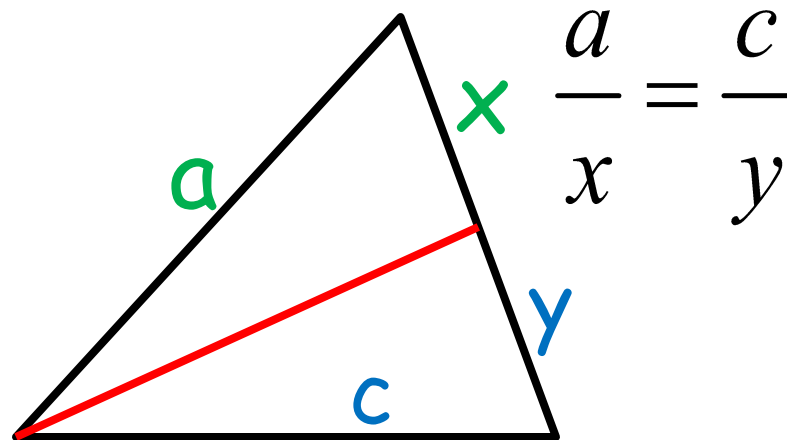
AF - биссектриса

Свойства биссектрисы

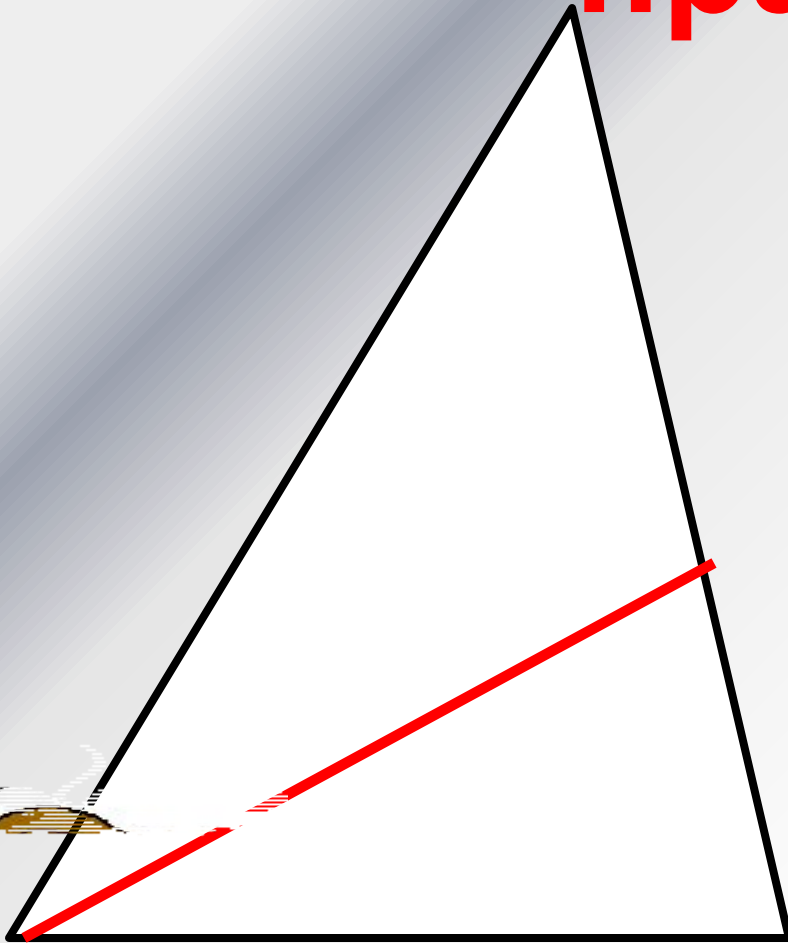
Каждый треугольник имеет три биссектрисы, которые пересекаются в одной точке. Эта точка является **центром вписанной окружности**.



Биссектриса треугольника делит сторону треугольника на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.



Мнемоническое правило

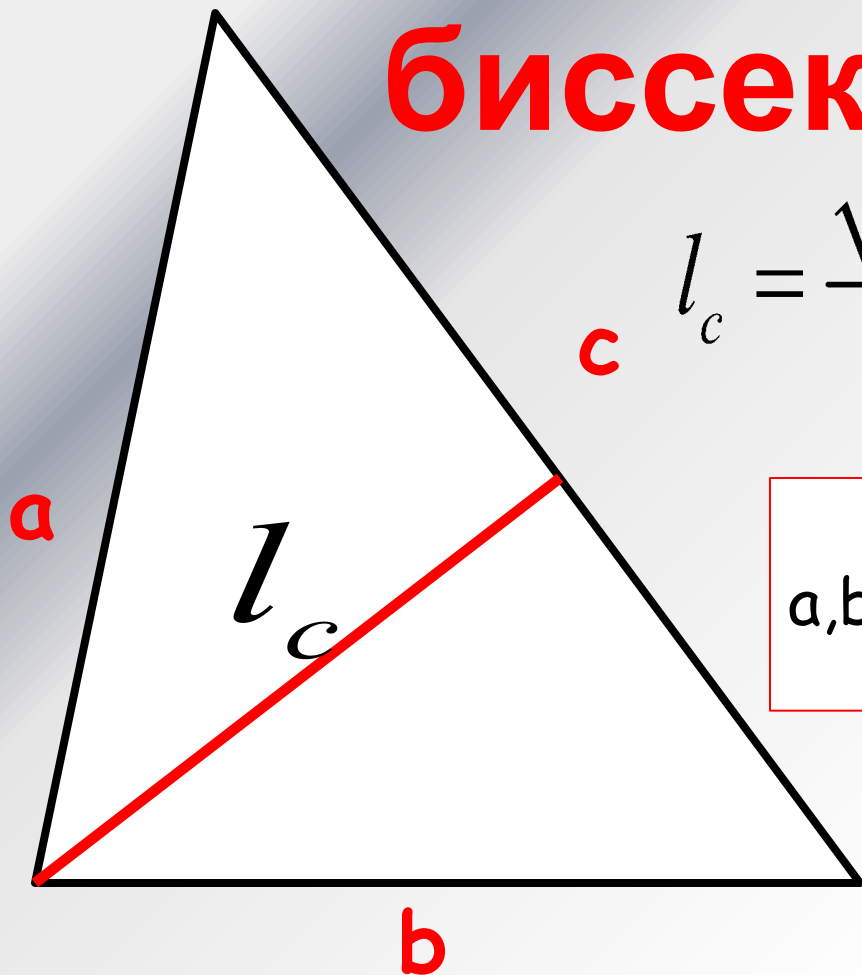


Биссектриса — это
крыса, которая бегает
по углам и делит угол
пополам.

