ГИДРАВЛИКА

Ташкентский Государственный Технический Университет

Кафедра “Гидроэнергетика и гидравлика”

Авторы:

Мукольянц А.А.

Кенжаев Б.О.

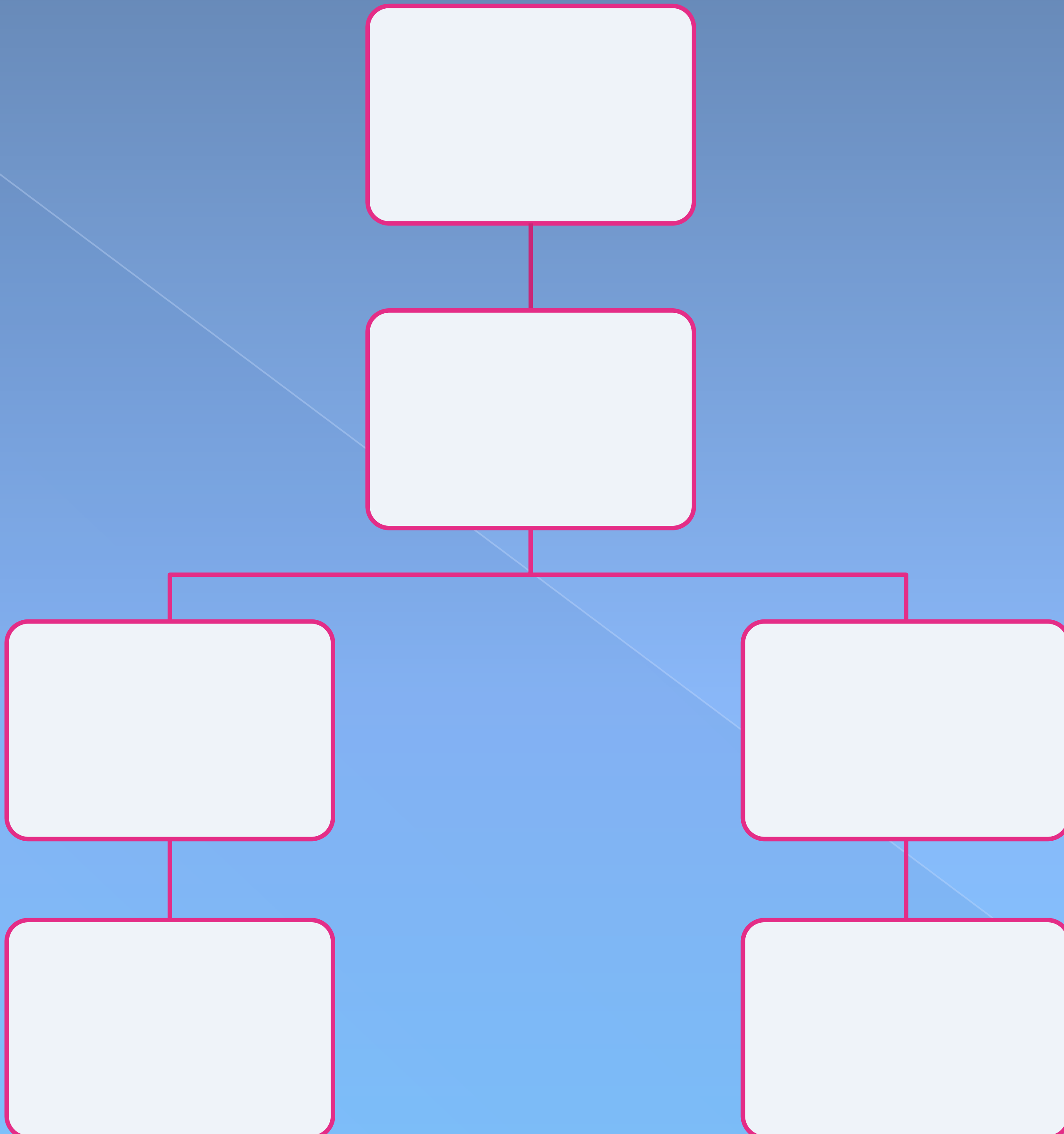
Основы прикладной гидравлики

Гидромеханика

- ***- наука, изучающая равновесие и движение жидкости, а также взаимодействие между жидкостью и твердыми частицами, погруженными в жидкость полностью или частично.***
- По принципу целенаправленности гидромеханические процессы химической технологии можно разделить на:

1. Процессы перемещения потоков в трубопроводах и аппаратах;
2. Процессы, протекающие ***с разделением*** неоднородных систем (осаждение, фильтрование, центрифугирование)
3. Процессы, протекающие ***с образованием*** неоднородных систем (перемешивание, псевдоожижение и др.)

Законы гидромеханики и их практические приложения



Жидкости

Для решения задач гидравлики используют понятие об идеальной жидкости, т.е. жидкости абсолютно несжимаемой и не обладающей вязкостью.

отно

существенно изменяют свой объем при воздействии сжимающих сил и изменении температуры.

Силы, действующие на жидкость

Внешние

Поверхностные

- сила поверхностного
- сила давления на сво
- силы реакции стенок

Внутренние

Силы межмолекулярного взаимодействия

- сила тяжести
- центробежная сила

Физические свойства жидкостей

- Плотность
- Уравнение состояния идеального газа
- Сжимаемость
- Поверхностное натяжение
- Вязкость
- Неньютоновские жидкости
- Практические задачи

Плотность

- масса жидкости, заключенная в единице ее объема.

Удельный вес

- вес единицы объема жидкости.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

$$[\rho] = \frac{[m]}{[L^3]}$$

кг/м³ (СИ)

$$\boxed{\gamma = \frac{G}{V}}$$

$$[\gamma] = \frac{[G]}{[L^3]}$$

Н/м³ (СИ).

Уравнение Д.И.Менделеева

$$\rho_t = \rho_{20} - \alpha_\rho (t - 20)$$

$$G = mg$$

$$\gamma = \rho g$$

$$\boxed{\rho_4^t = \rho_4^{20} - \alpha (t - 20)}$$

Относительная плотность – безразмерная единица!!!

При изменении давления и температуры объем и плотность газа рассчитывают по следующим соотношениям:

$$V = V_0 \frac{p_0}{T_0} \cdot \frac{T}{p} \qquad \rho = \rho_0 \cdot \frac{T_0}{p_0} \cdot \frac{p}{T}$$

При нормальных условиях плотность газа определяется из уравнения:

$$\rho_0 = M \frac{p}{RT} = M \cdot \frac{101300}{8314 \cdot 273} = \frac{M}{22,4}$$

Число Авогадро

Задача 1.

Мольная масса воздуха:

*M = 0,79*28 + 0,21*32 = 28,8 кг/кмоль*

Плотность воздуха при заданных условиях:

$$\rho = \frac{M}{22,4} \cdot \frac{273 \cdot p}{T \cdot p_0} = \frac{28,8}{22,4} \cdot \frac{273(750 - 440)}{(273 - 40) \cdot 750} =$$

$$= 0,615 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Решение

- **Сжимаемость** жидкостей характеризуется коэффициентом сжимаемости

$$\beta_V$$

который равен отношению изменения относительного объема жидкости к изменению давления:

$$\beta_V = -\frac{1}{V}\cdot\frac{\Delta V}{\Delta p}$$ (м^2/Н).

- **Температурное расширение**

$$[\beta_V] = Па^{-1}$$ (град$^{-1}$)

$$\beta_t = -\frac{\Delta V}{V}\cdot\frac{1}{\Delta t}$$

- **Модуль упругости** – величина, обратная коэффициенту сжимаемости.
- Коэффициент сжимаемости и модуль упругости изменяются в зависимости от температуры и давления.
- Для нефтепродуктов в среднем

$$\beta_V = 7{,}41\cdot10^{-10}\ \frac{м^2}{Н}$$

- для глинистых растворов

$$\beta_V = 4{,}0\cdot10^{-10}\ \frac{м^2}{Н}$$

- В гидравлических расчетах величиной

$$\beta_V$$

можно пренебречь, кроме тех случаев, когда имеет место гидравлический удар.

Поверхностное натяжение.

е на
пов ти,

Размерность поверхностного натяжения в СИ:

$$[\sigma]=\left[\frac{дж}{м^2}\right]=\left[\frac{Н}{}\right.$$

Размерность в с

$$[\sigma]=\left[\frac{эрг}{см^2}\right]=\left[\frac{дин}{с}\right.$$

$$1\frac{кГ}{м}=9810\frac{дин}{см}$$

повышением тем
натяжения нужно у
капиллярах, при б

Силы поверхностного натяжения оказывают на жидкость дополнительное давление, перпендикулярное к ее поверхности, величина которого определяется уравнением ***Лапласа:***

где r_1 и r_2 - главные радиусы кривизны поверхности элемента жидкости.

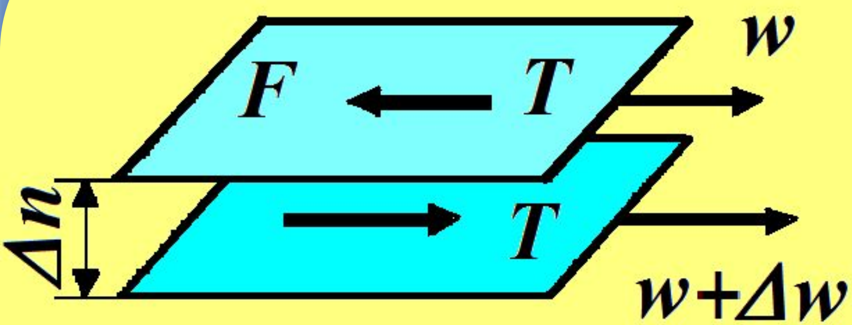
Вязкость

Вязкость является результатом действия трения между соприкасающимися слоями жидкости, вследствие чего эти слои движутся с различными скоростями.

Для расчета силы трения обычно используют *закон Ньютона.* Этот закон обобщенно характеризует механические свойства сплошных сред и распространяется на воду, воздух, спирты и многие другие жидкости и газы. *Ньютоновскими* называются жидкости, удовлетворяющие обобщенному закону Ньютона в форме:

$$T_{mp} = \mu F \frac{\Delta w}{\Delta n}$$

Вязкость



- **<u>Вязкостью называется свойство жидкости оказывать сопротивление ее движению, т.е. взаимному перемещению ее частиц.</u>**
- Напряжение внутреннего трения (сдвига)

$$\tau = \frac{T}{F}$$

- <u>Напряжение внутреннего трения, возникающее между слоями жидкости при ее течении, прямо пропорционально градиенту скорости</u>

F - площадь слоя

Δn - расстояние между слоями

T - приложенная сила

w - скорость движения слоя жидкос

$$\boxed{\tau = -\mu \cdot \frac{\Delta w}{\Delta n}}$$

Динамический коэффициент вязкости **(вязкость)**

- **Единицы измерения вязкости μ:**

$$[Па\cdot с]=\left[\frac{Н\cdot с}{м^2}\right]=\left[\frac{кг\cdot м}{с^2}\cdot\frac{с}{м^2}\right]=\left[\frac{кг}{м\cdot с}\right]$$

$$[П]=\left[\frac{дина\cdot с}{см^2}\right]=\left[\frac{г\cdot см}{с^2}\cdot\frac{с}{см^2}\right]=\left[\frac{г}{см\cdot с}\right]$$

- **Соотношение между Па*с и П:** $1Па\cdot с=10П$
- **Кинематический коэффициент вязкости или кинематическая вязкость ν:**

$$\boxed{\nu=\frac{\mu}{\rho}}$$

- **Единицы измерения кинематической вязкости :**

$$\boxed{[\nu]=\frac{м^2}{с}}\quad \boxed{[\nu]=стокс(Ст)=1\frac{см^2}{с}}\quad \boxed{1\frac{м^2}{с}=10^4Ст}\quad \boxed{1сСт=0{,}01Ст}$$

Вязкость жидк
повышение
уменьшает
увел

Ра
вя

Динамический коэффициент вязкости для газов при температурах, отличных от 0ºС, рассчитывают по формуле:

$$\mu_t = \mu_0 \frac{273 + C}{T + C}\left(\frac{T}{273}\right)^{3/2}$$

формула **Гросса**

$$lg\frac{\nu_{t_1}}{\nu_{t_2}} = k \cdot lg\frac{t_2}{t_1}$$

$$lg(\nu_t + 0{,}8) = a + b \cdot lg(t + 273)$$

Задача 2.

Решение

зкость нефти

при 20 и 50 ºС

176 см²/с.

ри t = 105ºC.

$$k=\frac{lg\frac{\nu_{t_1}}{\nu_{t_2}}}{lg\frac{t_2}{t_1}}=\frac{lg\frac{0,758}{0,176}}{lg\frac{50}{20}}=1,595$$

$$lg\frac{0,758}{\nu_t}=1,595\,lg\frac{105}{20}$$

$$\nu_t=0,0572 \text{ см}^2/\text{с}$$

Одним из важных эмпирических показателей, характеризующих качество смазочных материалов, является вязкостно-весовая константа, определяемая **формулой *Пинкевича***

$$\eta = \frac{\rho_{15}^{15} - 0,24 - 0,038\lg\nu_{100}}{0,755 - 0,011\lg\nu_{100}}$$

Неньютоновские жидкости

- Закон трения Ньютона справедлив для всех газов и многих жидкостей с низкой молекулярной массой (*ньютоновские жидкости*). Однако, ряд жидкостей (растворы полимеров, коллоидные растворы, пасты, суспензии и др) обнаруживают более сложные вязкостные свойства, которые не могут быть описаны законом Ньютона (*неньютоновские жидкости*). Для неньютоновских жидкостей вязкость зависит не только от параметров состояния, но и от условий течения.

Пластичные жидкости

Зависимость между касательным напряжением сдвига и градиентом скорости может быть представлена графически и называется ***кривой течения***.

При τ, большей некоторого значения τ_0, начинается течение этих жидкостей.

Уравнение кривой течения:

$$\tau - \tau_0 = -\eta \frac{\Delta w}{\Delta n}$$

пластичная вязкость

Пластичные жид…

Кривая течения вязкой (ньютоновской) жидкости является … з начало … сом угла … дкости

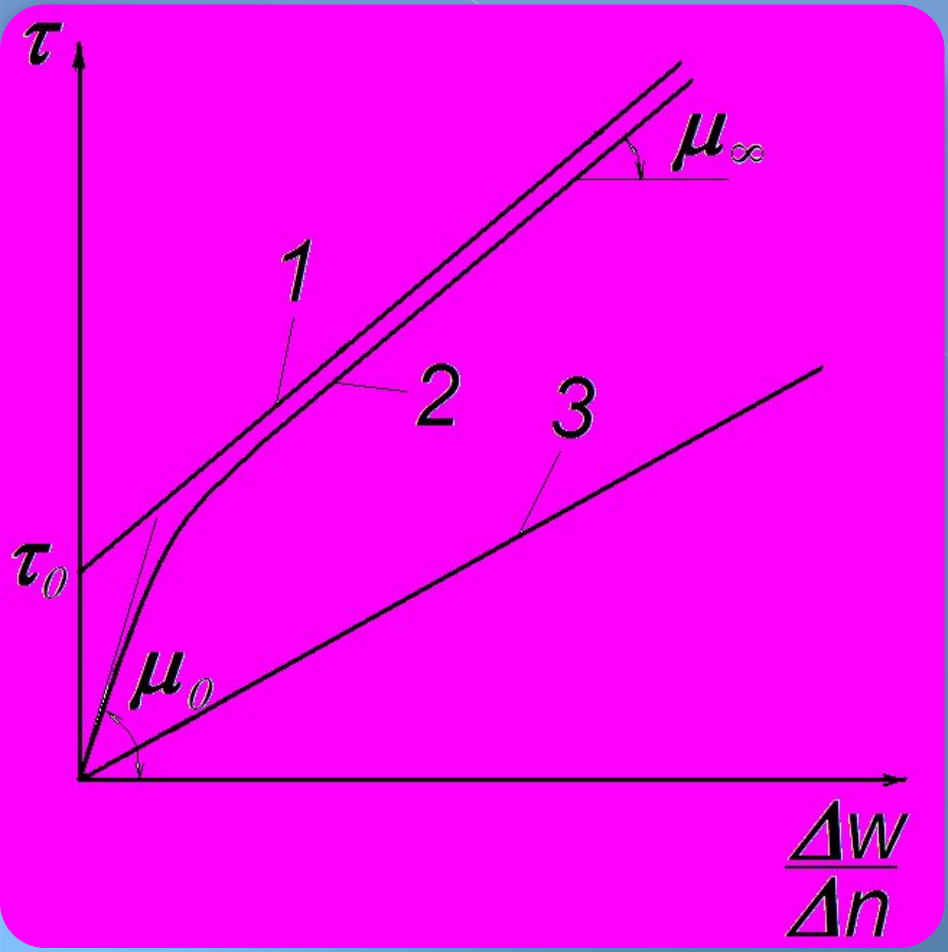
Вязкость пластичной жидкости, движущейся по трубопроводу, выражается следующей формулой:

где *d*- диаметр трубопровода, м;

w - средняя скорость жидкости в трубопроводе, м/с.

… сти η.

Псевдопластичные жидкости



В отличие от
пластичных жидкостей
псевдопластичные
жидкости начинают течь при
самых малых значениях τ,
но вязкость этих жидкостей
изменяется от μ_0 до μ_∞,
приближаясь с возрастанием τ
к вязкости пластичной жидкости.

Практические задачи

К расчету динамического коэффициента вязкости

- Для смеси нормальных (неассоциированных) жидкостей значение $\mu_{см}$ может быть вычислено по формуле:

$$lg\mu_{см} = x_1' \, lg\,\mu_1 + x_2' \, lg\,\mu_2 + \dots$$

где μ_1, μ_2,...- динамические коэффициенты вязкости отдельных компонентов; x'_1, x'_2,… - мольные доли компонентов в смеси.

- В соответствии с аддитивностью текучестей компонентов динамический коэффициент вязкости смеси нормальных жидкостей определяется уравнением:

$$\frac{1}{\mu_{см}} = \frac{x_{v_1}}{\mu_1} + \frac{x_{v_2}}{\mu_2} + \dots ,$$

где x_{v1}, x_{v2},… - объемные доли компонентов в смеси.

- Динамический коэффициент вязкости разбавленных суспензий μ_c может быть рассчитан по формулам:

при концентрации твердой фазы менее 10% (об)

$$\mu_c = \mu_ж (1 + 2,5\varphi)$$

при концентрации твердой фазы до 30% (об)

$$\mu_c = \mu_ж \frac{0,59}{(0,77 - \varphi)^2}$$

где $\mu_ж$ –динамический коэффициент вязкости чистой жидкости, φ – объемная доля твердой фазы в суспензии.

Задача 3.

Определить кинематический коэффициент вязкости жидкости, имеющей состав: 70% мол. кислорода и 30% мол. азота при T=84 K и $p_{абс}$=1 атм. Считать кислород и азот нормальными жидкостями.

Вязкость кислорода: $\mu_1 = 22{,}6 \cdot 10^{-5}$ *Па*с*

азота: $\mu_2 = 11{,}8 \cdot 10^{-5}$ *Па*с*

Плотность жидкого кислорода: $\rho_1 = 1180$ *кг/м*^{3}

азота: $\rho_2 = 780$ *кг/м*^{3}

Решение.

1. Динамический коэффициент вязкости для нормальных жидкостей:

$$\boxed{\lg\mu_{см} = x_1' \lg \mu_1 + x_2' \lg \mu_2 + ...}$$

$$\lg \mu_{см} = 0{,}7 \lg 22{,}6 \cdot 10^{-5} + 0{,}3 \lg 11{,}8 \cdot 10^{-5} = -3{,}74$$

$$\mu_{см} = 18{,}2 \cdot 10^{-5}$$

2. Массовые доли компонентов в смеси:

$$x_1 = \frac{0{,}7 \cdot 32}{0{,}7 \cdot 32 + 0{,}3 \cdot 28} = 0{,}727 \qquad x_2 = \frac{0{,}3 \cdot 28}{0{,}7 \cdot 32 + 0{,}3 \cdot 28} = 0{,}273$$

3. Плотность смеси:

$$\rho_{см} = \frac{1}{\frac{0{,}727}{1180} + \frac{0{,}273}{780}} = 1035 \ \ кг/м^3$$

4. Кинематическая вязкость:

$$\nu_{см} = \frac{\mu_{см}}{\rho_{см}} = \frac{18{,}2 \cdot 10^{-5}}{1035} = 0{,}18 \cdot 10^{-6}$$

Задача 4.

- Вычислить динамический коэффициент вязкости суспензии бензидина в воде, если в чан загружено на 10 м^3 воды 1 т бензидина. Температура суспензии 20°C относительная плотность твердой фазы 1,2.

Решение.

