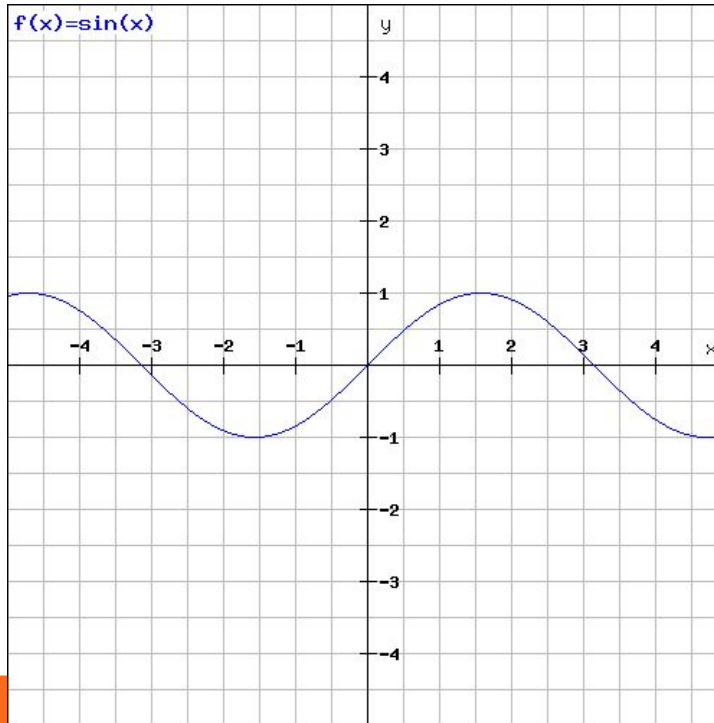


GRAFICE ALE FUNCTIILOR SI ROLUL DERIVATELOR

TISELICE DRAGOS

ROLUL DERIVATEI INTAI IN STUDIUL FUNCTIILOR

Derivata intai a unei functii ne da informatii despre monotonia functiei si despre eventualele puncte de extrem ale acesteia.



Functia $f(x) = \sin(x)$ are maxim in $\frac{\pi}{2}$ si minim in $-\frac{\pi}{2}$ ($f'(\frac{\pi}{2}) = 0$ si $f'(-\frac{\pi}{2}) = 0$).

CONSECINTA TEOREMEI LUI LAGRANGE

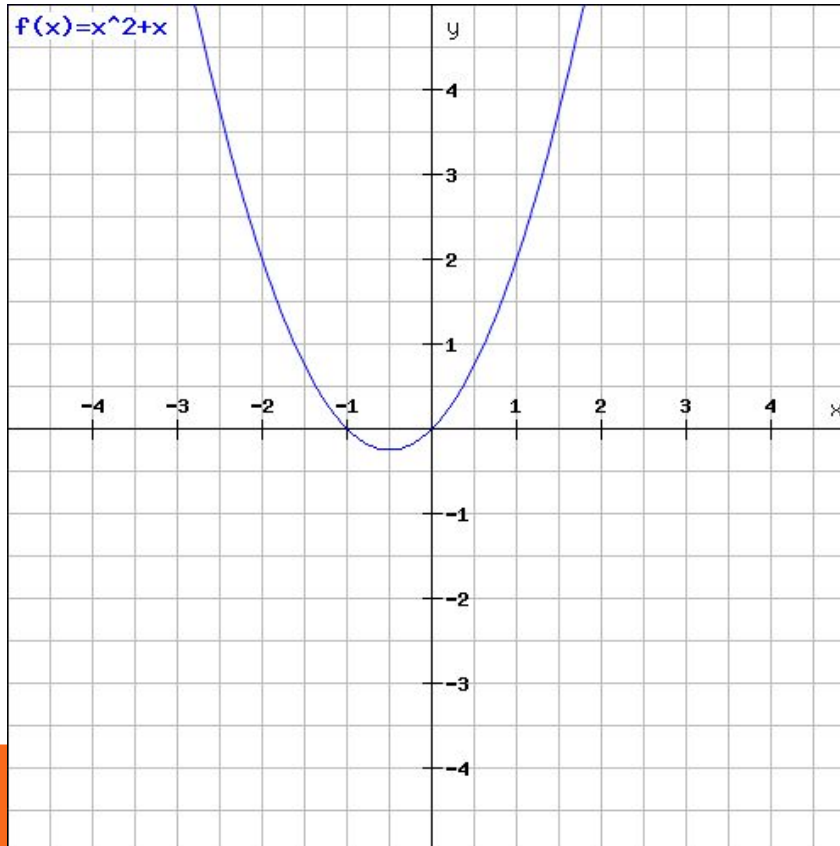
Consecinta:

daca $f'(x) > 0, \forall x \in I$, f este strict crescatoare pe I

daca $f'(x) < 0, \forall x \in I$, f este strict descrescatoare pe I

EXEMPLU MONOTONIE

$f: [0,2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=x^2+x$



$f'(x)=2x+1, f'(x)>0 \Rightarrow$

f este strict crescatoare pe $[0,2]$

ROLUL DERIVATEI A DOUA IN STUDIUL FUNCTIILOR

Intervale de convexitate si concavitate ale unei functii

$f: I \rightarrow \mathbb{R}$

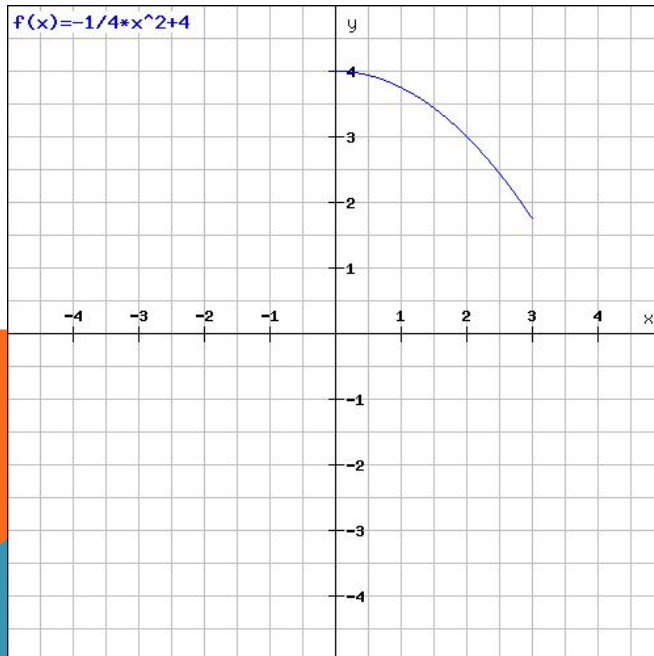
f este convexa pe I , daca $\forall x_1, x_2 \in I$ si $\lambda \in [0,1]$

$$f((1-\lambda)x_1 + \lambda x_2) \leq (1-\lambda)f(x_1) + \lambda f(x_2) \text{ adica daca } f''(x) > 0$$

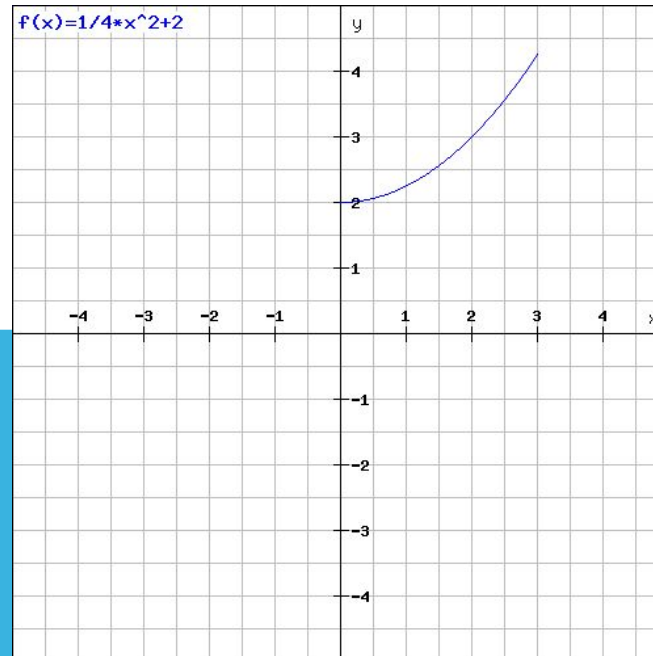
f este concava pe I , daca $\forall x_1, x_2 \in I$ si $\lambda \in [0,1]$