Вычисление длины

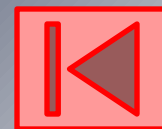
биссектрисы

$$l_c = \frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b}$$



a, b, c - стороны треугольника

l_c - биссектриса к стороне c

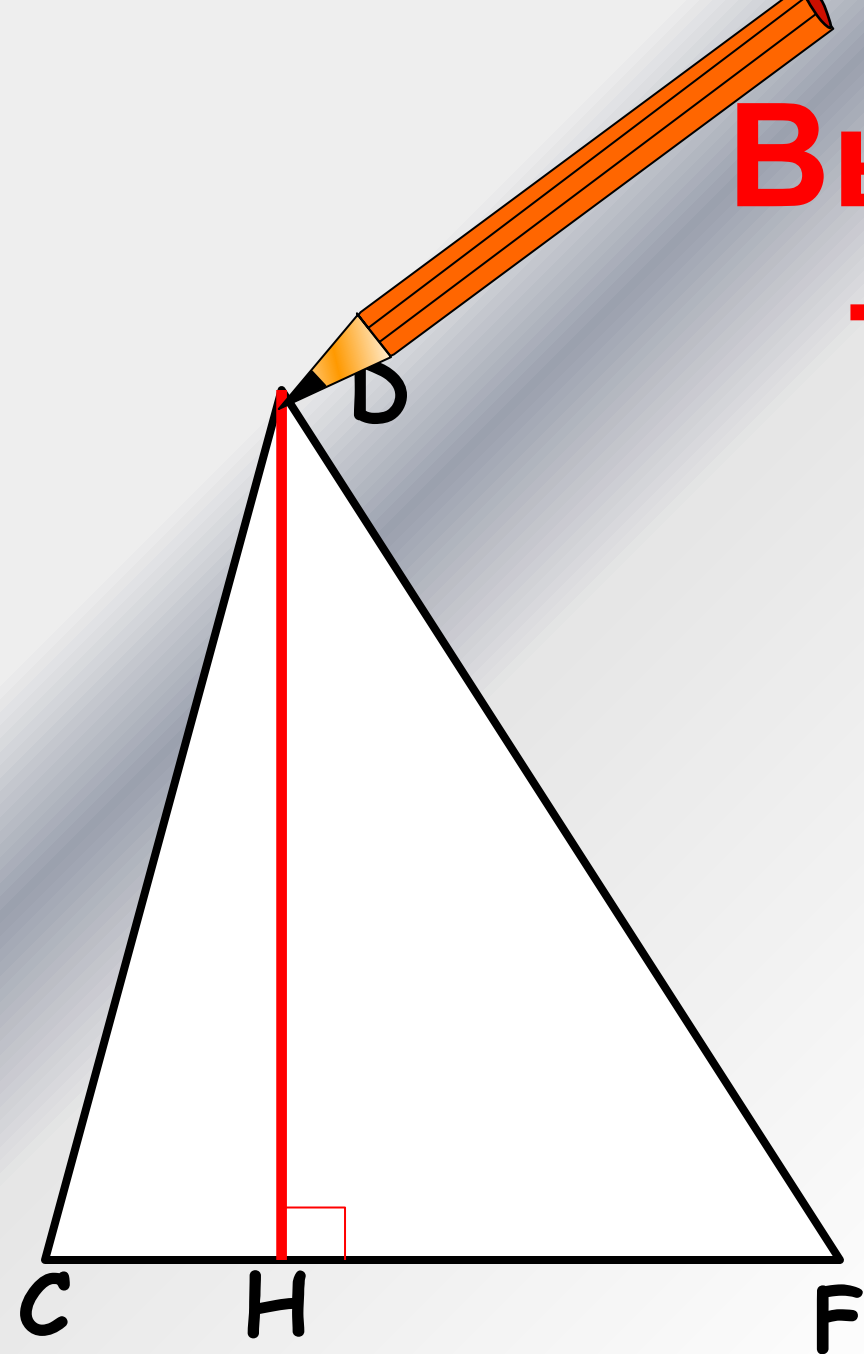


Высо

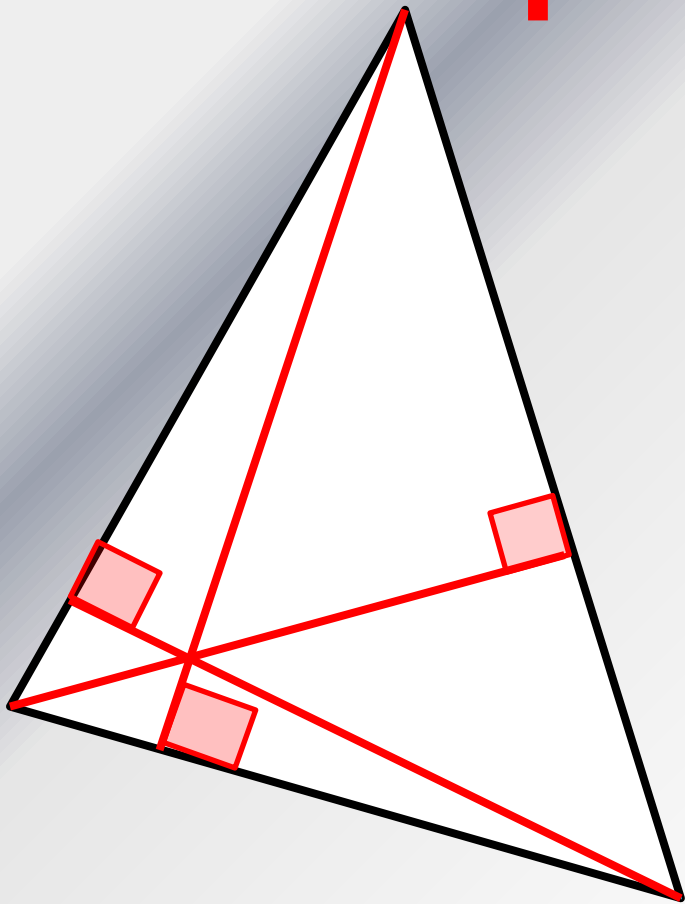
та

Высота треугольника - перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.

