Одиннадцатая Всероссийская научно-практическая конференция "Перспективные системы и задачи управления".
(Россия, г. Симферополь, Республика Крым)

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОНВЕРТОПЛАНА С ЦЕНТРАЛЬНЫМ УПРАВЛЯЕМЫМ ВЕКТОРОМ ТЯГИ

Яцун С.Ф., Емельянова О.В., Казарян К.Г., Савин А.И.. (teormeh@inbox.ru)

ФГОУ ВО "Юго-Западный государственный университет", г.Курск, Россия
кафедра механики, мехатроники и робототехники

Содержание работы

- **Актуальность работы**;
- **Обзор в области летающих аппаратов с переменным вектором тяги;**
- **Математическая модель конвертоплана с переменным вектором тяги;**
- **Алгоритм системы управления;**
- **Моделирование процесса движения конвертоплана по заданной траектории;**
- **Экспериментальный образец**
- **Заключение.**

Состояние исследований летающих роботов с переменным вектором тяги

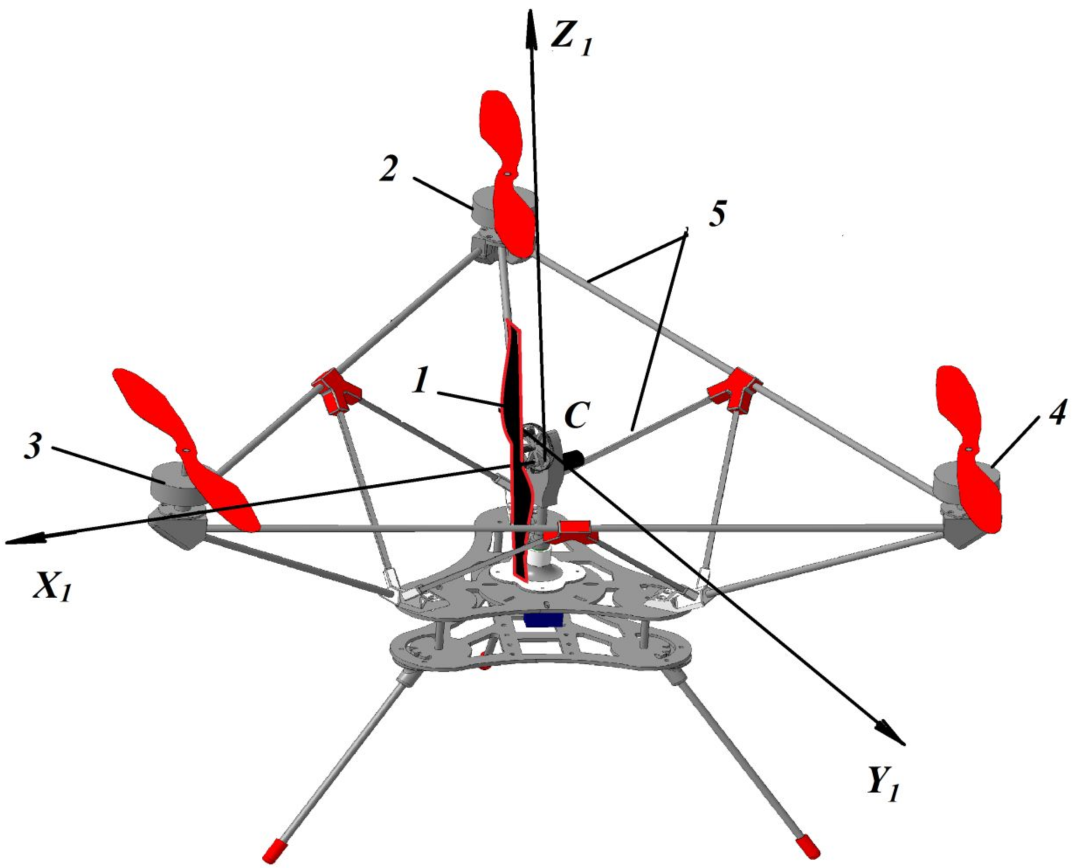
Бикоптер: V-22 Osprey

Трикоптер: Израильской компания IAI «Panther»

Квадрокоптер: Иранский Koker 1 VTOL drone

Пентакоптер: (RC VTOL) AL-102 TK "REGION ANGEL"

Описание исследуемого объекта с переменным вектором тяги типа

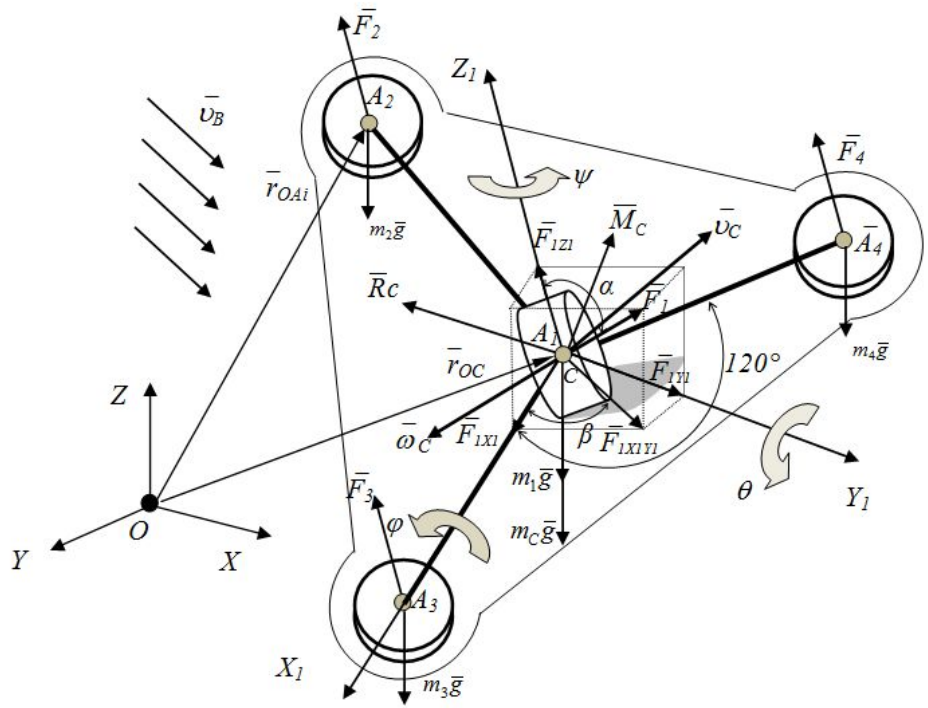


Общая модель конвертоплана с переменным вектором тяги состоит из:
2-4 - управляемые винты на основе бесколлекторных электроприводов с неизменяемыми векторами тяги;
1 – электропривод с изменяемым (относительно осей $CX_1Y_1Z_1$) вектором тяги; 5 – крыло, установленное на несущей раме, на которой также закреплены блок питания, плата управления и приёмник сигнала, электрически связанные с приводами вращения винтов.

