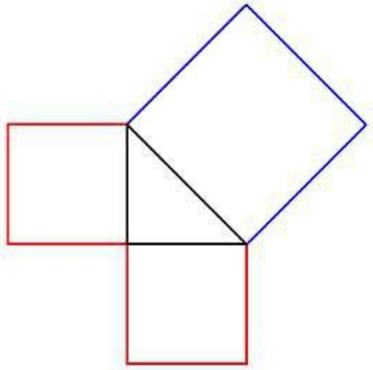
Теорема Пифагора

Шаржи

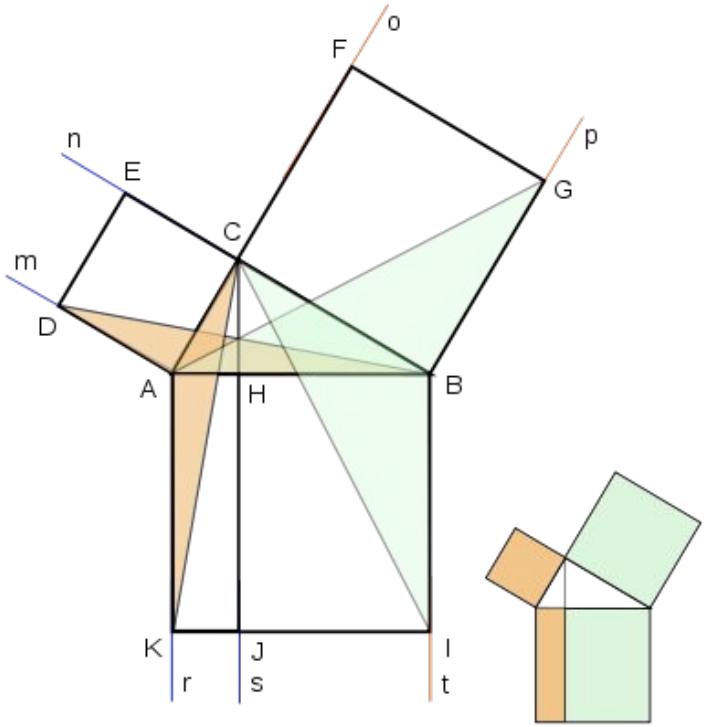
Пифагоровы штаны

Школьное устаревшее шуточное название теоремы Пифагора.

Пифагоровы штаны — на все стороны равны.