DH - высота



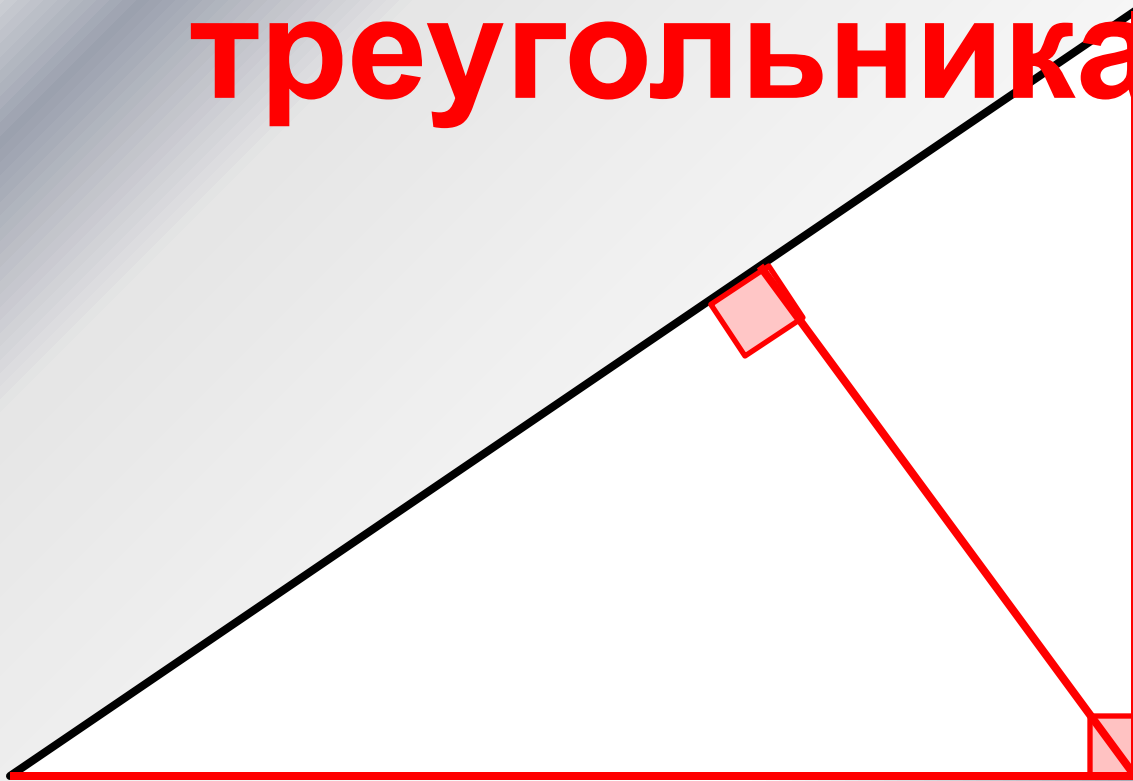
Свойства высот треугольника



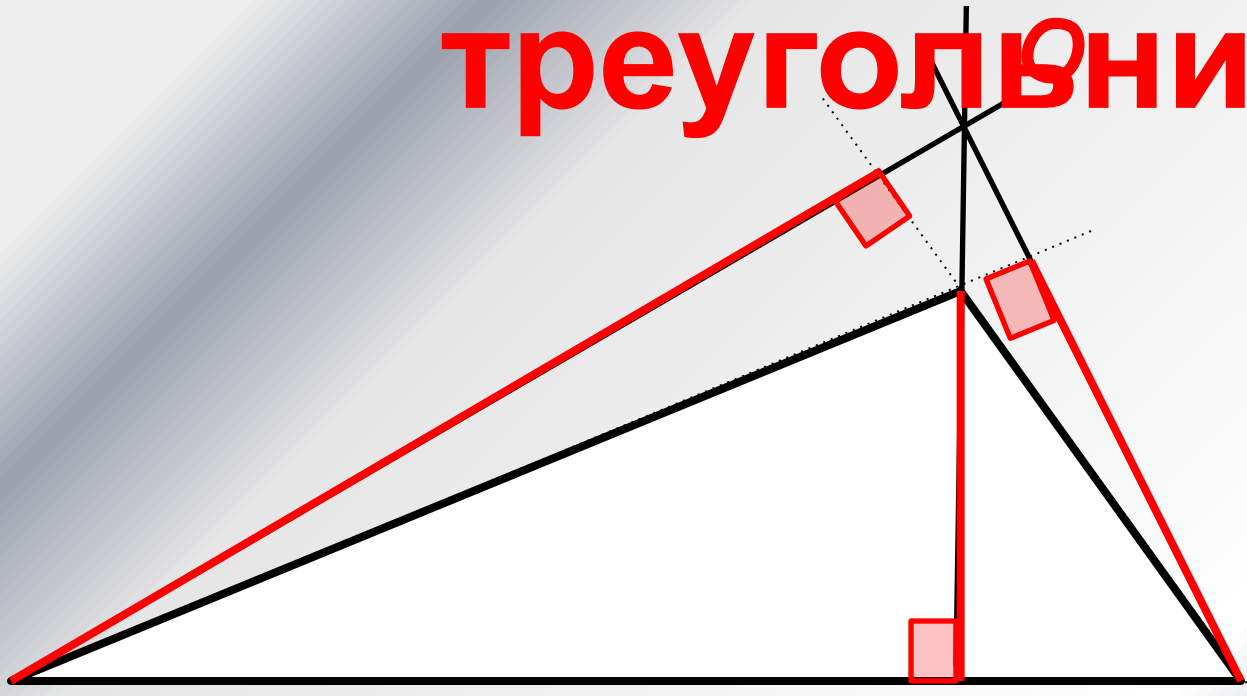
Каждый треугольник имеет три высоты.

В любом треугольнике высоты или их продолжения пересекаются в одной точке

Высоты прямоугольного треугольника

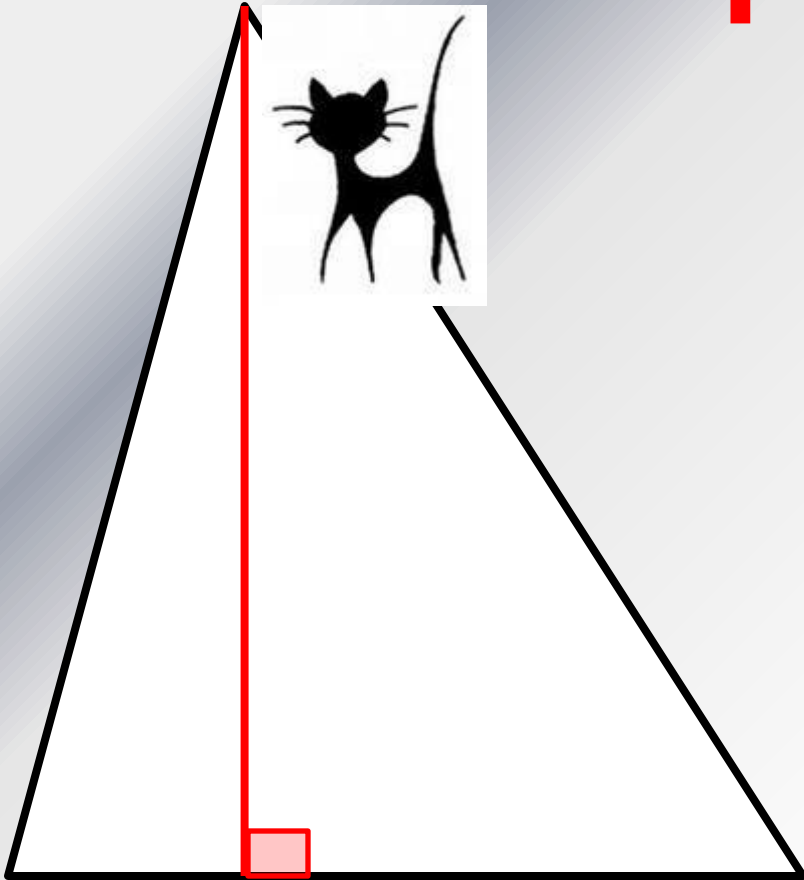


Высоты тупоугольного треугольника



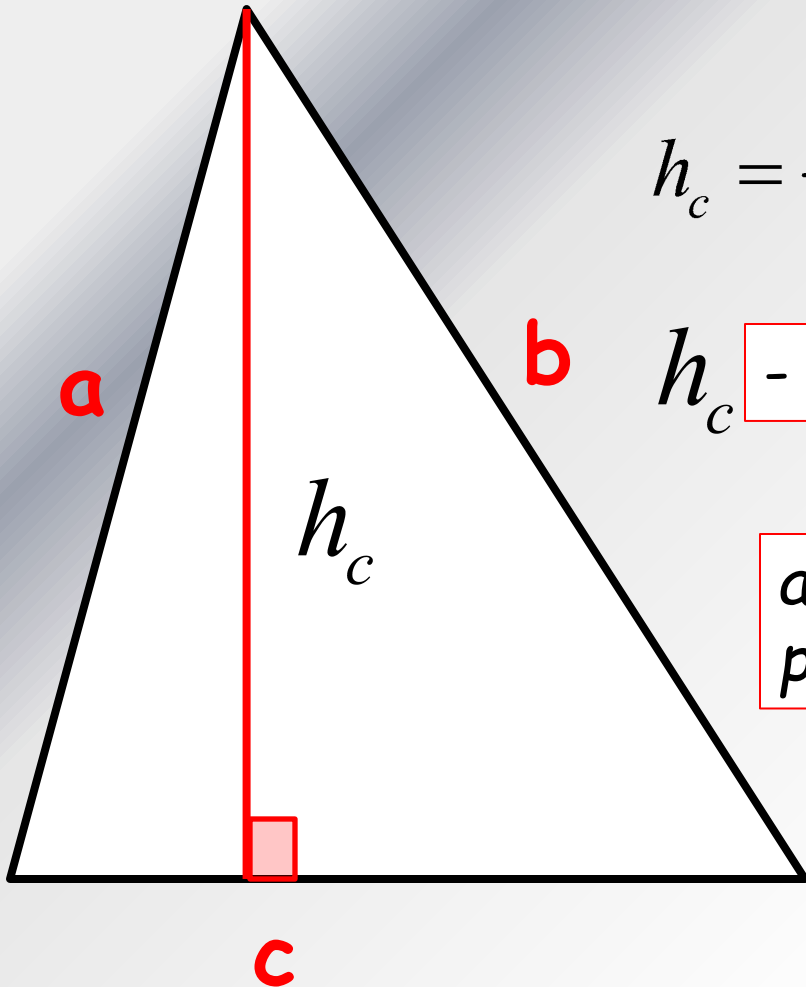
O - точка
пересечения продолжения
высот треугольника