Целью исследований является разработка теоретических основ и инструментальных средств проектирования конвертопланов типа трикоптер.

Для достижения поставленной цели решались следующие *задачи*: анализ современного состояния и возможности применения мобильных миниатюрных конвертопланов; построение математической модели и моделирование движения с учетом кинематических связей, свойств электроприводов, алгоритмов выработки управляющих воздействий; разработка алгоритмов управления движением, программного комплекса и инструментальных средств проектирования на основе пространственной модели конвертоплана.

Математическая модель



OXYZ - неподвижная система координат;
$CX_1Y_1Z_1$- подвижной системы координат;
$\bar{F}_{1z}$, $\bar{F}_2$, $\bar{F}_3$, $\bar{F}_4$ || CZ - тяговые силы несущих винтов;
$\bar{R}$, Mc – сила и момент сопротивления; $\bar{\omega}_C$, $\bar{V}_C$ – угловая и линейная скорости центра масс конвертоплана; ϕ, ψ, θ - самолётные углы крена, рысканья и тангажа; l – расстояние от центра масс C до центра масс роторов A_i.

Кинематика

Положение центра масс роторов:

$$r_{OA_i}^{(0)} = \bar{r}_{OC}^{(0)} + T_{10} \cdot \bar{r}_{CA_i}^{(1)}, \quad i=1,\ 2,\ 3.$$

Матрица поворота подвижной с.к. (1) относительно неподвижной (0) с.к.:

$$T10 = R(\psi,\ \theta,\ \varphi) = R\ (z,\ \psi) \times R\ (y, \theta) \times R\ (x, \varphi) =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} =$$

Векторы $\bar{r}_{CA_i}^{(1)}$ для точек A_i имеют вид:

$$\bar{r}_{CA_2}^{(1)} = \begin{vmatrix} -l\cos 60 \\ -l\sin 60^0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \bar{r}_{CA_3}^{(1)} = \begin{vmatrix} l \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \bar{r}_{CA_4}^{(1)} = \begin{vmatrix} -l\cos 60^0 \\ l\sin 60^0 \\ 0 \end{vmatrix},$$

Скорости точек A_i: $\quad \bar{\upsilon}_{A_i}^{(0)} = \bar{\upsilon}_C^{(0)} + \dot{T}_{10} \cdot \bar{r}_{CA_i}^{(1)}$

где $\bar{\upsilon}_C^{(0)} = \bar{i}\dot{X} + \bar{j}\dot{Y} + \bar{k}\dot{Z}$ - скорость центра масс

Силы, приложенные к конвертоплану

Векторы сил тяги в подвижной системе координат:

$$\overline{F}_1^{(1)} = \begin{vmatrix} F_{1X_1} \\ F_{1Y_1} \\ F_{1Z_1} \end{vmatrix}, \overline{F}_2^{(1)} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_2 \end{vmatrix}, \overline{F}_3^{(1)} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_3 \end{vmatrix}, \overline{F}_4^{(1)} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_4 \end{vmatrix}$$

где $F_{1X_1} = F_1 \sin\alpha \cos\beta$, $F_{1Y_1} = F_1 \sin\alpha \sin\beta$, $F_{1Z_1} = F_1 \cos\alpha$

Векторы сил тяги в неподвижной системе координат:

$$\sum \overline{F}_i^{(0)} = T_{10} \sum \overline{F}_i^{(1)} = |T_{10}| \begin{vmatrix} \sum F_{ix}^{(1)} \\ \sum F_{iy}^{(1)} \\ \sum F_{iz}^{(1)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \cos\varphi \sin\theta) \cdot \sum F_i \\ (\cos\varphi \sin\psi \sin\theta - \cos\psi \sin) \cdot \sum F_i \\ (\cos\varphi \cos\theta) \cdot \sum F_i - mg \end{vmatrix}$$

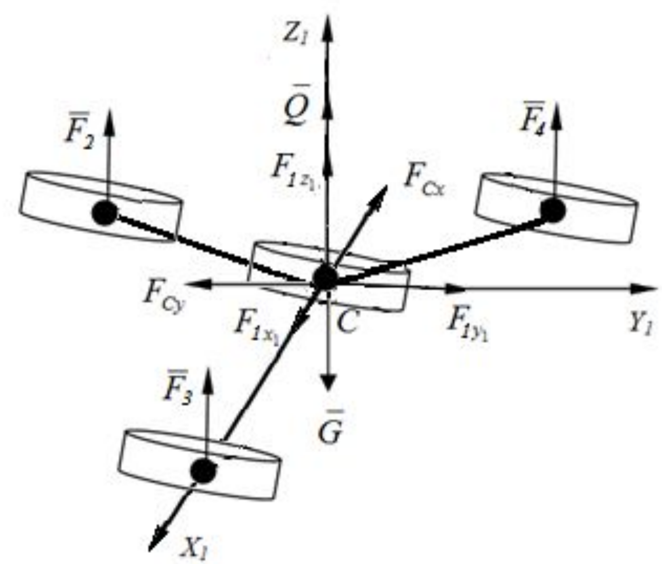
Вектор сил сопротивления крыла с воздухом :

$$R^{(1)} = \begin{vmatrix} F_{Cx} \\ F_{Cy} \\ Q \end{vmatrix}$$

$$M_C^{(1)} = \begin{vmatrix} M_{Cx} \\ M_{Cy} \\ M_{Cz} \end{vmatrix}$$ - момент сопротивления крыла

Вектор силы тяжести:

$$G^{(0)} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{vmatrix}$$



Моделирование движения летающего робота относительно центра масс

На основании теоремы об изменении количества движения механической системы:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \sum \bar{F}_i^e \cdot$$

