ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

ПОВТОРЕНИЕ

УСТАНОВИТЕ СООТВЕТСТВИЕ:

$\sin 60^0$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin 145^0$	$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos 120^0$	$\dfrac{1}{2}$
$\cos 30^0$	$-\dfrac{1}{2}$
$\sin 150^0$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

Решить устно

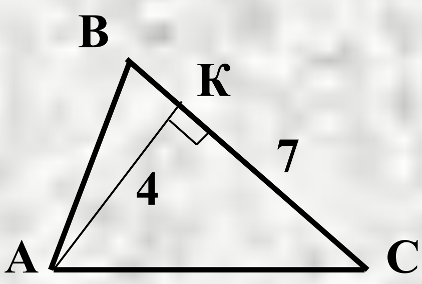


рис.1

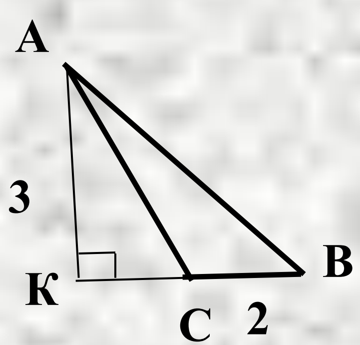


рис.2

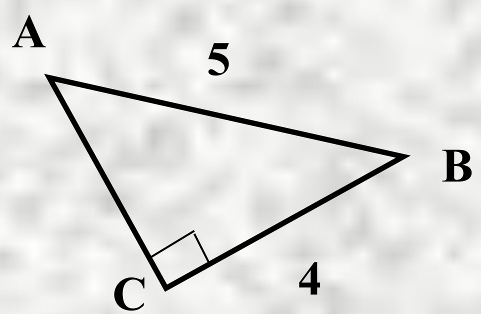
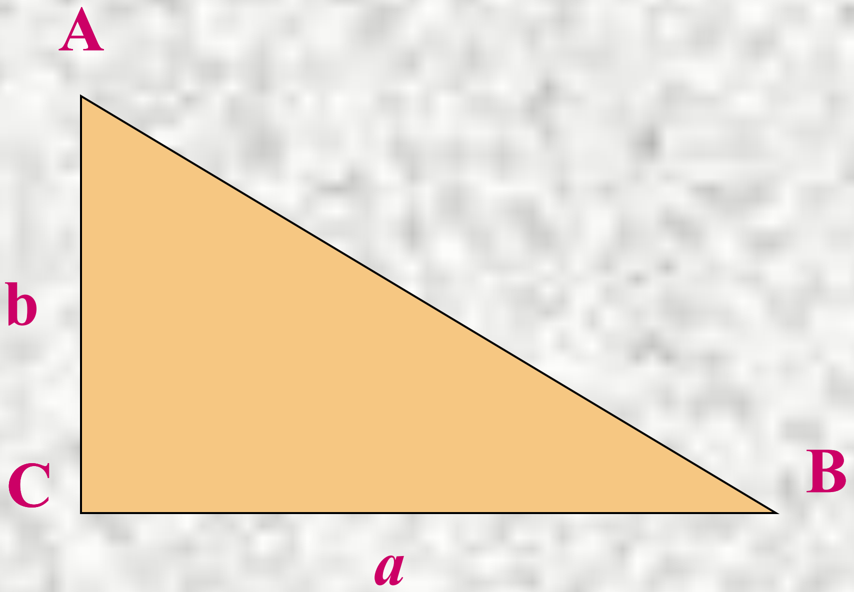