Мнемоническое правило



Высота похожа на кота,
Который, выгнув спину,
Под прямым углом
Соединит вершину
И сторону хвостом.

Вычисление длины высоты



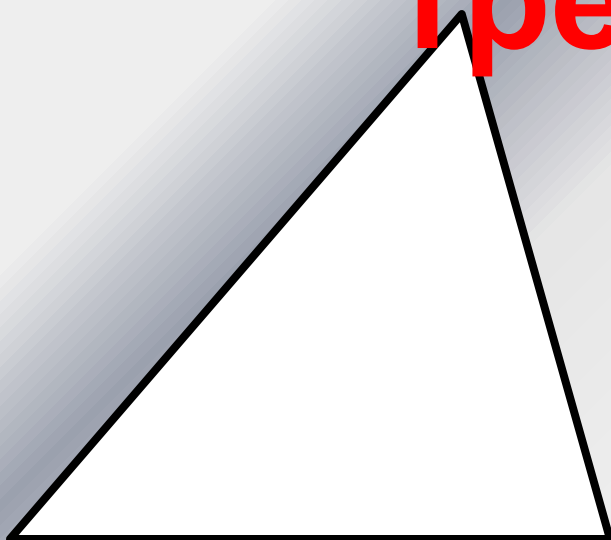
$$h_c = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{c}$$