Вектор количества движения рассматриваемой системы.

$$\bar{Q} = \bar{q}_C + \sum_{i=1}^{4} q_i = m_C \bar{\upsilon}_C + \sum_{i=1}^{4} m_i \bar{\upsilon}_{Ai} \cdot$$

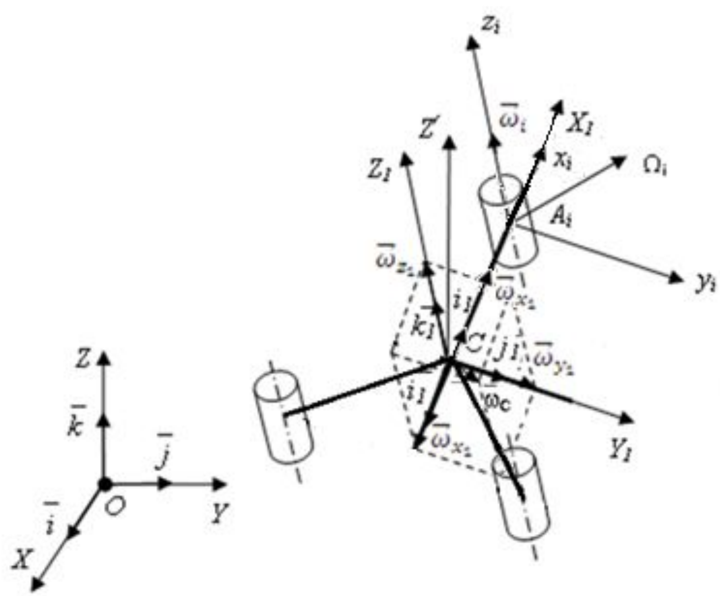
где $\bar{\upsilon}_{A_i} = \bar{\upsilon}_C + \dot{T}_{10} \cdot \bar{r}_{CA_i}^{(1)}$,

Тогда: $$\frac{d\bar{Q}}{dt} = m_C \frac{d\bar{\upsilon}_C}{dt} + \sum m_i \left(\frac{d\bar{\upsilon}_C}{dt} + \ddot{T}_{10} \cdot \bar{r}_{CA_i}^{(1)} \right);$$

$$(m_C + \sum m_i) \frac{d\bar{\upsilon}_C}{dt} + \ddot{T}_{10} \sum m_i \bar{r}_{CA_i}^{(1)} = T_{10} \sum \bar{F}_i^{(1)}$$

Теорема об изменении кинетического момента механической системы:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{\tilde{d}\bar{L}}{dt} + \left(\bar{\omega}_C \times \bar{L} \right) = \sum \bar{M}_C^e$$



Момент количества движения рассматриваемой механической системы:

$$\bar{L} = \bar{L}_C + \sum \bar{L}_i ,$$

где: $\bar{L}_C = I_C \bar{\omega}_C \cdot$ - кинетический момент корпуса относительно центра масс;

$$\bar{L}_i = I_i \bar{\Omega}_i = (I_{A_i} + ml^2)\, \bar{\Omega}_i \cdot$$

- кинетический момент *i*-го ротора относительно центра масс *C*.

Определение кинетического момента

Момент количества движения ротора в системе координат $A_i x_i y_i z_i$:

$$\overline{L}_{iA_i} = \int_{m_i} \left(\overline{r}_i \times \overline{\upsilon}\right) dm_i \quad \text{или} \quad \overline{L}_{iA_i} = I_{Ai}\overline{\Omega}_i,$$

где $I_{iA_i} = \begin{vmatrix} J_{Ai}^x & 0 & 0 \\ 0 & J_{Ai}^y & 0 \\ 0 & 0 & J_{Ai}^z \end{vmatrix}$ - тензор инерции ротора.

Тогда кинетический момент равен:

$$\overline{L}_{iA_i} = \begin{vmatrix} J_{Ai}^x & 0 & 0 \\ 0 & J_{Ai}^y & 0 \\ 0 & 0 & J_{Ai}^z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \omega_{X_1} \\ \omega_{Y_1} \\ \omega_i + \omega_{Z_1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} J_{Ai}^x \omega_{x_1} \\ J_{Ai}^y \omega_{y_1} \\ J_{Ai}^z \left(\omega_i + \omega_{Z_1}\right) \end{vmatrix}$$

Тензоры инерции корпуса I_C и i-го ротора I_i :

$$I_C = \begin{vmatrix} J_C^{X_1} & 0 & 0 \\ 0 & J_C^{Y_1} & 0 \\ 0 & 0 & J_C^{Z_1} \end{vmatrix}; \quad I_i = \begin{vmatrix} J_{A_i}^x + m_i l^2 & 0 & 0 \\ 0 & J_{Ai}^y + m_i l^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_{Ai}^z + m_i l^2 \end{vmatrix}$$

Тогда кинетический момент корпуса и i-го ротора относительно центра масс трикоптера C :

$$\overline{L}_C = \begin{vmatrix} J_C^{X_1} & 0 & 0 \\ 0 & J_C^{Y_1} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Ai}^{Z_1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \omega_{X_1} \\ \omega_{Y_1} \\ \omega_{Z_1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} J_C^{X_1}\omega_{X_1} \\ J_C^{Y_1}\omega_{Y_1} \\ J_C^{Z_1}\omega_{Z_1} \end{vmatrix}; \quad \overline{L}_i = \begin{vmatrix} J_{A_i}^x + m_i l^2 & 0 & 0 \\ 0 & J_{Ai}^y + m_i l^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_{Ai}^z + m_i l^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \omega_{X_1} \\ \omega_{Y_1} \\ \omega_i + \omega_{Z_1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (J_{A_i}^x + m_i l^2)\omega_{X_1} \\ (J_{Ai}^y + m_i l^2)\omega_{Y_1} \\ (J_{Ai}^z + m_i l^2)\left(\omega_i + \omega_{Z_1}\right) \end{vmatrix}$$