рис.3

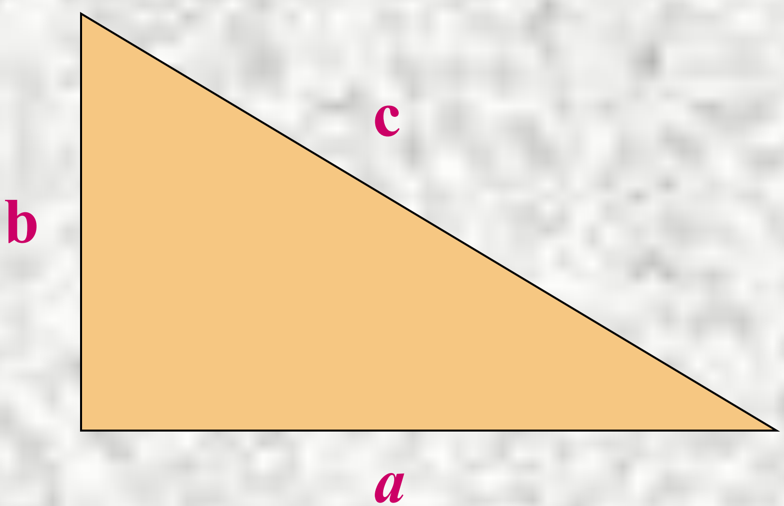
1. **Площадь прямоугольного треугольника**
2. **Площадь треугольника**
3. **Формула Герона**
4. **Площадь треугольника, вычисляемая с помощью радиуса вписанной окружности**
5. **Площадь треугольника, вычисляемая с помощью радиуса описанной окружности**

Площадь прямоугольного треугольника



$$S = \frac{1}{2}\, a \cdot b$$

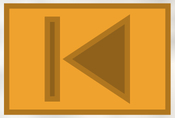
Решить устно



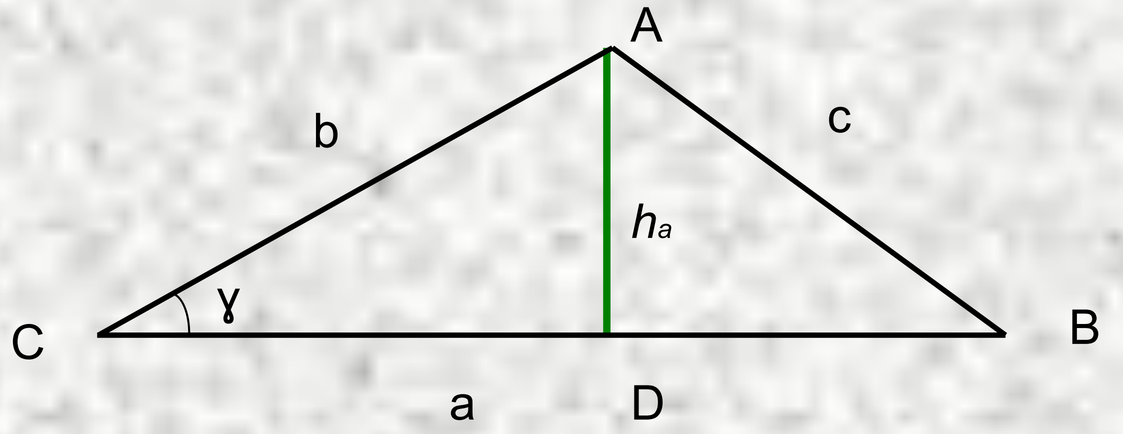
Найти площадь треугольника, если:

1. a=8 см; b=3 см;

2. b=6 см; c=10 см.




$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin\gamma$$



Если в треугольнике известны две стороны и угол между ними, то площадь такого треугольника можно найти, как половина произведения двух сторон на синус угла между ними.

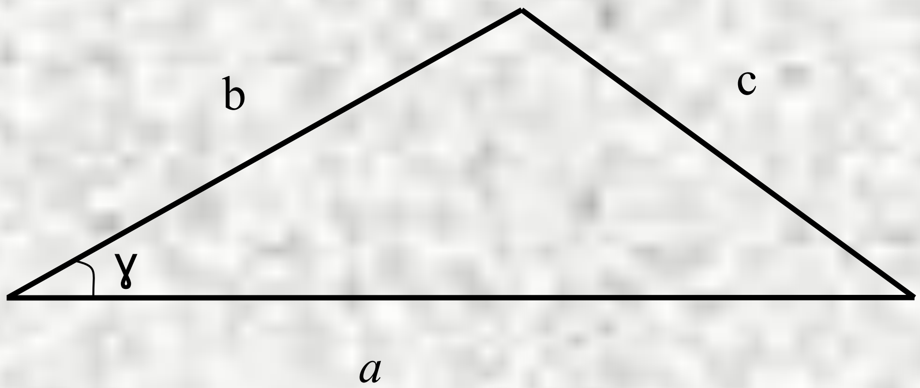
$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a$, *но из прямоугольного*

