

Аналитическое решение дифференциальных уравнений

Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения

$$de := \text{diff}(y(x), x\$2) + y(x) = x^2 \cdot \exp(-x);$$

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) + y(x) = x^2 e^{-x}$$

$$dsolve(de, y(x));$$

Общее решение
соответствующее ОДУ

Частное решение
НЛДУ

$$y(x) = \sin(x) _C2 + \cos(x) _C1 + \frac{1}{2} (x + 1)^2 e^{-x}$$

Фундаментальная (базисная) система решений

$dsolve(de, y(x), output = basis);$

$$\left[[\cos(x), \sin(x)], \frac{1}{2} (x + 1)^2 e^{-x} \right]$$

Решение задачи Коши

$$y(0) = -2, y'(0) = 1, y''(0) = 0, y'''(0) = 0.$$

$$cond := y(0) = -2, D(y)(0) = 1, (D@@2)(y)(0) = 0, (D@@3)(y)(0) = 0;$$

Равенство производной n -ого порядка в точке a
величине b

$$(D@@n)(y)(a) = b;$$

Системы дифференциальных уравнений

`dsolve({sys}, {x(t), y(t), ...})`, где `sys` – система дифференциальных уравнений, `x(t), y(t), ...` – набор неизвестных функций.

Приближенное решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

restart
de :=

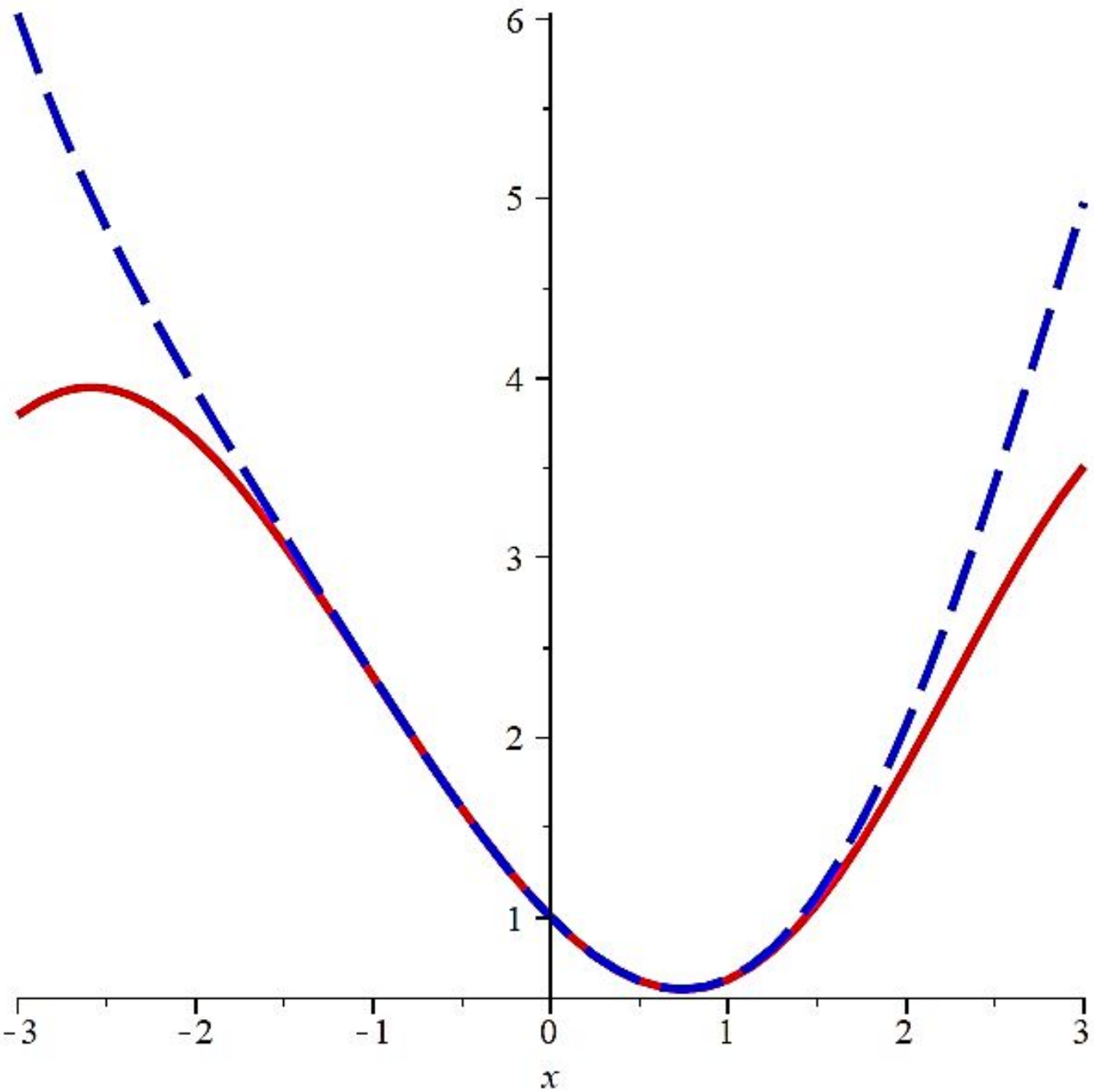
cond

y1 :=

y2 :=

W2 :=

p1 :=
p2 :=
with(p



(x)
 $) = 1$
 $+ \frac{9}{4}$
 (x^6)
 5
 $3) :$

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДУ

- Для того, чтобы найти численное решение дифференциального уравнения (задачи Коши или краевой задачи) в команде **dsolve** следует указать параметр **type=numeric** (или просто **numeric**).
- Тогда команда решения дифференциального уравнения будет иметь вид **dsolve(eq, vars, type=numeric, options)**, где **eq** – уравнения,
vars – список неизвестных функций,
options – параметры, позволяющие указать метод численного интегрирования дифференциального уравнения.
- В Maple реализованы такие методы: **method=rkf45** – метод Рунге-Кутта-Фельберга 4-5-ого порядка (установлен по умолчанию); **method=dverk78** – метод Рунге-Кутта 7-8 порядка; **method=classical** – классический метод Рунге-Кутта 3-его порядка; **method=gear** и **method=mgear** – одношаговый

График численного решения дифференциального уравнения можно построить с помощью команды

$$\text{odeplot}(dd, [x, y(x)], x=x1..x2),$$

где в качестве функции используется команда $dd:=\text{dsolve}(\{\text{eq}, \text{cond}\}, y(x), \text{numeric})$ численного решения, после нее в квадратных скобках указывают переменную и неизвестную функцию $[x, y(x)]$, и интервал $x=x1..x2$ для построения графика.

Найти частные решения ДУ

$$y'' + y = 2x \cos x + \sin x$$

$$y'' + 9y = \frac{11}{12} \sin 3x - x \cos 3x$$

$$5y'' - 6y' + 5y = e^{\frac{3}{5}x} \sin \frac{4}{5}x$$

$$x^2 y'' + 2xy' - 6y = 0$$

$$xy'' + y' = 0$$

Решить задачу Коши

$$y'' + 9y = 6 \cos 3x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$$

$$y'' - y' = \frac{1}{1 + e^x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

