

**ИНЖЕНЕРНАЯ И
КОМПЬЮТЕРНАЯ
ГРАФИКА**
КУРС ЛЕКЦИЙ В СЛАЙДАХ

**ТЕОРИЯ ПОСТРОЕНИЯ
ПРОЕКЦИОННОГО ЧЕРТЕЖА**

НАПРАВЛЕНИЕ «СТРОИТЕЛЬСТВО»
(БАКАЛАВРИАТ)

ЛЕКЦИЯ 2

ПЛОСКОСТ

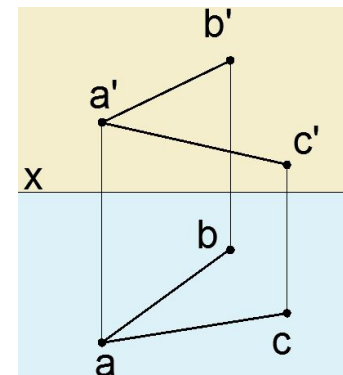
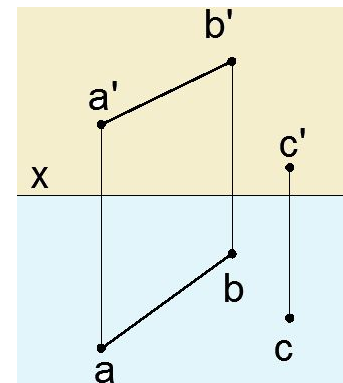
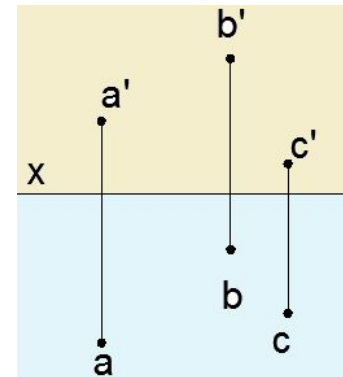
Ь.

Плоскость

Способы задания

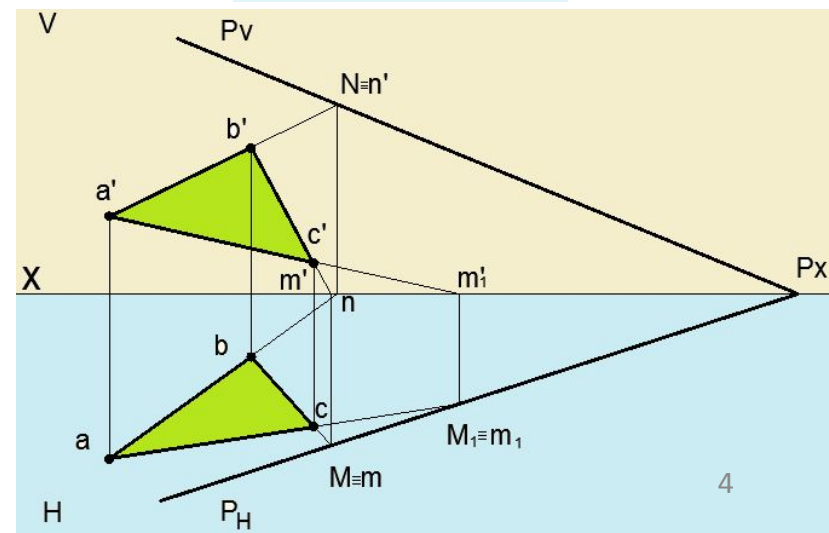
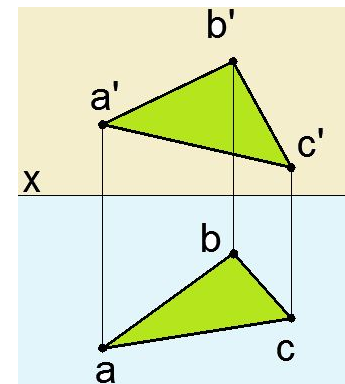
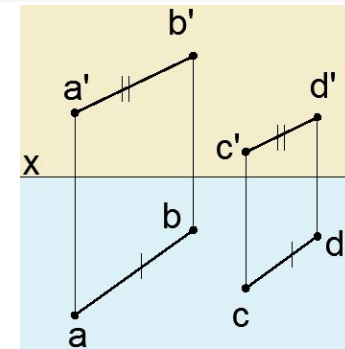
плоскости :

- Тремя точками, не лежащими на одной прямой
- Прямой и точкой, не лежащей на этой прямой
- Двумя пересекающимися прямыми



Плоскость

- Двумя параллельными прямыми
- Плоской геометрической фигурой
- Следами плоскости



Каждый из
перечисленных
способов задания
плоскости допускает

Плоскость

Плоскости

Общего

положения

Плоскость, не
параллельная и не
перпендикулярная ни одной
из плоскостей проекций

Плоскости уровня

Плоскости,
параллельные
плоскостям проекций

Частного

положения

Проецирующие плоскости

Плоскости,
перпендикулярные
какой-либо из плоскостей

Плоскость

Плоскость общего положения

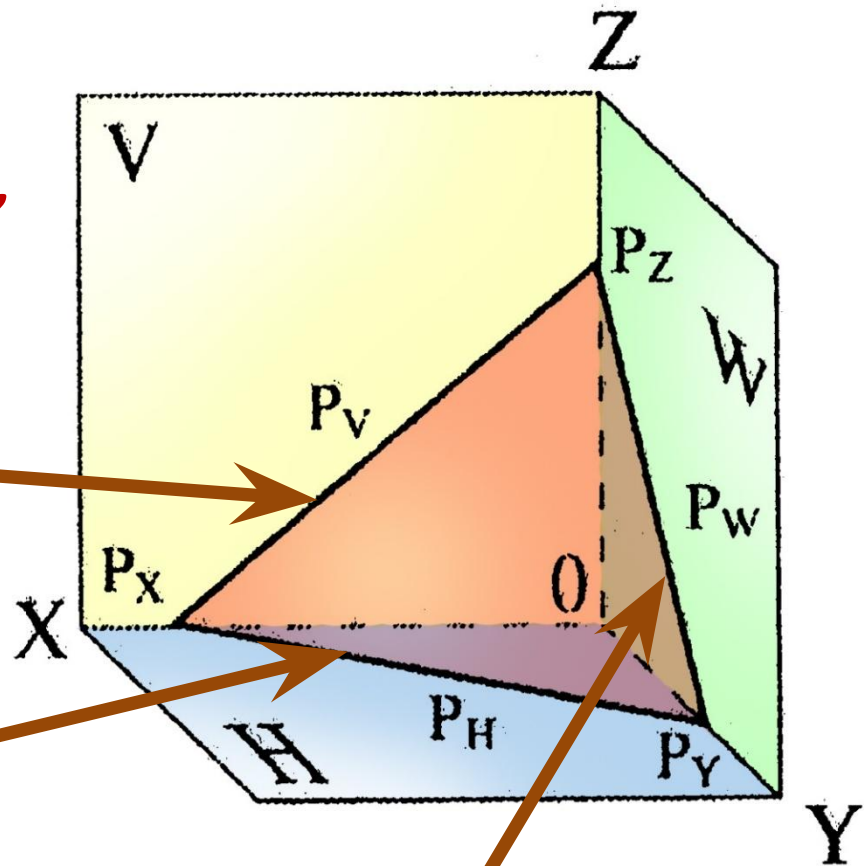
- Прямые линии, по которым плоскость пересекается с плоскостями проекций, называются следами плоскости