треугольника ADC $h_a = b \cdot \sin\gamma$, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin\gamma$

Решить устно

№1

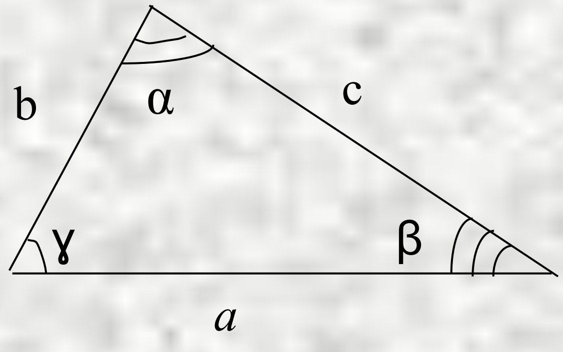
a=12 см, b=9 см, ɣ=30^0.
Найти S.



Ответ: S=27 см^2.

№2

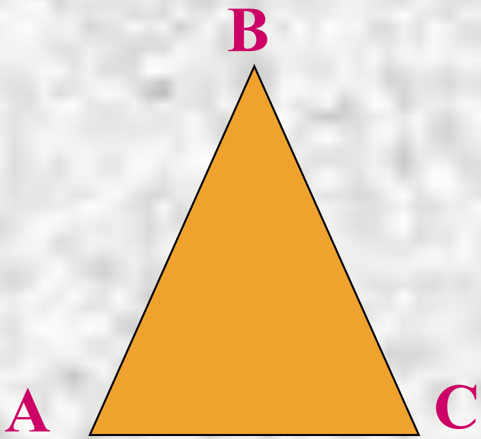
α=80^0, ɣ=70^0, a=10 см,
с=8 см. Найти S.



Ответ: S=20 см^2.

Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 30^0, а его площадь – 150 см^2. Найдите боковую сторону треугольника.

Решение



$$Дан\ \Delta ABC\ (AB = BC),\ \angle B = 30^0,\ S_{\Delta ABC} = 150\ см^2.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\angle B = \frac{1}{2} AB^2 \cdot \sin\angle B;$$

$$AB^2 = \frac{2 \cdot S_{\Delta ABC}}{\sin\angle B};\ AB^2 = \frac{2 \cdot 150}{\sin 30^0} = \frac{300}{\frac{1}{2}} = 300 \cdot 2 = 600;$$

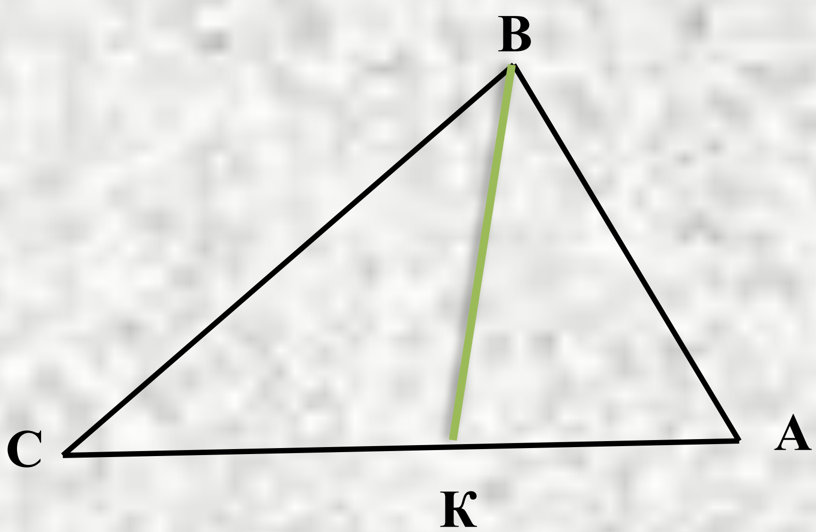
$$AB = \sqrt{600} = 10\sqrt{6}\ (см);$$

$$AB = BC = 10\sqrt{6}\ (см).$$

$$Ответ:\ 10\sqrt{6}\ см.$$

Дан ΔАВС. Биссектриса угла В делит сторону АС на отрезки 5 см и 6 см, начиная от вершины А. Сторона АВ=15 см, угол С равен 30^0. Найти площадь и периметр треугольника АВС.

