



«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Методы многоскоростной
обработки сигналов. Алгоритм
взвешенного перекрывающегося
сложения (алгоритм WOLA)*

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

АЛГОРИТМ WOLA (1)

Алгоритм WOLA предназначен для:

- 1) обработки одномерных сигналов;**
- 2) обработки векторных (многоканальных) сигналов.**

Алгоритм WOLA применяется в задачах:

- 1) радиомониторинга;**
- 2) гидроакустического мониторинга.**



АЛГОРИТМ WOLA (2)

Входной векторный сигнал

$$\mathbf{x}(n) = [\mathbf{x}_0(n) \dots \mathbf{x}_i(n) \dots \mathbf{x}_{S-1}(n)]^T$$

$$n = 0, \dots, N - 1, \quad i = 0, \dots, S - 1;$$

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ \dots \\ x_0(N-1) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_1(1) \\ \dots \\ x_1(N-1) \end{bmatrix}; \quad \dots; \quad \mathbf{x}_{S-1} = \begin{bmatrix} x_{S-1}(0) \\ x_{S-1}(1) \\ \dots \\ x_{S-1}(N-1) \end{bmatrix}$$



АЛГОРИТМ WOLA (3)

Взвешивание векторного сигнала

$$\tilde{\mathbf{x}}_{mi}(n) = \mathbf{h}(mM - n) \mathbf{x}_i(n),$$

$$i = 0, \dots, S - 1;$$

$$n = 0, \dots, N - 1,$$

$$P = 1 + \left\lfloor \frac{N - N_h}{M} \right\rfloor$$

Взвешенный сигнал

$$\tilde{x}(n) = [\tilde{x}_0(n) \tilde{x}_1(n) \dots \tilde{x}_{S-1}(n)]$$



АЛГОРИТМ WOLA (4)

Сигнальные последовательности (после суммирования)

$$z_{0,m}(r) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{x}_{0,m}(r + lK)$$

$$z_{1,m}(r) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{x}_{1,m}(r + lK)$$

$$z_{S-1,m}(r) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{x}_{S-1,m}(r + lK)$$

$$r = 0, \dots, K - 1 \quad m = 0, \dots, P - 1$$



АЛГОРИТМ WOLA (5)

Матрица Z

$$Z = \begin{bmatrix} z_{00}(0) & z_{00}(1) & \dots & z_{00}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{0,P-1}(0) & z_{0,P-1}(1) & \dots & z_{0,P-1}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{S-1,0}(0) & z_{S-1,0}(1) & \dots & z_{S-1,0}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{S-1,P-1}(0) & z_{S-1,P-1}(1) & \dots & z_{S-1,P-1}(K-1) \end{bmatrix}$$



АЛГОРИТМ WOLA (6)

Применение векторного ДПФ

$$Y = VDFT \{Z\}$$

Вычисление одномерного ДПФ

$$y = DFT \left\{ \left(\begin{array}{cccc|cccc} z_{00}(0) & z_{00}(1) & \dots & z_{00}(K-1) & \dots & z_{S-1,P-1}(0) & z_{S-1,P-1}(1) & \dots & z_{S-1,P-1}(K-1) \end{array} \right) \right\}$$

$P \cdot S \cdot K$

Матрица Y

$$Y(r) = \left[Y_0(r) \ Y_1(r) \ \dots \ Y_{S-1}(r) \right]^T$$

$$i = 0, \dots, S-1$$

$$\begin{bmatrix} y_{i,0}(0) & y_{i,0}(1) & \dots & y_{i,0}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{i,P-1}(0) & y_{i,P-1}(1) & \dots & y_{i,P-1}(K-1) \end{bmatrix}$$

АЛГОРИТМ WOLA (7)

Умножение на поворачивающий множитель

$$\tilde{Y}_i(r) \Big|_{k\text{-етрока}} = Y_i(r) \Big|_{k\text{-етрока}} W_K^{-krM}, \quad r = 0, \dots, K-1; k = 0, \dots, P-1$$



АЛГОРИТМ WOLA (8)