Определение кинетического момента

Момент количества движения рассматриваемой механической системы:

$$L=\begin{vmatrix}(J_C^{X_1}+\sum J_{A_i}^x+\sum m_i l^2)\omega_{X_1}\\ (J_C^{Y_1}+\sum J_{Ai}^y+\sum m_i l^2)\omega_{Y_1}\\ (J_C^{Z_1}+\sum J_{Ai}^z+\sum m_i l^2)\omega_{Z_1}+(\sum J_{Ai}^z+\sum m_i l^2)\omega_i\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}J^{X_1}\omega_{X_1}\\ J^{Y_1}\omega_{Y_1}\\ J^{Z_1}\omega_{Z_1}+\sum J_i^z\omega_i\end{vmatrix},$$

где $J^{X_1}=J_C^{X_1}+\sum J_{A_i}^x+\sum m_i l^2$, $J^{Y_1}=J_C^{Y_1}+\sum J_{Ai}^y+\sum m_i l^2$, $J^{Z_1}=J_C^{Z_1}+\sum J_{Ai}^z+\sum m_i l^2$,

$\sum J_i^z=\sum J_{Ai}^z+\sum m_i l^2$ - приведенные осевые моменты инерции.

Подставляя в в уравнение об изменении кинетического момента механической системы, получим:

$$\frac{d\overline{L}}{dt}=\begin{vmatrix}J^{X_1}\dot\omega_{X_1}\\ J^{Y_1}\dot\omega_{Y_1}\\ J^{Z_1}\dot\omega_{Z_1}+\sum J_i^z\dot\omega_i\end{vmatrix}+\left(\begin{vmatrix}\omega_{X_1}\\ \omega_{Y_1}\\ \omega_{Z_1}\end{vmatrix}\times\begin{vmatrix}J^{X_1}\omega_{X_1}\\ J^{Y_1}\dot\omega_{Y_1}\\ J^{Z_1}\omega_{Z_1}+\sum J_i^z\omega_i\end{vmatrix}\right)=\begin{vmatrix}J^{X_1}\dot\omega_{X_1}+\omega_{Y_1}\omega_{Z_1}\left(J_i^{Z_1}-J^{Y_1}\right)+\omega_{Y_1}\sum J_i^z\omega_i\\ J^{Y_1}\dot\omega_{Y_1}+\omega_{X_1}\omega_{Z_1}\left(J^{X_1}-J_i^{Z_1}\right)-\omega_{X_1}\sum J_i^z\omega_i\\ J^{Z_1}\dot\omega_{Z_1}+J_i^z\dot\omega_i+\omega_{X_1}\omega_{Y_1}\left(J^{Y_1}-J^{X_1}\right)\end{vmatrix}=\begin{matrix}M_{X_1}^e\\ M_{Y_1}^e\\ M_{Z_1}^e\end{matrix}$$

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение робота:

$$
\begin{cases}
\dot{\upsilon}_C^x = \left((\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\cos\varphi\sin\theta)\cdot\sum F_i + R_x \right)/m \\
\dot{\upsilon}_C^y = \left((\cos\varphi\sin\psi\sin\theta - \cos\psi\ \sin\varphi)\cdot\sum F_i + R_y \right)/m \\
\dot{\upsilon}_C^z = \left(\cos\varphi\cos\theta\cdot\sum F_i + R_z \right)/m - g \\
\dot{\omega}_{X_1} = \left[(-F_2 + F_4)\cdot l_0\cdot \sin 60^0 - \omega_{Y_1}\omega_{Z_1}\left(J_i^{Z_1} - J^{Y_1}\right) - \omega_{Y_1}\sum J_i^z\omega_i + M_{X1}^C \right] / J^{X_1} \\
\dot{\omega}_{Y_1} = \left[\left(-F_3\cdot l_0 + (F_2 + F_4)\cdot \sin 30^0\cdot l_0\right) - \omega_{X_1}\omega_{Z_1}\left(J^{X_1} - J_i^{Z_1}\right) + \omega_{X_1}\sum J_i^z\omega_i + M_{Y1}^C \right] / J^{Y_1} \\
\dot{\omega}_{Z_1} = \left[-J_i^z\dot{\omega}_i - \omega_{X_1}\omega_{Y_1}\left(J^{Y_1} - J^{X_1}\right) + M_{Z1}^C \right] / J^{Z_1} \\
\dot{\varphi} = \omega_{X_1} - \left(\omega_{Z_1} \cos\varphi + \omega_{Y_1} \sin\varphi\right) tg\theta \\
\dot{\theta} = \omega_{Y_1} \cos\varphi - \omega_{Z_1} \sin\varphi \\
\dot{\psi} = \dfrac{1}{\cos\theta}\left(\omega_{Z_1} \cos\varphi + \omega_{Y_1} \sin\varphi\right) \\
\dot{\omega}_i = f(U(\Delta))
\end{cases}
$$