Решение



Дан ΔАВС. АВ=15 см. Биссектриса ВК делит сторону АС на отрезки: АК=5 см, КС=6 см.
Используя свойство биссектрисы угла, найдем ВС:

$$\frac{CB}{CK}=\frac{AB}{AK};\ CB=\frac{CK\cdot \text{AB}}{\text{AK}};$$

$$CB=\frac{15\cdot 6}{5}=18\ см.$$

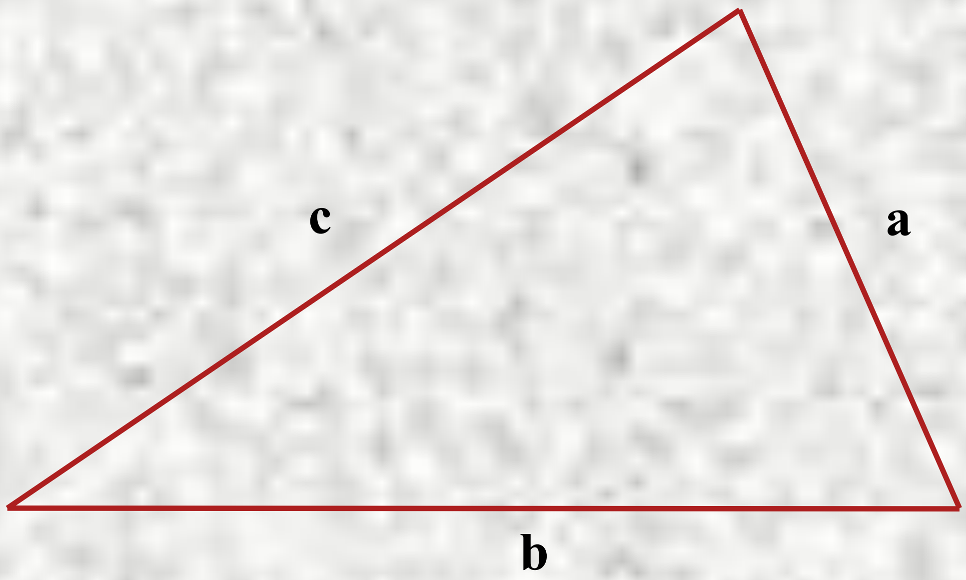
$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CB\cdot \text{CA}\cdot\sin\angle\text{C},\ S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}18\cdot 11\cdot\sin 30^{0}=$$

$$=\frac{99}{2}=49{,}5\ (см^2).$$

$$P_{\Delta ABC}=AB+CB+CA;\ P_{\Delta ABC}=15+18+11=44\ (см).$$

$$Ответ:\ 49{,}5\ см^2;\ 44\ см.$$

Формула Герона



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},\ p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 26 см, 28 см и 30 см. Найдите высоту, проведенную к большей стороне.

Решение

Дан треугольник. a, b, c - его стороны.

a = 26 см, b = 28 см, c = 30 см.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},\ p = \frac{a+b+c}{2}.$$