Фронтальный след P_V

Горизонтальный след

P_H

P_X, P_Y, P_Z - точки схода следов

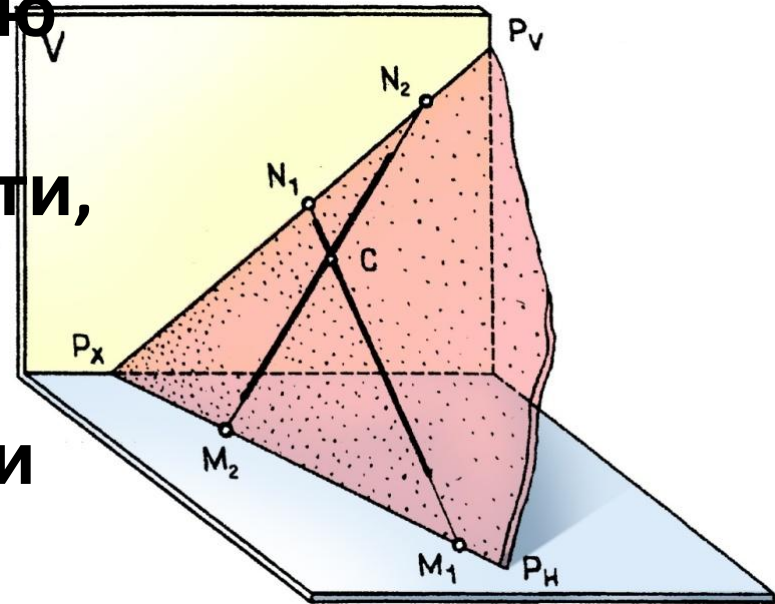


Профильный след P_W

Плоскость

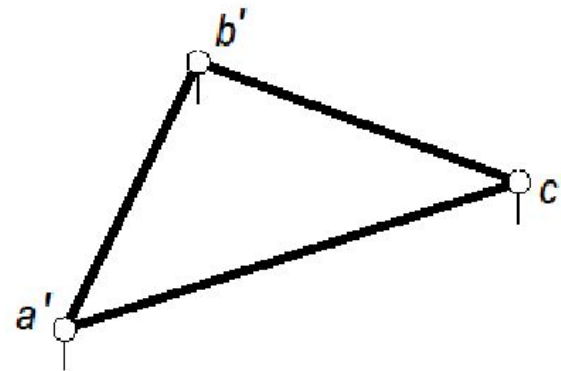
Построение следов плоскости

- Для построения следа плоскости необходимо знать две точки или одну точку и направление
- Двумя точками, с помощью которых определяется положение следа плоскости, могут быть одноименные следы двух прямых, принадлежащих плоскости