$$4y'' + y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}, \quad y(\pi) = 3, \quad y'(\pi) = \frac{1}{2}.$$

$$y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3, \quad y(0) = \frac{4}{3}, \quad y'(0) = \frac{1}{27}.$$

$$y'' + 4y = 4(\sin 2x + \cos 2x), \quad y(\pi) = \pi, \quad y'(\pi) = 2\pi.$$

$$y'' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x, \quad y(\pi) = \pi e^\pi, \quad y'(\pi) = e^\pi.$$

Решить краевые задачи с построением графиков

решения

$$y^{IV} - y = 8e^x,$$

$$y(0) = -1, \quad y'(0) = 0,$$

$$y''(0) = 1, \quad y'''(0) = 0.$$

$$y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3.$$

$$y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3, \quad y(0) = \frac{4}{3}, \quad y'(0) = \frac{1}{27}.$$

$$y'' + 4y = 4(\sin 2x + \cos 2x), \quad y(\pi) = \pi, \quad y'(\pi) = 2\pi.$$

$$y'' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x, \quad y(\pi) = \pi e^\pi, \quad y'(\pi) = e^\pi.$$

$$y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3,2.$$

$$4y'' + 16y' + 15y = 4e^{-\frac{3}{2}x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -5,5.$$

$$y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

Решить систему
$$\begin{cases} x' + y' - y = e^t, \\ 2x' + y' + 2y = \cos t \end{cases}$$

при данных начальных условиях

$$t_0 = 0, x_0 = -\frac{3}{17}, y_0 = \frac{4}{17}.$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y - 2z - t + 2, \\ \frac{dy}{dt} = 1 - x, \\ \frac{dz}{dt} = x + y - z - t + 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{z-1}{z}, \\ \frac{dz}{dx} = \frac{1}{y-x}, \end{cases} \quad y(0) = -1, z(0) = 1.$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{x-y}{z-t}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{x-y}{z-t}, \\ \frac{dz}{dt} = x - y + 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{z}{(z-y)^2}, \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{(z-y)^2}. \end{cases}$$

Для численного решения задачи Коши, построения графиков решения и фазовых портретов в Maple имеется специальный пакет DEtools.

Команда DEplot из пакета DEtools строит численными методами графики решения или фазовые портреты. Эта команда аналогична команде odeplot, но более функциональна. Она, в отличие от odeplot, сама производит численное решение дифференциального уравнения.

```
with(DEtools)
```

Основные параметры DEplot похожи на параметры odeplot:

DEplot(**de**, **vars**, **range**, **x=x1..x2**, **y=y1..y2**, **cond**, **options**), где

de – дифференциальное уравнение или система дифференциальных уравнений;

vars – список неизвестных функций;

range – диапазон измерения независимой переменной;

cond – начальные условия;

x=x1..x2 и **y=y1..y2** – диапазоны изменения функций;

options – дополнительные параметры.