$$p = \frac{26+28+30}{2} = 42\,(см).$$

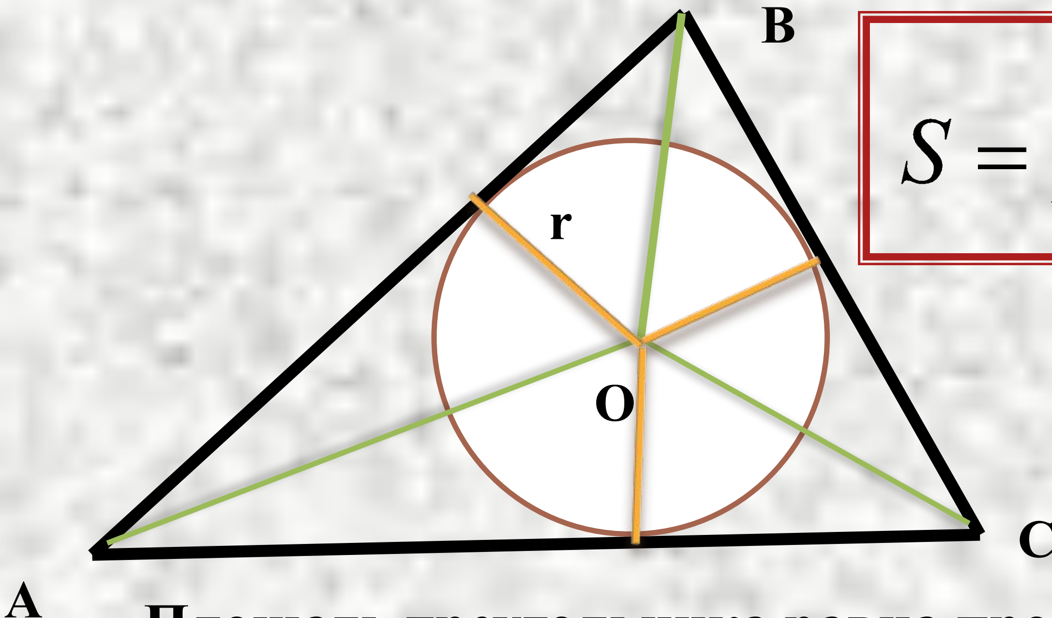
$$S = \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = \sqrt{42\cdot 16\cdot 14\cdot 12} =$$

$$= \sqrt{14\cdot 3\cdot 16\cdot 14\cdot 3\cdot 4} = 14\cdot 3\cdot 4\cdot 2 = 336\ см^2.$$

$$S = \frac{1}{2}ch_c,\quad h_c = \frac{2S}{c}.\quad h_c = \frac{2\cdot 336}{30} = 22{,}4\ см.$$

Ответ: 336 $см^2$; 22,4 *см*.

Площадь треугольника через r - радиус вписанной в него окружности



$$S = pr, \quad p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

Площадь треугольника равна произведению полупериметра треугольника на радиус вписанной в него окружности:

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BOC} + S_{\Delta AOB} + S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2}AB \quad r +$$

$$+\frac{1}{2}AC \quad r + \frac{1}{2}BC \quad r = \frac{1}{2}(a+b+c) \quad r$$

r - *радиус вписанной окружности.*

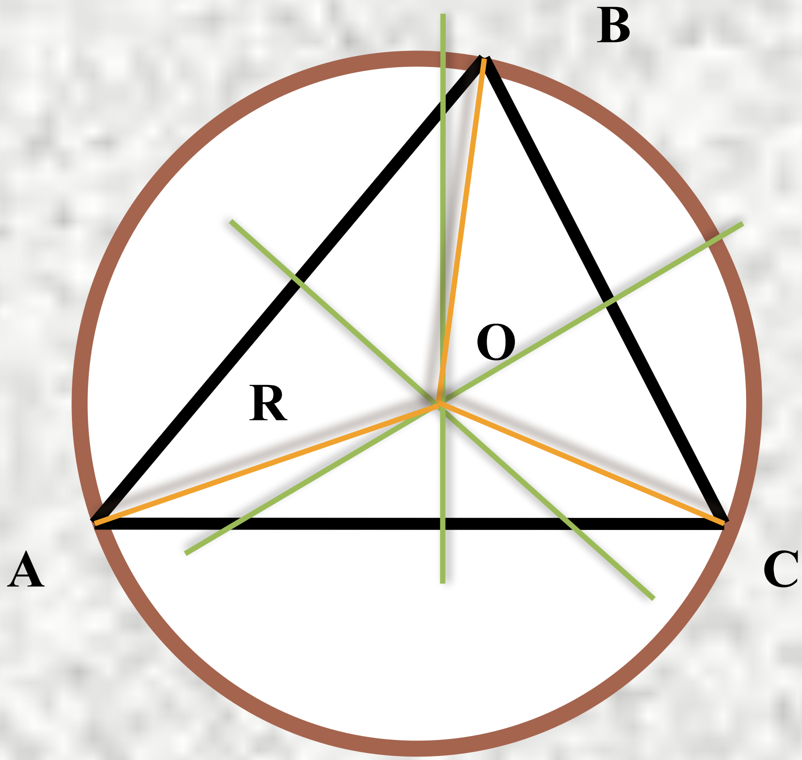
Решить самостоятельно:

1. Катеты прямоугольного треугольника 6 см, 8 см. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей.