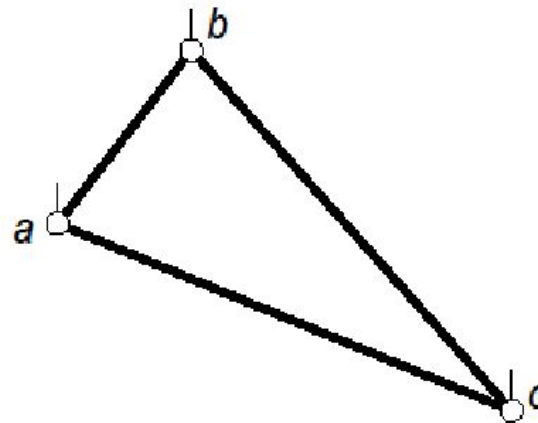


Решение задачи

Задача: Построить следы плоскости **ABC**

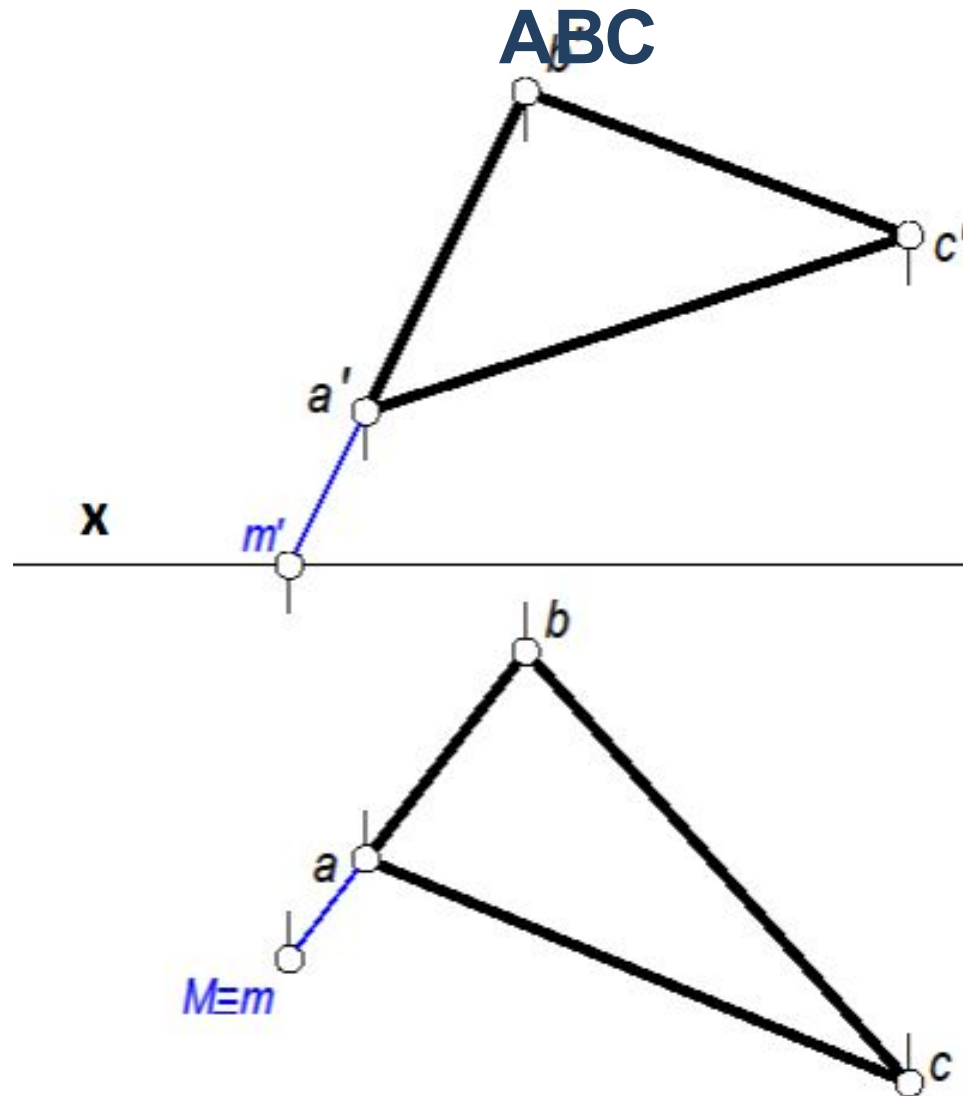


x

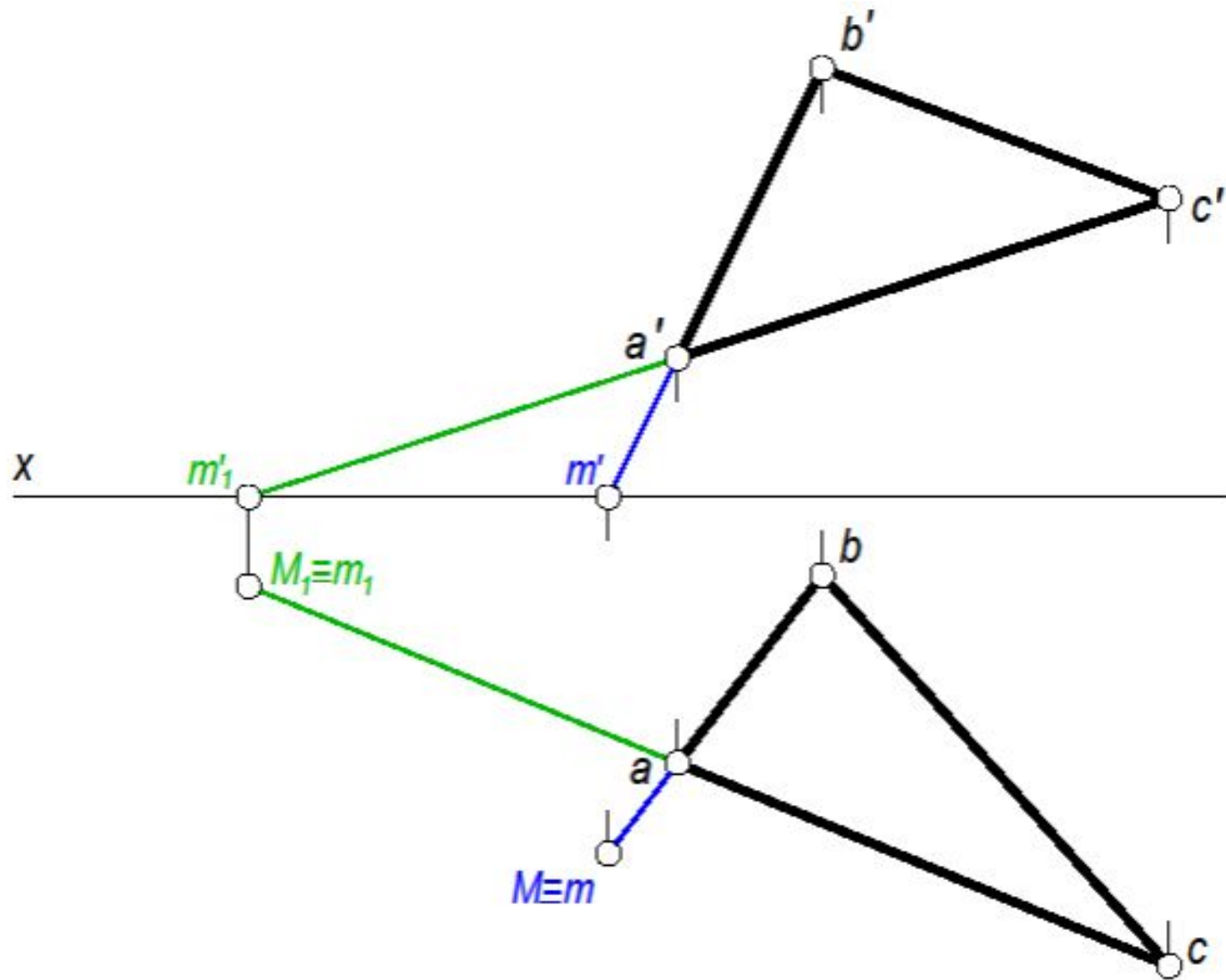


Решение задачи

Построение горизонтального следа плоскости

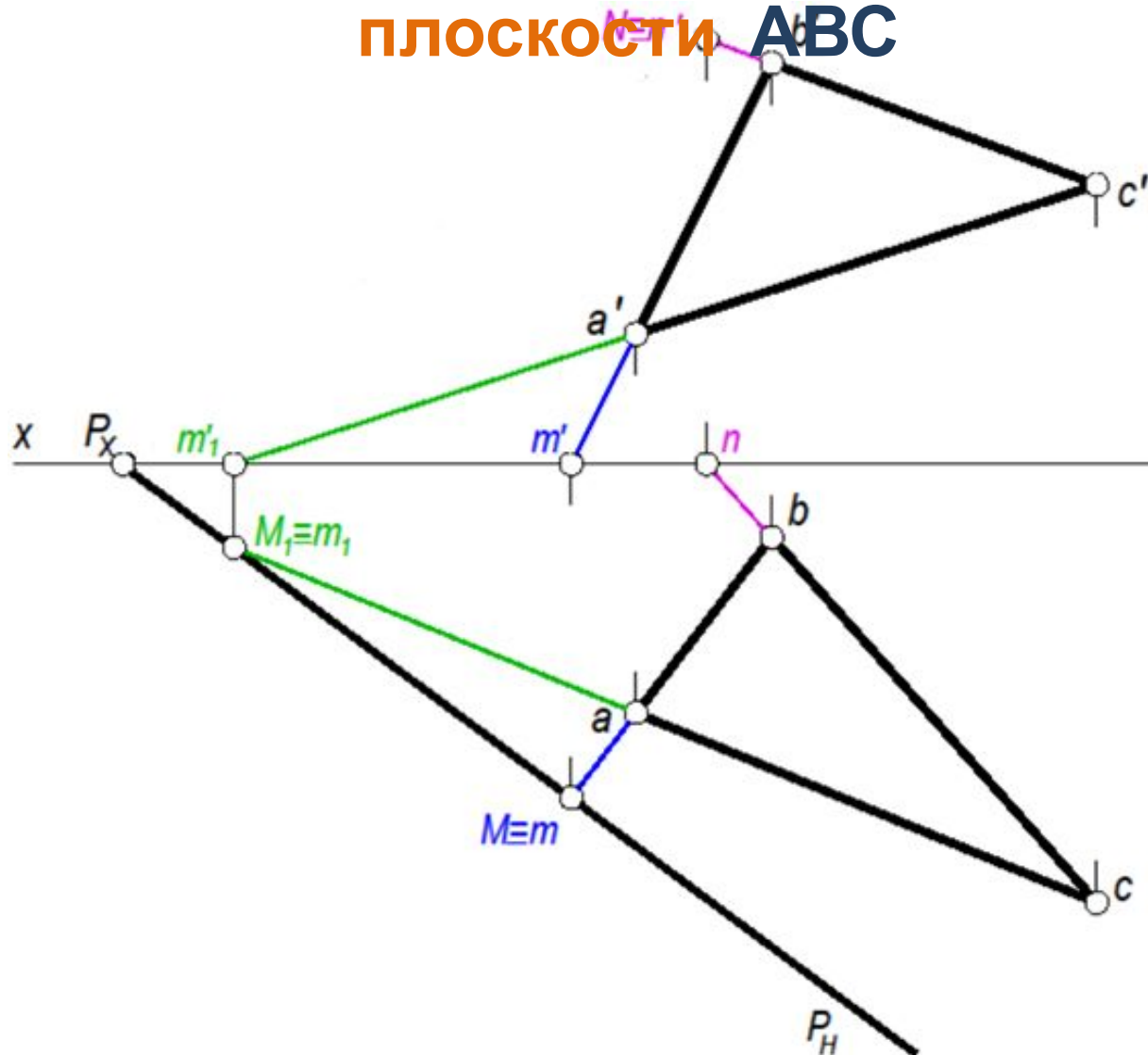


Решение задачи