1. Объем твердой фазы:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1000}{1,2 \cdot 1000} = 0,833 \;\; м^3$$

2. Объемная концентрация твердой фазы в суспензии:

$$\varphi = \frac{0,833}{10 + 0,833} = 0,077 \;\; м^3/м^3$$

3. При 20°С динамический коэффициент вязкости воды равен 10^{-3} Па*с или 1 сП. Динамический коэффициент вязкости суспензии определяется по формуле:

$$\mu_c = \mu_ж (1 + 2,5\varphi) = 1(1 + 2,5 \cdot 0,077) = 1,19 сП = 1,19 \cdot 10^{-3}\; Па \cdot с$$

или

$$\mu_c = \mu_ж \frac{0,59}{(0,77 - \varphi)^2} = \frac{1 \cdot 0,59}{(0,77 - 0,077)^2} = 1,23 сП = 1,23 \cdot 10^{-3}\; Па \cdot с$$

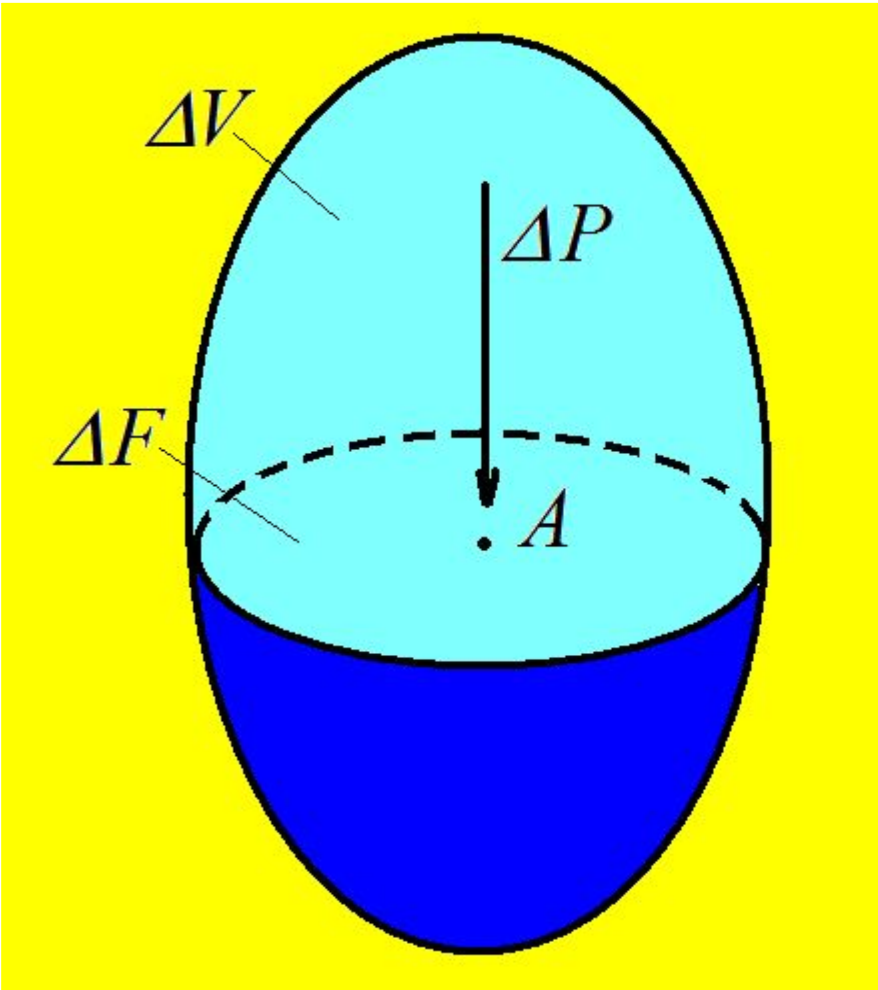
ЭЛЕМЕНТЫ ГИДРОСТАТИКИ

- Гидростатическое давление
- Атмосферное давление
- Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера
- Равновесие тела в покоящейся жидкости
- Давление на плоскую стенку
- Давление на криволинейную стенку
- Практические задачи

Не для конспекта

Ответ. Злобный джинн, находящийся в газообразном состоянии внутри бутылки, весь состоит из маленьких злобных молекул, которые, как и молекулы любого другого газа, все время беспорядочно движутся. Ими джинн и лупит во все стороны! Г.Остер

Гидростатическое давление

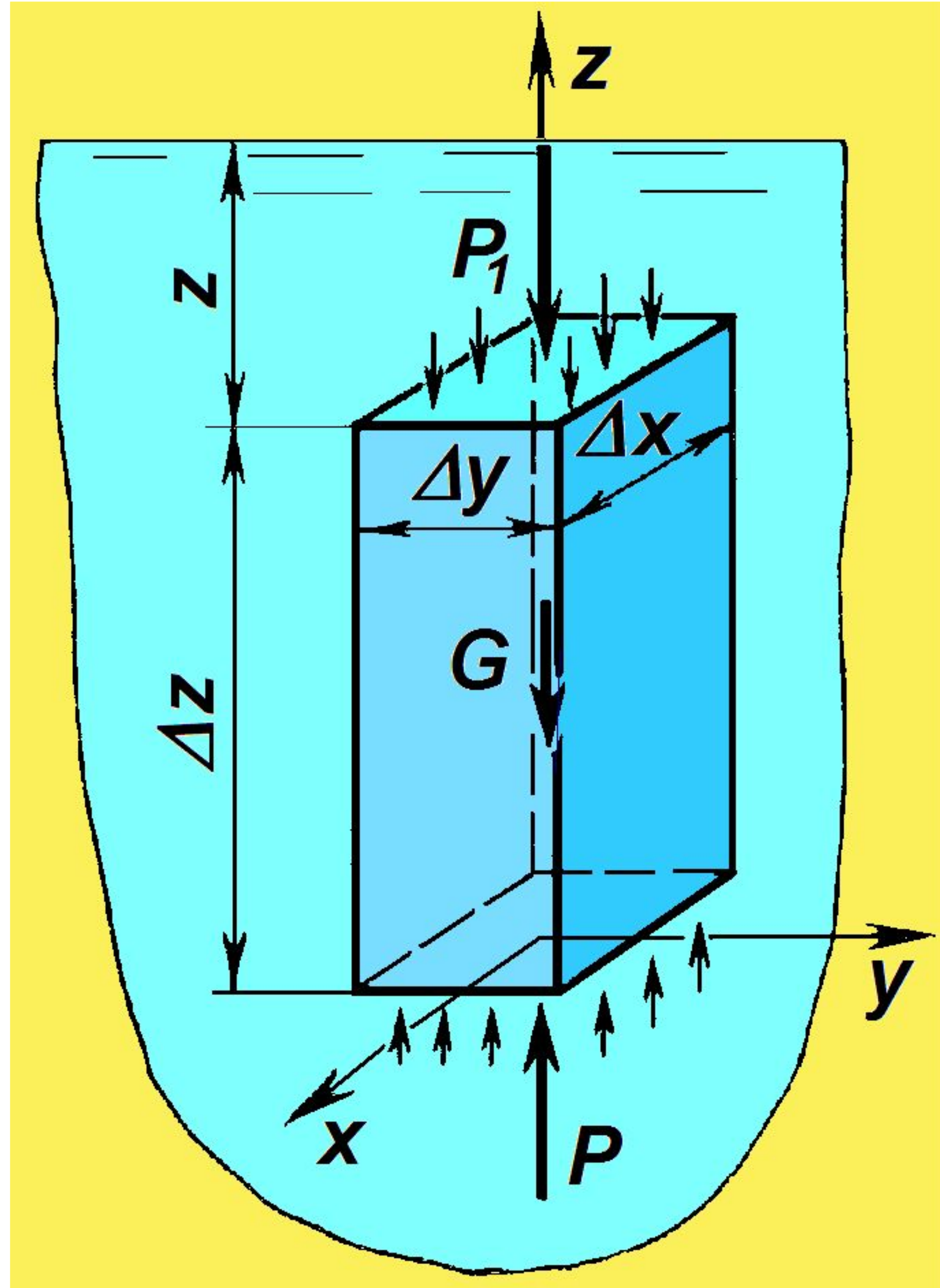


Среднее гидростатическое давление

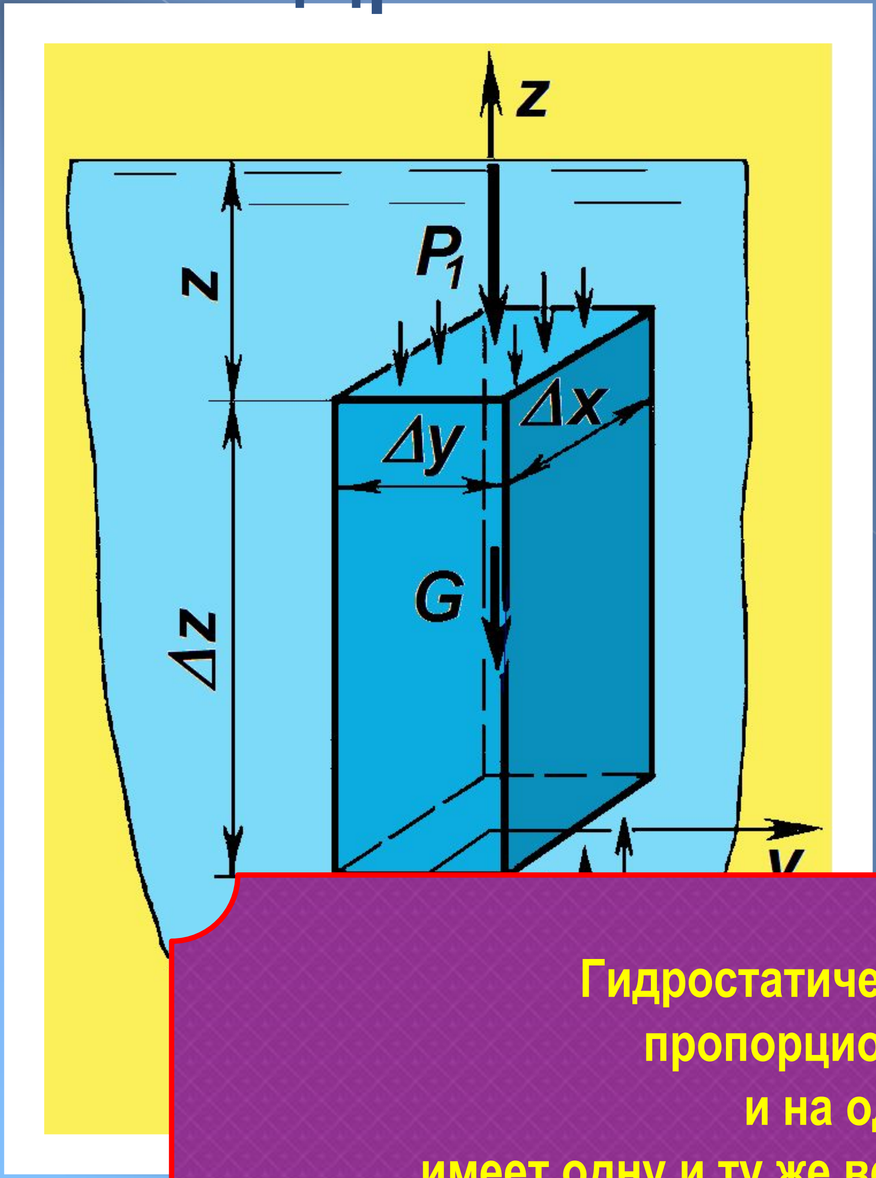
$$p_{ср} = \frac{\Delta P}{\Delta F}$$

$$p_A = \lim \left. \frac{\Delta P}{\Delta F} \right|_{\Delta F \to 0}$$

Гидростатическое давление



Гидростатическое давление



Очевидно, равнодействующая всех
сил, направленных вертикально,
будет равна нулю, так как тело
находится в равновесии.

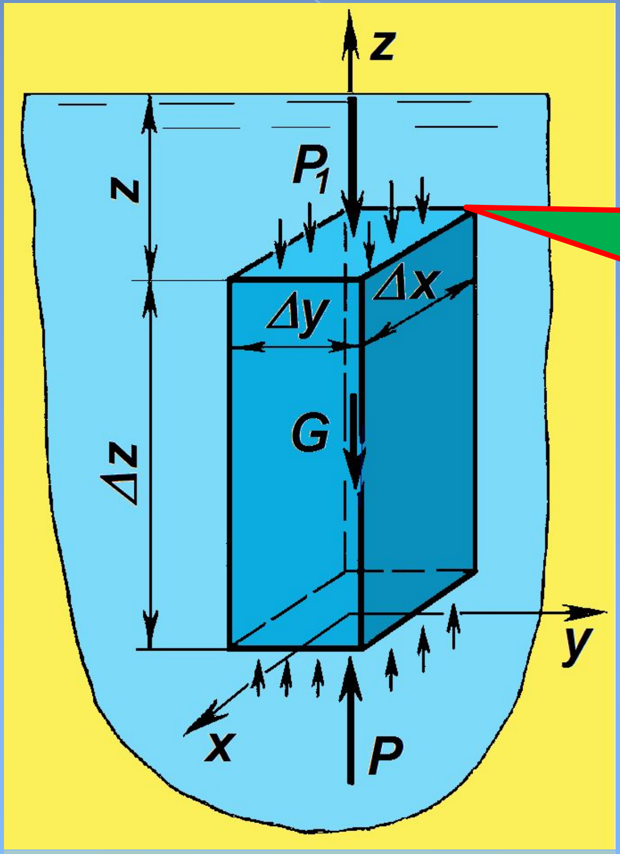
$$P - P_1 - G = 0$$

$$p\Delta x\Delta y - p_1\Delta x\Delta y - \rho g\Delta z\Delta x\Delta y = 0$$

$$\boxed{p = p_1 + \rho g\Delta z}$$

Гидростатическое давление в жидкости пропорционально высоте ее слоя и на одинаковой глубине имеет одну и ту же величину во всех точках жидкости.

Гидростатическое давление



Если верхнее основание выделенного объема совпадает с поверхностью жидкости, то

$$p = p_0 + \rho g \Delta z$$

$$\Delta A = P - P_1 = G = \rho g \Delta x \Delta y \Delta z = \rho g \Delta V$$

выталкивающая сила равна весу жидкости в объеме выделенного фрагмента.

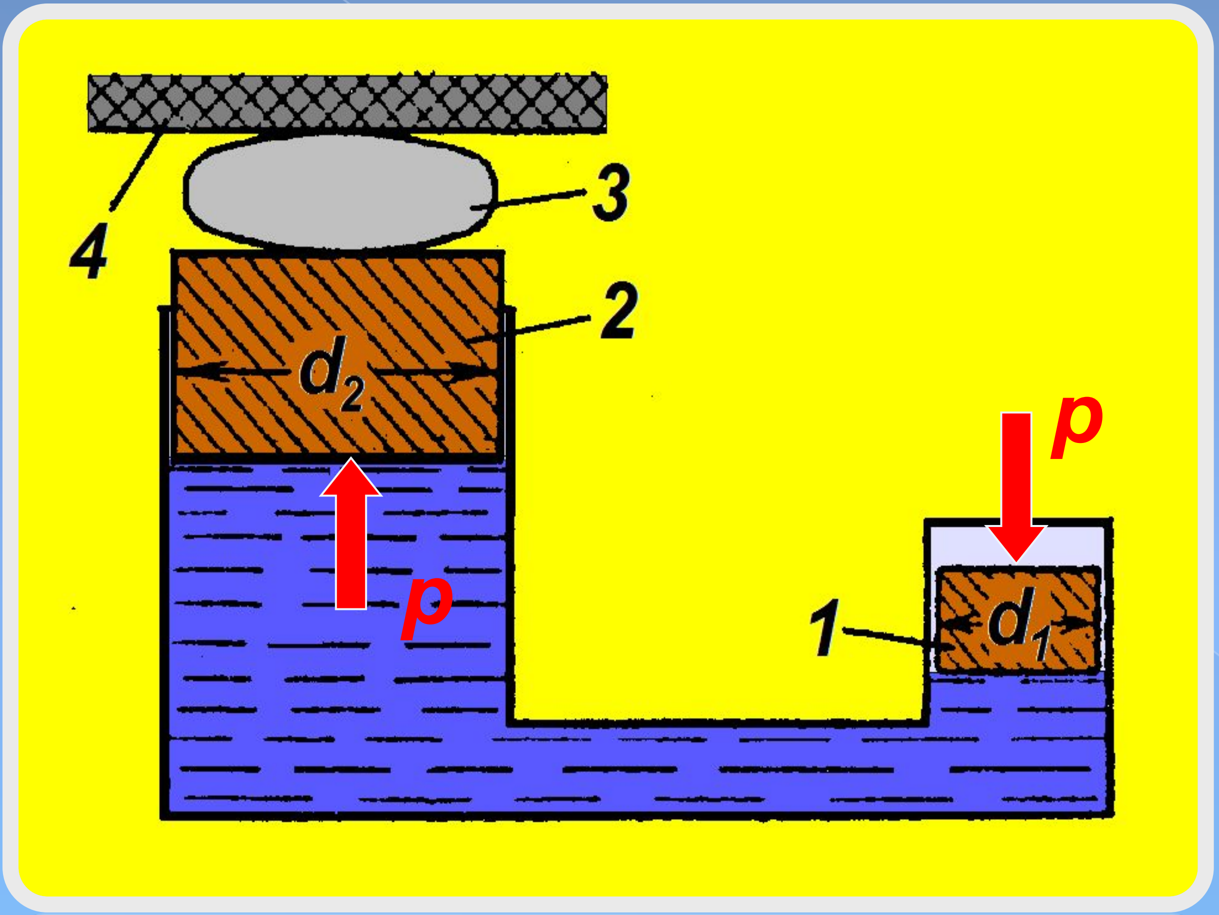
Гидростатическое давление

В замкнутом сосуде давление, производимое внешними силами на жидкость или газ, передается без изменения по всем направлениям
в каждую точку жидкости или газа.
(закон Паскаля)

Почему еще никому не удалось надуть квадратный воздушный шарик, чтобы он летал в виде куба?

Если бы … лено
не по … ы,
д…
…ного
уравнени… ия зависит
только от плотности жид… глубины погружения.

Гидростатическое давление



$$P_1 = p\frac{\pi d_1^2}{4}$$

$$P_2 = p\frac{\pi d_2^2}{4}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

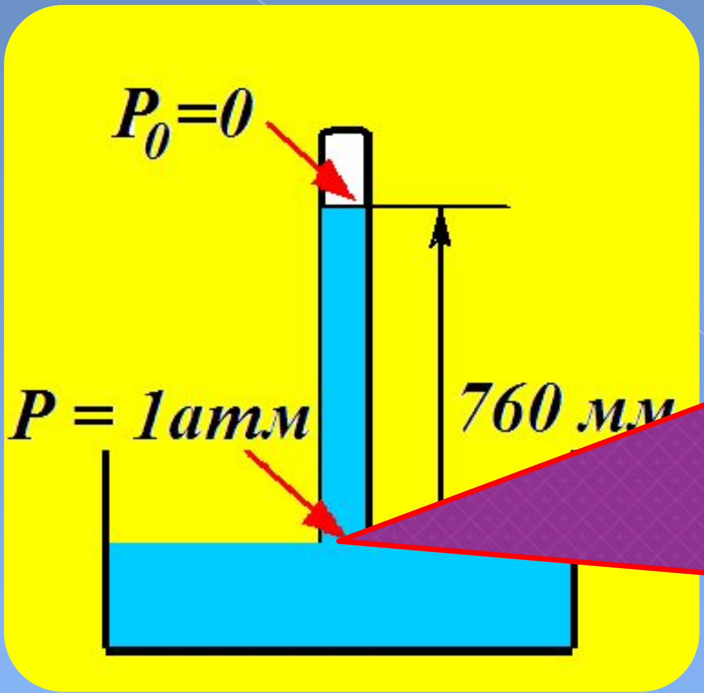
Атмосферное давление

Атмосферное давление - это сила, действуюшая со стороны воздушной атмосферы на единицу площади поверхности Земли в перпендикулярном к поверхности направлении. Среднюю величину атмосферного давления можно получить, если разделить вес всех молекул воздуха на площадь поверхности Земли.

$$p_{атм} = \frac{вес\ \ молекул\ воздуха}{площадь\ поверхности\ \ Земли}$$

$$p_{атм} = 101325\,Па = 101325\,\frac{Н}{м^2} = 760\,мм\ \ рт.ст.$$

Атмосферное давление



При изменении атмосферного давления изменяется высота жидкости в трубке. Это позволяет использовать такую трубку в качестве прибора для измерения давления – ***ртутного барометра***

$$p = p_0 + \rho g H \qquad H = \frac{p - p_0}{\rho g}$$

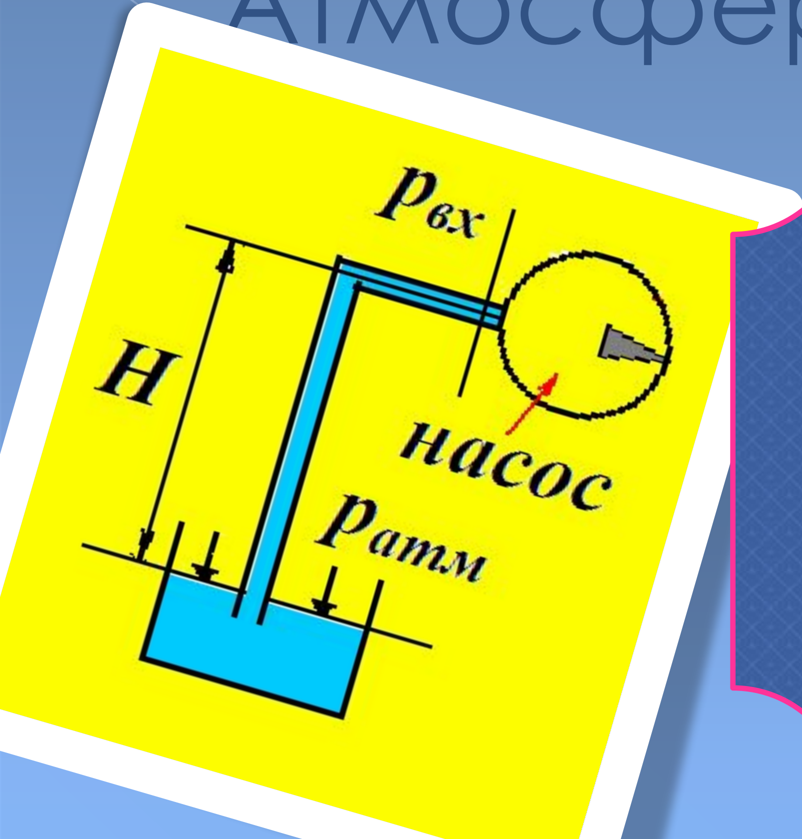
Если $p_0=0$: $H = \dfrac{p}{\rho g}$

Для воды: $H = \dfrac{101325}{1000 \cdot 9{,}8} = 10{,}34 \ м$

Атмосферное давление

Можно ли, пользуясь поршневым насосом, через шланг накачать воду из лужи во дворе в большую химическую аудиторию, которая находится на третьем этаже института на высоте примерно 15 м?

Атмосферное давление



А сюда носите воду ведрами!

Торичелли: *не насос втягивает воду, а атмосферное давление её поднимает вверх*, когда на всасывающей линии насоса образуется разреженное пространство ($p_{вх} < p_{атм}$)

Давление абсолютное, избыточное и разрежение (вакуум).

$$p = \gamma H = \rho g H$$

Соо ... я:

Абсолютное давление:

$$p_{абс} = p_{ман} + p_{атм}$$

[ата] [ати] [атм]

= 10000 кгс/м2 = 98100 н/м2.