$$
U = \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{vmatrix}
$$

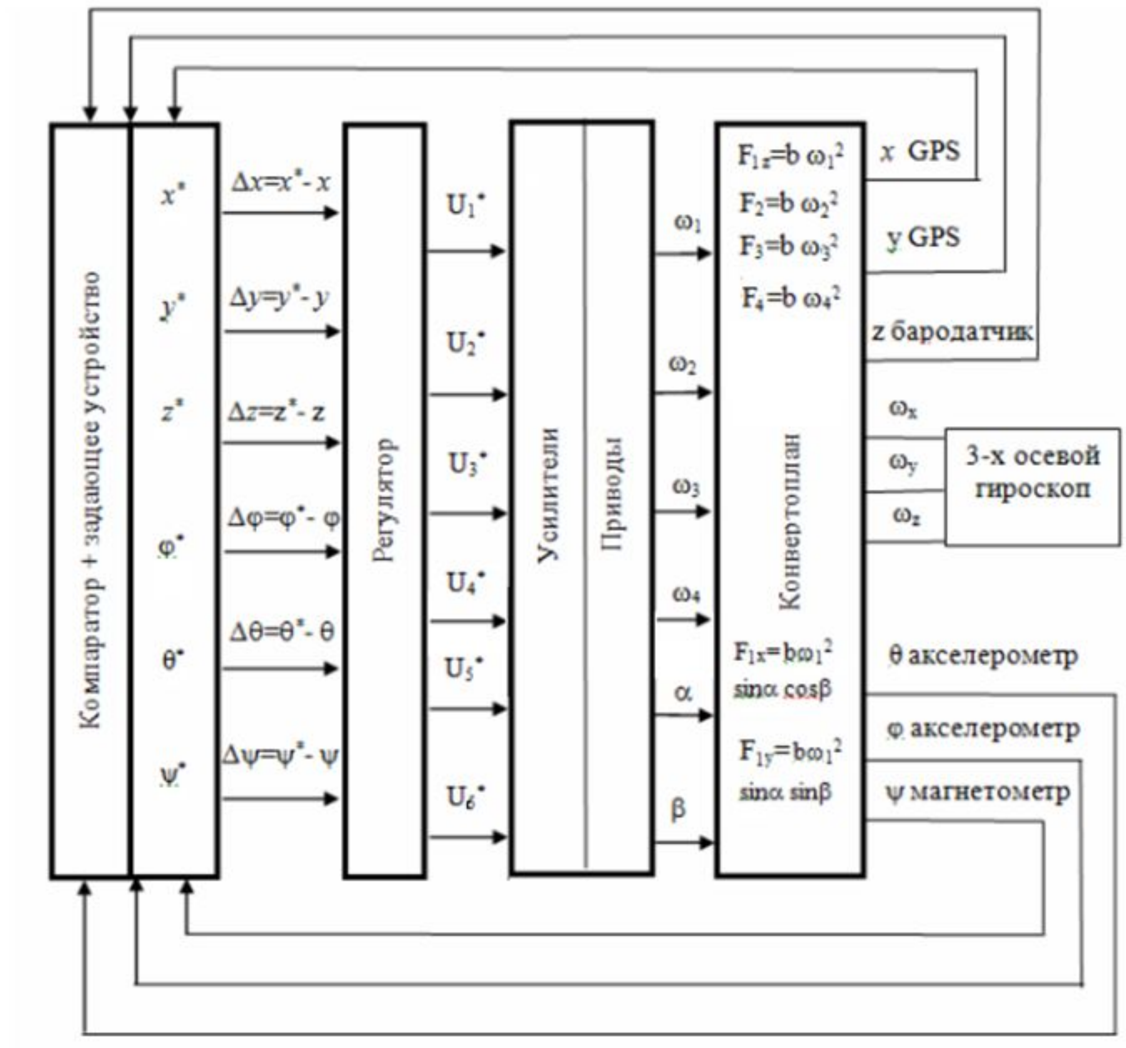
U_1, U_2, U_3 — вектор управляющих напряжений, поступающих на двигатели винтов;

U_4, U_5 — вектор управляющих напряжений, используемых для изменения вектора тяги поворотного винта 2;

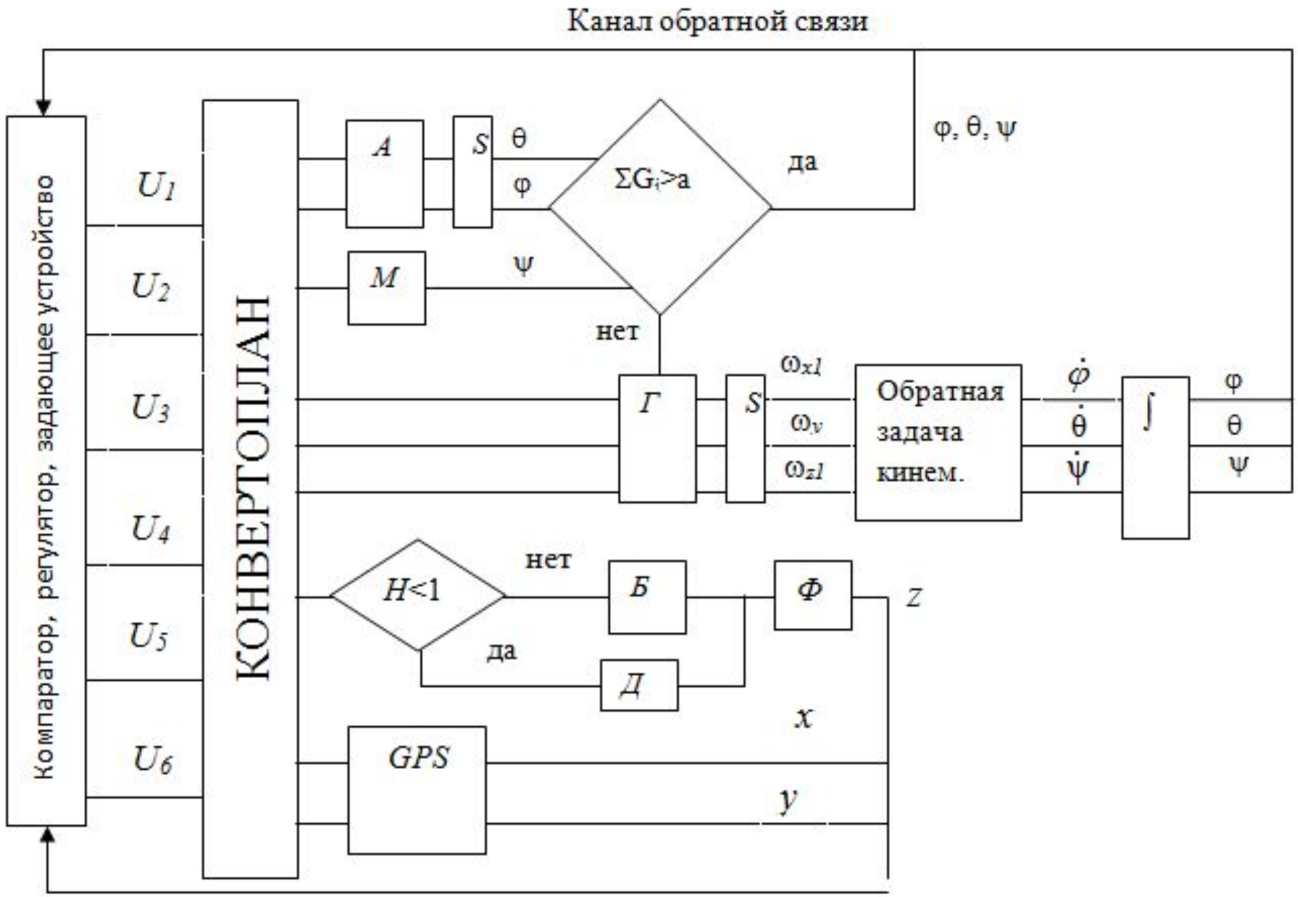
$\Delta = \left| \Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta\varphi, \Delta\psi, \Delta\theta \right|^{-1}$ - ошибка отклонения от заданной траектории;