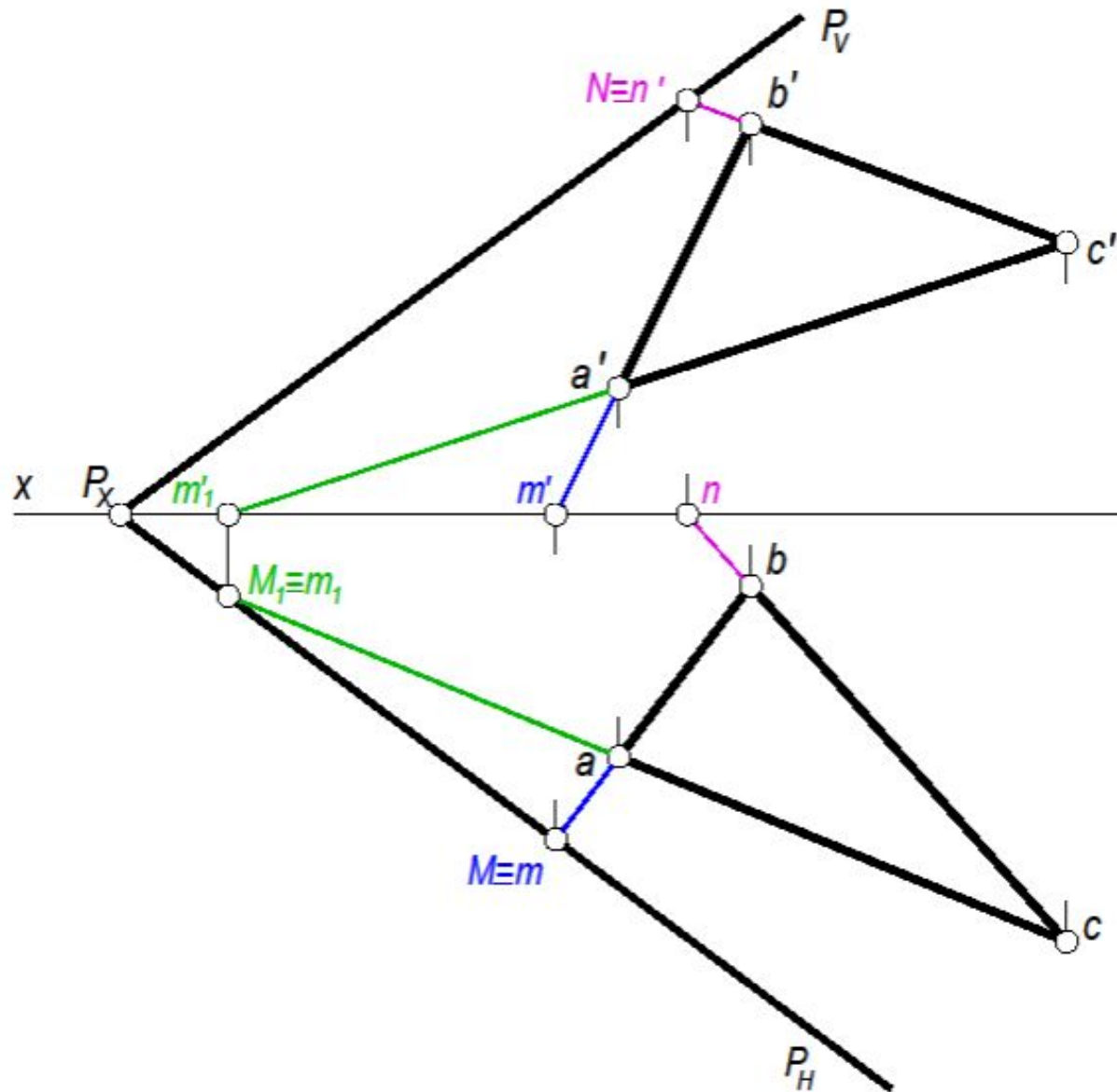


Решение задачи

Построение фронтального следа плоскости ABC



Решение задачи



Плоскос

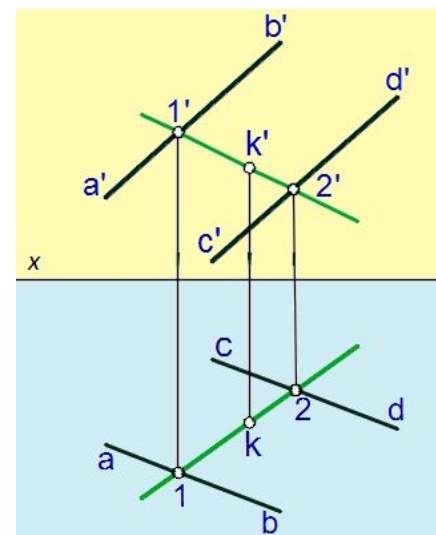
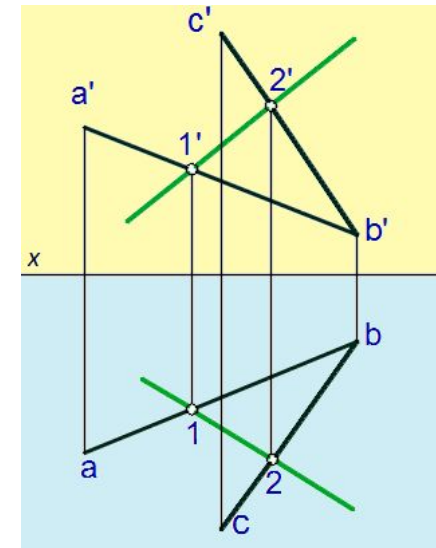
Прямая и точка, принадлежащие плоскости

- Прямая принадлежит плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки этой плоскости