Вакуум (разрежение)

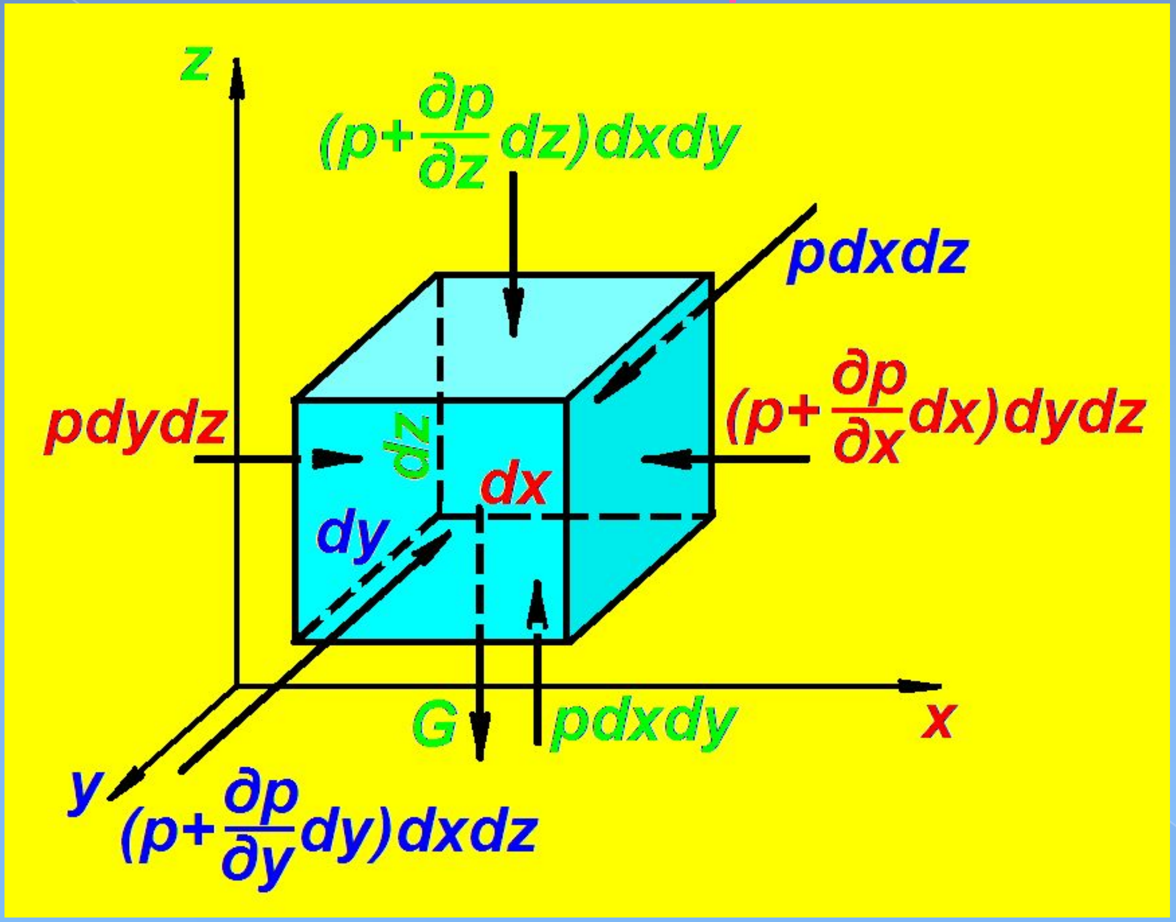
$$p_{вак} = p_{атм} - p_{абс}$$

по

раз

да

Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера



$$G = gdm = g\rho dV = \rho gdxdydz$$

Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера

Элементарный объем dV будет находиться в равновесии, если сумма проекций действующих сил на каждую ось координат равна нулю.

$$dxdydz = dV \neq 0$$

Для оси **x:**

$$pdydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz = 0$$

…си **y:**

$$pdxdz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y}dy\right)dxdz = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}dydxdz = 0$$

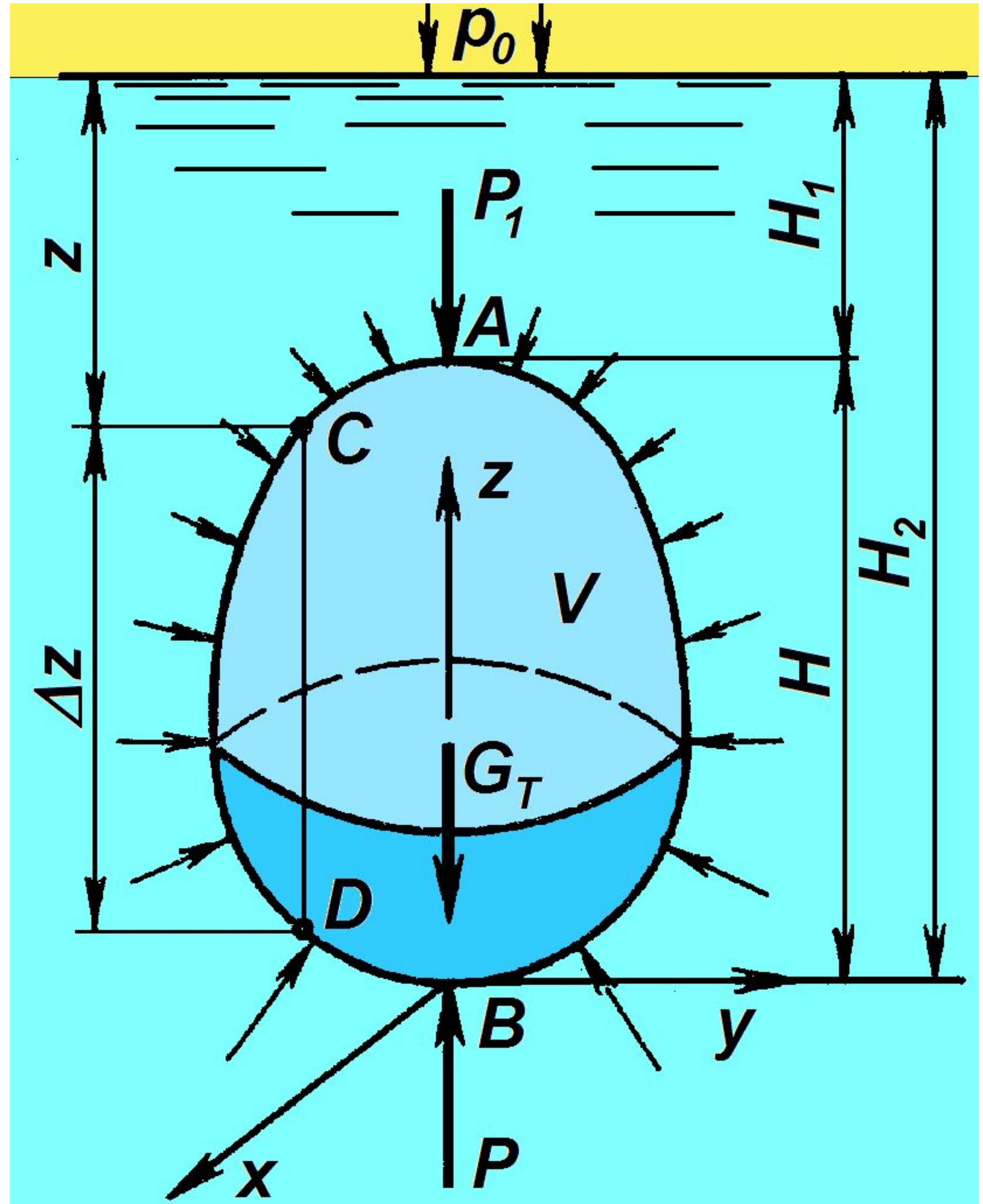
…и **z:**

$$pdxdy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)dxdy - \rho g dxdydz = 0$$

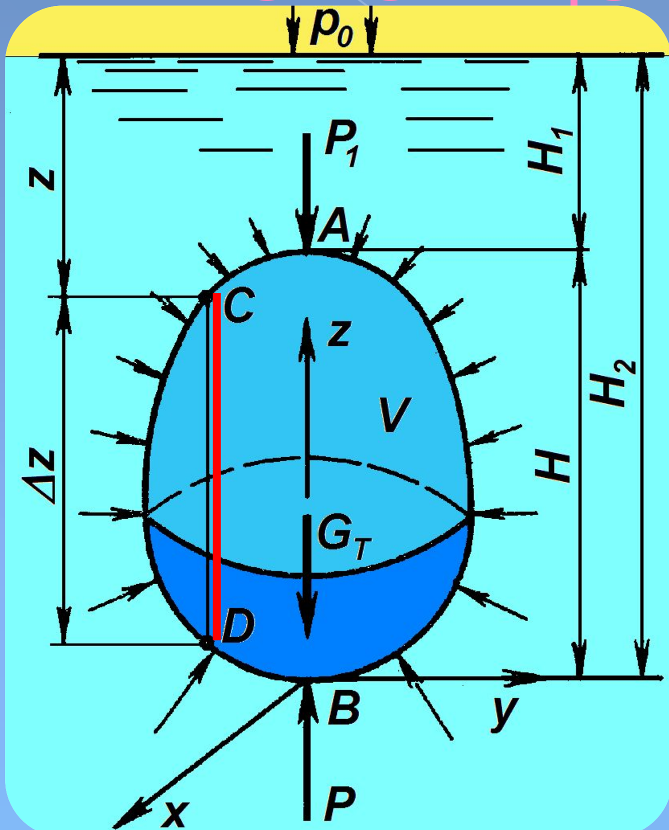
$$-\frac{\partial p}{\partial z}dzdxdy - \rho g dxdydz = 0$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ -\dfrac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0 \end{cases}$$

Равновесие тела в покоящейся жидкости



Равновесие тела в покоящейся жидкости



$$p_C = p_0 + \rho g z$$

$$P_C = (p_0 + \rho g z)\Delta F$$

$$p_D = p_0 + \rho g (z + \Delta z)$$

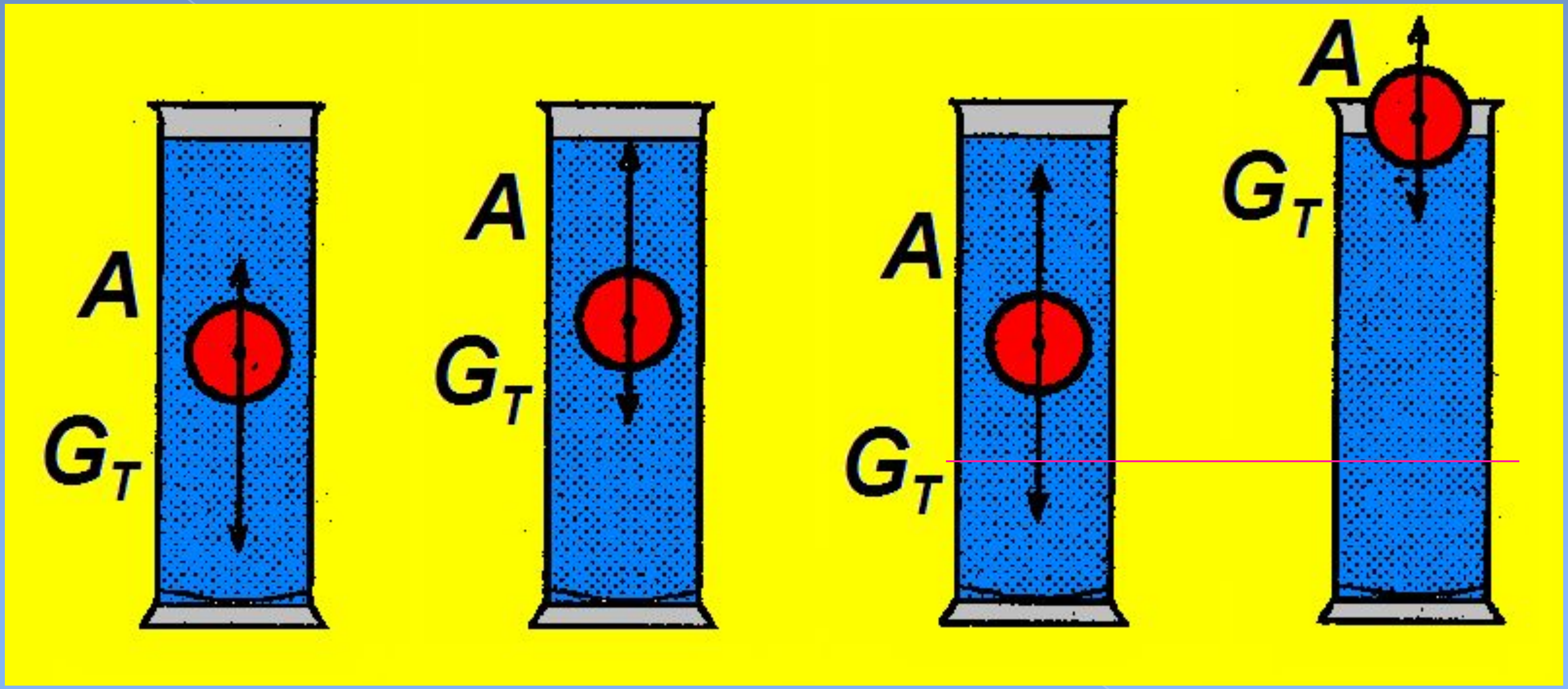
$$A = \sum \Delta A = \sum \rho g \Delta V = \rho g \sum \Delta V = \rho g V$$

$$P_D = \left[p_0 + \rho g (z + \Delta z)\right]\Delta F$$

вертикальная составляющая гидростатического давления жидкости на погруженное тело направлена вверх и равна весу жидкости в объеме тела.

Направленная вверх сила называется подъемной (архимедовой), а полученный выше результат иллюстрирует **закон Архимеда**.

Условие плавания тел

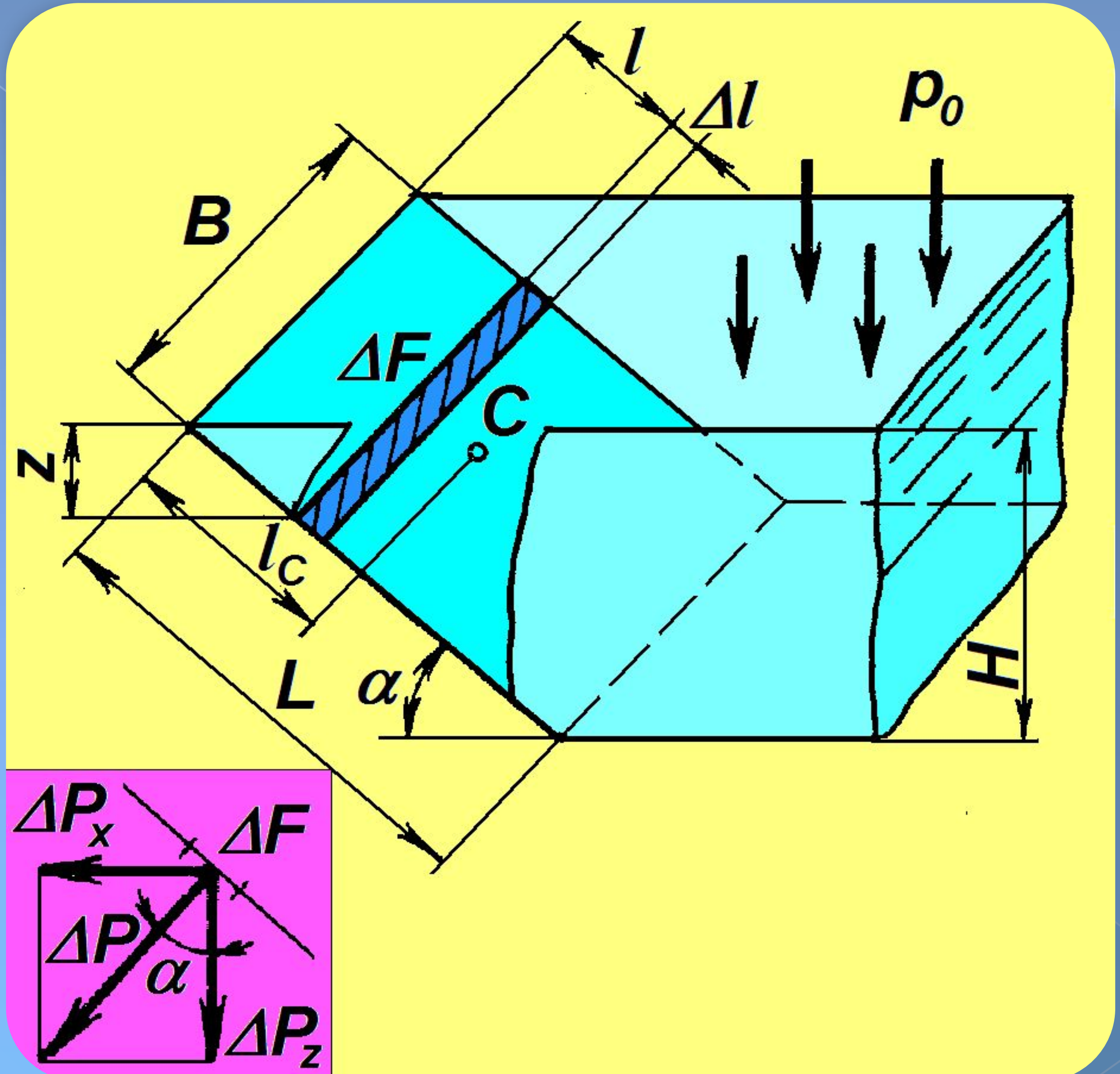


Ес

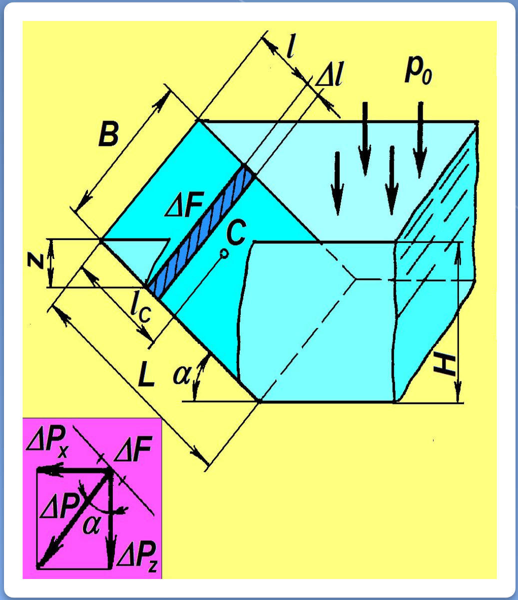
Если ***A*** б

Если ***A*** равна $\boldsymbol{G_T}$, то тело находится в состоянии безразличного равновесия

Давление на плоскую стенку



Давление на плоскую стенку



$$\Delta P = p\Delta F = \left(p_0 + \rho gz\right)\Delta F$$

$$P = \sum \Delta P = \sum \left(p_0 + \rho gz\right)\Delta F = p_0 \sum \Delta F + \rho g \sum z\Delta F$$

$$\sum \Delta F = F \qquad \sum z\Delta F = \sum l \sin\alpha \Delta F = \sin\alpha \sum l\Delta F$$

$$F = BL$$

$$\Delta F = B\Delta l$$

статический момент площади стенки относительно прямой пересечения поверхности жидкости со стенкой

$$\sum l\Delta F = Fl_C$$

$$p = p_0 + \rho gz$$

$$\sum z\Delta F = Fl_C \sin\alpha = Fz_C$$

l_C - расстояние до центра тяжести стенки, замеренное в плоскости стенки

z_C - глубина погружения центра тяжести стенки.

Давление на плоскую стенку

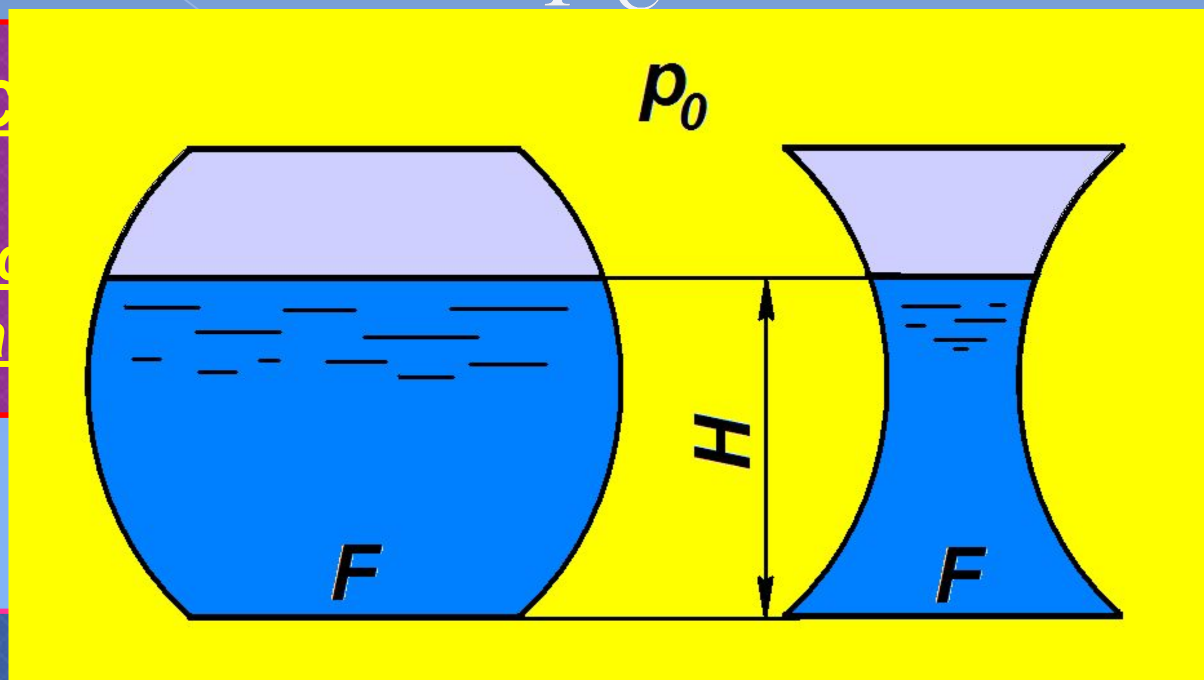
$$P = p_0F + \rho g z_C F = (p_0 + \rho g z_C)F$$

$$P = p_C F$$

С

гидро ти

на



не зависит от формы или объема сосуда,
а только от площади дна и высоты уровня
жидкости в сосуде.