$\dot{\alpha} = \dot{\alpha}(U_4)$, $\dot{\beta} = \dot{\beta}(U_5)$

Общая структурная схема многоконтурной САУ



Развернутая схема многоконтурной САУ



U_i – управляющие напряжения питания (i=1-6); *A* – акселерометр, *M* – магнитометр; *Г* – 3-х осевой гироскоп; *Б* – бародатчик; *Д* – дальномер;*S* – сглаживание сигнала; *Ф* – фильтр сигнала

Алгоритм управления движением

1 Этап: взлет вертикальный или по траектории

Начало полёта при N=0; $Mg < F_{1z}+F_2++F_3+F_4$: $0 \leq Z \leq H$

1) Вертикальный подъём:
   $X=X_0$: $Y=Y_0$: $Z=Z(t)$,
2) Подъём по траектории:

$$Z= at^3 + bt^2 + ct + d$$

a, b, c, d – постоянные, определяемые из начальных условий

при $t = 0; \quad z = 0; \quad \dot{z} = 0,$

при $t = t_1; \quad z = H; \quad \dot{z} = 0,$

$$Z = Z(t) = \frac{3H}{t_1^2}t^2 - \frac{2H}{t_1^3}t^3$$

t_1 – время подъёма

где X_0, Y_0 – координаты взлёта, H- высота подъёма;

$$U_i = U_0 + k_1\Delta z + k_2\Delta\dot{z}$$

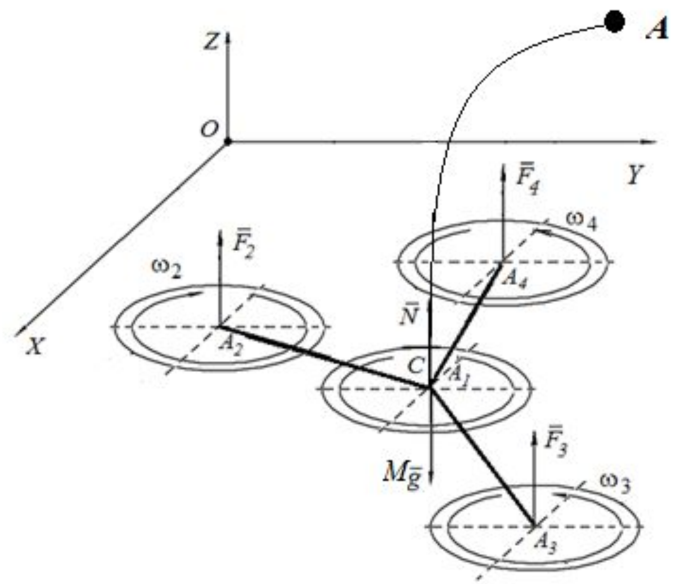
$$\omega_i = \omega_i(U_i)$$

$$F_{1z} = F_2 = F_3 = F_4 =$$

$$C_T \rho F_H (\omega_2 R)^2/2$$

$$F_{1z} + F_2 + F_3 + F_4 = f(\Delta z)$$

$$\alpha = 0;\ \beta = 0$$



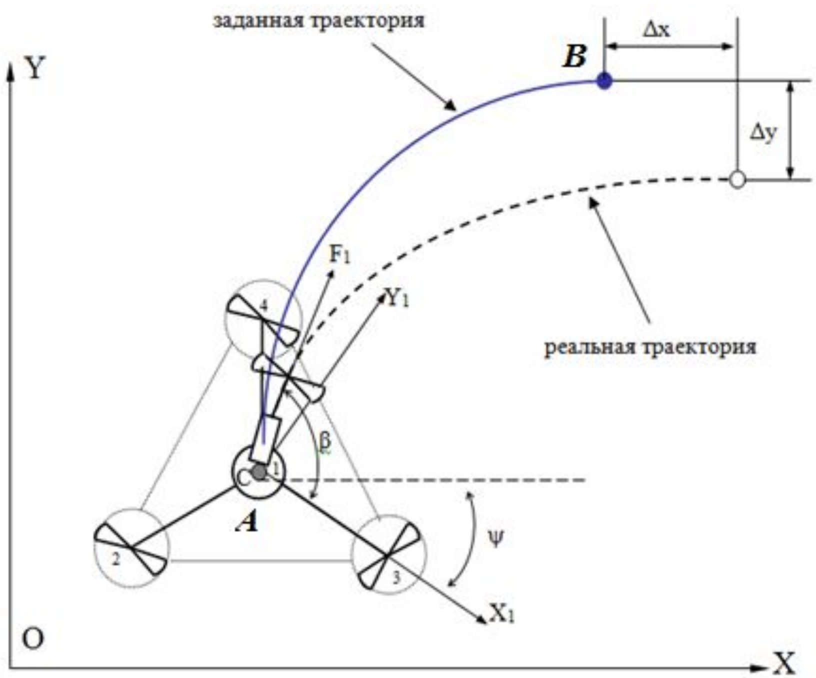
N – нормальная реакция опоры поверхности, F_i – тяговое усилие винта, Mg – вес центра масс конвертоплана

Алгоритм управления движением

2 этап: Движение в горизонтальной плоскости (*XOY*) по заданной траектории; $Z = H$, $X = f_1(t)$, $Y = f_2(t)$, t_2-время движения.

$X = a\sin(\omega t)$; $Y = b\cos(\omega t)$; $Z = H = \text{const}$

$M\Box g = \Box F_{1z} + \Box F_2 + \Box F_3 + \Box F_4$



α= α(U5); β = β(U6);

$\dot{\beta} = c_1\beta + U_6$

$0 \le \alpha \le 90$; $0 \le \beta \le 90$;

$\dot{\alpha} = c_2\alpha + U_5$

c_1, c_2 – константы.