- Точка принадлежит плоскости

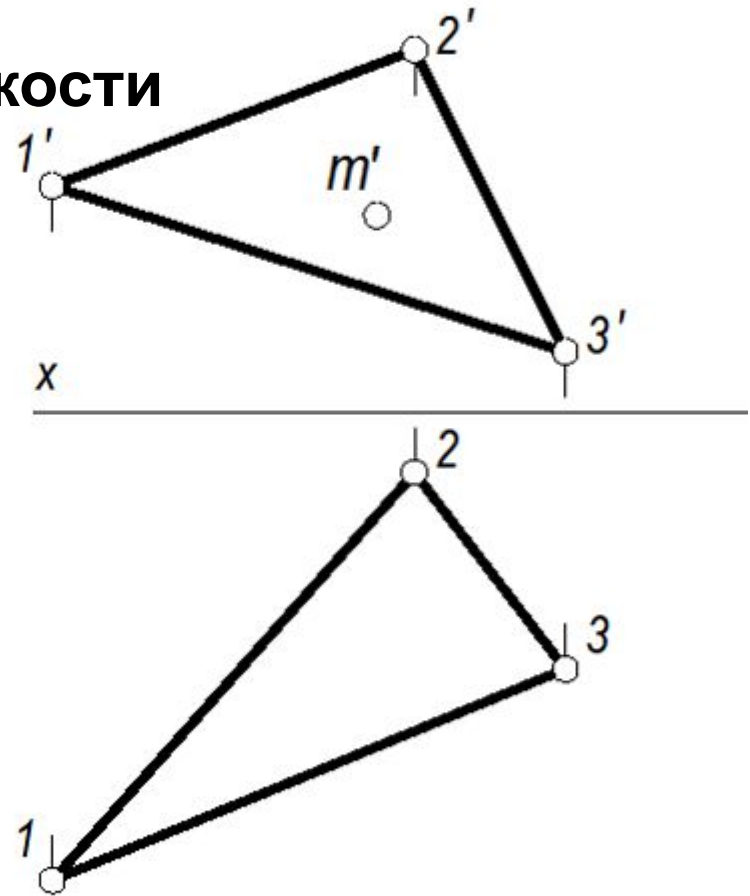
Точка принадлежит плоскости, если она расположена на прямой, лежащей в этой плоскости



Решение задачи

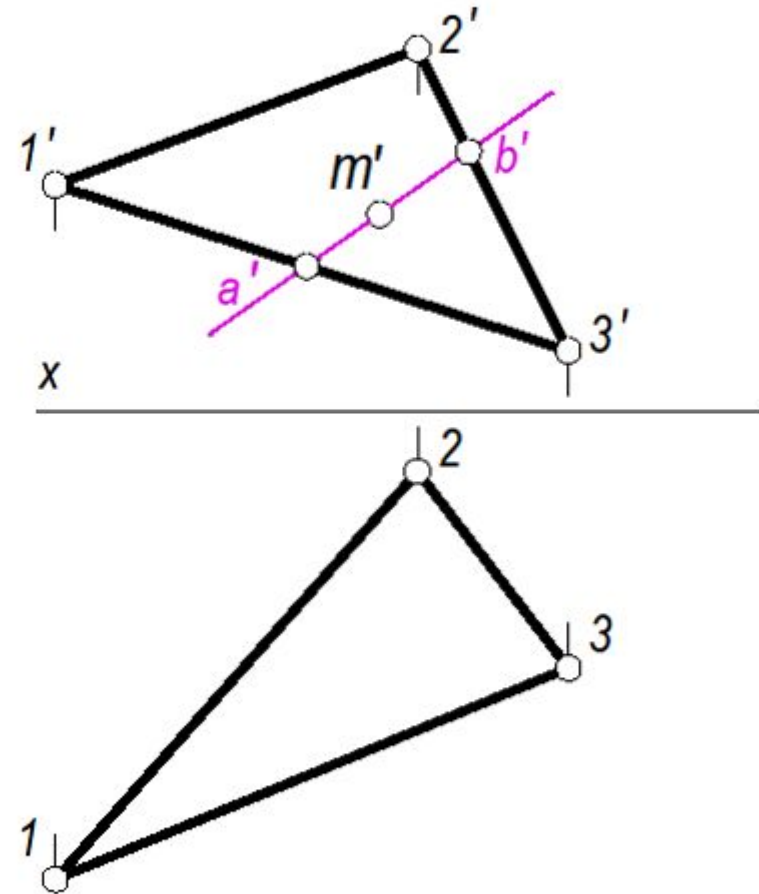
Задача: Построить недостающую проекцию точки ***M***

,
принадлежащей плоскости

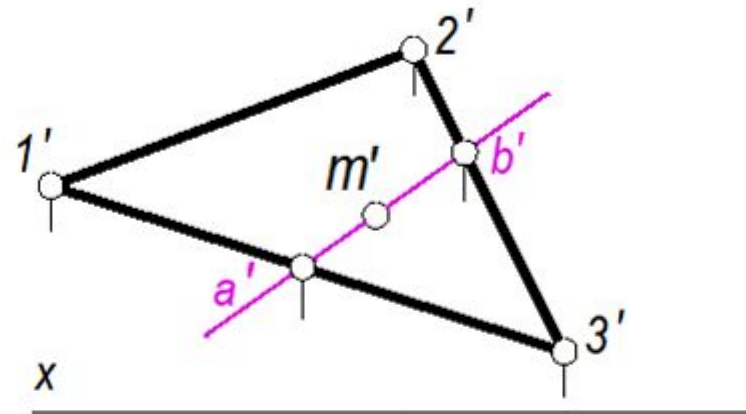


Решение задачи

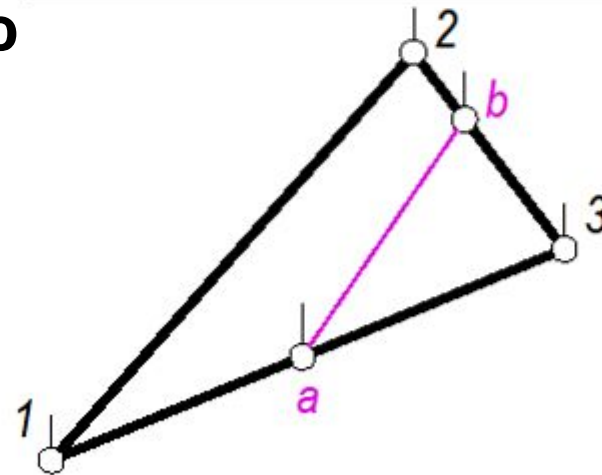
- Через фронтальную проекцию точки m' проводим фронтальную проекцию прямой, принадлежащей плоскости - $a'b'$