Центр давления

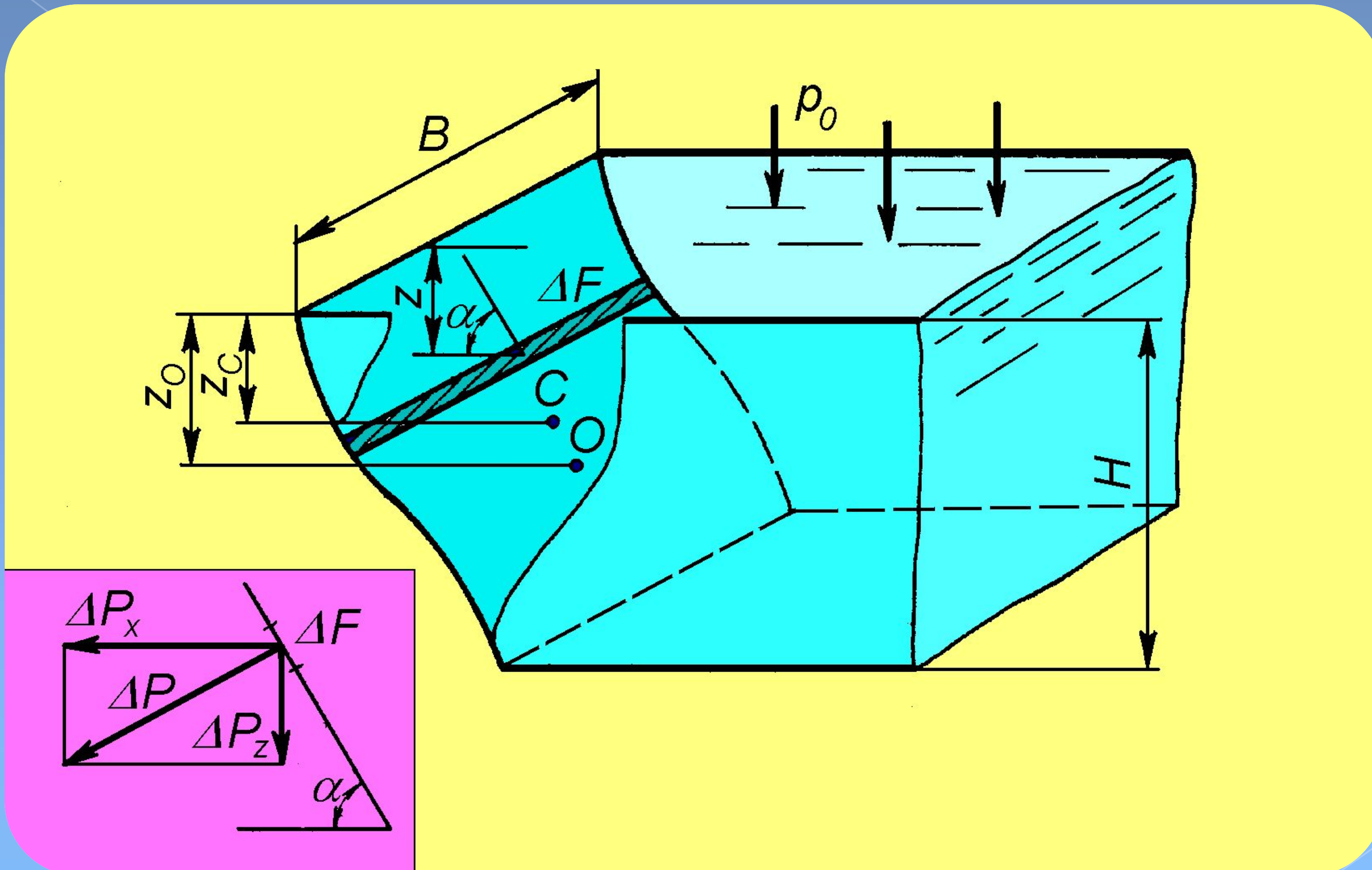
Точка приложения равнодействующей ***P*** сил давления жидкости на стенку называется ***<u>центром давления</u>***

Для стенок с вертикальной осью симметрии центр давления лежит на этой оси.

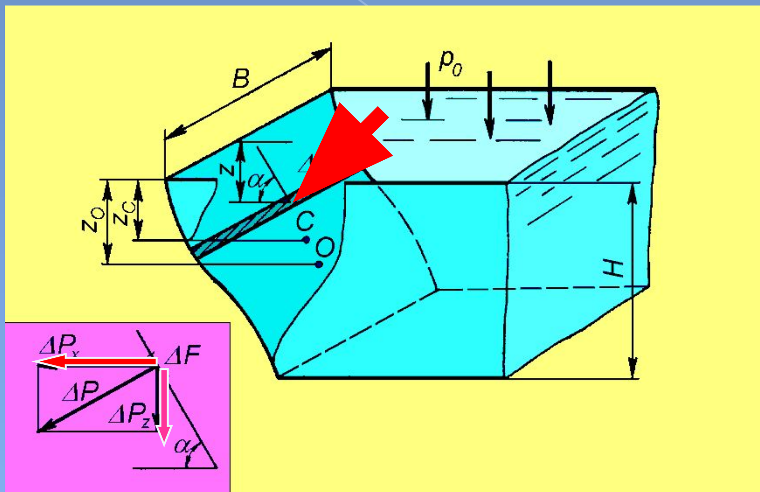
Центр давления расположен всегда глубже, чем центр тяжести стенки.

В частности, для вертикальной прямоугольной стенки центр давления расположен на расстоянии *2/3 H* от верхнего уровня жидкости.

Давление на криволинейную стенку



Давление на криволинейную стенку



Проекции силы давления на оси x и z

$$\Delta P_x = \Delta P \sin\alpha = (p_0 + \rho g z)\Delta F \sin\alpha$$

$$\Delta P_z = \Delta P \cos\alpha = (p_0 + \rho g z)\Delta F \cos\alpha$$

Горизонтальная составляющая силы давления на стенку

$$P_x = \sum \Delta P_x = \sum (p_0 + \rho g z)\Delta F \sin\alpha =$$

$$= \ldots \sum \Delta F_z + \rho g \sum z \Delta F_z$$

Сила давления ΔP на элементарную полоску будет равна

$$\Delta P = p\Delta F = (\ldots$$

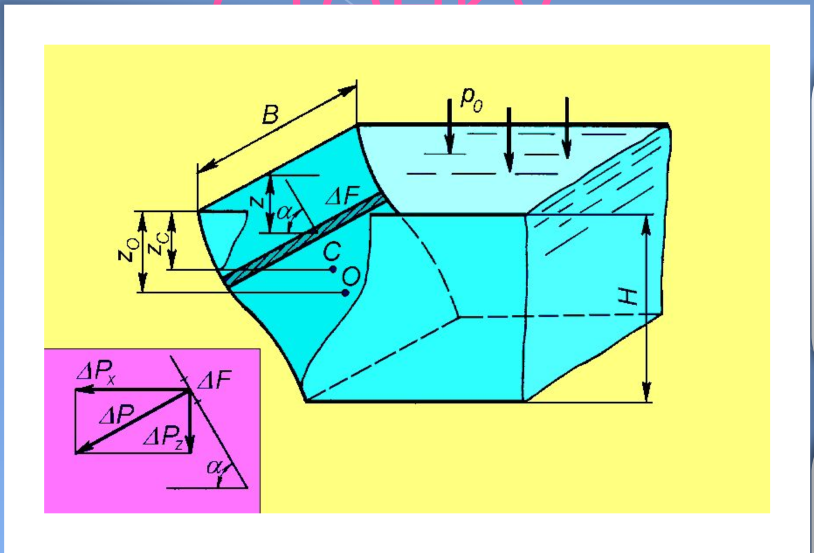
ΔF ...

- с...

перес...

- давление на глубине погружения центра тяжести вертикальной проекции стенки

Давление на криволинейную стенку



Проекции силы давления на оси ***x*** и ***z***

$$\Delta P_x = \Delta P \sin\alpha = (p_0 + \rho g z)\Delta F \sin\alpha$$

$$\Delta P_z = \Delta P \cos\alpha = (p_0 + \rho g z)\Delta F \cos\alpha$$

Вертикальная составляющая силы давления на стенку

$$P_z = p_0 \sum \Delta F_x + \rho g \sum z \Delta F_x$$

Сила давления ***ΔP*** на элементарную полоску будет равна

$$\Delta P = p\Delta F = (p_0 \ldots$$

$\sum$

— проекция ... на гор...

Сила гидростатического давления на стенку

$$\boldsymbol{P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}}$$

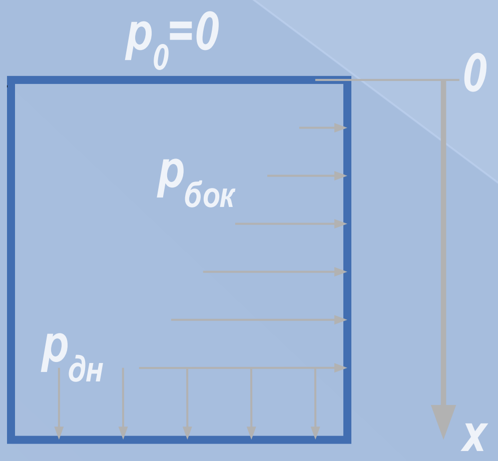
Практические задачи

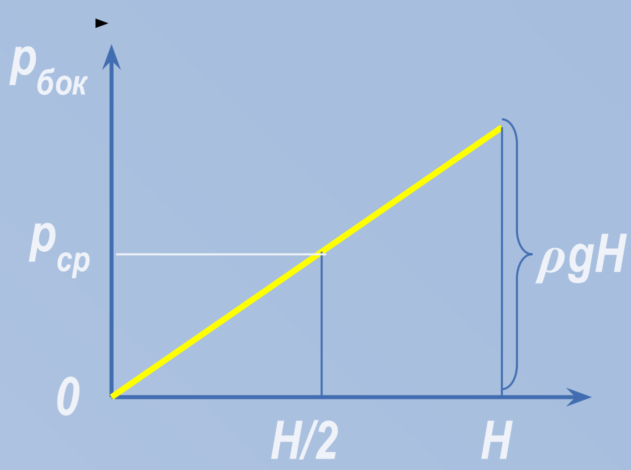
Задача 5.

- *Цилиндрический сосуд диаметром 20 см наполнен водой до верха. Определить высоту цилиндра, если сила давления на дно и боковые стенки цилиндра одинакова.*

Решение

- Давление на дно цилиндра одинаково во всех точках и равно $p_{дн} = p_0 + \rho g H$
- Давление на стенки цилиндра линейно увеличивается с глубиной $p_{бок} = p_0 + \rho g x$
- Значит сила давления на всю боковую поверхность цилиндра равна среднему давлению $p_{ср}$, т.е. давлению на глубине H/2, умноженному на площадь боковой поверхности: $P_{бок} = \frac{1}{2}\rho g H \cdot H\pi D$
- Сила давления на дно цилиндра равна $$P_{дн} = p_{дн} \cdot F_{дн} = \rho g H \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$
- Из условия равенства сил давления получаем: $\frac{1}{2}H = \frac{D}{4}$, откуда $H = \frac{D}{2} = 10 см$





Задача 6.

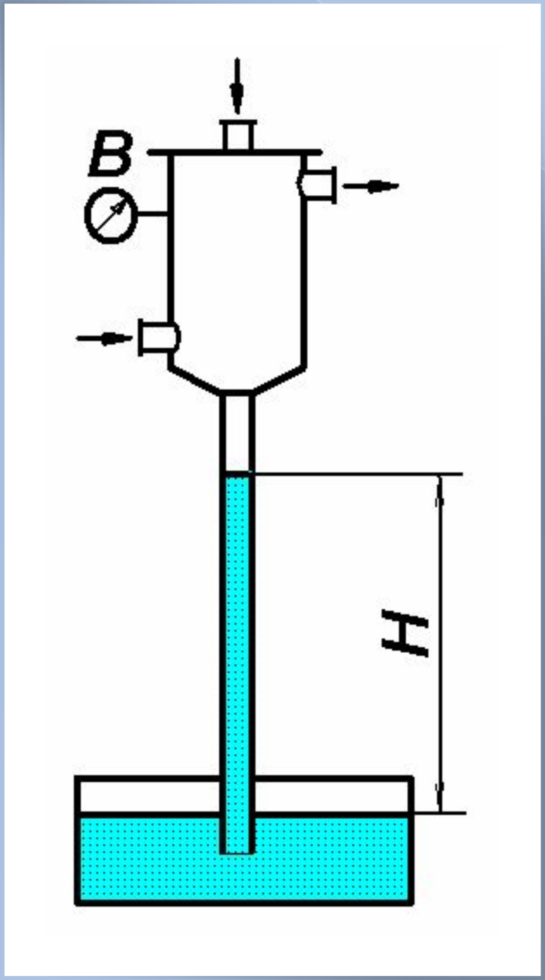
Вакуумметр на барометрическом конденсаторе показывает вакуум, равный 600 мм рт.ст. Атмосферное давление 748 мм рт.ст.

Определить:

а) абсолютное давление в конденсаторе в Па и в кгс/см^2;

б) на какую высоту H поднимается вода в барометрической трубе?

Решение



- Абсолютное давление в конденсаторе:

$$p = 748 - 600 = 148\,мм\,рт.ст. =$$
$$= 148 \cdot 133{,}3 = 19700\,Па$$

$$p = \frac{19700}{9{,}81 \cdot 10^4} = 0{,}201\,{}^{кгс}/_{см^2}$$

- Высоту столба в барометрической трубе найдем из уравнения:

$$p_{атм} = p + \rho g H$$

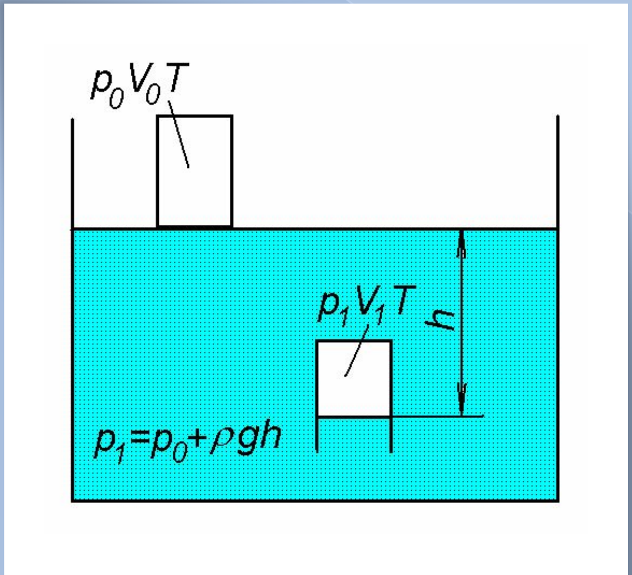
- Откуда

$$H = \frac{p_{атм} - p}{\rho g} = \frac{600 \cdot 133{,}3}{1000 \cdot 9{,}81} = 8{,}16\,м$$

Задача 7.

- *Тонкостенный цилиндрический сосуд массой 100г и объемом 300см^3 ставят вверх дном на поверхность воды и медленно опускают его вглубь таким образом, что он все время остается вертикальным. На какую минимальную глубину надо погрузить стакан, чтобы он не всплыл на поверхность? Атмосферное давление $p_0=10^5$ Па.*

Решение



- Воздух в стакане до погружения описывается уравнением состояния Менделеева-Клапейрона:

$$p_0V_0 = \frac{m}{M}RT$$

- После погружения:

$$p_1V_1 = \frac{m}{M}RT$$

- При этом по закону сохранения массы:

$$p_0V_0 = p_1V_1$$

- Давление воды на глубине h: $p_1 = p_0 + \rho gh$ уравновешивается давлением воздуха в стакане.

- На стакан со стороны воды действует выталкивающая сила, равная весу стакана в условии равновесия:

$$A = G = mg = \rho_в gV_1$$

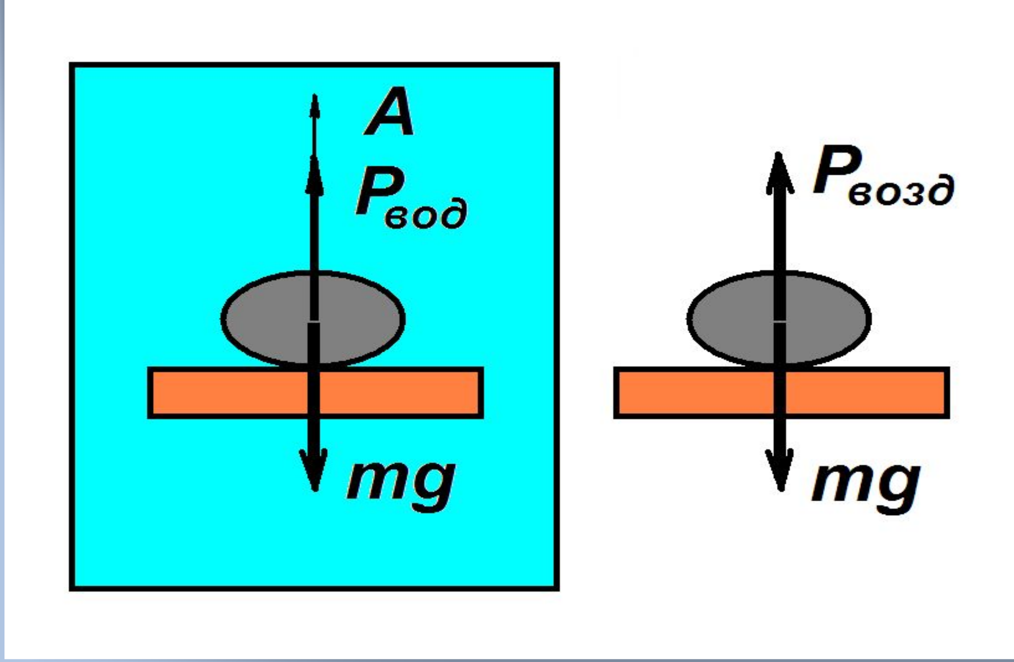
- Исходя из вышеперечисленных условий находим глубину h:

$$h = \frac{p_1 - p_0}{\rho_в g} = \frac{p_0V_0\rho}{m\rho g} - \frac{p_0}{\rho g} = \frac{10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{0{,}1 \cdot 9{,}8} - \frac{10^5}{10^3 \cdot 9{,}8} \approx 30 - 10 = 20м$$

Задача 8.

- *Вес камня в воздухе 49Н. Найти вес этого камня в воде, если его плотность равна 2500 кг/м^3, а плотность воды 1000 кг/м^3.*

Решение



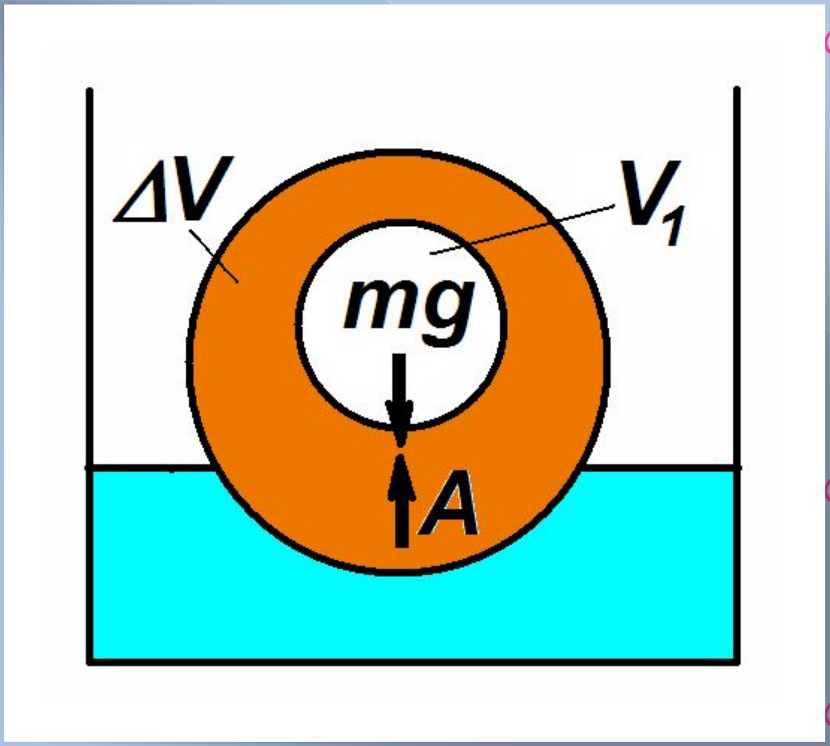
- Из условий равновесия сумма всех сил, действующих на камень, равна нулю: $A + P_{вод} - mg = 0$ $\quad P_{возд} - mg = 0$
- Отсюда: $P_{вод} = P_{возд} - A$
- Выталкивающая сила: $A = \rho_в g V_к = \rho_в g \dfrac{P_{возд}}{g\rho_к} = \dfrac{\rho_в P_{возд}}{\rho_к}$
- Вес камня в воде:

$$P_{вод} = P_{возд}\left(1 - \frac{\rho_в}{\rho_к}\right) = 49 \cdot \left(1 - \frac{1000}{2500}\right) = 29{,}4\ Н$$

Задача 9.