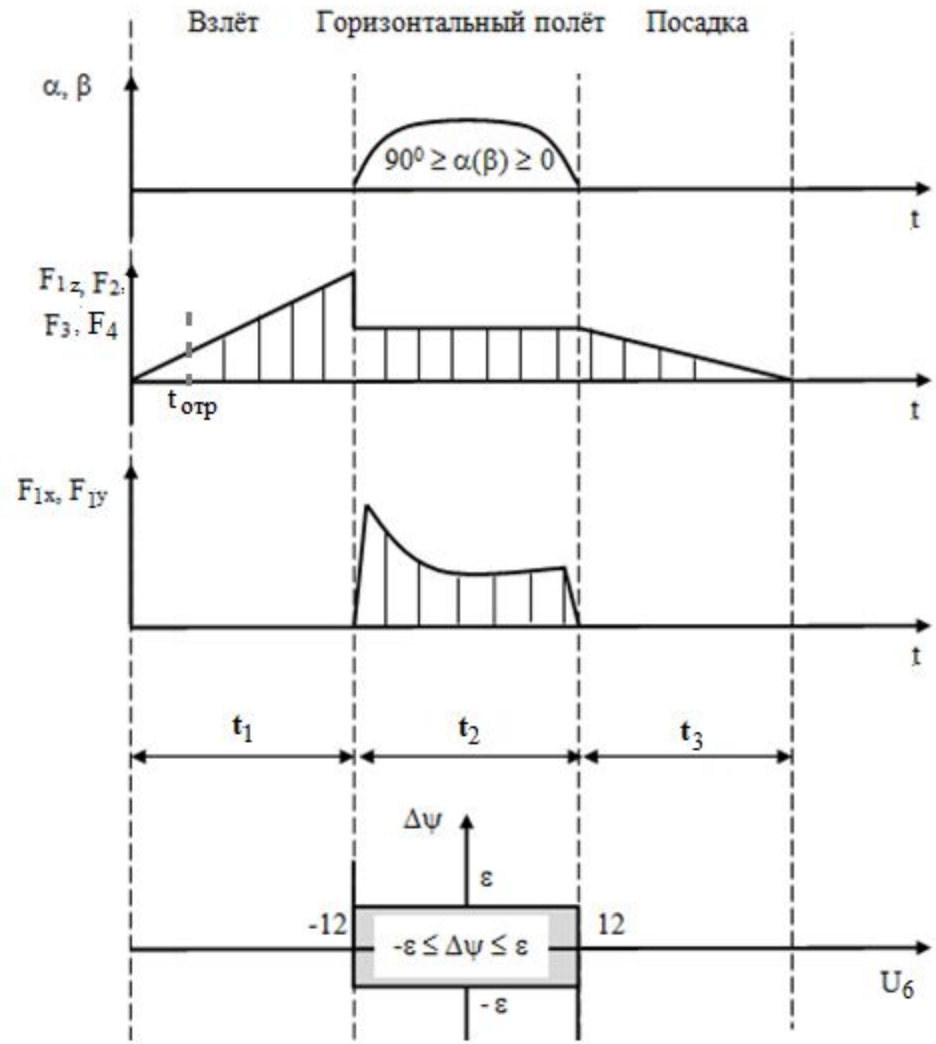
$U_5 = U_5(\Delta\theta)$; $U_6 = U_6(\Delta\psi)$

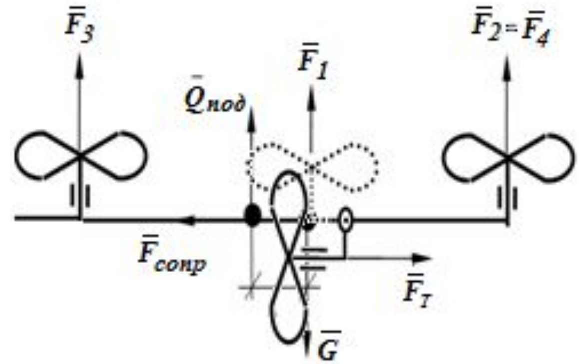
$F_3 = (F_2 + F_4)\sin 30 = f(\Delta\theta)$

если $\alpha = 90$; $\beta - \Delta\psi \to 0$

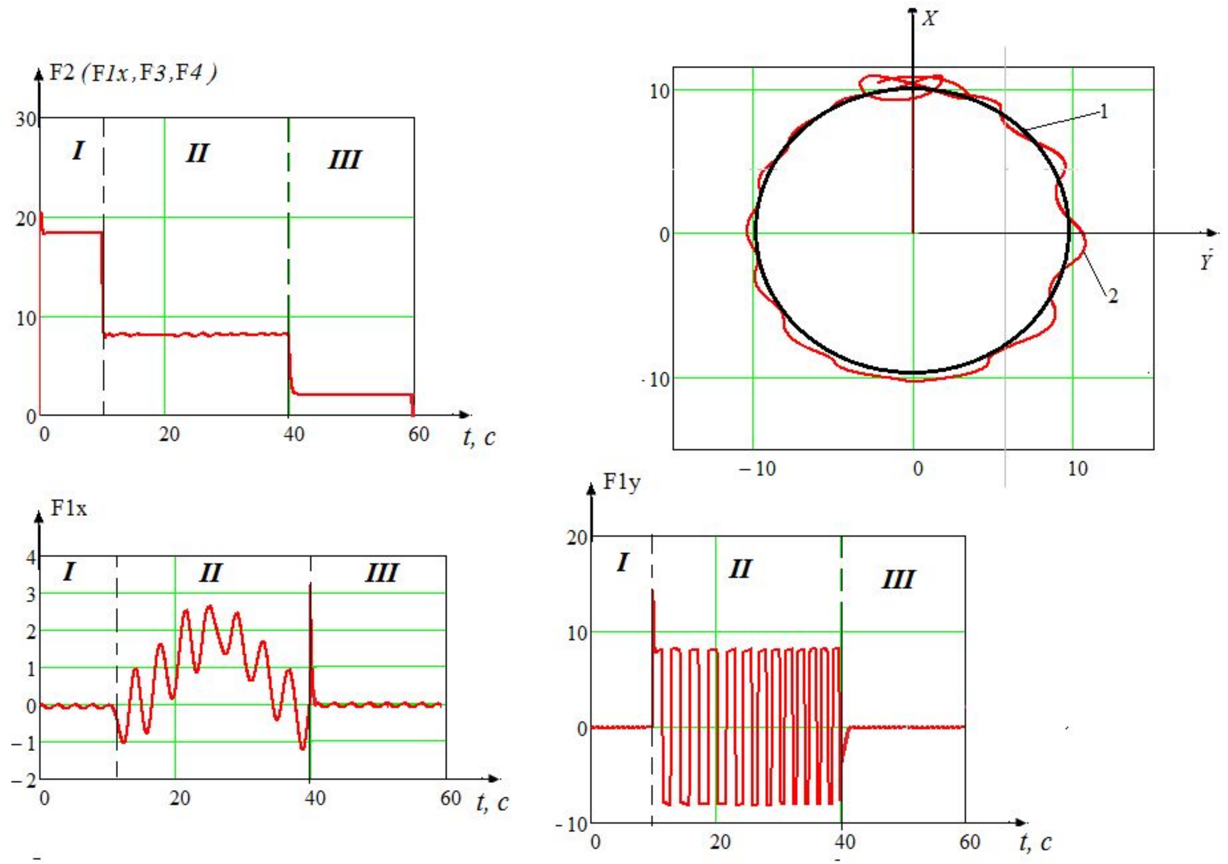
$$U_6 = \begin{cases} U_6 & \psi \ge \varepsilon \\ 0 & -\varepsilon \le \psi \le \varepsilon \\ -U_6 & \psi \le \varepsilon \end{cases} \qquad U_5 = \begin{cases} U_5 & \theta \ge \varepsilon \\ 0 & -\varepsilon \le \theta \le \varepsilon \\ -U_5 & \theta \le \varepsilon \end{cases}$$