$$f((1-\lambda)x_1 + \lambda x_2) \geq (1-\lambda)f(x_1) + \lambda f(x_2) \text{ adica daca } f''(x) < 0$$

Concava:

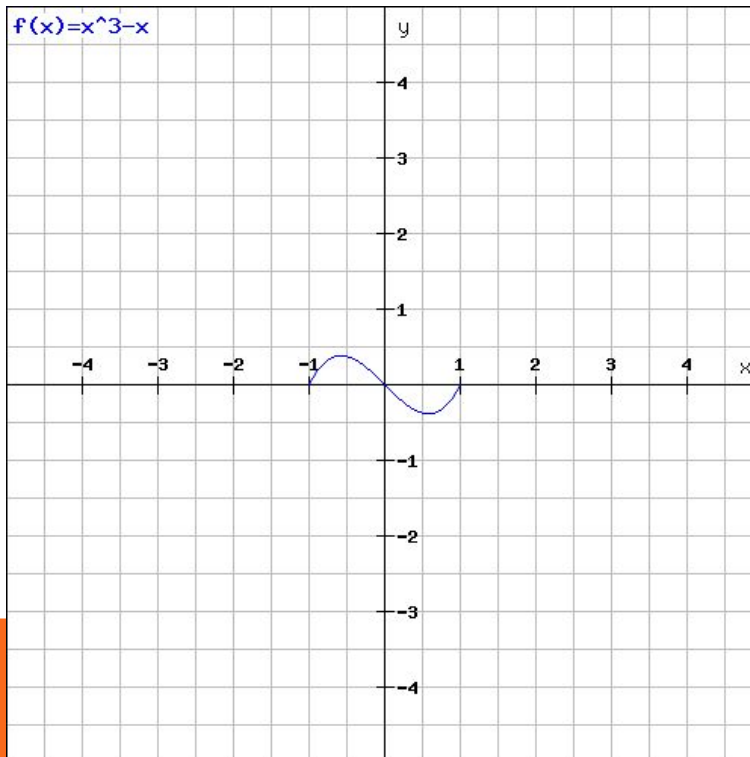


Convexa:



PUNCTELE DE INFLEXIUNE ALE UNEI FUNCTII

x_0 este punct de inflexiune al functiei f daca f are derivata in x_0 si daca pe l, de o parte a lui x_0 functia este convexa, iar de cealalta parte a lui x_0 functia este concava.



$x_0 = 0$ este punct de inflexiune
pentru $f(x) = x^3 - x$ adica $f''(x) = 0$

REPREZENTAREA GRAFICA A FUNCTIILOR

I Domeniul de definitie (determinare, intersecții cu axele, calcularea la capete și asimptote)

II Derivata întâi (rezolvarea ecuației $f'(x)=0$, intervale de monotonie)

III Derivata a doua (rezolvarea ecuației $f''(x)$, intervale cu semn constant)

IV Tabelul de variație (valori remarcabile, $f'(x)$, $f''(x)$, $f(x)$)

V Trasarea graficului



EXEMPLU

$$f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - 1}$$

$$I D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

Intersecteaza Ox in $(-1, 0)$ si $(1, 0)$ dar nu si Oy pentru ca $x \neq 0$.