- *На поверхности воды плавает полый деревянный шар так, что в воду погружена 1/5 часть его объема. Радиус шара 1см. Плотность дерева 840 кг/м^3. Найти объем полости в шаре.*

Решение



- Из условия равновесия:

$$A = mg = \rho_в g V_{погр}$$

- Откуда масса шара:

$$m = \rho_в V_{погр} = \rho_в \frac{V}{5} = \rho_в \frac{4\pi r^3}{5 \cdot 3} =$$

$$= 10^3 \cdot \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-6}}{15} = 8{,}4 \cdot 10^{-4}\ кг$$

- Объем деревянной части шара:

$$\Delta V = \frac{m}{\rho_д} = \frac{8{,}4 \cdot 10^{-4}}{840} = 10^{-6}\ м^3$$

- Объем полости:

$$V_1 = V - \Delta V = \frac{4}{3}\pi r^3 - \Delta V = \frac{4}{3} 3{,}14 \cdot 10^{-6} - 10^{-6} \approx 3 \cdot 10^{-6}\ м^3 = 3 см^3$$

ЭЛЕМЕНТЫ ГИДРОДИНАМИКИ

- Основные характеристики движения жидкостей
- Скорость и расход жидкости
- Уравнение неразрывности потока
- (Материальный баланс потока)
- Уравнение Бернулли (Энергетический баланс потока)
- Режимы движения жидкости
- Распределение скоростей по сечению потока при ламинарном и турбулентном режимах
- Элементы теории подобия
- Некоторые практические приложения уравнения Бернулли
- Движение жидкости в напорных трубопроводах и их расчет
- Практические задачи

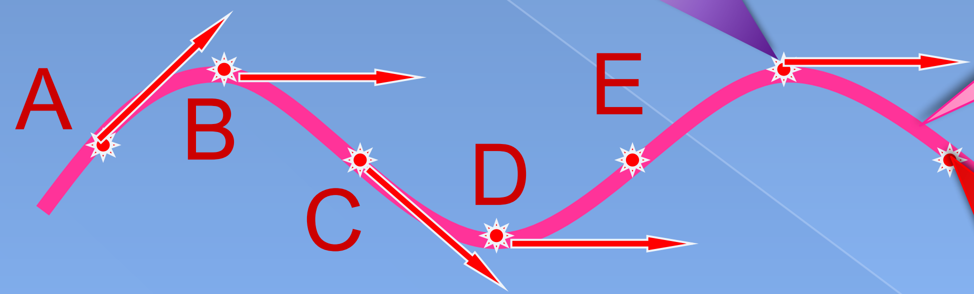
Основные характеристики движения жидкостей

Если скорости и давления в различных точках пространства, заполненного движущейся жидкостью, не зависят от времени, то движение жидкости будет *установившимся*. В ряде случаев, когда давления и скорости жидкости могут изменяться со временем, мы имеем дело с *неустановившимся* движением

Основные характеристики движения жидкостей

Частица

Траектория движения частицы

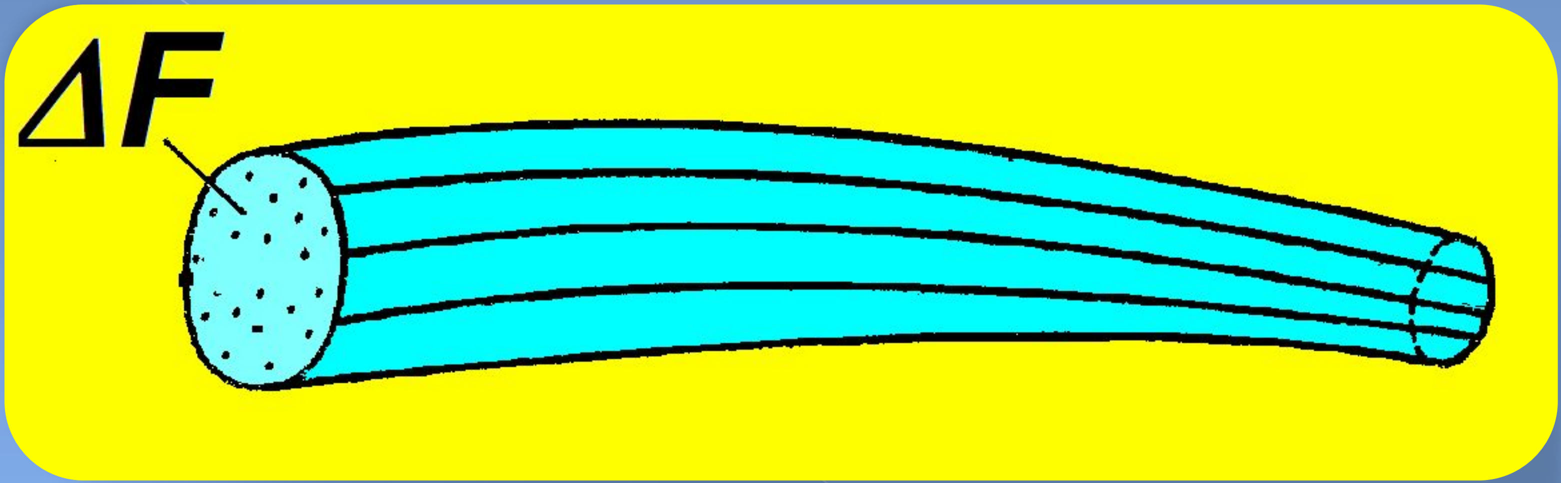


Совокупность частиц A,B,C,D,E и др., находящихся в данный момент на одной траектории, образует *линию тока*.

Скорости всех частиц жидкости, находящихся в данный момент на рассматриваемой линии тока, касательны к ней.

При установившемся движении траектория отдельной частицы и линия тока будут совпадать.

Основные характеристики движения жидкостей



Трубка тока - совокупность линий тока, проведенных через площадку ***ΔF.***

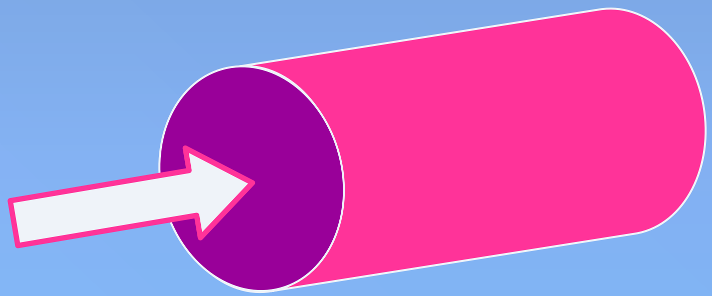
При $\Delta F \rightarrow 0$ трубка тока вырождается в линию тока.

При установившемся движении трубки тока остаются неизменными.

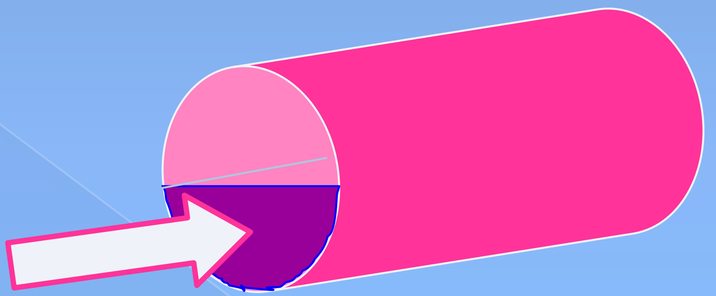
Основные характеристики движения жидкостей

Поток жидкости **–** совокупность элементарных струек, движущихся с разными скоростями

Живое сечение потока **-**
сечение потока, проведенное перпендикулярно к направлению линий тока.



Напорное движение



Безнапорное движение

Смоченный периметр - часть периметра канала, соприкасающаяся с движущимся потоком.

Основные характеристики движения жидкостей

Гидравлический (эквивалентный) радиус **-** отношение площади живого сечения потока F к смоченному периметру $П$

$$r_{гидр} = \frac{F}{П}$$

Гидравлический (эквивалентный) диаметр:

$$d_{гидр} = 4r_{гидр} = \frac{4F}{П}$$

Понятия гидравлических радиуса и диаметра позволяют использовать уравнения гидравлики
для трубопроводов (каналов), имеющих некруглую форму поперечного сечения

Скорость и расход жидкости

Расход - количество жидкости, протекающее через живое сечение потока в единицу времени.

Массовый m и объемный Q расходы связаны соотношением

$$m = \rho Q$$

Если расход жидкости через поперечное сечение ΔF_i элементарной струйки составляет ΔQ, то средняя скорость жидкости в данном сечении w_i равна

$$w_i = \frac{\Delta Q}{\Delta F_i}$$

Общий расход потока

$$Q = \sum \Delta Q_i = \sum w_i \Delta F_i$$

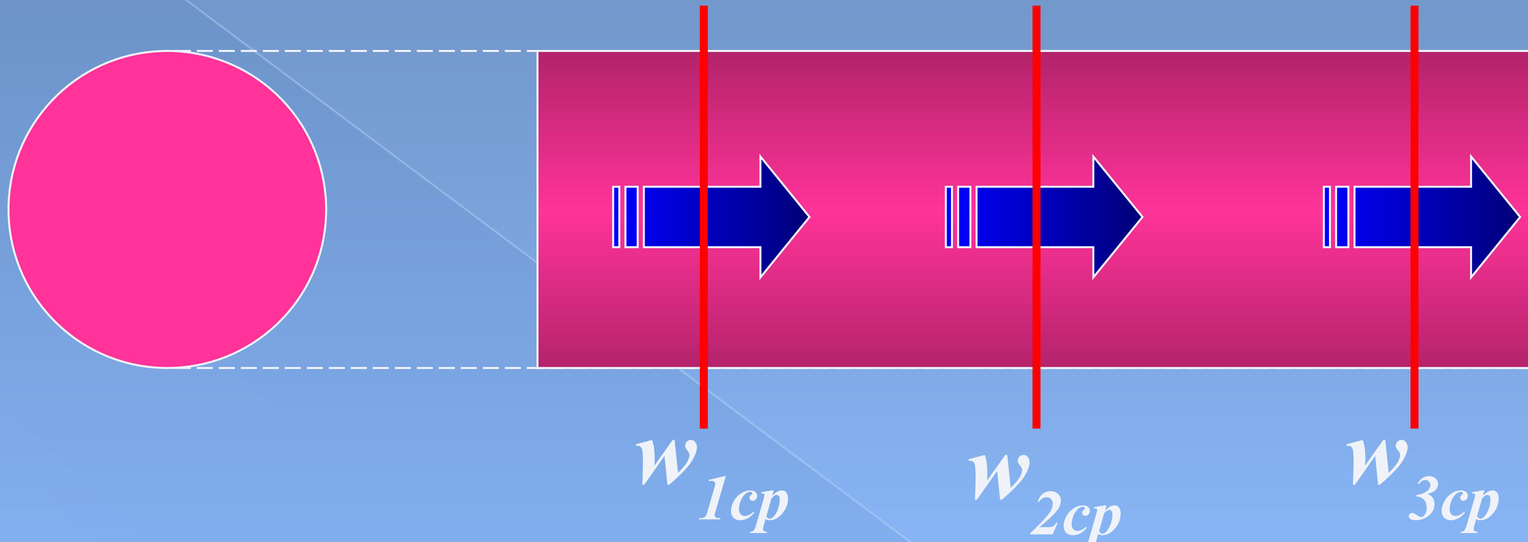
Средняя скорость потока

$$w_{cp} = \frac{Q}{F} = \frac{\sum w_i \Delta F_i}{\sum \Delta F_i} = \frac{\sum w_i \Delta F_i}{F}$$

Массовая скорость потока

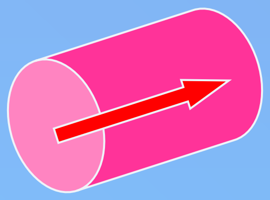
$$W = \frac{m}{F} = w\rho, \quad \frac{кг}{м^2 с}$$

Скорость и расход жидкости

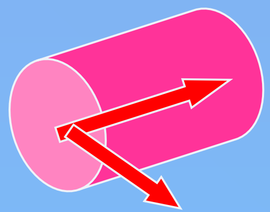


$w_{1cc} = w_{2ср} = w_{3ср} = \ldots$ равномерное движение

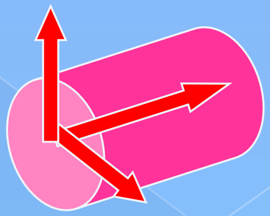
$w_{1cc} \neq w_{2ср} \neq w_{3ср} \neq \ldots$ неравномерное движение



одномерное (линейное)

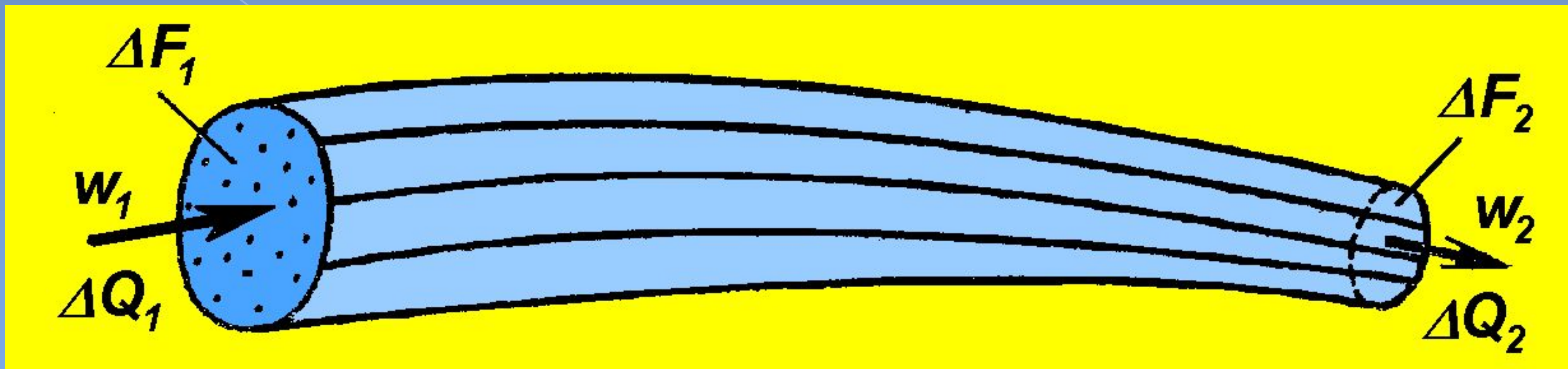


двумерное (плоское)



трехмерное (пространственное)

Уравнение неразрывности потока (Материальный баланс потока)



$$\Delta Q_1 = w_1 \Delta F_1$$

$$\Delta Q_2 = w_2 \Delta F_2$$

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2$$

$$w_2 \Delta F_2 = w_1 \Delta F_1$$

$$\boxed{\Delta Q_i = w_i \Delta F_i = const}$$

$$\boxed{Q = w_{cp} \Delta F = const}$$

$$\frac{w_{cp1}}{w_{cp2}} = \frac{F_2}{F_1}$$

Уравнение Бернулли
Удельная энергия жидкости

ЭНЕРГИЯ ЖИДКОСТИ

Внутренняя + **Потенциальная** + **Кинетическая**

Кин…
дв…

Полная энергия жидкости

$$E' = U + pV + mgz + mw^2/2 \text{ , } дж$$

Пот…
межмолекулярного

Удельная энергия жидкости

$$E = u + p\gamma + gz + w^2/2 \text{ , } дж/кг$$

внутримолекулярных
колебаний

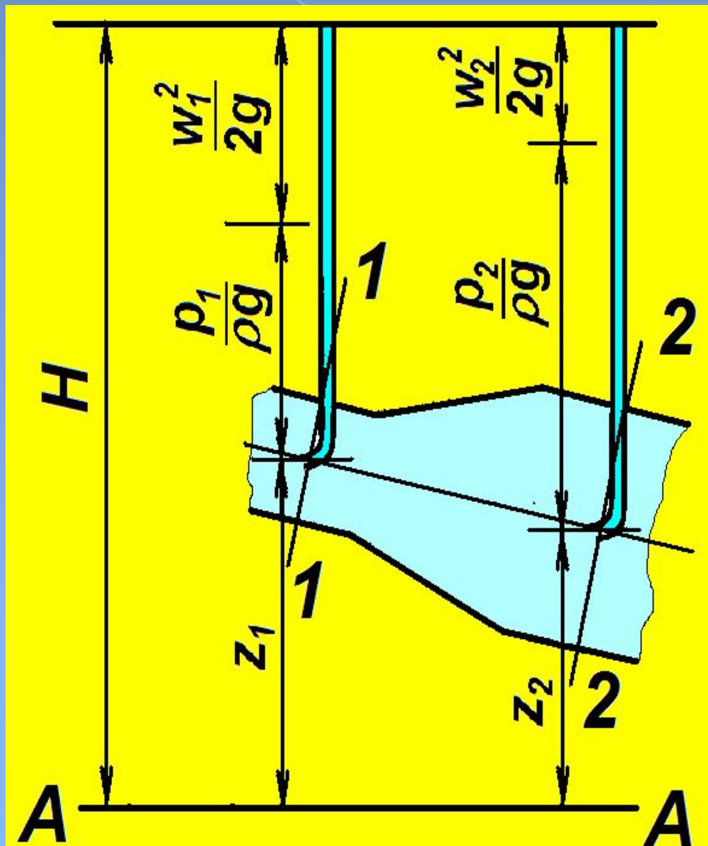
$$П_z = Gz = mgz$$

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

$$u_1 + p_1\gamma + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} = u_2 + p_2\gamma + gz_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

Уравнение Бернулли является
частным случаем закона сохранения энергии
и выражает *энергетический баланс потока*:
полная удельная энергия жидкости
есть величина постоянная
во всех сечениях потока.

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости. Полный напор



$$E = Hg$$

Полный напор H -
энергия жидкости,
отнесенная
к единице силы тяжести.

$$H = z_i + \frac{p_i}{\rho g} + \frac{w_i^2}{2g} = const$$

Пьезометрический уклон

$$i_n = \frac{\Delta\left(z + {}^{p}\!/_{\rho g}\right)}{\Delta L_{1-2}}$$

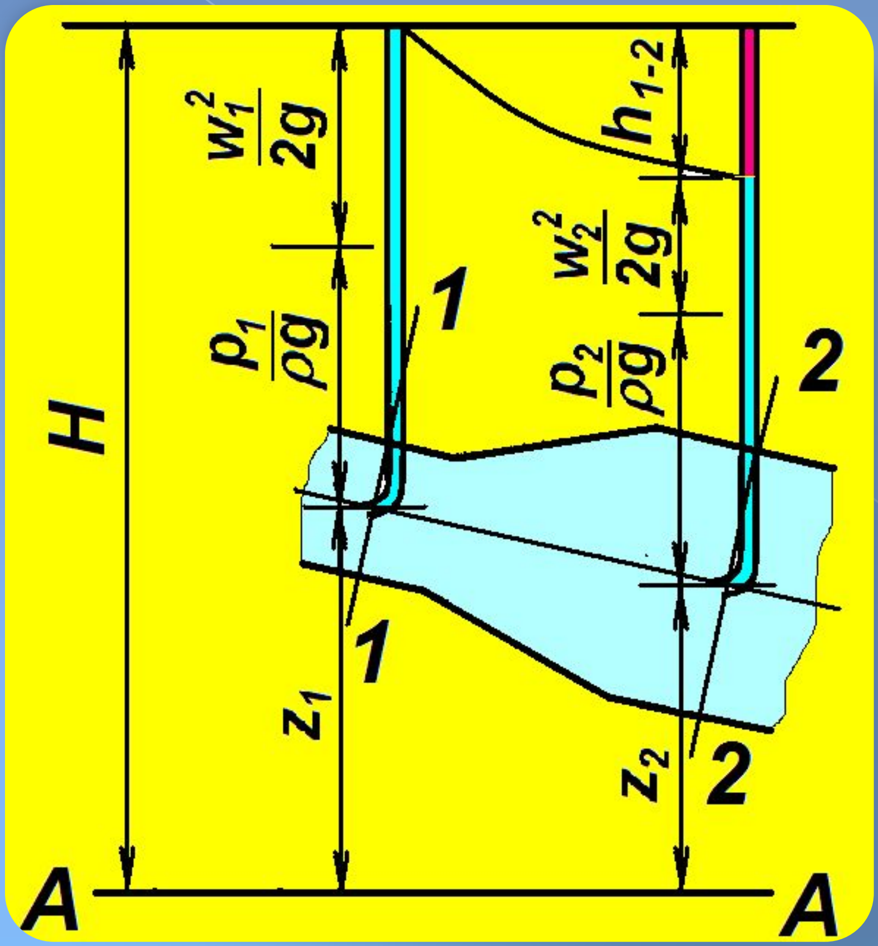
Уравнение Бернулли для реальной жидкости

$$u_1 + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} = u_2 + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

В отличие от идеальной жидкости, для которой полный напор *H* = *const*,
для реальной жидкости *полный напор убывает по направлению движения жидкости.*

Из уравнения Бернулли следует, что увеличение *скоростного* напора сопровождается соответствующим уменьшением *пьезометрического* напора и наоборот.