Векторный сигнал

$$x(n) = [x_0(n) \ \dots \ x_i(n) \ \dots \ x_{S-1}(n)]$$

$$i = 0, \dots, S-1, \quad n = 0, \dots, N-1$$

$$x_i = [x_i(0) \ x_i(1) \ \dots \ x_i(N-1)]^T$$

Взвешивание окном анализа

$$\mathbb{X}(n) = [\mathbb{X}_0(n) \ \dots \ \mathbb{X}_i(n) \ \dots \ \mathbb{X}_{S-1}(n)]$$

$$i = 0, \dots, S-1, \quad n = 0, \dots, N-1$$

$$\mathbb{X}_i = [\mathbb{X}_i(0) \ \mathbb{X}_i(1) \ \dots \ \mathbb{X}_i(N-1)]^T$$

$$\mathbb{X}_{mi}(n) = h(mM - n)x_i(n)$$

$$i = 0, \dots, S-1; \quad n = 0, \dots, N-1$$

Применение векторного ДПФ

$$Y = VDFT \{Z\}$$

$$y = DFT \left\{ \left[\begin{array}{cccc|cccc} z_{00}(0) & z_{00}(1) & \dots & z_{00}(K-1) & \dots & z_{i0}(0) & z_{i0}(1) & \dots & z_{i0}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{(S-1)0}(0) & z_{(S-1)0}(1) & \dots & z_{(S-1)0}(K-1) & \dots & z_{(S-1)i}(0) & z_{(S-1)i}(1) & \dots & z_{(S-1)i}(K-1) \end{array} \right] \right\}$$

$$Y(r) = [Y_0(r) \ \dots \ Y_i(r) \ \dots \ Y_{S-1}(r)]^T;$$

$$Y_i(r) = [y_{i0}(r) \ \dots \ y_{im}(r) \ \dots \ y_{i(S-1)}(r)]^T;$$

$$y_{im} = [y_{im}(0) \ \dots \ y_{im}(r) \ \dots \ y_{im}(K-1)];$$

$$r = 0, \dots, K-1; \quad i = 0, \dots, S-1; \quad m = 0, \dots, P-1.$$

Разбиение взвешенного сигнала на
неперекрывающиеся сегменты

$$Z = \begin{bmatrix} z_{00}(0) & z_{00}(1) & \dots & z_{00}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{0,P-1}(0) & z_{0,P-1}(1) & \dots & z_{0,P-1}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{S-1,0}(0) & z_{S-1,0}(1) & \dots & z_{S-1,0}(K-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{S-1,P-1}(0) & z_{S-1,P-1}(1) & \dots & z_{S-1,P-1}(K-1) \end{bmatrix}$$

Формирование результирующей
матрицы

$$Y_i: y_{im}(r) = y_{im}(r)W_K^{-mrM}; \quad W_K^{-mrM} = e^{-j2\pi mrM/K}$$

$$r = 0, \dots, K-1; \quad i = 0, \dots, S-1; \quad m = 0, \dots, P-1$$

$$z_{im}(r) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbb{X}_{mi}(r + lK)$$

$$i = 0, \dots, S-1; \quad m = 0, \dots, P-1; \quad r = 0, \dots, K-1$$

АЛГОРИТМ WOLA (9)

**Сравнение числа операций для
алгоритма WOLA и алгоритмов-аналогов
Многоканальный полифазный банк фильтров**

$$D_{PF} \approx \frac{N_h}{M} \cdot M = N_h$$

$$D_{PF_mult} \approx N_h S + SM \log M = S(N_h + M \log M)$$

$$D_{PF_mult} \approx S(N_h + K \log K)$$

Алгоритм WOLA

$$D_{WOLA} \approx S(N_h + K \log K)$$



АЛГОРИТМ WOLA (10)

Программно-аппаратная реализация банка фильтров

Определяющим фактором вычислительной сложности при программно-аппаратной реализации многоканального банка фильтров является **ФНЧ-прототип** (КИХ-фильтр), формирующий **АЧХ желаемой формы** для одного канала банка фильтров. Порядок ФНЧ-прототипа определяется исходя из параметров, задаваемых при разработке системы.

Для повышения эффективности **программно-аппаратной реализации** можно использовать вычислители с **параллельной структурой** на основе технологии CUDA.



«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Методы многоскоростной
обработки сигналов. Алгоритм
взвешенного перекрывающегося
сложения (алгоритм WOLA)*

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)