Циклограмма управляющих воздействий на различных режимах движения



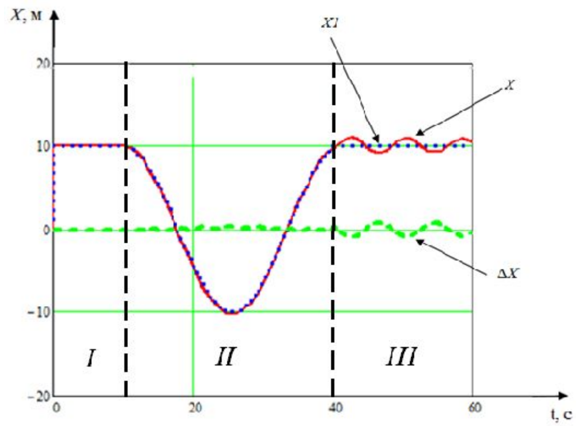


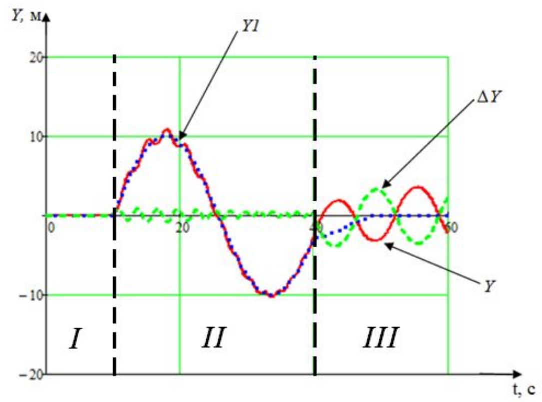
Результаты моделирования

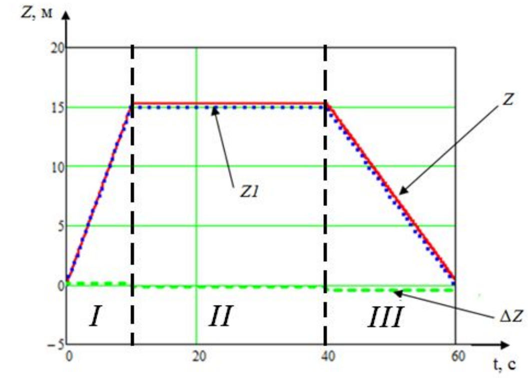


Графики изменения тяговых усилий конвертоплана:*1*- заданная траектория;
2– фактическая траектория,*; I, II, III* – зоны взлета, движения по траектории и посадки соответственно

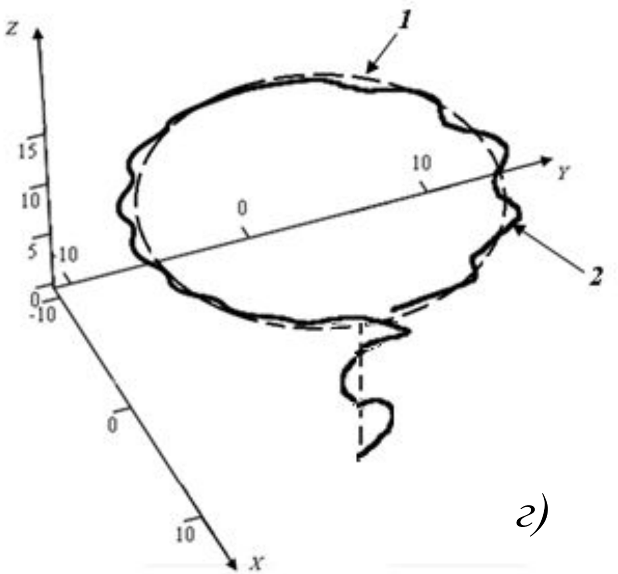
Результаты моделирования







а) *б)* *в)*



г)

Графики перемещения конвертоплана вдоль координатных осей *X, Y, Z:*
X1, Y1, Z1 – фактическая траектория, *X, Y, Z*- заданная траектория, Δ*X,* Δ*Y* , Δ Z– ошибка управления*; I, II, III* – зоны взлета, движения по траектории и посадки соответственно

Выводы

- Предложена расчетная схема и математическая модель пространственного движения конвертоплана с центрально расположенным регулируемым приводом, учитывающая гироскопические эффекты вращающихся винтов, массогабаритные свойства электроприводов, снабженных редукторами, кинематические связи, свойства электродвигателей, позволяющая исследовать основные режимы и условий полёта аппарата с переменным вектором тяги.
- Предложен метод управления движением аппарата, включающий задание произвольной траектории в виде функций в пространстве координат, позволяющий минимизировать ошибки перемещения летательного аппарата. Результаты математического моделирования показали достижимость поставленных задач, точность позиционирования конвертоплана относительно желаемой траектории.

Спасибо за внимание