h_c - высота, проведённая к стороне c

a, b, c - стороны треугольника
 p - полупериметр



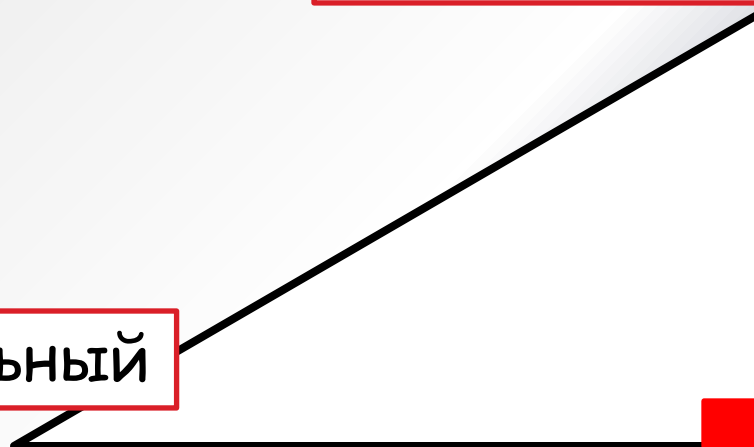
Виды треугольников



остроугольный

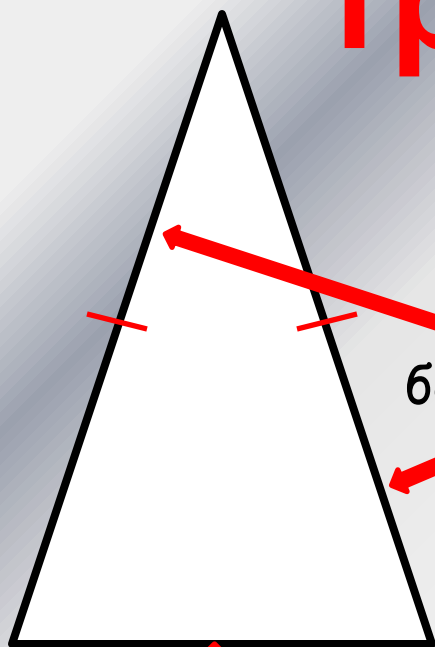


тупоугольный



прямоугольный

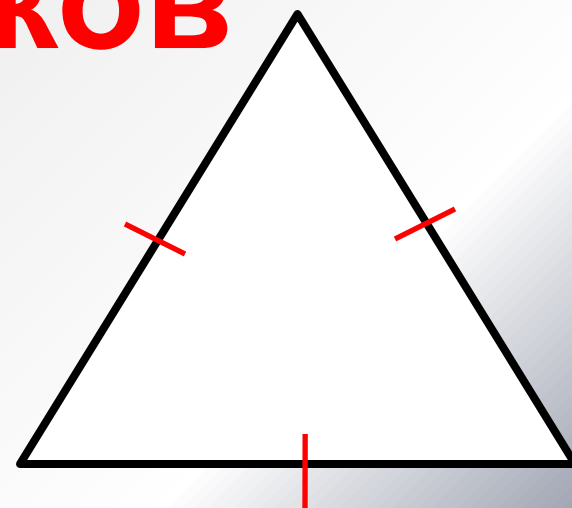
Виды треугольников



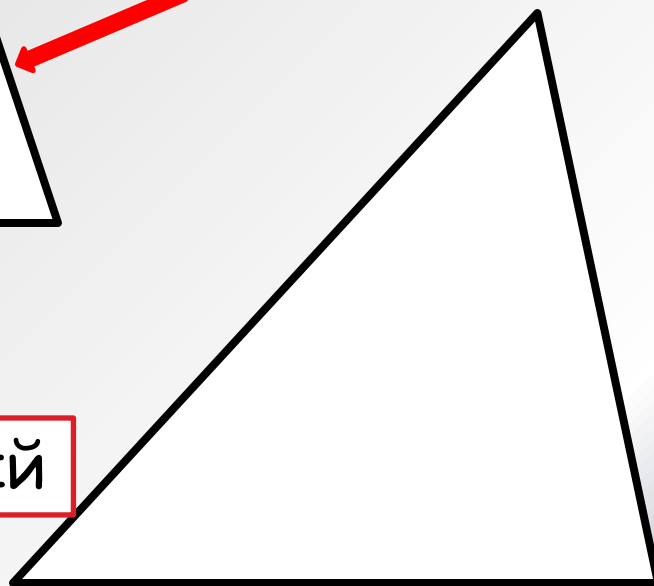
боковые стороны

основание

равнобедренный

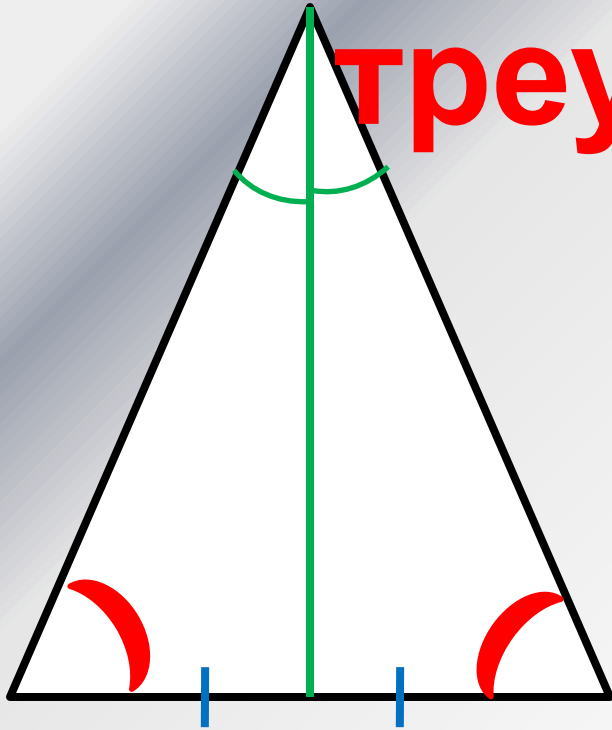


равносторонний



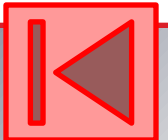
разносторонний

Свойства равнобедренного треугольника

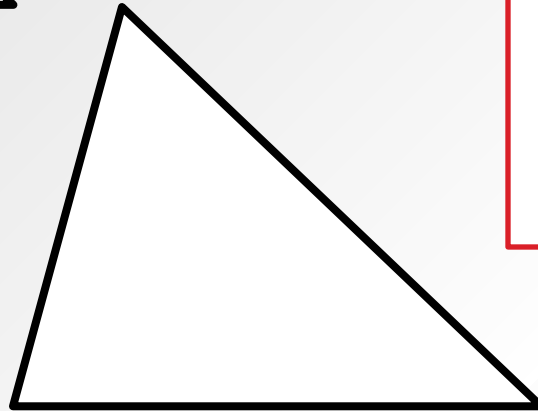
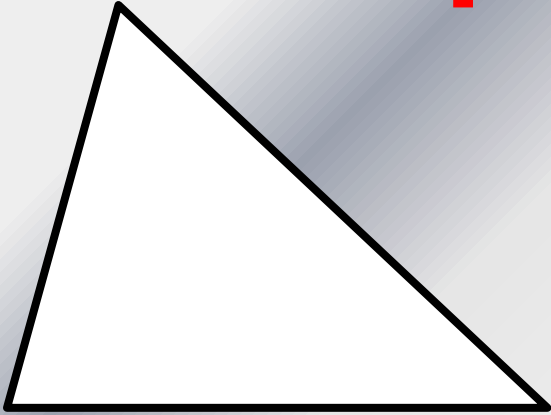


В равнобедренном
треугольнике углы при
основании равны.

В равнобедренном
треугольнике **биссектриса**
проведённая к основанию,
является **медиапой**
и **высотой**



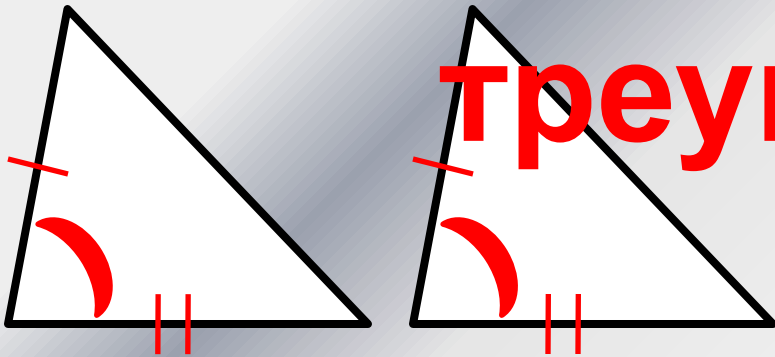
Равенство треугольников



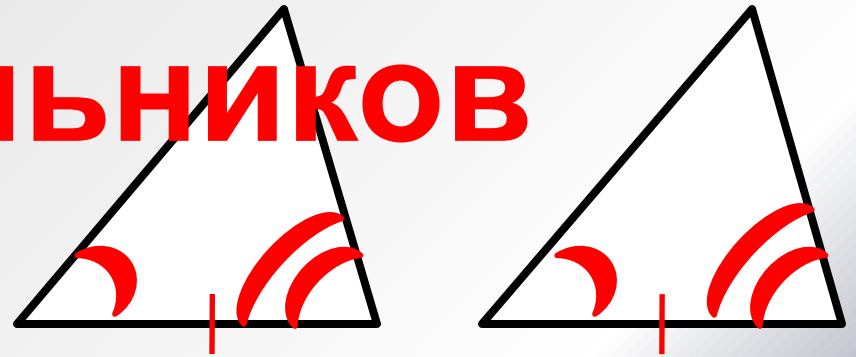
Два треугольника
называются
равными, если их
можно совместить
при наложении.

Признаки равенства треугольников

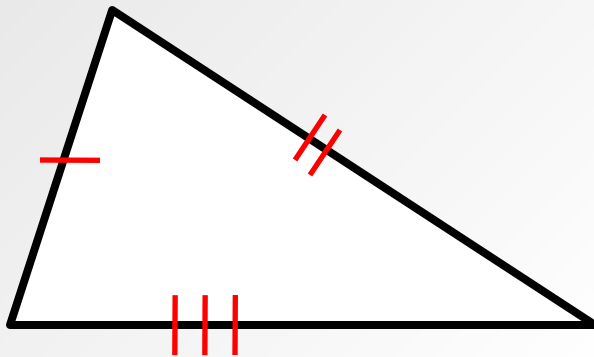
треугольников



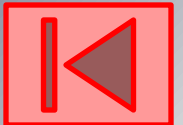
по двум сторонам и углу
между ними



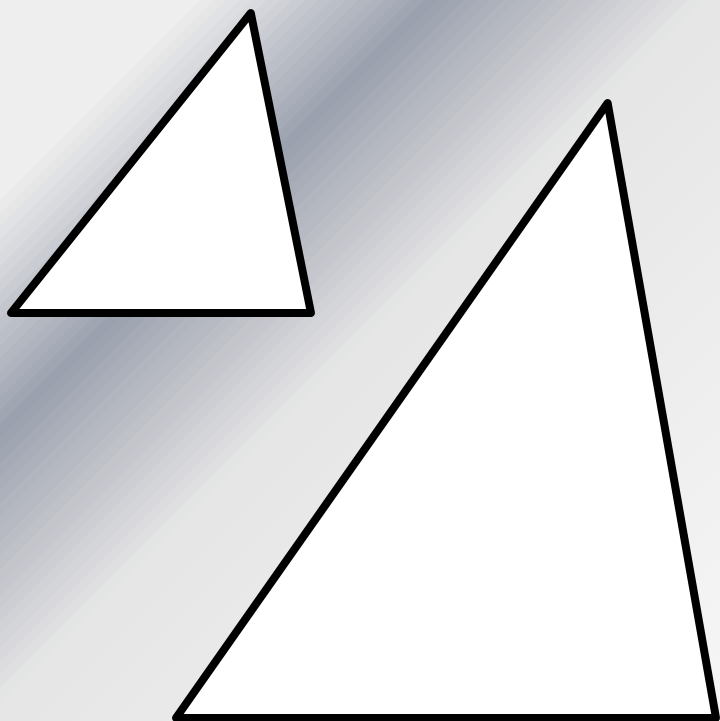
по стороне и двум
прилежащим к ней углам