Уравнение Бернулли для реальной жидкости.
Полный напор



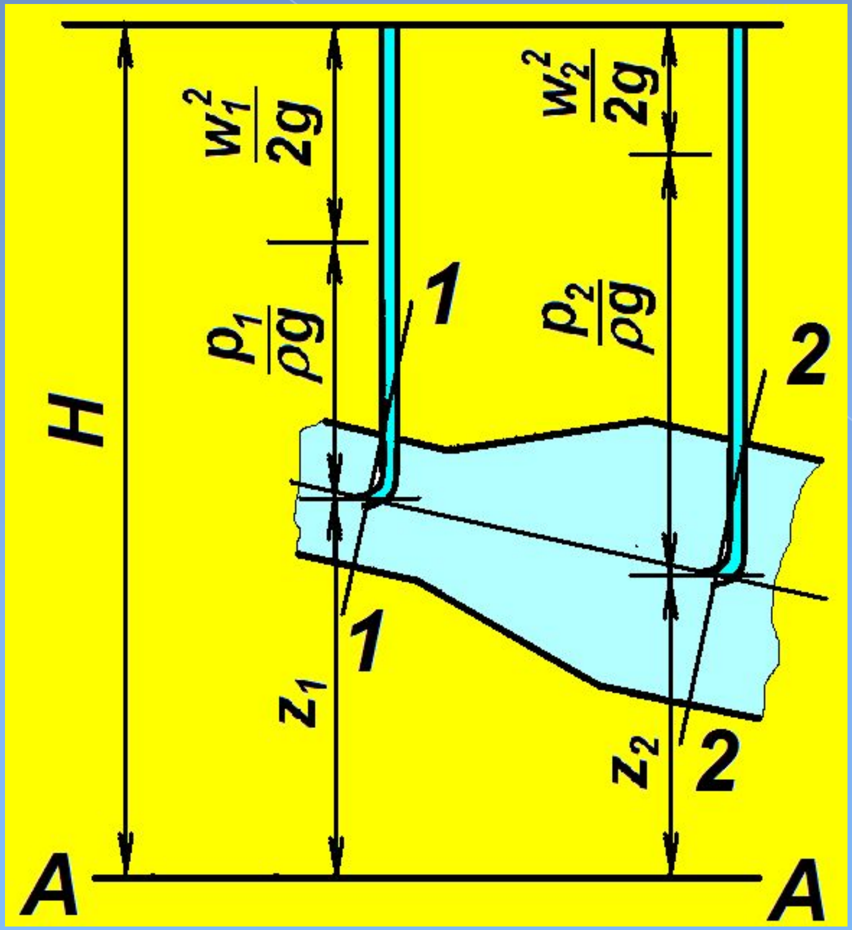
$$H_1 = H_2 + h_{1-2}$$

$$h_{1-2} = \frac{u_2 - u_1}{g}$$

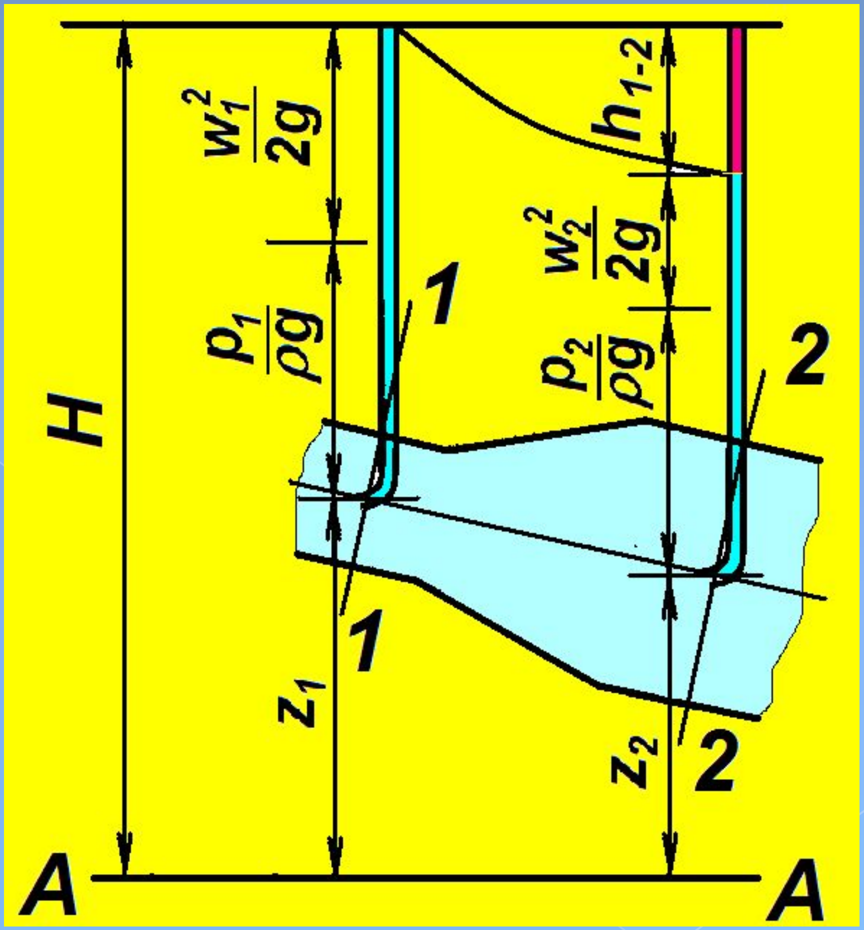
Гидравлический уклон:

$$i = \frac{\Delta H}{\Delta L_{1-2}}$$

Уравнение Бернулли
Графическая иллюстрация



для идеальной жидкости



для реальной жидкости

Уравнение Бернулли
Линейные и местные сопротивления

Потери напора h_{1-2} на преодоление сопротивлений движению жидкости.

Линейные сопротивления $h_л$

+

Местные сопротивления $h_м$

Линейные сопротивления связаны с протяженностью потока жидкости и обусловлены трением частиц одна о другую и стенки канала (трубопровода).

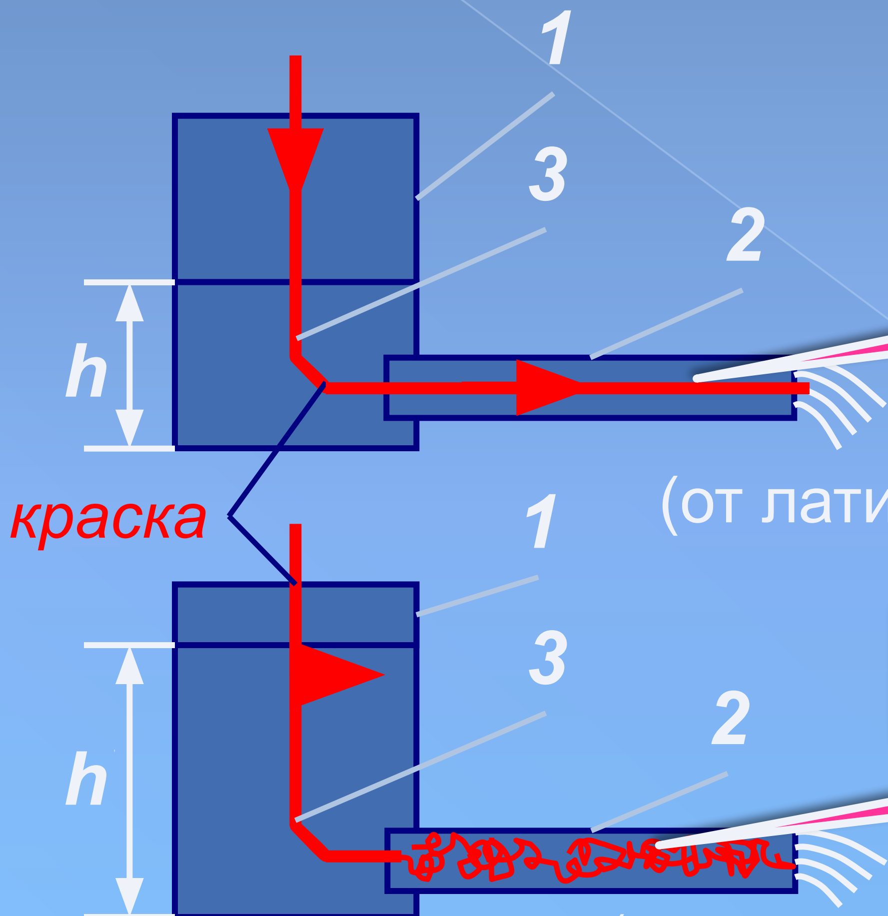
$$h_{1-2} = h_л + h_м$$

Местные сопротивления вызываются различными препятствиями на пути движения потока в виде задвижек, вентилей, поворотов, сужений и расширений сечения и т. п

Режимы движения жидкости

Опыт Рейнольдса. 1883г.

1 – сосуд
2 - стеклянная труба
3 - капиллярная трубка



h=const

пути частиц прямолинейны и параллельны друг другу

ламинарное движение

(от латинского слова «ламина» — слой)

частицы жидкости движутся по хаотическим траекториям

турбулентное движение

(от латинского слова «турбулентус» — вихревой)

Режимы движения жидкости

Опыт показывает, что переход от ламинарного течения к турбулентному зависит от массовой скорости жидкости *ρw*, диаметра трубы *d* и вязкости жидкости *μ*.

Критерий Рейнольдса:

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{wd}{\nu}$$

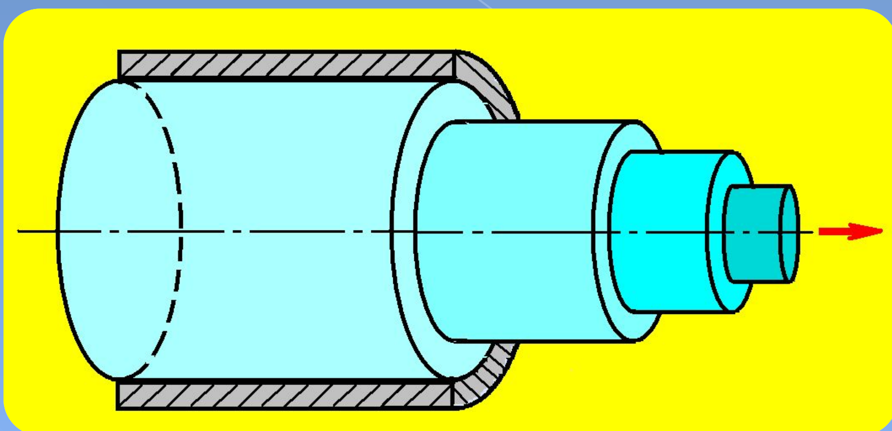
$$Re_{кр} = 2300$$

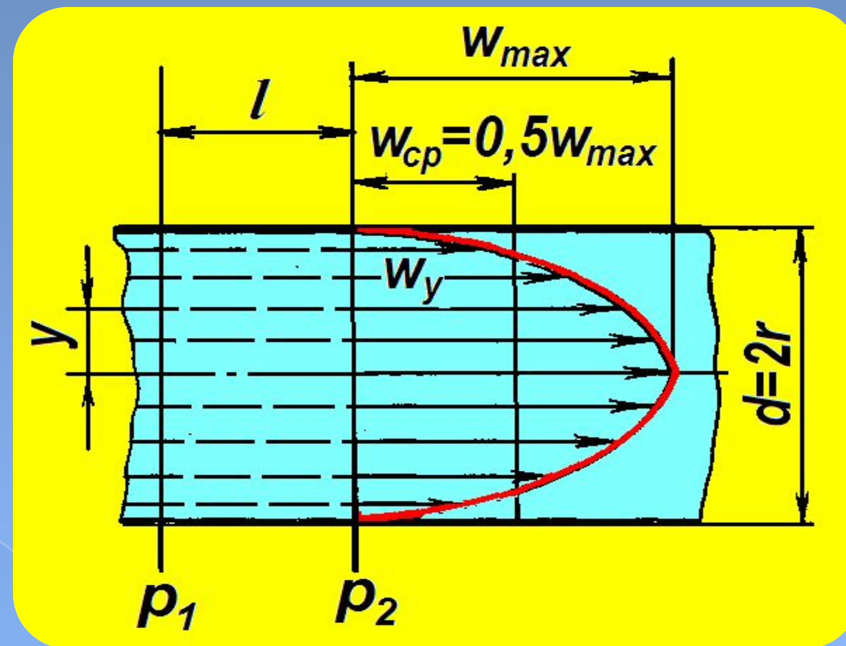
Re < 2300 – устойчивый ламинарный режим

2300 < Re < 10000 – неустойчиво турбулентный режим

Re > 10000 – устойчиво турбулентный режим

Распределение скоростей по сечению потока при ламинарном режиме





$$P_1 - P_2 = (p_1 - p_2)\pi\ y^2$$

$$T = -\mu F \frac{dw_y}{dy}$$

p_1 и p_2 – гидростатические давления в сечениях трубы на расстоянии l

w_y – скорость движения жидкости на расстоянии y от оси трубы

$F=2\pi yl$ – наружная поверхность цилиндра

μ – вязкость жидкости

Распределение скоростей по сечению потока при ламинарном режиме

Сумма проекций всех сил на ось потока равна нулю

$$(p_1 - p_2)\pi y^2 = -\mu 2\pi y l \frac{dw_y}{dy}$$

После сокращения и разделения переменных

$$\frac{p_1 - p_2}{2\mu l} y dy = -dw_y$$

Проинтегрируем по всему объему жидкости в трубе

$$\int_y^r \frac{p_1 - p_2}{2\mu l} y dy = -\int_{w_y}^{0} dw_y$$

Получаем

$$\frac{p_1 - p_2}{2\mu l}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{y^2}{2}\right) = w_y$$

или

$$w_y = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l}\left(r^2 - y^2\right)$$

Распределение скоростей по сечению потока при ламинарном режиме

Скорость имеет максимальное значение на оси трубы

$$w_{max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu\, l} r^2$$

$$w_y = w_{max}\left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right)$$

- закон Стокса, выражающий параболическое распределение скоростей в сечении трубопровода при ламинарном движении

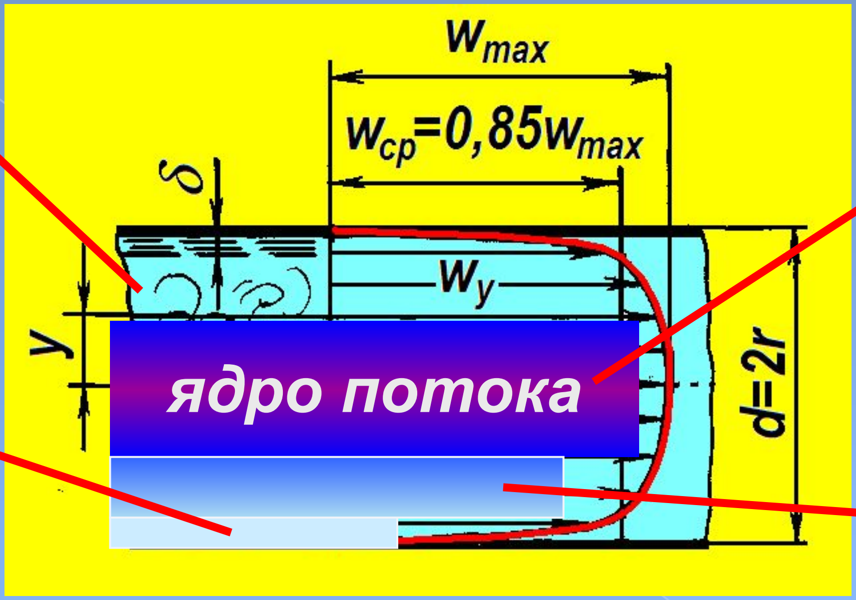
При ламинарном потоке средняя скорость жидкости равна половине скорости по оси трубы

$$w_{cp} = 0{,}5\, w_{max}$$

Распределение скоростей по сечению потока при турбулентном режиме

пульсация скоростей, перемешивание жидкости

ламинарный пограничный слой



в ядре потока скорости частиц одинаковы

переходная зона

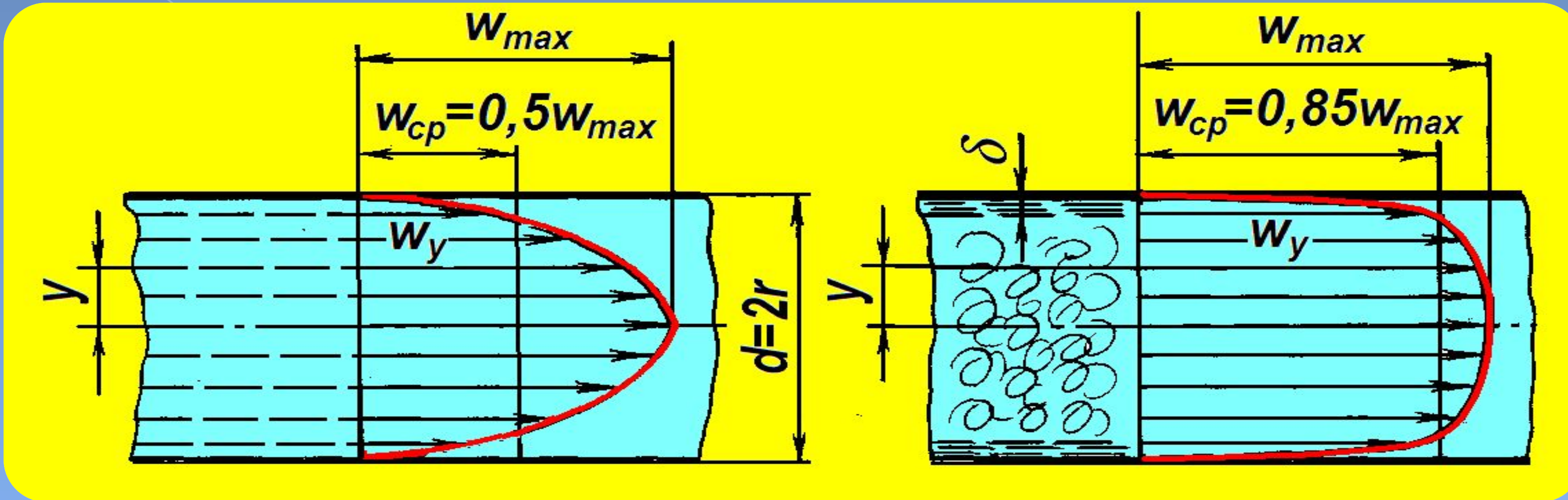
При Re<<100000 $\delta = 62,8dRe^{-0,875}$

$$\frac{w_{cp}}{w_{max}} = 0,75 \div 0,90$$

$$\frac{w_y}{w_{max}} = \left(\frac{r-y}{r}\right)^m, \quad m = f(Re, \varepsilon)$$

$$w_{cp} \approx 0,85 w_{max}$$

Распределение скоростей по сечению потока при ламинарном и турбулентном режимах



Характерное распределение скоростей для каждого режима движения жидкости устанавливается на протяжении некоторого участка трубопровода, называемого начальным, длину которого рассчитывают по формулам:

$$l_{нач} = 0{,}028 d\, Re$$

для ламинарного режима

$$l_{нач} = 0{,}639 d\, Re^{0,25}$$

для турбулентного режима

Элементы теории подобия

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

математическая модель

решение системы сложных дифференциальных уравнений известными математическими методами

общий случай, но не всегда возможен

экспериментальная модель

получение эмпирических уравнений

частный случай, применим не для всех аналогичных явлений

ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ

Элементы теории подобия

Подобными называют явления, для которых постоянны отношения характеризующих их соответственных величин.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

для линейных размеров $L_1 / L_2 = K_L$

для площадей $F_1 / F_2 = K_L^2$

для объемов $V_1 / V_2 = K_L^3$

Элементы теории подобия

При подобии физических процессов должны быть подобны все основные физические величины, влияющие на процесс.

ФИЗИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

для скоростей

$$\frac{w_1}{w_2} = K_w = \frac{L_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{L_2} = \frac{K_L}{K_T}$$

масштаб скоростей

$$K_w = K_L / K_T$$

масштаб ускорений

$$K_a = K_L / K_T^2$$

для действующих сил

$$\boxed{\frac{P_1}{P_2} = K_P = \frac{\rho_1 w_1^2 L_1^2}{\rho_2 w_2^2 L_2^2}}$$

динамическое подобие

$/T^2 = \rho w^2 L^2$

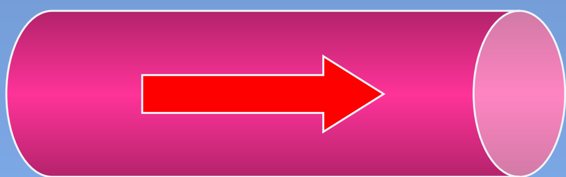
Элементы теории подобия

Безразмерные соотношения разнородных физических величин называют ***критериями подобия***.

Критерии подобия всегда имеют физический смысл, являясь мерами соотношения между какими-то двумя параметрами, оказывающими существенное влияние на данный процесс.

Если основное влияние на движение потока жидкости оказывают силы *вязкости*

$$P = ma = \mu L T \frac{w}{T} = \mu L w$$

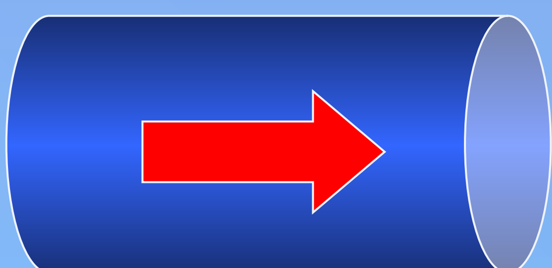


$\rho_1, \mu_1, L_1(d_1), w_1$

$$\frac{\rho_1 w_1^2 L_1^2}{\rho_2 w_2^2 L_2^2} = \frac{\mu_1 w_1 L_1}{\mu_2 w_2 L_2}$$

или

$$\frac{\rho_1 w_1 L_1}{\mu_1} = \frac{\rho_2 w_2 L_2}{\mu_2}$$



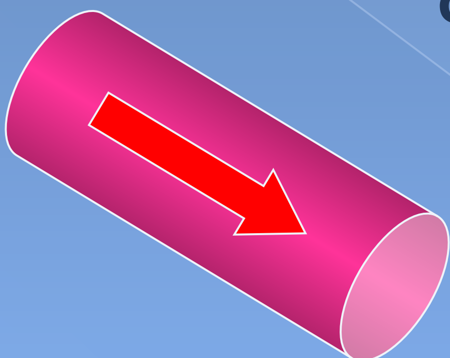
$\rho_2, \mu_2, L_2(d_2), w_2$

$$\boxed{\frac{\rho w L}{\mu} = Re}$$

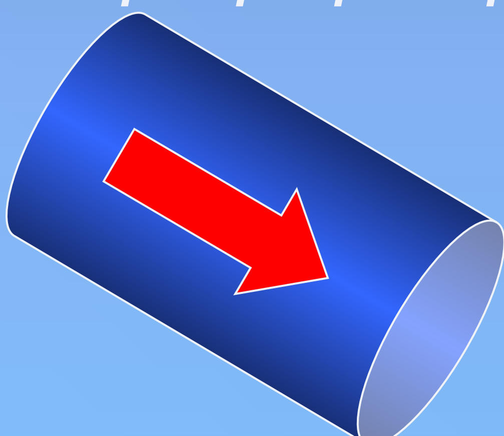
$$\boxed{\frac{w d \rho}{\mu} = Re}$$

критерий Рейнольдса

Если движение жидкости обусловлено действием в основном *силы тяжести*



$\rho_1, L_1(d_1), w_1$



$\rho_2, L_2(d_2), w_2$

$$P = ma = \rho V g = \rho\ L^3 g$$

$$\frac{\rho_1 w_1^2 L_1^2}{\rho_2 w_2^2 L_2^2} = \frac{\rho_1 L_1^3 g}{\rho_2 L_2^3 g}$$

или

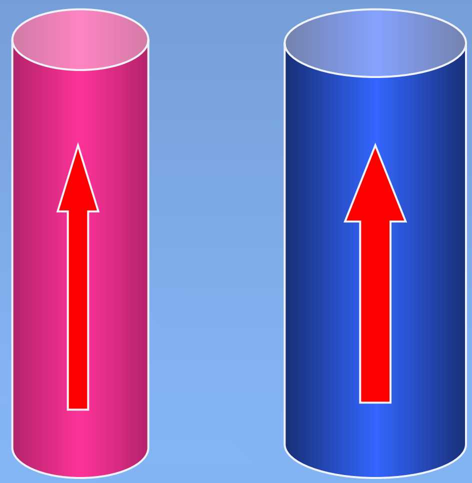
$$\frac{w_1^2}{gL_1} = \frac{w_2^2}{gL_2}$$

$$\boxed{\frac{w^2}{gL} = Fr}$$

критерий Фруда (гравитационный)

Если на движение жидкости решающее влияние оказывают *силы поверхностного натяжения*

$$P = ma = \sigma\ L$$



σ_1, L_1 σ_2, L_2

$$\frac{\rho_1 w_1^2 L_1^2}{\rho_2 w_2^2 L_2^2} = \frac{\sigma_1 L_1}{\sigma_2 L_2}$$

или

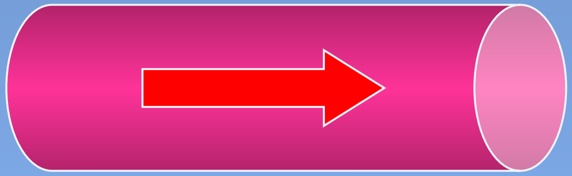
$$\frac{\rho_1 w_1^2 L_1}{\sigma_1} = \frac{\rho_2 w_2^2 L_2}{\sigma_2}$$

$$\boxed{\frac{\rho w^2 L}{\sigma} = We}$$

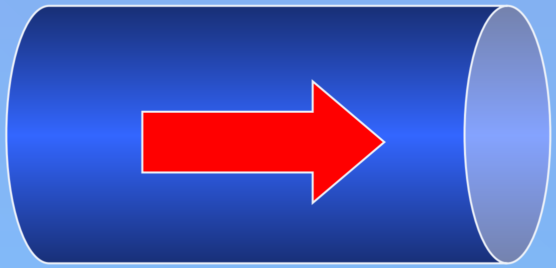
критерий Вебера

Элементы теории подобия
Критерий Эйлера

Если основное влияние на движение потока жидкости оказывают силы *давления*



$\Delta p_1, \rho_1, w_1$



$\Delta p_2, \rho_2, w_2$

$$P = ma = \Delta p L^2$$

$$\frac{\rho_1 w_1^2 L_1^2}{\rho_2 w_2^2 L_2^2} = \frac{\Delta p_1 L_1^2}{\Delta p_2 L_2^2}$$

или

$$\frac{\Delta p_1}{\rho_1 w_1^2} = \frac{\Delta p_2}{\rho_2 w_2^2}$$

$$\boxed{\frac{\Delta p}{\rho w^2} = Eu}$$

критерий Эйлера (гидравлического сопротивления)

Элементы теории подобия
Производные критерии

Критерий Галилея

$$Ga = \frac{Re^2}{Fr} = \frac{gL^3}{\nu^2} = \frac{gL^3\rho^2}{\mu^2}$$

Критерий Архимеда

$$Ar = Ga\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gL^3}{\nu^2}\cdot\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gL^3\rho\Delta\rho}{\mu^2}$$

При перекачивании жидкости насосом по трубопроводу влияние силы тяжести можно не учитывать и исключить поэтому из рассмотрения критерий Фруда. Общий вид зависимости при вынужденном движении жидкости по трубопроводу имеет вид

$$Eu = CRe^{n_1}\left(l/d\right)^{n_2}$$

где l - длина рассматриваемого участка трубопровода; d - диаметр трубопровода; коэффициент C и показатели степени n_1 и n_2 определяют из опытов.