Решение задачи

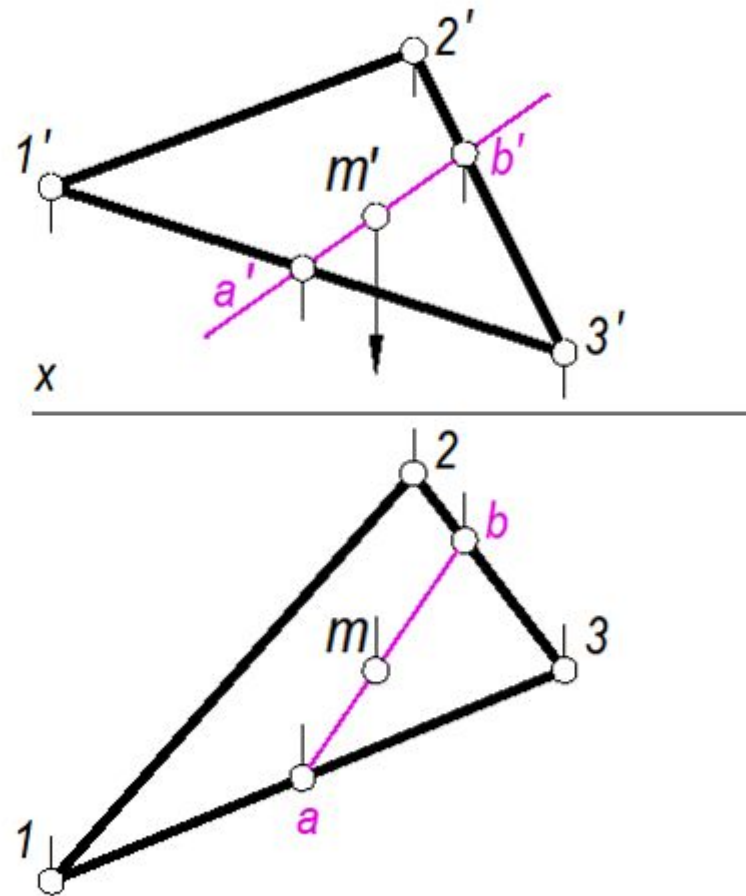


- Строим горизонтальную проекцию прямой - ***ab***



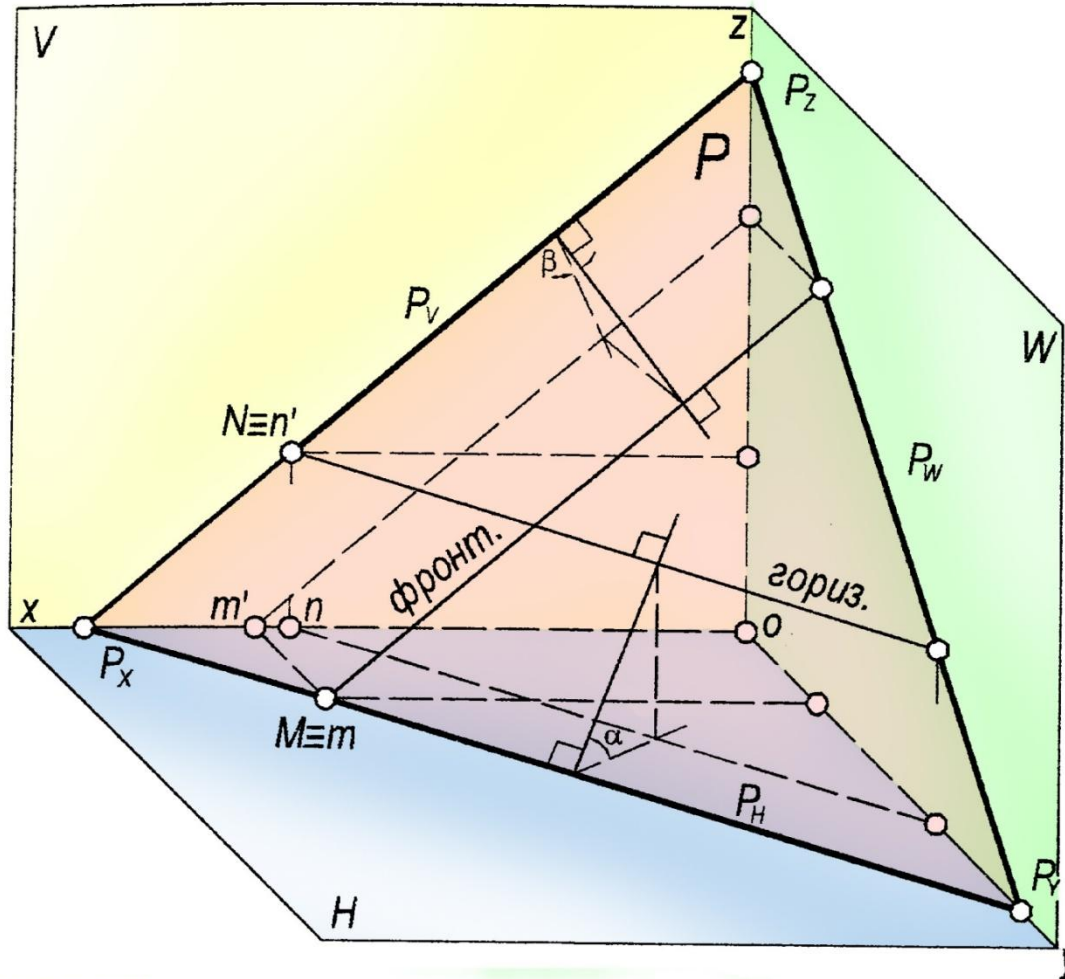
Решение задачи

- На горизонтальной проекции прямой определяем точку m



Плоскость

Главные линии плоскости



Горизонталь, фронталь и линии наклона плоскости

Плоскость

Главные линии плоскости

- **Горизонтали** - *прямые, принадлежащие плоскости и параллельные горизонтальной плоскости проекций H*
- **Фронталы** – *прямые, принадлежащие плоскости и параллельные фронтальной плоскости проекций V*
- **Профильные прямые** – *прямые, принадлежащие плоскости и параллельные профильной плоскости проекций W*
- **Линии наклона плоскости** – *прямые, принадлежащие плоскости и перпендикулярные линиям уровня этой плоскости (горизонталям , фронталям и профильным прямым)*
Они определяют углы наклона плоскости к