по трём сторонам

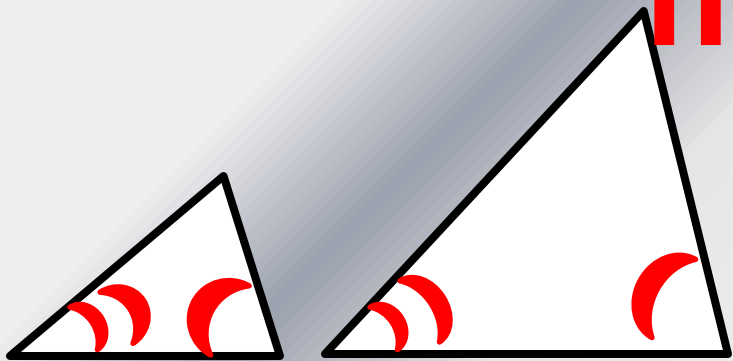


Подобие треугольников

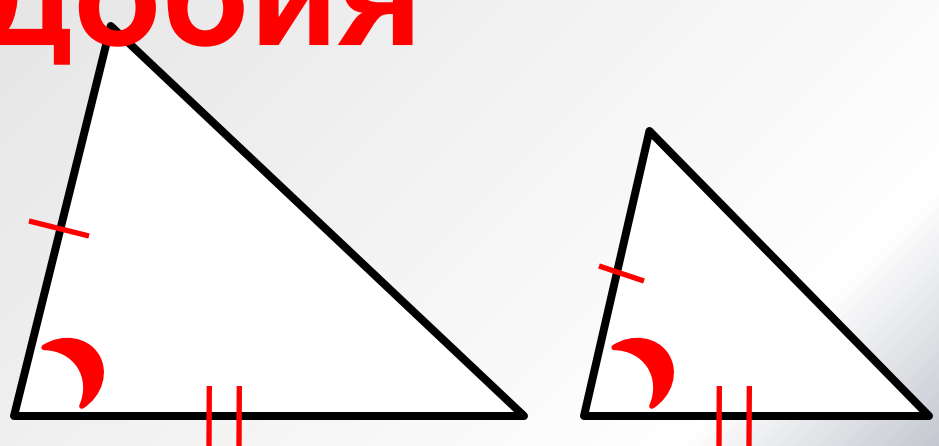


Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

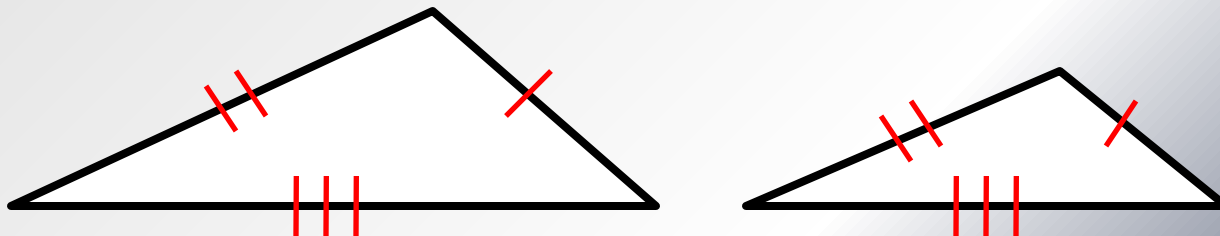
Признаки подобия



по двум углам



по двум сторонам и углу
между ними



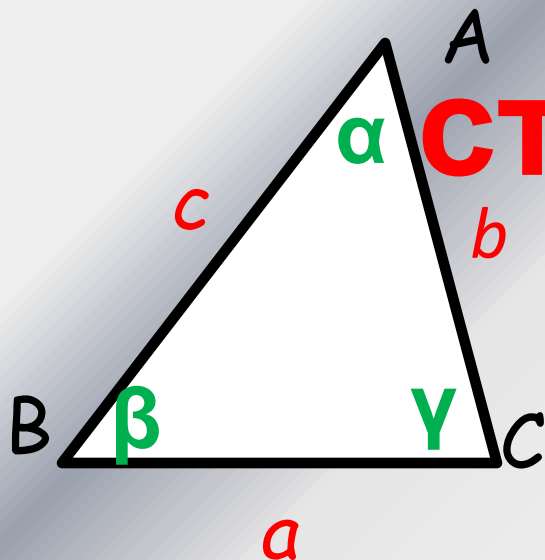
по трём сторонам



Соотношения

между

сторонами и углами



В треугольнике : 1) против большей стороны лежит больший угол;
2) против большего угла лежит большая сторона

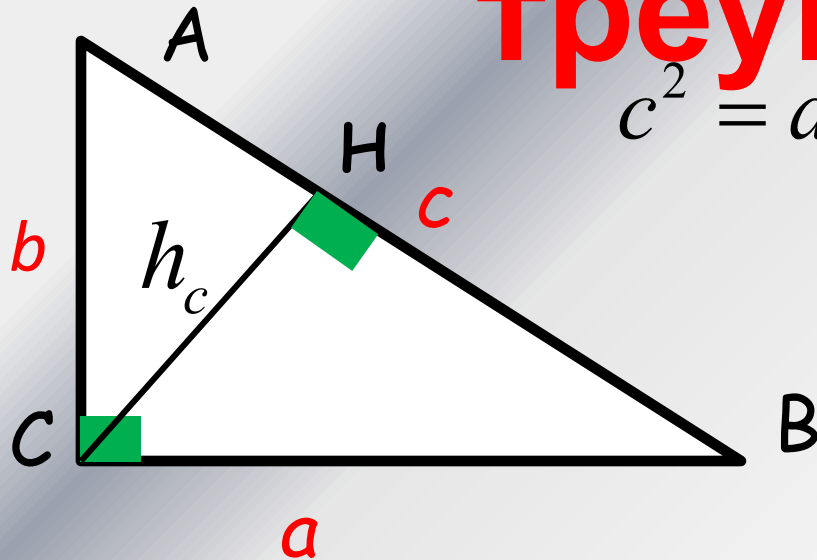
Каждая сторона треугольника больше разности и меньше суммы двух других сторон.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Прямоугольный треугольник



$$c^2 = a^2 + b^2$$

теорема Пифагора

$$h_c = \sqrt{AH \cdot HB}$$

$$a = \sqrt{BH \cdot BA}$$

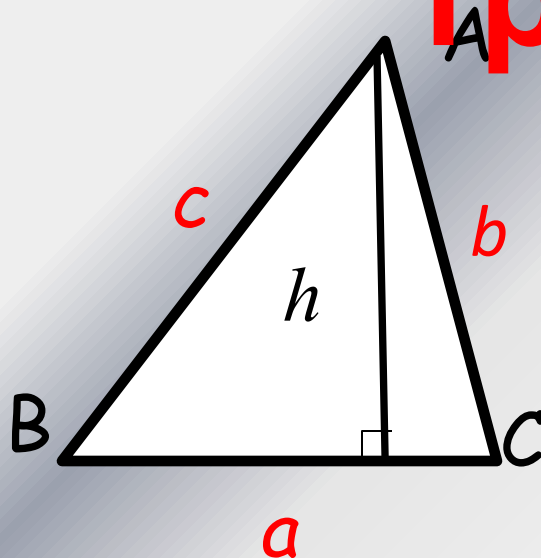
$$b = \sqrt{AH \cdot AB}$$

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$

$$h_c = \frac{ab}{c}$$

Площадь треугольника



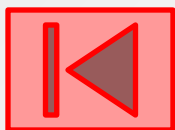
$$S = \frac{1}{2} a \cdot h \quad S = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = p \cdot r$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

r - радиус вписанной окружности



R - радиус вписанной окружности

Треугольн

ИК

Треугольник в широком смысле — объект треугольной формы, либо тройка объектов, попарно связанных какими-либо отношениями.