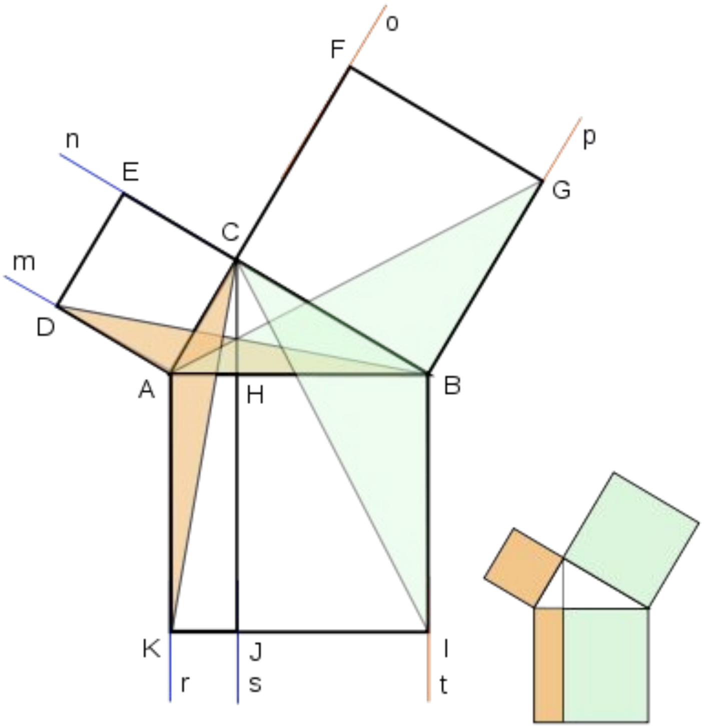


Доказательство Евклида



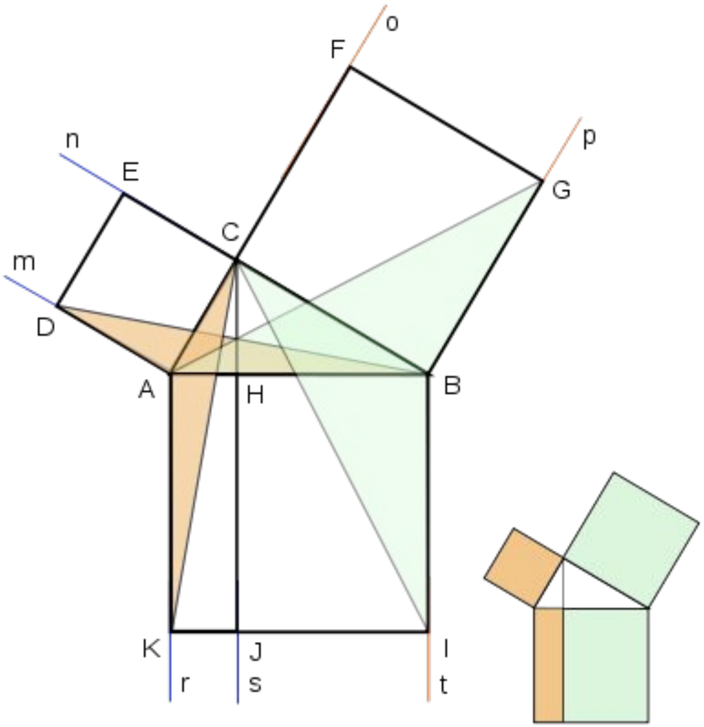
Идея доказательства Евклида состоит в следующем: попробуем доказать, что половина площади квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, а тогда и площади большого и двух малых квадратов равны.

Доказательство



Рассмотрим чертеж слева. На нём мы построили квадраты на сторонах прямоугольного треугольника и провели из вершины прямого угла C луч s перпендикулярно гипотенузе AB, он рассекает квадрат ABIK, построенный на гипотенузе, на два прямоугольника — BHJI и HAKJ соответственно. Оказывается, что площади данных прямоугольников в точности равны площадям квадратов, построенных на соответствующих катетах.

Попытаемся доказать, что площадь квадрата DECA равна площади прямоугольника AHJK. Для этого воспользуемся вспомогательным наблюдением: Площадь треугольника с той же высотой и основанием, что и данный прямоугольник, равна половине площади заданного прямоугольника. Это следствие определения площади треугольника как половины произведения основания на высоту. Из этого наблюдения вытекает, что площадь треугольника ACK равна площади треугольника AHK (не изображённого на рисунке), которая, в свою очередь, равна половине площади прямоугольника AHJK.



Докажем теперь, что площадь треугольника ACK также равна половине площади квадрата DECA. Единственное, что необходимо для этого сделать, — это доказать равенство треугольников ACK и BDA (так как площадь треугольника BDA равна половине площади квадрата по указанному выше свойству). Равенство это очевидно: треугольники равны по двум сторонам и углу между ними. Именно — AB=AK, AD=AC — равенство углов CAK и BAD легко доказать методом движения: повернём треугольник CAK на 90° против часовой стрелки, тогда очевидно, что соответствующие стороны двух рассматриваемых треугольников совпадут (ввиду того, что угол при вершине квадрата — 90°).

Рассуждение о равенстве площадей квадрата BCFG и прямоугольника BHJI совершенно аналогично.

Тем самым мы доказали, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе, слагается из площадей квадратов, построенных на катетах. Идея данного доказательства дополнительно проиллюстрирована с помощью анимации, расположенной выше.