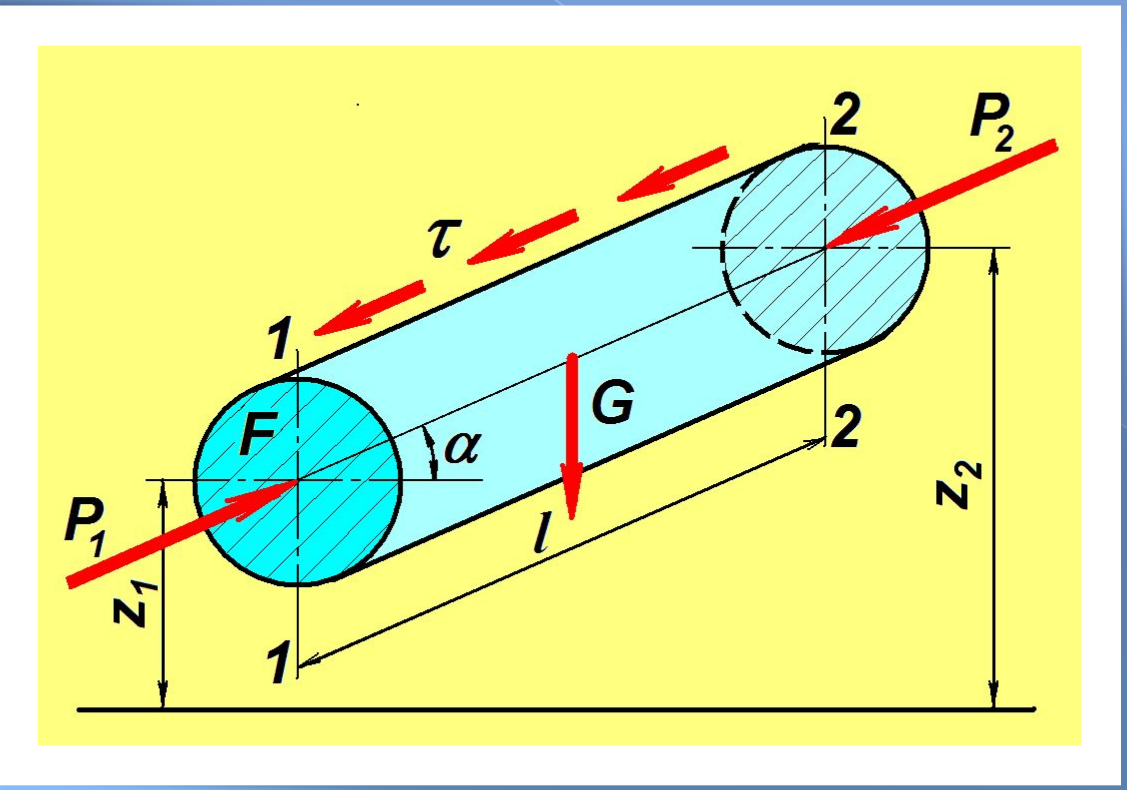
Некоторые практические приложения уравнения Бернулли

- Расчет сопротивлений и потерь напора при движении жидкости по трубопроводу
- Истечение из донного отверстия при постоянном уровне
- Истечение из донного отверстия при переменном уровне.
- Истечение через водосливы
- Измерение скоростей и расходов жидкости

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу

При движении реальной жидкости по трубопроводу или каналу происходит потеря напора , которая складывается из потери на трение частиц жидкости друг о друга и о стенки трубы или канала, и потери на местных сопротивлениях, которые изменяют направление или скорость потока.

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу
Потери на трение



Силы давления:

$$P_1 = p_1 F$$

$$P_2 = p_2 F$$

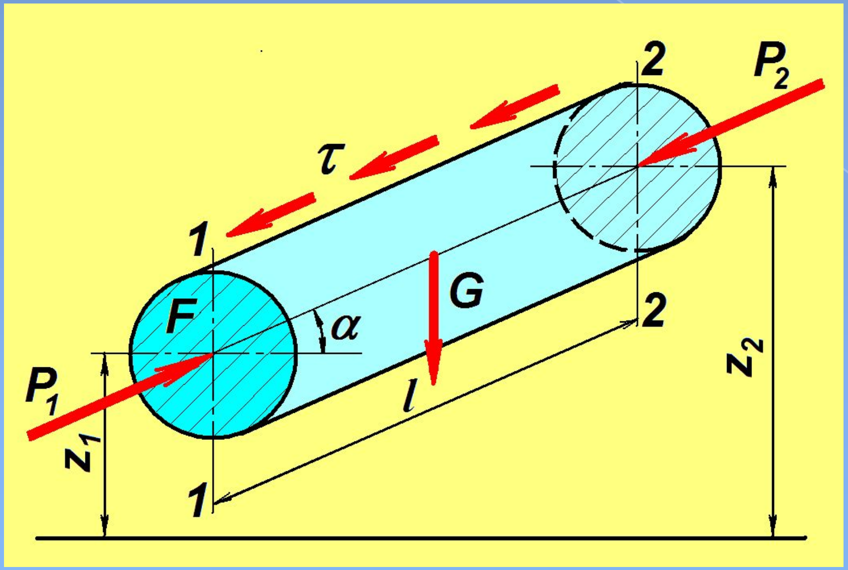
Сила тяжести:

$$G = \rho g F l$$

Силы трения:

$$T = \tau \Pi l$$

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу
Потери на трение



При равномерном и прямолинейном движении действующие на жидкость силы будут находиться в равновесии.

$$P_1 - P_2 - G\sin\alpha - T = 0$$

$$\sin\alpha = \frac{z_2 - z_1}{l}$$

$$p_1F - p_2F - \rho gFl\frac{z_2 - z_1}{l} - \tau\Pi l = 0$$

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу
Потери на трение

Разделим уравнение на $\rho g F$:

$$\left(z_1+\frac{p_1}{\rho g}\right)-\left(z_2+\frac{p_2}{\rho g}\right)=\frac{\tau \Pi l}{\rho g F}=\frac{\tau}{\rho g}\cdot\frac{l}{r_{гидр}}$$

Потери напора при равномерном движении:

$$h_{1-2}=\frac{\tau}{\rho g}\cdot\frac{l}{r_{гидр}}=\frac{4\tau}{\rho g}\cdot\frac{l}{d_{гидр}}$$

Потеря напора на трение может быть выражена через скоростной напор $w^2/2g$:

$$h_{1-2}=\zeta\frac{w^2}{2g}$$

где ζ — *коэффициент потерь энергии по длине* или *коэффициент сопротивления трения.*

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу
Потери на трение

Напряжение трения τ:

$$\tau = \frac{\zeta}{4} \cdot \frac{d_{гидр}}{l} \cdot \frac{\rho \ w^2}{2}$$

Введем обозначение: $\lambda = \zeta \frac{d_{гидр}}{l}$

— *коэффициент гидравлического сопротивления* (коэффициент трения)

$$\boxed{\tau = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{\rho \ w^2}{2}}$$

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу
Потери на трение

Потери напора на трение: $$h_{1-2} = \lambda \frac{l}{d_{гидр}} \cdot \frac{w^2}{2g}$$

Потеря напора на трение пропорциональна длине трубопровода l и скоростному напору $w^2/2g$ и обратно пропорциональна диаметру трубы d.

Для ламинарного режима: $$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

При турбулентном режиме: $$\lambda = f\left(Re,\ \varepsilon = \frac{k}{d}\right)$$

Для гладких труб и при Re<70000 может быть использована формула Блазиуса: $$\lambda = \frac{0,3165}{Re^{0,25}}$$

ε - относительная шероховатость стенок трубы;

k – абсолютная шероховатость (средняя величина выступов на стенках трубопровода);

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу Местные сопротивления

К местным сопротивлениям относятся вход в трубу и выход из нее, участки сжатия и расширения потока, различные фитинги, диафрагмы, запорные и регулирующие устройства.

Потери напора в местном сопротивлении:

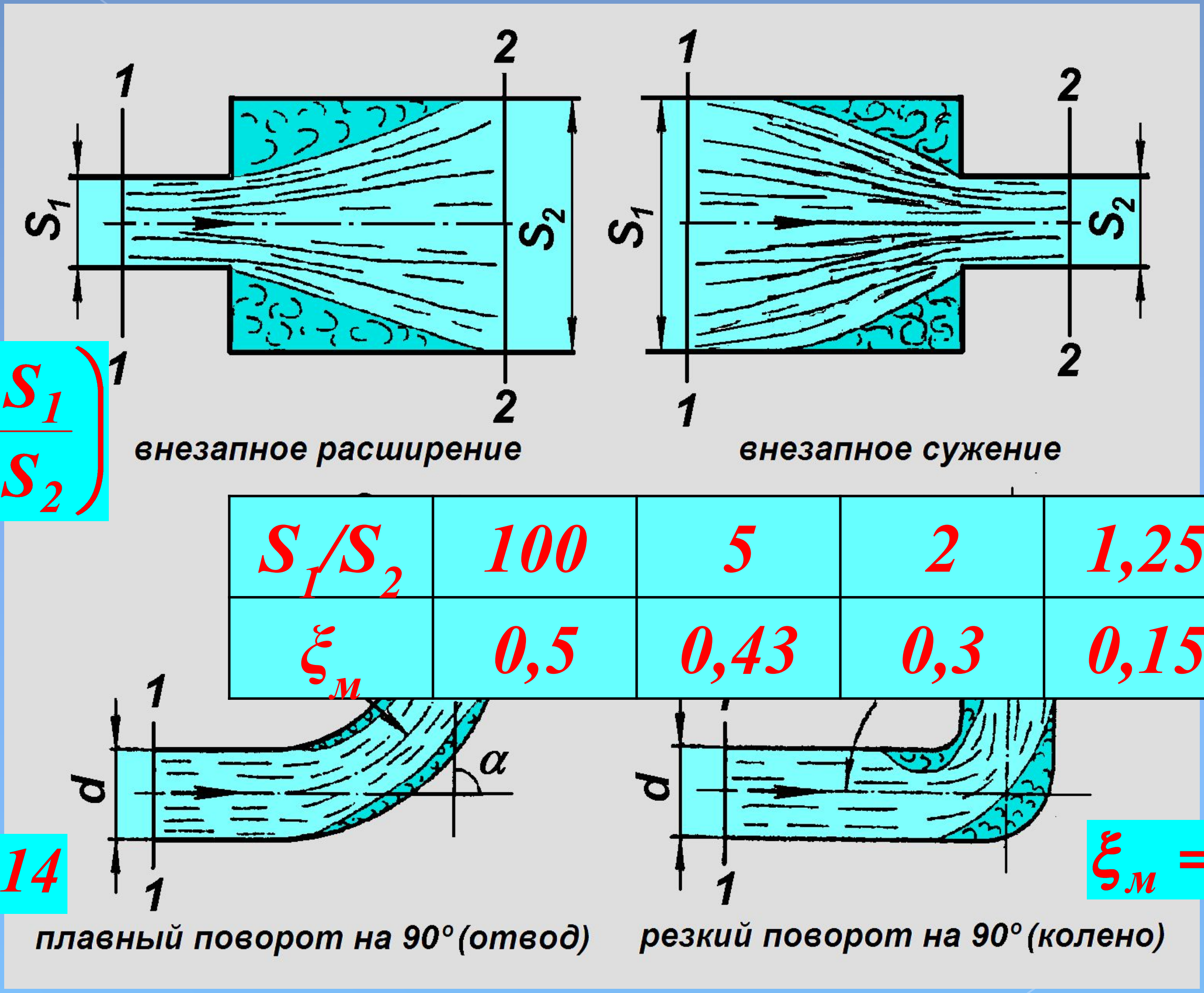
$$h_м = \xi_м \frac{w^2}{2g}$$

где $\xi_м$ — коэффициент местного сопротивления.

Величина $\xi_м$ зависит как от вида местного сопротивления, так и от режима движения жидкости, т.е. от числа Рейнольдса. Для различных местных сопротивлений величины $\xi_м$ приводятся в справочниках.

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу
Местные сопротивления

$$\xi_м = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$$



S_1/S_2	100	5	2	1,25	1
$\xi_м$	0,5	0,43	0,3	0,15	0

$$\xi_м = 0,14$$

$$\xi_м = 1,1 \div 1,3$$

Сопротивление при движении жидкости по трубопроводу
Общая потеря напора

Полную потерю напора определяют как сумму всех потерь:

$$h = h_л + \sum h_м = \lambda\frac{l}{d}\cdot\frac{w^2}{2g} + \sum \xi_{м,i}\frac{w^2}{2g} = \left(\lambda\frac{l}{d} + \sum\xi_{м,i}\right)\frac{w^2}{2g}$$

При движении жидкости по горизонтальному трубопроводу ($z_1 = z_2$) с постоянной скоростью ($w_1 = w_2$) полная потеря напора составит:

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

Потеря давления в трубопроводе:

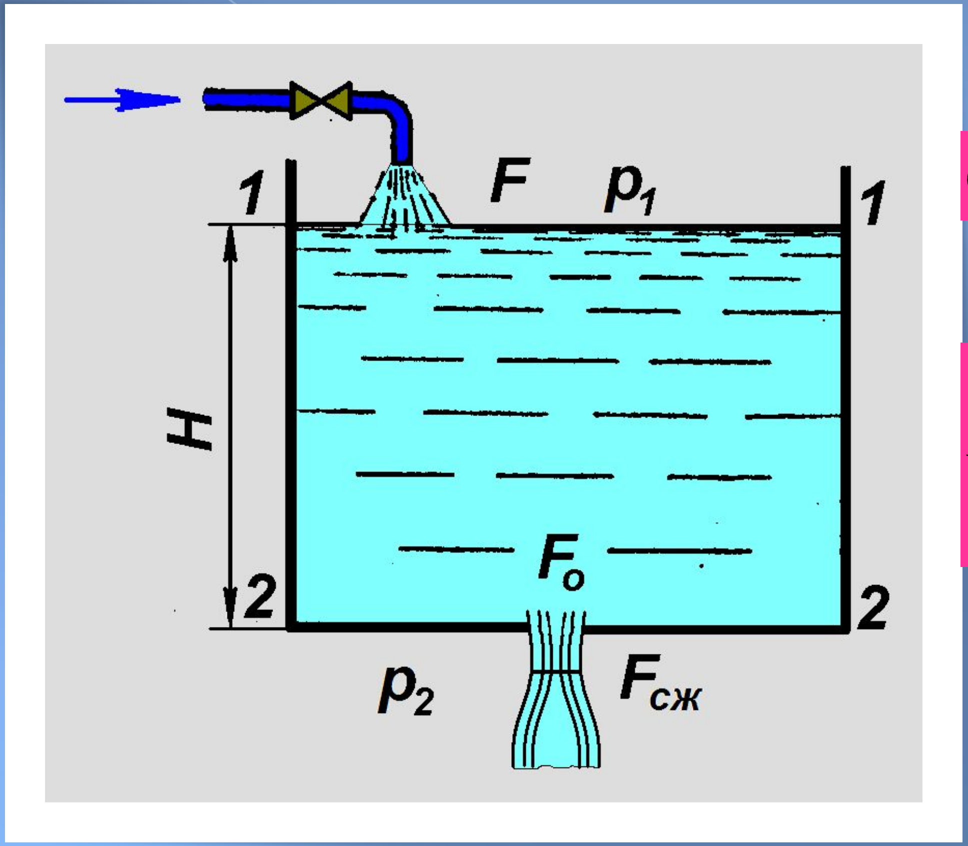
Потери давления в трубопроводе только от трения:

$$\Delta p = h\rho g, \quad H/м^2$$

$$\Delta p = \lambda\frac{l}{d}\frac{w^2\rho}{2}, \quad H/м^2$$

$$\Delta p = \left(\lambda\frac{l}{d} + \sum\xi_i\right)\frac{w^2\rho}{2}, \quad H/м^2$$

Истечение жидкости из донного отверстия при постоянном уровне



$$Q = w_1 F = w_2 F_o$$

$$w_1 = w_2 \frac{F_o}{F}$$

Уравнение Бернулли:

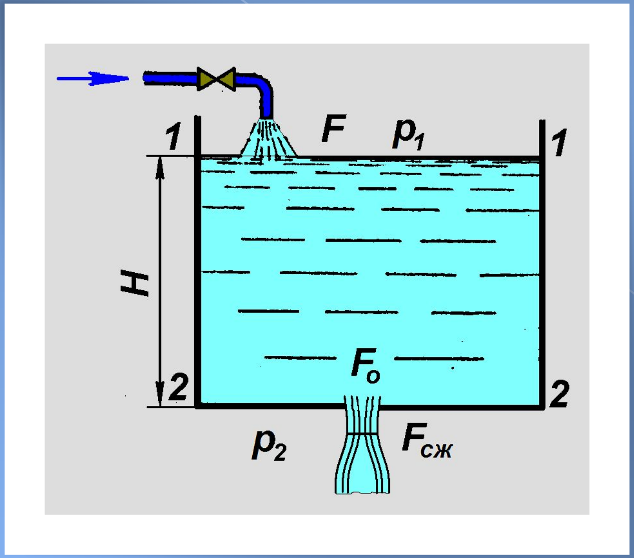
$$H + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}$$

$$\frac{w_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{F_o}{F}\right)^2\right] = H + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g}$$

Скорость истечения идеальной жидкости:

$$w_2 = \sqrt{2g\frac{H + \dfrac{p_1 - p_2}{\rho g}}{1 - \left(\dfrac{F_o}{F}\right)^2}}$$

Истечение жидкости из донного отверстия при постоянном уровне



Скорость истечения:

$$w_2 = \sqrt{2g\left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)}$$

Если $p_1 = p_2$

(открытый резервуар)

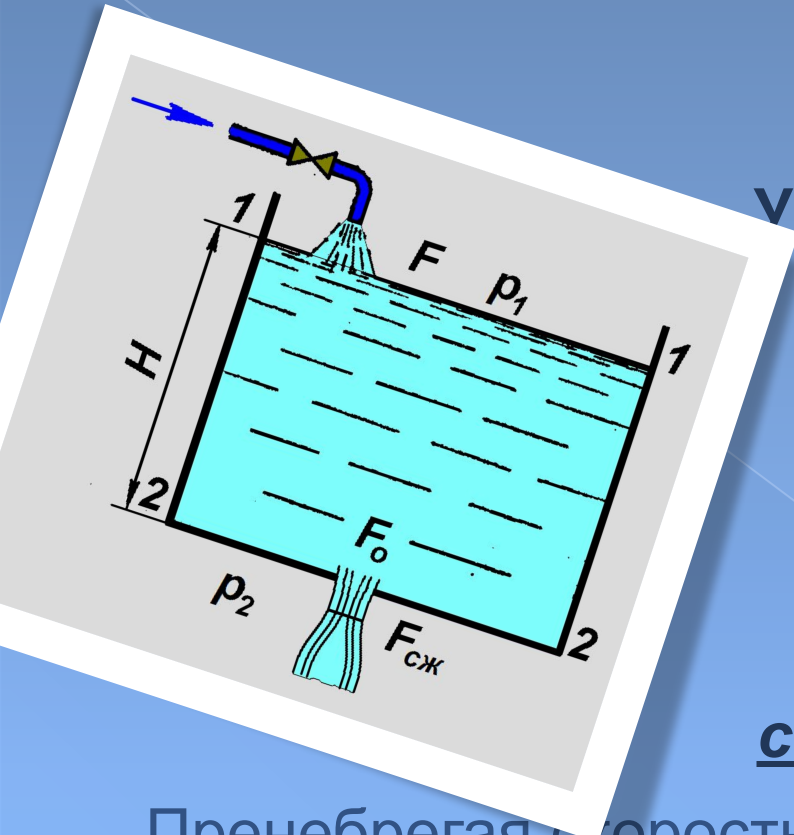
$$w_T = w_2 = \sqrt{2gH}$$

Формула Торичелли для расчета <u>теоретической</u> скорости истечения.