Решение задачи

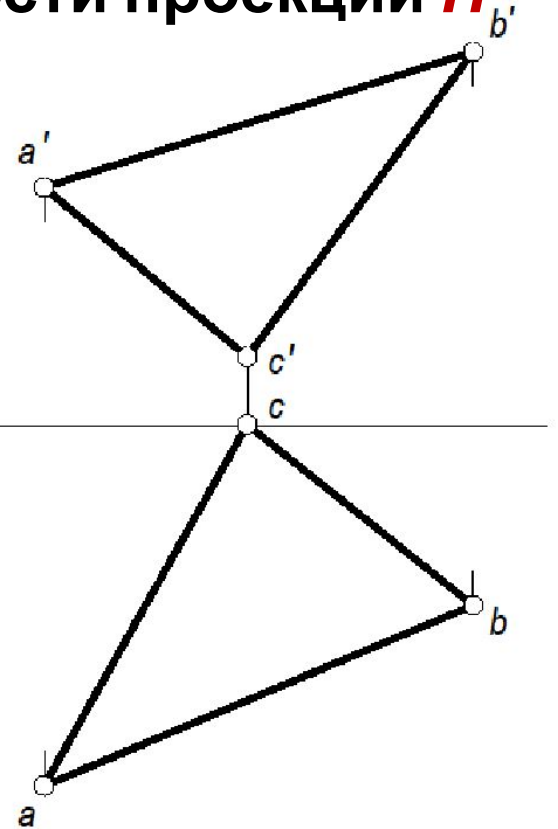
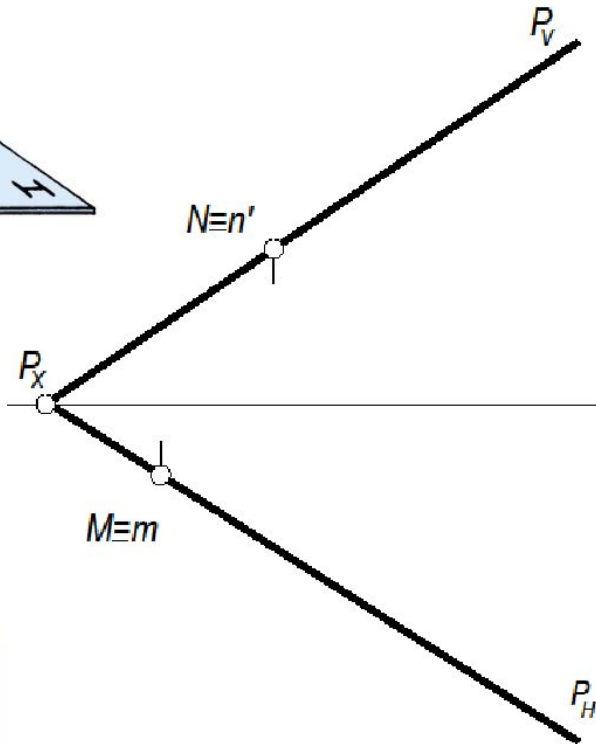
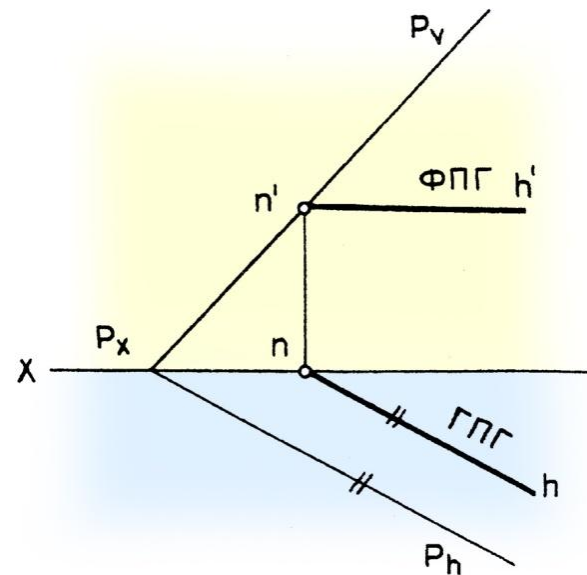
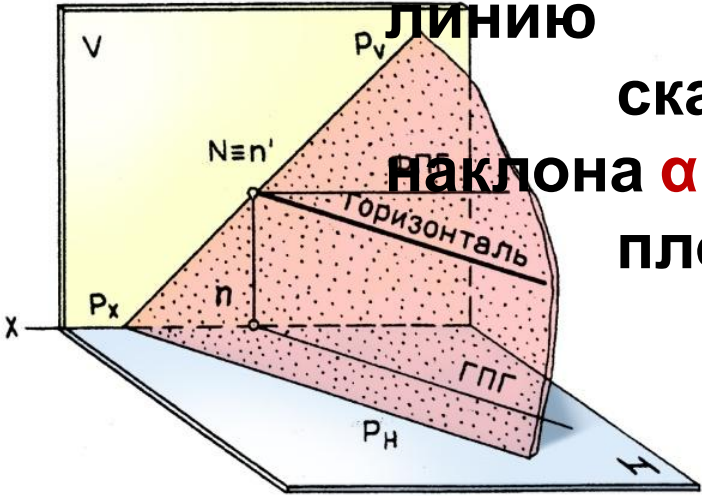
Задача: Построить горизонталь, фронталь и