Галактика треугольника



Галактика
Треугольника -
спиральная галактика,
третья по величине
после Галактики
Андромеды и
Млечного Пути . Её
диаметр — около 50
тыс. св. лет.

Письмо - треугольник



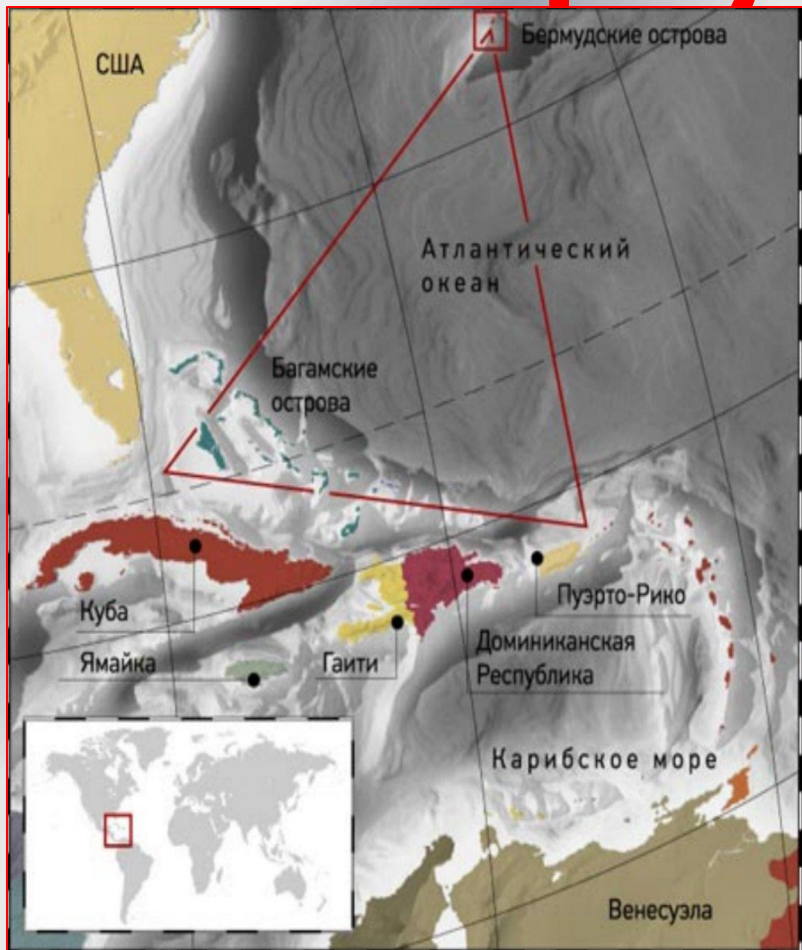
Во время Великой Отечественной Войны письма с фронта складывались простым треугольником, и отправлялись без конвертов. Письмо не клеивалось, почтовая марка была не нужна, адрес писался на наружной стороне листа.

Транспортный треугольник



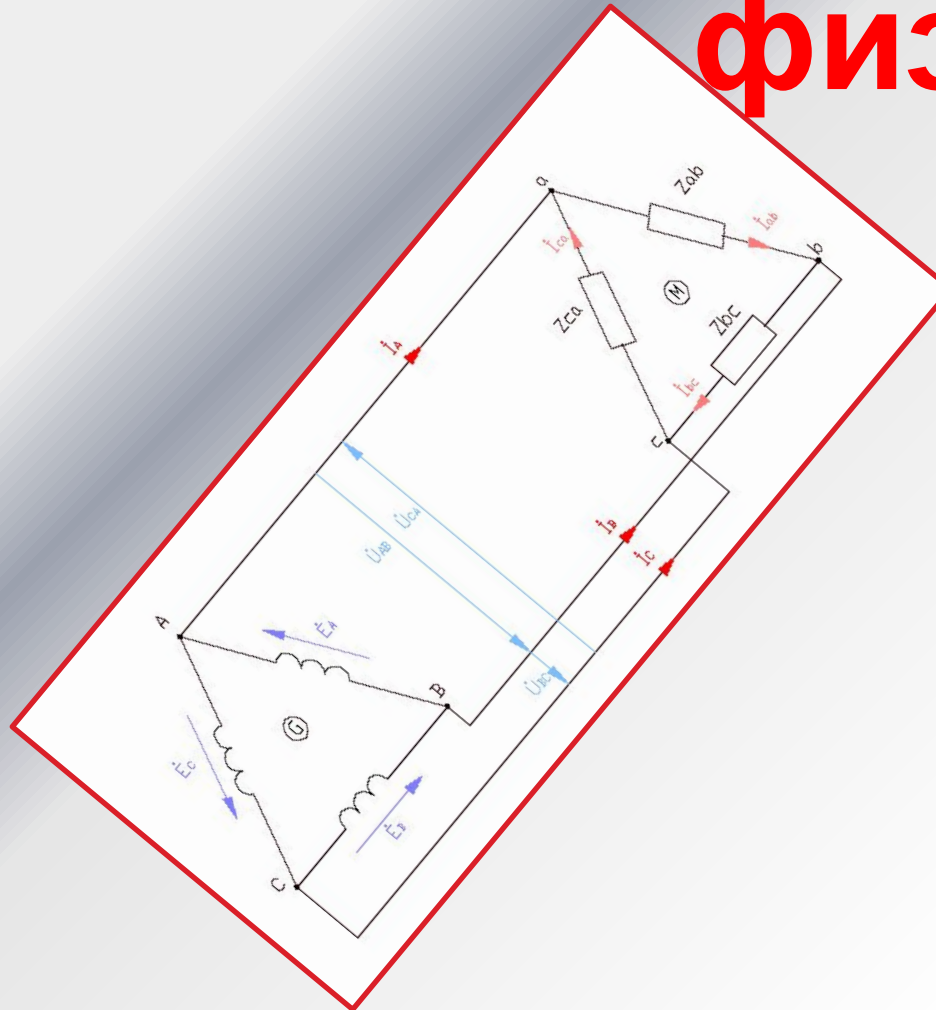
Поворотный
треугольник —
соединение
железнодорожных или
трамвайных путей в
виде треугольника, с
помощью которого
можно развернуть на
 180° единицу
подвижного состава.

Бермудский треугольник



Бермудский треугольник — район в Атлантическом океане, в котором якобы происходят таинственные исчезновения морских и воздушных судов. Выдвигаются различные гипотезы для объяснения этих исчезновений, от необычных погодных явлений до похищений инопланетянами. Скептики утверждают, однако, что исчезновения судов в бермудском треугольнике происходят не чаще, чем в других районах мирового океана, и объясняются естественными причинами.

