

Принципы обработки
информации компьютером
Арифметические и логические
основы работы ЭВМ

Принципы обработки информации компьютером

Между алгеброй логики и двоичным кодированием существует следующая связь: математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания того, как функционируют аппаратные средства компьютера, поскольку основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: “1” и “0”.

Поэтому:

- одни и те же устройства компьютера могут применяться для обработки и хранения как числовой информации, представленной в двоичной системе счисления, так и логических переменных;
- на этапе конструирования аппаратных средств алгебра логики позволяет значительно упростить логические функции, описывающие функционирование схем компьютера, и, следовательно, уменьшить число основных узлов компьютера.

Логические операции

1. Логическое умножение (конъюнкция) «И»

A И B или **A&B** или **A∧B**

A И B истинно тогда и только тогда,
когда оба высказывания **A** и **B**
истинны.

Примеры: **0 и 0=0** **0 и 1=0**

1 и 0=0 **1 и 1=1**

Техническая реализация И

- два последовательно соединенных ключа:



Таблица истинности

A	B	A И B			
0	0	0			
0	1	0			
1	0	0			
1	1	1			

Логические операции

2. Логическое сложение «ИЛИ»

A ИЛИ B или $A \vee B$ или $A+B$

A **или** B ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.

Примеры:

0 **или** 1 = 1 1 **или** 0 = 1

0 **или** 0 = 0 1 **или** 1 = 1

Техническая реализация ИЛИ

- два параллельно соединенных ключа:

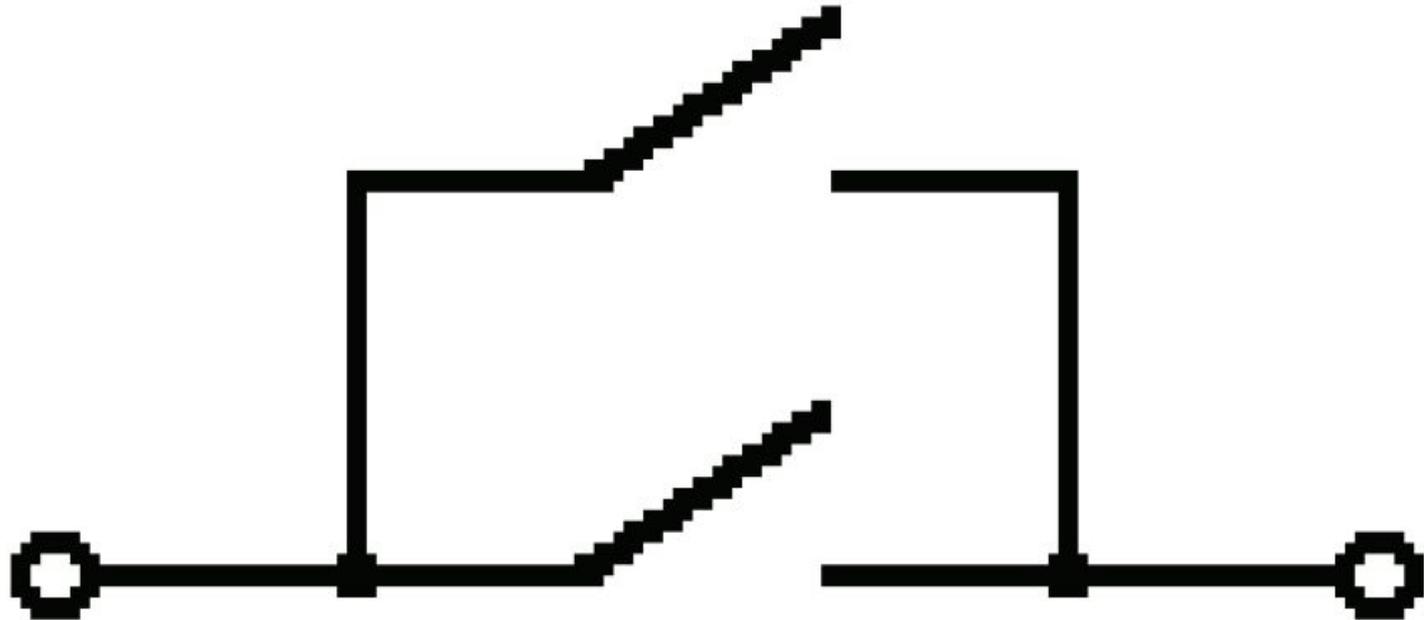


Таблица истинности

A	B	A И B	A ИЛИ B		
0	0	0	0		
0	1	0	1		
1	0	0	1		
1	1	1	1		

Логические операции

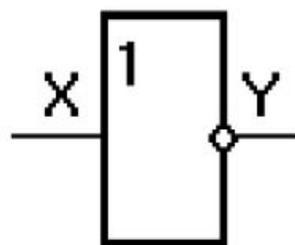
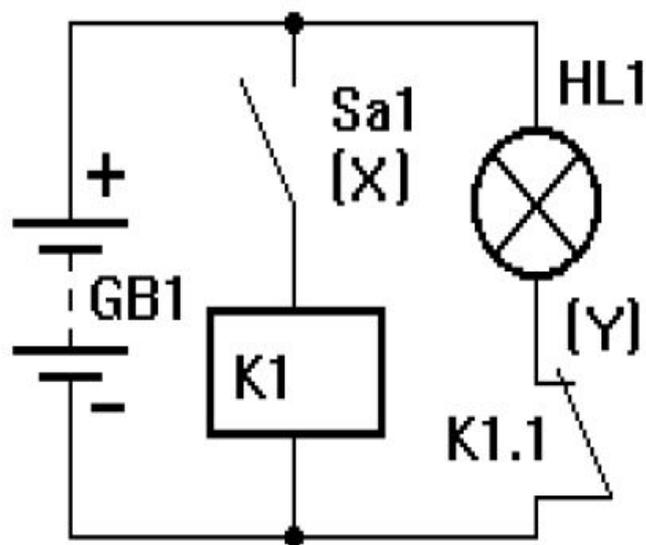
3. Логическое отрицание (инверсия) «НЕ»

НЕ A или $\neg A$

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное выражение ложным и, наоборот, ложное – истинным.

Техническая реализация НЕ

- при отсутствии электрического тока через обмотку реле контакты реле замкнуты,
- при протекании достаточного тока через обмотку реле контакты реле разомкнуты:



X	Y
0	1
1	0

Таблица истинности

A	B	A И B	A ИЛИ B	НЕ A	
0	0	0	0	1	
0	1	0	1	1	
1	0	0	1	0	
1	1	1	1	0	

Логические операции

4. Логическое следование (импликация)

$$A \rightarrow B$$

$A \rightarrow B$ ложно только тогда, когда A истинно, а B ложно.

Импликация выражается через дизъюнкцию и отрицание:

$$A \rightarrow B = \text{НЕ } A \text{ ИЛИ } B$$

Таблица истинности

A	B	A И B	A ИЛИ B	НЕ A	A→B
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1

Приоритет логических операций

1) инверсия НЕ

2) конъюнкция И

3) дизъюнкция ИЛИ

4) импликация \rightarrow

Задачи

1. Для какого из указанных значений числа X истинно высказывание:

НЕ $((X > 3) \rightarrow (X > 4))$?

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

Решение (способ 1)

A	B	$\neg A$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1

По таблице истинности импликации видим, что она будет ложной в одном в одном-единственном случае: когда первое высказывание истинно, а второе ложно.

Первое высказывание ($X > 3$) может быть истинно только при $X=4$ или $X=5$. Второе высказывание принимает значение ЛОЖЬ только при $X=4$.

Ответ: 3) 4

Решение (способ 2)

Метод последовательной подстановки

$$1) X=2 \quad \text{НЕ } ((2>3) \rightarrow (2>4)) = \neg(0 \rightarrow 0) = \neg(1) = 0$$

$$2) X=3 \quad \text{НЕ } ((3>3) \rightarrow (3>4)) = \neg(0 \rightarrow 0) = \neg(1) = 0$$

$$3) \underline{X=4} \quad \text{НЕ } ((4>3) \rightarrow (4>4)) = \neg(1 \rightarrow 0) = \neg(0) = \underline{1}$$

$$4) X=5 \quad \text{НЕ } ((5>3) \rightarrow (5>4)) = \neg(1 \rightarrow 1) = \neg(1) = 0$$

Ответ: 3) 4

Задачи

2. Для какого из указанных значений числа X ложно выражение

$(X > 2)$ ИЛИ НЕ $(X > 1)$?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Задачи

3. Для какого из указанных значений числа X истинно выражение

НЕ ($X > 3$) И ($X > 2$)?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Задачи

4. Построить таблицу истинности для логической функции $F(A, B, C) = \bar{A} \& (B \vee C)$

A	B	C	\bar{A}	$B \vee C$	$\bar{A} \& (B \vee C)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Задачи

5. Постройте таблицу истинности для
данного логического выражения $(A \vee B) \& (\bar{A} \vee B)$

Задачи

Разбирается дело Лёнчика, Пончика и Батончика. Кто-то из них нашел и утаил клад. На следствии каждый из них сделал по два заявления.

Батончик: «Я не делал этого. Пончик сделал это»

Лёнчик: «Пончик не виновен. Батончик сделал это»

Пончик: «Я не делал этого. Лёнчик не делал этого»

Суд установил, что один из них дважды солгал, другой — дважды сказал правду, третий — один раз солгал, один раз сказал правду. Кто утаил клад?

Решение:

Введём обозначения: Б –клад утаил Батончик, П - клад утаил Пончик, Л - клад утаил Лёнчик. Рассмотрим три возможных варианта – виноват Батончик, виноват Пончик, виноват Лёнчик. При таких вариантах получаем следующие значения высказываний трёх обвиняемых.

Возможные варианты			Высказывания Батончика		Высказывания Лёнчика		Высказывания Пончика		Соответствие условию задачи
Б	Л	П	¬Б	П	¬П	Б	¬П	¬Л	
1	0	0	0	0	1	1	1	1	-
0	0	1	1	1	0	0	0	1	+
0	1	0	1	0	1	0	1	0	-

В первом варианте один солгал дважды, а двое сказали правду дважды, что не соответствует условию задачи. В третьем варианте все один раз сказали правду и один раз солгали, что также не соответствует условию задачи. Во втором варианте один дважды солгал, другой дважды сказал правду, а третий один раз сказал правду, а один раз солгал, что соответствует условию задачи. Следовательно клад утаил Пончик.