2. Стороны треугольника 4 см, 5 см и 7 см. Найти радиус вписанной в треугольник окружности.

3. Стороны треугольника 5 см и 8 см, а угол между ними 60^0. Найти радиус окружности, вписанной в треугольник.

Площадь треугольника через R - радиус описанной около него окружности

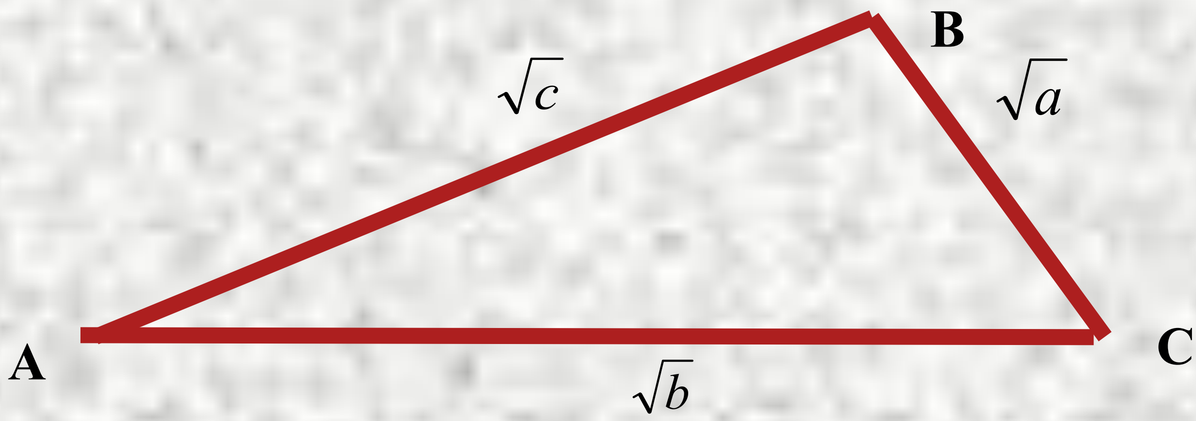


$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

Мы знаем, что $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \angle C$; $\sin \angle C$ *найдем из соотношения*

$$\frac{c}{\sin \angle C} = 2R; \ \sin \angle C = \frac{c}{2R}, \quad S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\frac{abc}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