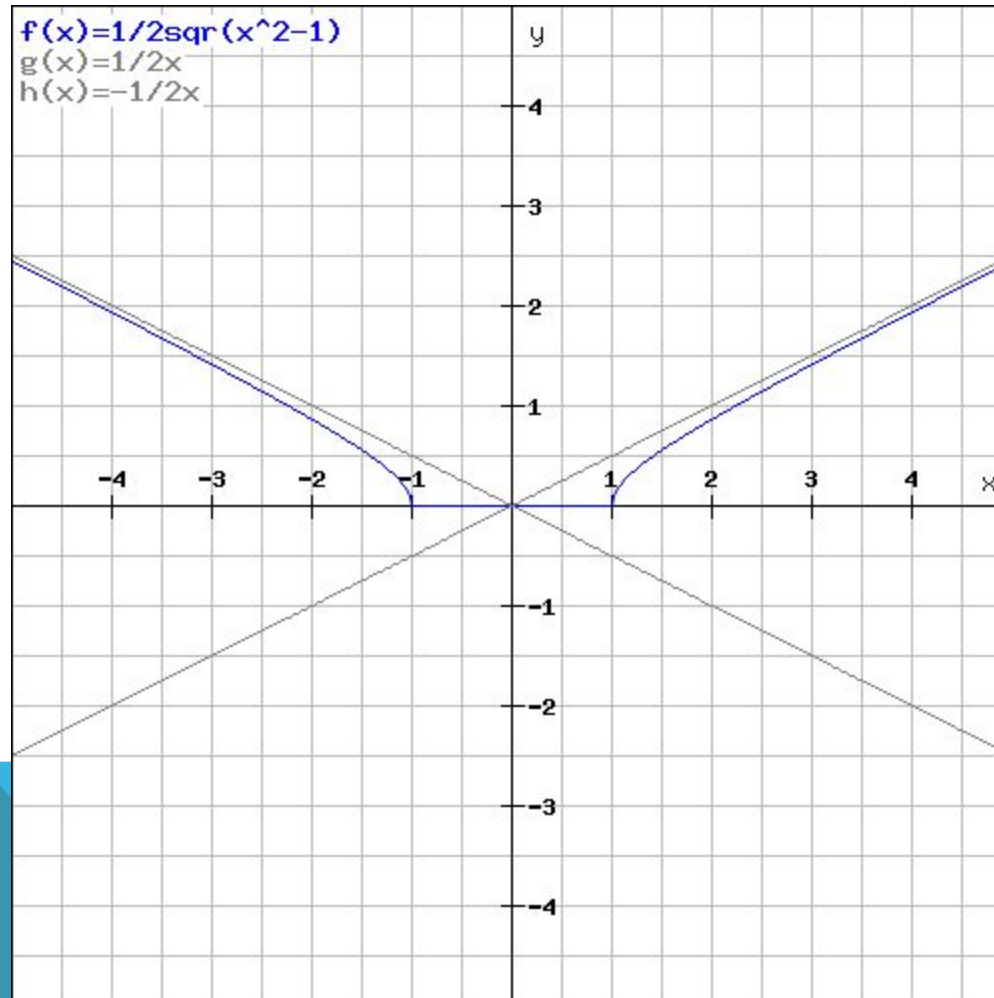
Asimptote oblice $y = \frac{1}{2}x$ si $y = -\frac{1}{2}x$

II $f'(x) = 0$ nu are solutii.

III $f''(x) = 0$ nu are solutii. IV

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	-	$-\infty$		∞	+
$f''(x)$	-	$-\infty$		$-\infty$	+
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	0 0	\nearrow	$+\infty$

GRAFIC



BIBLIOGRAFIE

Matematica – Manual pentru clasa a XI-a Editura Sigma 2003

Matematica clasa a XI-a “Elemente de analiza matematica” Editura Carminis

**Manual pentru clasa a XI-a “Elemente de analiza matematica” Editura
Mathpress 2003**

Exercitii si probleme de clasa a XI-a (si nu numai) Editura Birchi

Gazeta Matematica Editie Electronica 1895-2004 Intuitext

Revista de Matematica din Timisoara Editie Electronica 1921-2006 Intuitext

<http://rechneronline.de/function-graphs/>