Методы оптимизации

Методы последовательного поиска

Метод золотого сечения

Пример 2.4. Найти минимум функции $f(x) = 2x^2 - 12x$ на интервале $[0; 10]$ с точностью $\Delta = 1$ методом золотого сечения.

1^0. Задать начальный интервал неопределенности $L_0 = [0; 10]$, точность расчета $\Delta = 1$.

2^0. Положить $k = 0$.

3^0. Вычислить внутренние точки y_0 и z_0. Учитывая, что: $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \cong 0{,}382$, получим

$$y_0 = a_0 + 0{,}382(b_0 - a_0) = 0 + 0{,}382 \cdot 10 = 3{,}82,$$

$$z_0 = a_0 + b_0 - y_0 = 0 + 10 - 3{,}82 = 6{,}18.$$

4^0. Вычислить значения функции во внутренних точках y_0 и z_0. $f(y_0) = -16{,}65$, $f(z_0) = 2{,}22$.

5^0. Сравнить значения функции $f(y_0)$ и $f(z_0)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_0) < f(z_0)$, то $a_1 = a_0 = 0$, $b_1 = z_0 = 6{,}18$, $y_1 = a_1 + b_1 - y_0 = 0 + 6{,}18 - 3{,}82 = 2{,}36$, $z_1 = y_0 = 3{,}82$.

6^0. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_1 = [a_1; b_1]$: $\Delta L = |a_1 - b_1| = |0 - 6{,}18| = 6{,}18$, $\Delta L = 6{,}18 > \Delta = 1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2^1. Положить $k = 1$. Перейти к шагу 4.

4^1. Вычислить значения функции во внутренних точках y_1 и z_1: $f(y_1) = -17{,}18$, $f(z_1) = -16{,}65$.

5^1. Сравнить значения функций $f(y_1)$ и $f(z_1)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_1) < f(z_1)$, то $a_2 = a_1 = 0$, $b_2 = z_1 = 3{,}82$, $y_2 = a_2 + b_2 - y_1 = 0 + 3{,}82 - 2{,}36 = 1{,}46$, $z_2 = y_1 = 2{,}36$.

6^1. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_2 = [a_2; b_2]$: $\Delta L = |a_2 - b_2| = |0 - 3{,}82| = 3{,}82$, $\Delta L = 3{,}82 > \Delta = 1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2^2. Положить $k=2$. Перейти к шагу 4.

4^2. Вычислить значения функции во внутренних точках y_2 и z_2: $f(y_2)=-13{,}25$, $f(z_2)=-17{,}18$.

5^2. Сравнить значения функций $f(y_2)$ и $f(z_2)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_2)>f(z_2)$, то $a_3=y_2=1{,}46$, $b_3=b_2=3{,}82$, $y_3=z_2=2{,}36$, $z_3=a_3+b_3-z_2=2{,}92$.

6^2. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_3=[a_3;b_3]$: $\Delta L=|a_3-b_3|=|1{,}46-3{,}82|=2{,}36$, $\Delta L=2{,}36>\Delta=1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2^3. Положить $k=3$. Перейти к шагу 4.

4^3. Вычислить значения функции во внутренних точках y_3 и z_3: $f(y_3)=-17{,}18$, $f(z_3)=-17{,}99$.

5^3. Сравнить значения функций $f(y_3)$ и $f(z_3)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_3) > f(z_3)$, то $a_4 = y_3 = 2{,}36$, $b_4 = b_3 = 3{,}82$, $y_4 = z_3 = 2{,}92$, $z_4 = a_4 + b_4 - z_3 = 2{,}36 + 3{,}82 - 2{,}92 = 3{,}26$.

6^3. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_4 = [a_4; b_4]$: $\Delta L = |a_4 - b_4| = |2{,}66 - 3{,}82| = 1{,}46$, $\Delta L = 1{,}46 > \Delta = 1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2^4. Положить $k = 4$. Перейти к шагу 4.

4^4. Вычислить значения функции во внутренних точках y_4 и z_4: $f(y_4) = -17{,}99$, $f(z_4) = -17{,}86$.

5^4. Сравнить значения функций $f(y_4)$ и $f(z_4)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_4) < f(z_4)$, то $a_5 = a_4 = 2{,}36$, $b_5 = z_4 = 3{,}26$, $y_5 = a_5 + b_5 - y_4 = 2{,}36 + 3{,}26 - 2{,}92 = 2{,}7$, $z_5 = y_4 = 2{,}92$.

6^4. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_5 = [a_5; b_5]$: $\Delta L = |a_5 - b_5| = |2{,}36 - 3{,}26| = 0{,}9$, $\Delta L = 0{,}9 < \Delta = 1$. Условие окончания расчета выполнено. Расчет завершен.

Общее количество вычисленных точек $N=6$, точка минимума $x^* \in L_5$, $x^* = \dfrac{a_5 + b_5}{2} = 2{,}81$.