II формула Герона

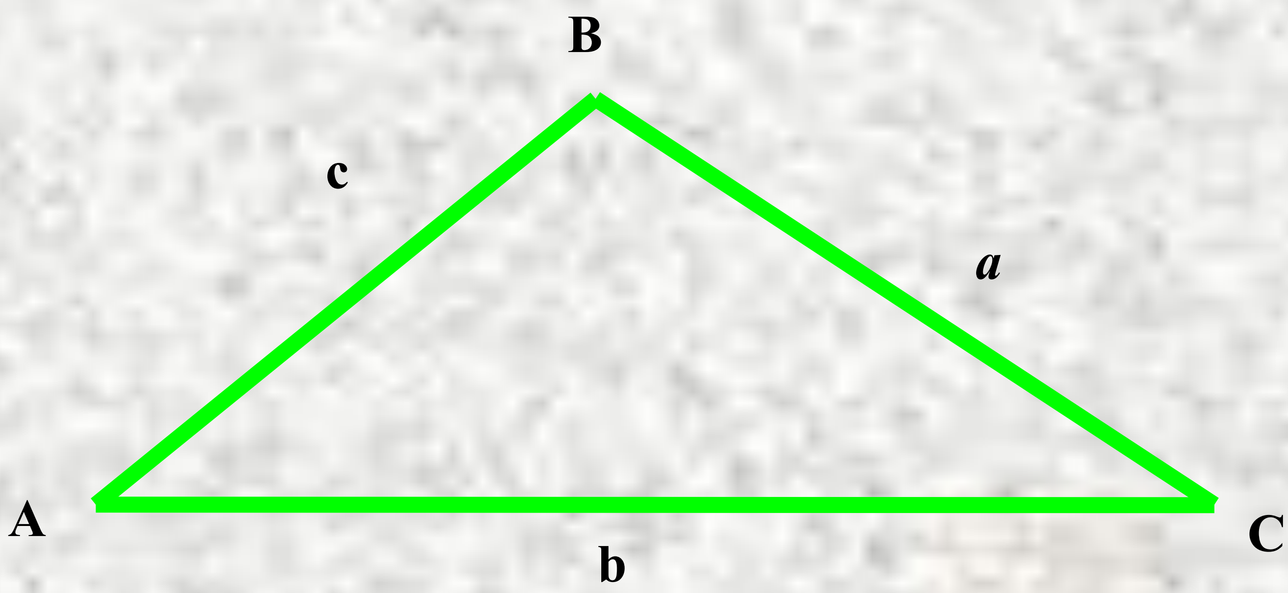


$$p = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}{2}$$

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{4ab - (a + b - c)^2}$$

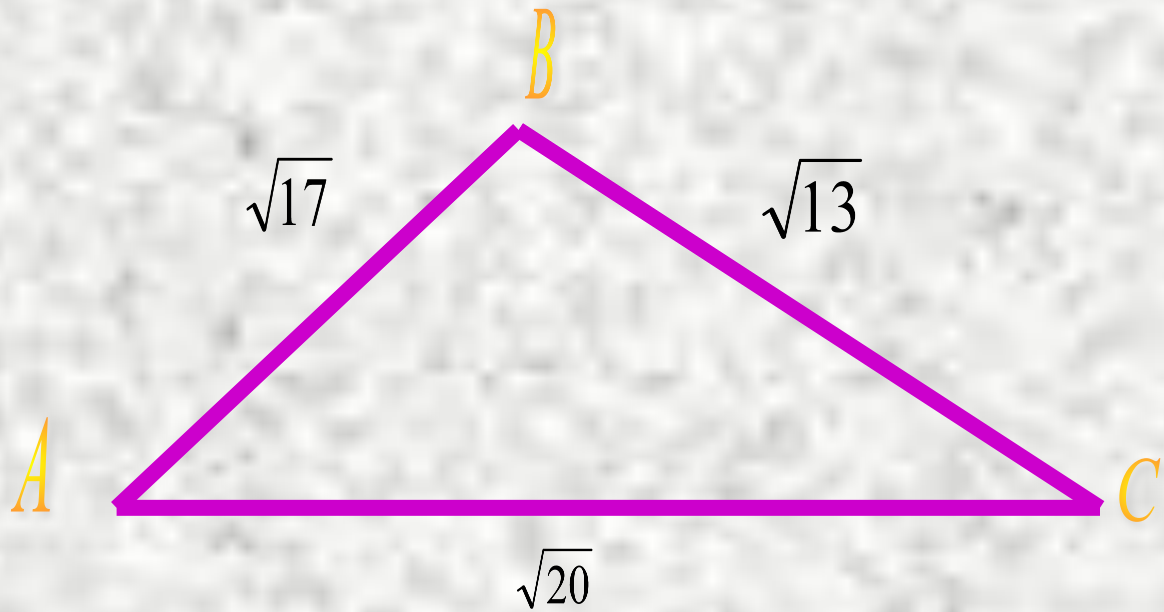
Итак, мы получили II формулу Герона:

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}$$



Задача:

Найти площадь треугольника со сторонами $\sqrt{17}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{13}$



Решение:

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}$$

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{4 \cdot 13 \cdot 20 - (13 + 20 - 17)^2} = \frac{1}{4}\sqrt{1040 - 256} = \frac{1}{4}\sqrt{784} = 7$$

ТЕПЕРЬ РЕШИ САМЫЕ ТРУДНЫЕ ЗАДАЧИ

1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна a, а угол при основании равен α. Найдите площадь треугольника.

2. Высота равностороннего треугольника равна h. Вычислите его площадь.

3. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c, а один из острых углов равен β. Найдите площадь треугольника.