Треугольник в физике

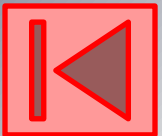
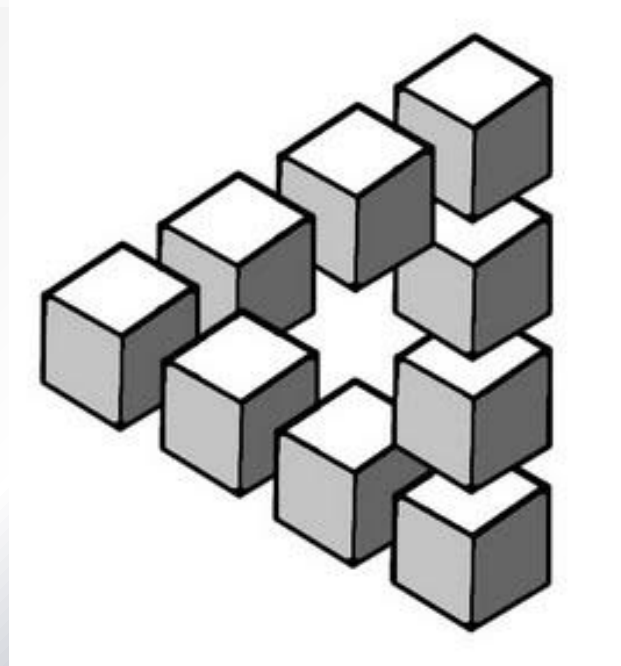
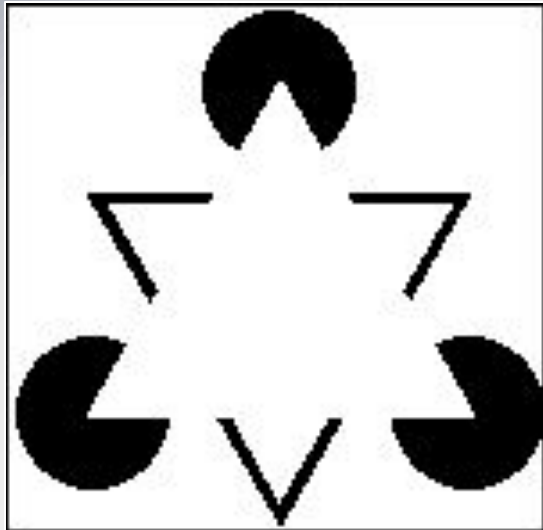


Треугольник — вид соединения электрических цепей в физике.

Треугольники,

которые

не существуют

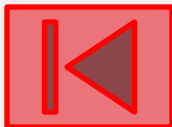


Медиана в статистике

2,6,4,9,12,7,3,8,17

2,3,4,6,7,8,9,12,17

Величина,
находящаяся в
середине ряда
величин,
расположенных в
возрастающем или
убывающем
порядке.



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ

ДИКТАНТ

ГОТОВИМСЯ К ГИА - 2012

Верны ли следующие утверждения?

1. Треугольник является остроугольным, если хотя бы один из его углов острый.

2. Треугольник называется тупоугольным, если все его углы тупые.

3. В равнобедренном треугольнике равные углы должны быть острыми.

4. Медианой треугольника называется отрезок, делящий треугольник на два равных треугольника

5. В тупоугольном треугольнике нельзя построить три высоты.

6. Если одна сторона равностороннего треугольника равна стороне другого равностороннего треугольника, то такие треугольники равны.

7. В равнобедренном треугольнике медиана является биссектрисой и высотой.

Верны ли следующие утверждения?

8. Если в равнобедренном треугольнике один угол равен 50° , то остальные обязательно 50° и 80° .

9. Любые три точки могут быть вершинами треугольника.

10. Существует треугольник со сторонами 10 см, 5 см, 4 см.

11. В прямоугольном треугольнике катет всегда меньше гипотенузы.

12. Треугольник со сторонами 10 см, 8 см, 6 см - прямоугольный.

13. Все равносторонние треугольники подобны.

14. Если увеличить стороны треугольника в 2 раза, то его площадь тоже увеличится в 2 раза.

15. Если два угла треугольника равны то треугольник является равнобедренным.

Математический

Готовимся к ГИА - 2012 Диктант

Верны ли следующие утверждения?

1. Сумма углов тупоугольного треугольника больше 180° .
2. Каждая сторона треугольника меньше разности двух других сторон .
3. Если все стороны треугольника меньше 1, то и его высота меньше 1.
4. Внешний угол треугольника больше каждого внутреннего угла.
5. Равнобедренный треугольник имеет три оси симметрии.

Математический

Готовимся к ГИА - 2012 Диктант

Верны ли следующие утверждения?



1. Любые два прямоугольных треугольника подобны.

2. Если сторона и угол одного треугольника соответственно равны стороне и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

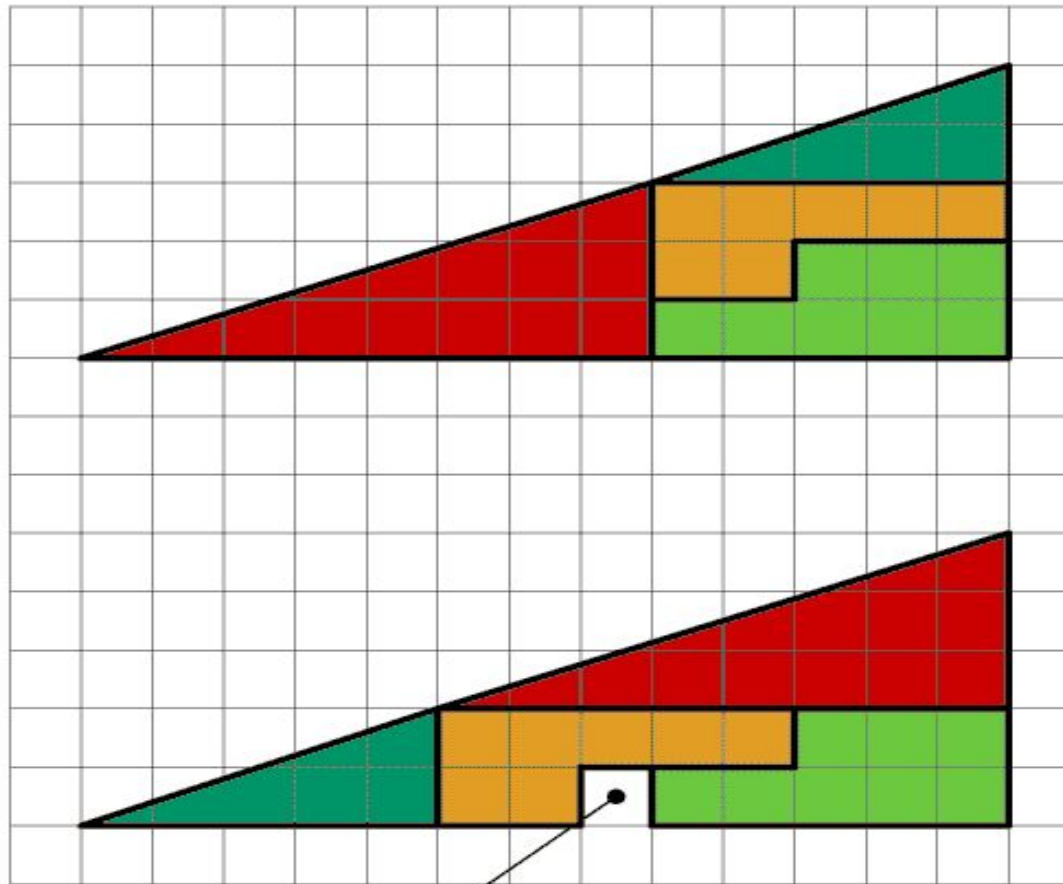
3. Площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту.

4. В равнобедренном прямоугольном треугольнике острые углы равны 45° .

5. Угол, противолежащий большей стороне треугольника - тупой.

Как такое может быть?

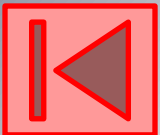
Как такое может быть?



четыре
фрагмента,
чуть ниже
их
перемешали

фрагменты
точно такие
же, как
сверху

откуда взялась эта дыра?



Литература

- 1. Учебник «Геометрия 7-9», авторы Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др.
- 2. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%F0%E5%F3%E3%EE%EB%FC%ED%E8%EA>
- 3. <http://www.edudic.ru/sim/886>
- 4. Открытый банк заданий ГИА по математике