Как правило, площадь отверстия F_o существенно меньше площади поперечного сечения сосуда F, т. е.

$$\left(\frac{F_o}{F}\right)^2 << 1$$

Истечение жидкости из донного отверстия при постоянном уровне



Уравнение Бернулли для сечений *1—1* и *2—2* при истечении реальной (вязкой) жидкости

$$H + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + \xi \frac{w_2^2}{2g}$$

где ξ — ***коэффициент сопротивления при истечении.***

Пренебрегая скоростью w_1 по сравнению со скоростью истечения w_2, получим следующее уравнение для скорости истечения $w = w_2$:

$$w = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} \sqrt{2g\left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)}$$

при $p_1 = p_2$:

$$w = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} \sqrt{2gH}$$

Истечение жидкости из донного отверстия при постоянном уровне

Действительная скорость истечения всегда меньше теоретической!

Коэффициент скорости: $$\varphi = \frac{w}{w_T} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}}$$

Скорость истечения: $$w = \varphi\sqrt{2gH}$$

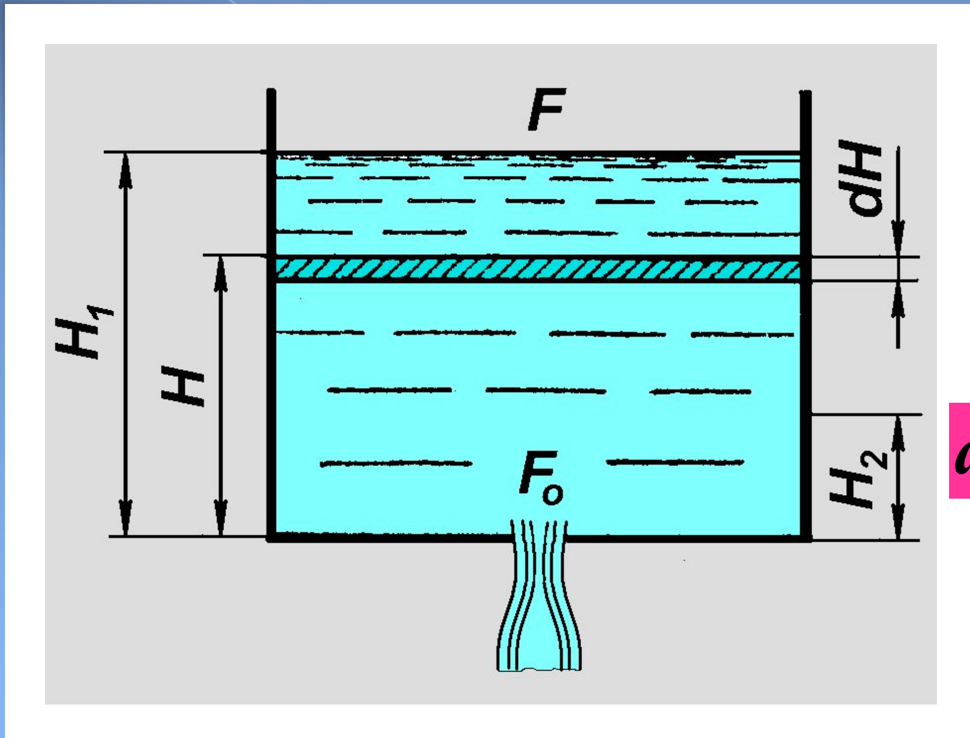
Расход жидкости через отверстие: $$Q = F_{сж}w$$

$F_{сж} = \varepsilon \cdot F_o$, где ε — ***коэффициент сжатия струи***.

$$Q = \varepsilon F_o w = \varepsilon F_o \varphi w_T = \varepsilon\varphi Q_T = \alpha F_o\sqrt{2gH}$$

где $\alpha = \varepsilon\varphi$ — ***коэффициент расхода***

Истечение жидкости из донного отверстия при переменном уровне



За бесконечно малый промежуток времени ***dT*** через отверстие вытечет объем жидкости ***dV***

$$dV = \alpha F_o w dT = \alpha F_o \sqrt{2gH}\, dT$$

$$dV = -FdH$$

$$\alpha F_o \sqrt{2gH}\, dT = -FdH$$

В этом случае величина напора и скорость истечения непрерывно изменяются и поэтому приходится рассматривать бесконечно малые промежутки времени, чтобы использовать полученные ранее результаты.

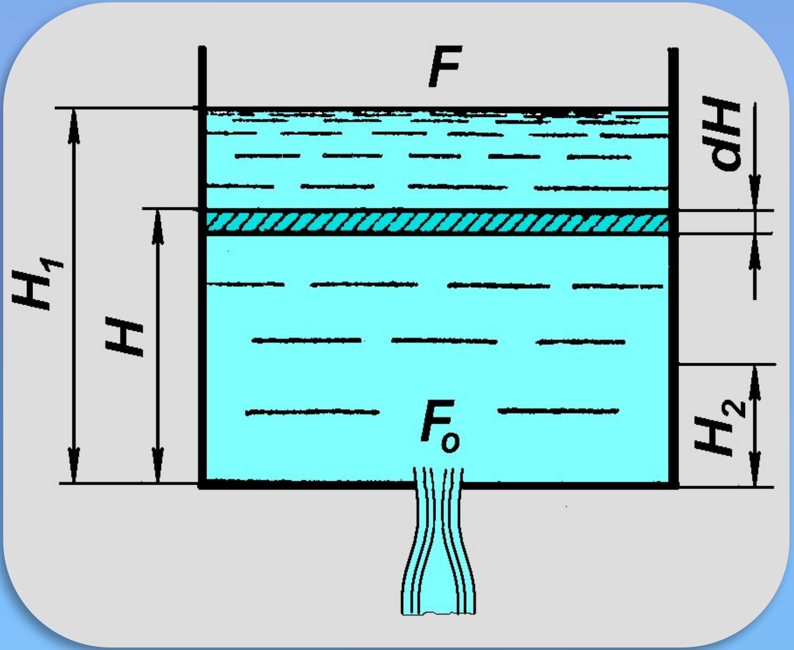
Полное время опорожнения сосуда определится при интегрировании этого уравнения

Истечение жидкости из донного отверстия при переменном уровне

$$T = \int_0^T dT = -\int_{H_1}^{0} \frac{FdH}{\alpha F_o \sqrt{2gH}} = \frac{F}{\alpha F_o \sqrt{2gH}} \int_0^{H_1} \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

$$T = \frac{2F\sqrt{H_1}}{\alpha F_o \sqrt{2g}}$$

полное время опорожнения сосуда



Если происходит неполное опорожнение сосуда, то в сосуде остается слой жидкости глубиной H_2. В этом случае время истечения жидкости из сосуда

$$T = \frac{2F\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right)}{\alpha F_o \sqrt{2g}}$$

Приведенные уравнения могут быть также использованы <u>при расчетах заполнения сосуда</u>

Практические задачи

Задача 10

- По трубам одноходового кожухотрубчатого теплообменника (число труб ***n=100***, наружный диаметр труб ***20 мм***, толщина стенки ***2 мм***) проходит воздух при средней температуре ***50 ºС*** давлении (по манометру) ***2 кгс/см²*** со скоростью ***9 м/с***. Барометрическое давление ***740 мм рт.ст***. Плотность воздуха при нормальных условиях ***1,293 кг/м³***.
- <u>Определить:</u>

а) массовый расход воздуха;

б) объемный расход воздуха при рабочих условиях;

в) объемный расход воздуха при нормальных условиях.

Решение

Рабочее давление (абсолютное):

$$p = p_{бар} + p_{ман} = 740 \cdot 133{,}3 + 98100 \cdot 2 = 294800 \ \ Па$$

или: $p = p_{бар} + p_{ман} = 740 + 735 \cdot 2 = 2210 \ \ мм \ \ рт.ст.$

Плотность воздуха при рабочих условиях:

$$\rho = \rho_0 \frac{pT_0}{p_0 T} = 1{,}293 \frac{294800 \cdot 273}{101300(273 + 50)} = 3{,}18 \ \ \frac{кг}{м^3}$$

или:

$$\rho = \rho_0 \frac{pT_0}{p_0 T} = 1{,}293 \frac{2210 \cdot 273}{760(273 + 50)} = 3{,}18 \ \ \frac{кг}{м^3}$$

Решение (продолжение)

Массовый расход воздуха:

$$m = Q \cdot \rho = wF\rho = wn\frac{\pi \cdot d^2}{4}\rho = 9 \cdot 100 \cdot 0,785 \cdot 0,016^2 \cdot 3,18 = 0,57 \ \frac{кг}{с}$$

Объемный расход воздуха при рабочих условиях:

$$Q = \frac{m}{\rho} = \frac{0,57}{3,18} = 0,18 \ \frac{м^3}{с}$$

Объемный расход воздуха при нормальных условиях:

$$Q_0 = \frac{m}{\rho_0} = \frac{0,57}{1,293} = 0,44 \ \frac{м^3}{с}$$

Задача 11.

- Теплообменник изготовлен из стальных труб диаметром ***76×3 мм***. По трубам проходит газ под атмосферным давлением. Требуется найти необходимый диаметр труб для работы с тем же газом, но под избыточным давлением ***5 ат***, если требуется скорость газа сохранить прежней при том же массовом расходе газа и при том же числе труб.

Решение.

Под давлением 5 ат плотность газа будет:

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0 p}{T p_0} = \rho_0 \frac{273 \cdot (5+1)}{293 \cdot 1} \approx 6\,\rho_0$$

т.е. будет в 6 раз больше, чем при атмосферном давлении. Так как массовый расход газа

$$m = Q \cdot \rho = wF\rho$$

должен быть сохранен неизменным, то

$$w_1 n_1 \frac{\pi d_1^2}{4} \rho_1 = w_2 n_2 \frac{\pi d_2^2}{4} \rho_2$$

Решение (продолжение)

Подставляя $w_1 = w_2 \quad n_1 = n_2 \quad \rho_2 = 6\rho_1 \quad d_1 = 0{,}07\ м$

получаем: $0{,}07^2 = 6d_2^2$

откуда:

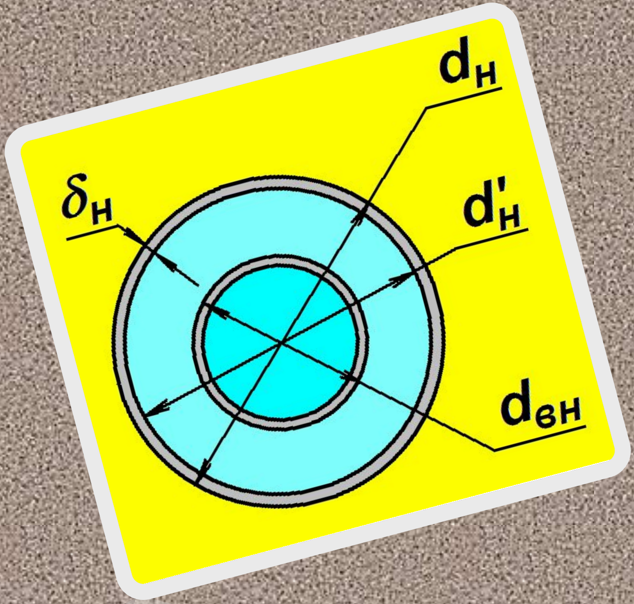
$$d_2 = \sqrt{\frac{0{,}07^2}{6}} = 0{,}0286\,м \approx 29\,мм$$

Задача 12.

- Определить режим течения жидкости в межтрубном пространстве теплообменника типа «труба в трубе» при следующих условиях: внутренняя труба теплообменника имеет диаметр ***25×2 мм***, наружняя ***51×2,5 мм***, массовый расход жидкости ***3730 кг/ч***, плотность жидкости ***1150 кг/м³***, динамический коэффициент вязкости ***$1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Па·с***.

Решение.

Скорость жидкости из уравнения расхода:



$$w = \frac{Q}{F} = \frac{\dfrac{m}{3600 \cdot \rho}}{\dfrac{\pi}{4}\left((d_н - 2 \cdot \delta_н)^2 - d_{вн}^{\;2}\right)} =$$

$$= \frac{3730}{3600 \cdot 1150 \cdot 0{,}785\left(0{,}046^2 - 0{,}025^2\right)} = 0{,}77\,\frac{м}{с}$$

Решение (продолжение)

Если обозначить внутренний диаметр наружной трубы через $\mathbf{d_н}'$*, то гидравлический (эквивалентный) диаметр кольцевого сечения:*

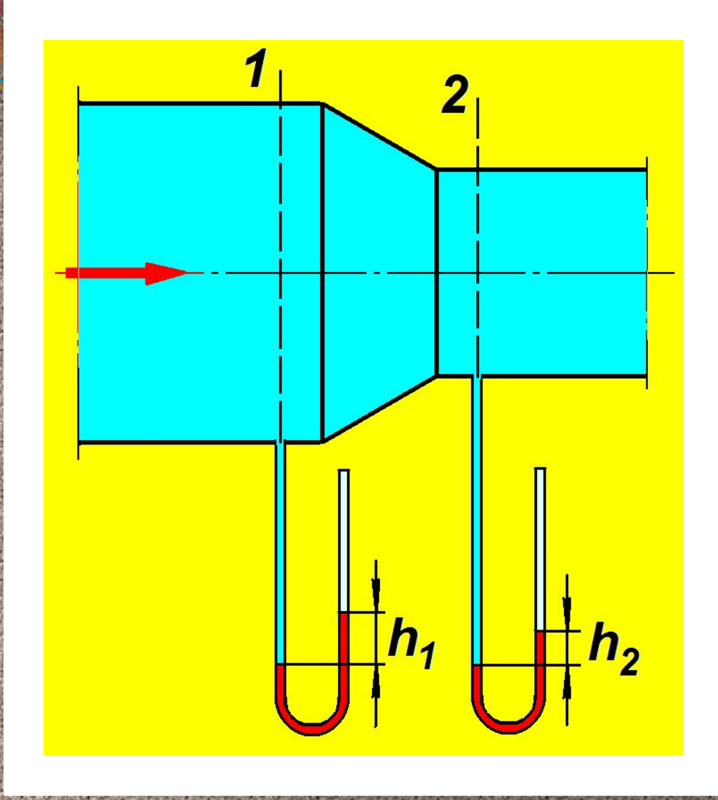
$$d_{гидр} = \frac{4F}{П} = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{4}\left((d'_н)^2 - d^2_{вн}\right)}{\pi\left(d'_н + d_{вн}\right)} = d'_н - d_{вн} = 0,046 - 0,025 = 0,021 м$$

Критерий Рейнольдса:

$$Re = \frac{w d_{гидр} \rho}{\mu} = \frac{0,77 \cdot 0,021 \cdot 1150}{1,2 \cdot 10^{-3}} = 15500$$

Следовательно, режим турбулентный.

Задача 13.



- На трубопроводе с внутренним диаметром ***200 мм*** имеется плавный переход на диаметр ***100 мм***. По трубопроводу подается ***1700 м³/ч*** метана при ***30 ºС*** и при нормальном давлении. Открытый в атмосферу U-образный водяной манометр, установленный на широкой части трубопровода перед сужением, показывает избыточное давление в трубопроводе, равное ***40 мм вод.ст***. Каково будет показание такого же манометра на узкой части трубопровода? Сопротивлениями пренебречь. Атмосферное давление ***760 мм рт. ст.***

Решение.

Считаем, что плотность метана не изменяется по длине трубопровода. Составляем уравнение Бернулли для несжимаемой жидкости:

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{w_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{w_2^2}{2g}$$

откуда находим:

$$p_1-p_2=\frac{w_2^2-w_1^2}{2}\rho$$

Определяем скорости метана в сечениях 1 и 2, принимая, что давление в трубопроводе приблизительно равно атмосферному:

$$w_1=\frac{1700\cdot(273+30)}{3600\cdot 273\cdot 0{,}785\cdot 0{,}2^2}=16{,}7\ \frac{м}{с}$$

Решение (продолжение)

Из уравнения неразрывности потока:

$$w_2 = w_1 \frac{F_1}{F_2} = 16{,}7\left(\frac{0{,}2}{0{,}1}\right)^2 = 66{,}8 \ \frac{м}{с}$$

Плотность метана:

$$\rho = \frac{MT_0}{22{,}4T} = \frac{16 \cdot 273}{22{,}4 \cdot 303} = 0{,}645 \ \frac{кг}{м^3}$$

Разность давлений:

$$\Delta p = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}\rho = \frac{\left(66{,}8^2 - 16{,}7^2\right)\cdot 0{,}645}{2} = 1354 \ Па = 138 \ мм \ вод. \ ст.$$

т.е. манометр в сечении 2 будет показывать вакуум, равный 98 мм вод. ст.

$$h_2 = p_2 = p_1 - \Delta p = 40 - 138 = -98 \ мм \ вод. \ ст.$$

Задача 14.

Из отверстия диаметром ***10 мм*** в дне открытого бака, в котором поддерживается постоянный уровень жидкости высотой ***900 мм***, вытекает ***750 л/ч*** жидкости. Определить коэффициент расхода. За какое время опорожнится бак, если прекратить подачу в него жидкости? Диаметр бака ***800 мм***.

Решение

Расход через отверстие при постоянном уровне жидкости в сосуде:

$$Q = \alpha F_o \sqrt{2gH}$$

Отсюда коэффициент расхода:

$$\alpha = \frac{Q}{F_0\sqrt{2gH}} = \frac{0,75}{3600 \cdot 0,785 \cdot 0,01^2 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,9}} = 0,632$$

Полное время опорожнения сосуда:

$$T = \frac{2F\sqrt{H}}{\alpha F_o \sqrt{2g}} = \frac{2 \cdot 0,785 \cdot 0,8^2 \sqrt{0,9}}{0,632 \cdot 0,785 \cdot 0,01^2 \sqrt{2 \cdot 9,81}} = 4336\ с \approx 72\ мин$$

Задача 15.

- Определить потерю давления на трение в змеевике, по которому проходит вода со скоростью ***1 м/с***. Змеевик сделан из бывшей в употреблении стальной трубы диаметром ***43×2,5 мм***, коэффициент трения ***0,0316***. Диаметр витка змеевика ***1 м***. Число витков ***10***.

Решение.

Потерю давления на трение находим по формуле для прямой трубы, а затем вводим поправочный коэффициент для змеевика по формуле:

$$\psi = 1 + 3{,}54\frac{d}{D} = 1 + 3{,}54\frac{0{,}038}{1} = 1{,}134$$

где d – внутренний диаметр трубы, а D - диаметр витка змеевика. Приближенно длина змеевика равна:

$$l = \pi D n = 3{,}14 \cdot 1 \cdot 10 = 31{,}4\ м$$

Потеря напора на преодоление трения в прямой трубе:

$$\Delta p_{пр} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2 \rho}{2} = 0{,}0316 \frac{31{,}4 \cdot 1^2 \cdot 1000}{0{,}038 \cdot 2} = 13100\ Па$$

Потеря напора с учетом поправочного коэффициента:

$$\Delta p_{зм} = \Delta p_{пр} \psi = 13100 \cdot 1{,}134 = 14800\ Па$$

Задача 16.

- Определить полную потерю давления на участке трубопровода длиной ***500 м*** из гладких труб внутренним диаметром ***50 мм***, по которому подается вода при температуре ***20 ºС*** со скоростью ***1 м/с***. Динамический коэффициент вязкости воды ***$1\cdot10^{-3}$ Па·с***. На участке трубопровода имеются вентиль с коэффициентом сопротивления ***3,0***; 3 колена (по ***1,1***); 2 отвода (по ***0,14***) и наполовину закрытая задвижка (***2,8***). Какова будет потеря напора?

Решение.

Режим течения жидкости в трубе: $Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{1 \cdot 0,05 \cdot 1000}{1 \cdot 10^{-3}} = 50000$

Для гладких труб при турбулентном движении можно применить формулу Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3165}{Re^{0,25}} = \frac{0,3165}{50000^{0,25}} = 0,0212$$

Сумма коэффициентов местных сопротивлений:

$$\sum \xi_м = 3,0 + 3 \cdot 1,1 + 2 \cdot 0,14 + 2,8 = 9,38$$

Потеря давления:

$$\Delta p = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi_i\right)\frac{w^2 \rho}{2} = \left(0,0212 \frac{500}{0,05} + 9,38\right)\frac{1^2 \cdot 10^3}{2} = 110690\ Па$$

Потеря напора:

$$h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{110690}{10^3 \cdot 9,81} = 11,28\ м$$

Использованная литература

- Арустамова И.Т., Иванников В.Г. Гидравлика: Учебное пособие для ВУЗов (Рекомендовано ГК РФ по высшему образованию) – М.: Недра. 1995 -198 стр.
- Шейпак А.А. Гидравлика и гидропневмопривод: Учебное пособие. Ч1. Основы механики жидкости и газа. 2-е изд. Перераб. и доп. –М.: МГИУ, 2003. –192с.
- Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. –М.- Ижевск: ИКС, 2005.-544с.
- Сборник задач по гидравлике и газовой динамике для нефтегазовых ВУЗов. Под ред. Кадета В. В. – М.: изд. «Грифон», 2007. – 320 с.
- Иванов В.И., Навроцкий В.К., Сазанов И.И., Трифонов О.Н. Гидравлика и объемный гидропривод. Учебное пособие. - М.: ИЦ МГТУ «СТАНКИН», 2003. – 154 с.
- Схиртладзе А.Г., Иванов В.И., Кареев В.Н. Гидравлические и пневматические системы.– М.: ИЦ МГТУ “Станкин”, Янус-К, 2003. –544с.
- Станочные гидравлические системы. Под ред. Ф.Ю. Свитковского. – Ижевск-Екатеринбург, изд. Института экономики Ур. РАН., 2003. 239с.
- Кононов А.А., Кобзов Д.Ю., Кулаков Ю.Н., Ермашонок С.М. Основы гидравлики: Курс лекций. - Братск: ГОУ ВПО "БрГТУ", 2004 . - 102 с.
- Кононов А.А., Ермашонок С.М. Гидравлика. Гидравлические машины и гидроприводы СДМ: Методические указания к выполнению курсовой работы. - Братск: ГОУ ВПО "БрГТУ", 2003. - 61 с.
- Каверзин С.В. Курсовое и дипломное проектирование по гидроприводу самоходных машин: Учебное пособие. - Красноярск: ПИК "Офсет", 1997. - 384 с.