линию

наклона α

ската плоскости. Определить угол

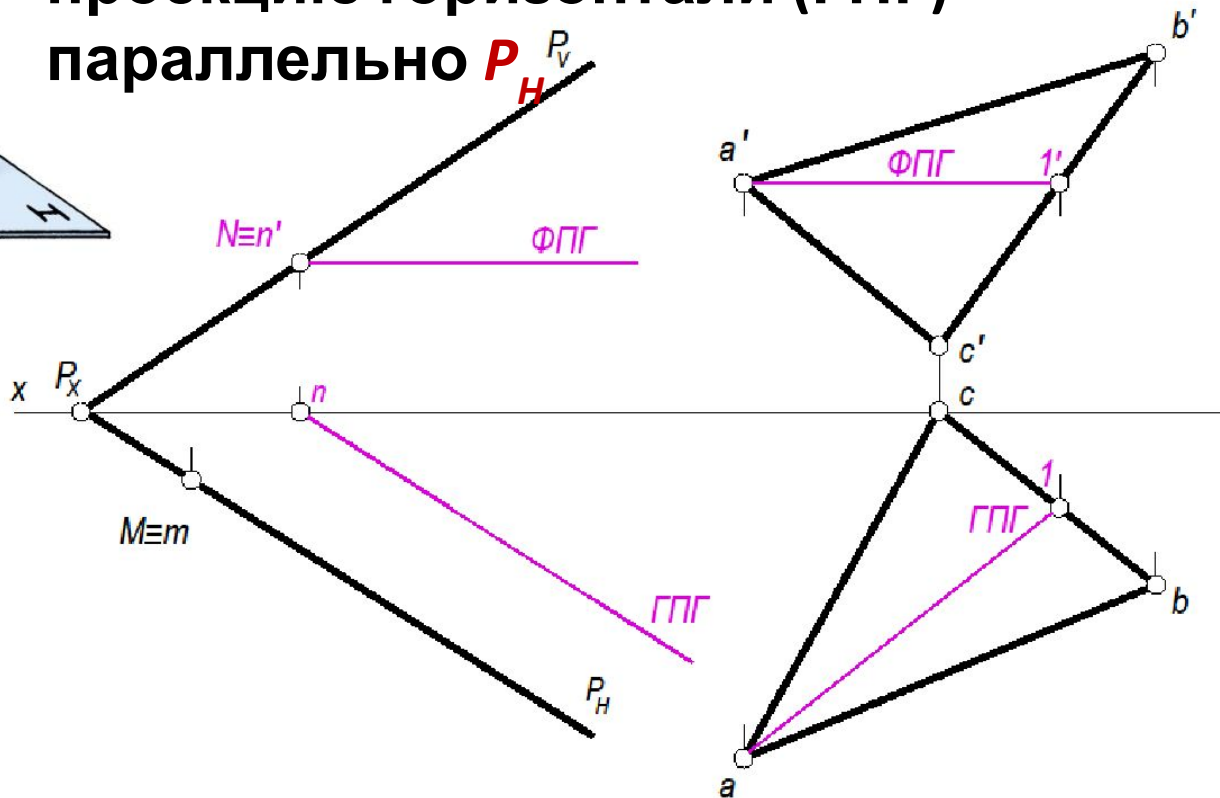
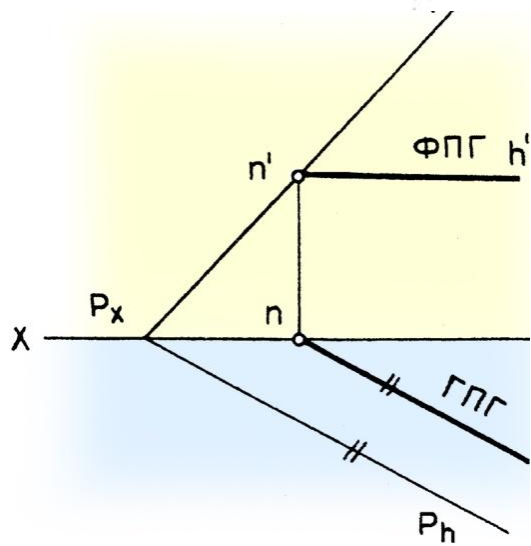
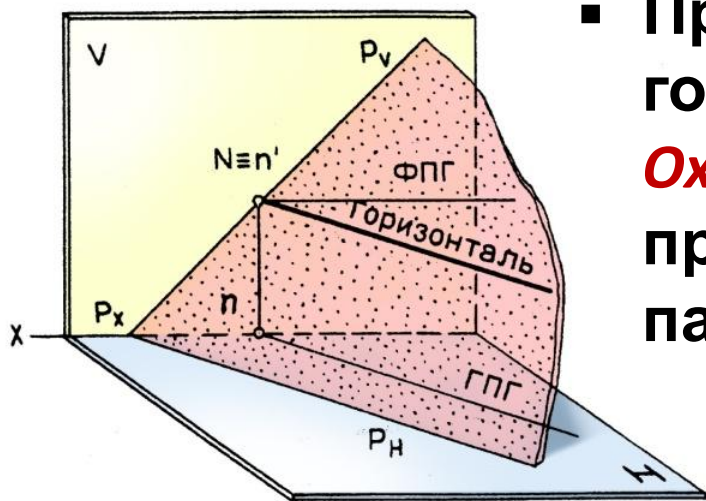
плоскости P к плоскости проекций H



Решение задачи

Построение горизонтали плоскости

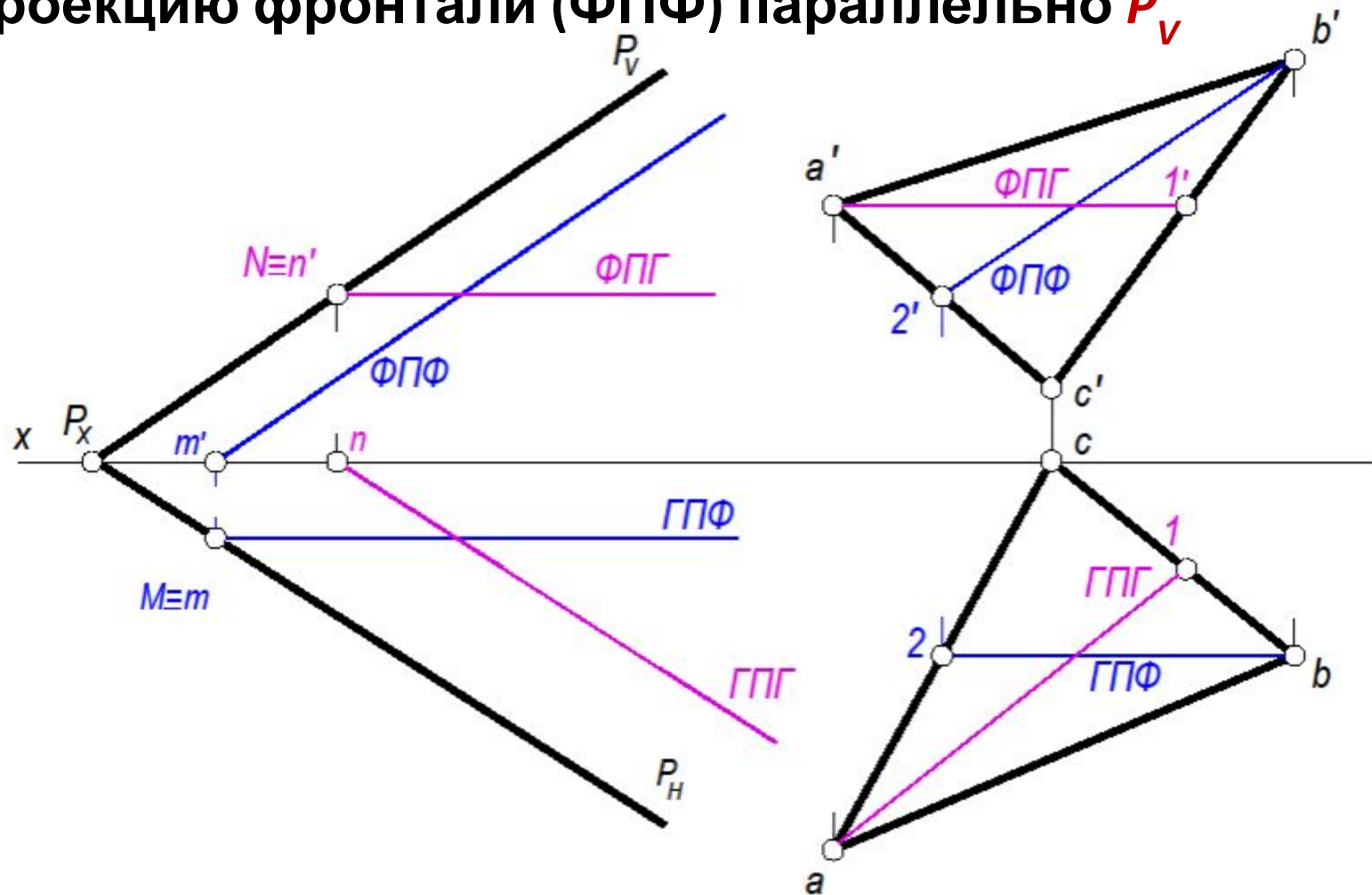
- Проводим фронтальную проекцию горизонтали (ФПГ) параллельно оси Ox , затем строим горизонтальную проекцию горизонтали (ГПГ) параллельно $P_H^{P_V}$



Решение задачи

Построение фронтали плоскости

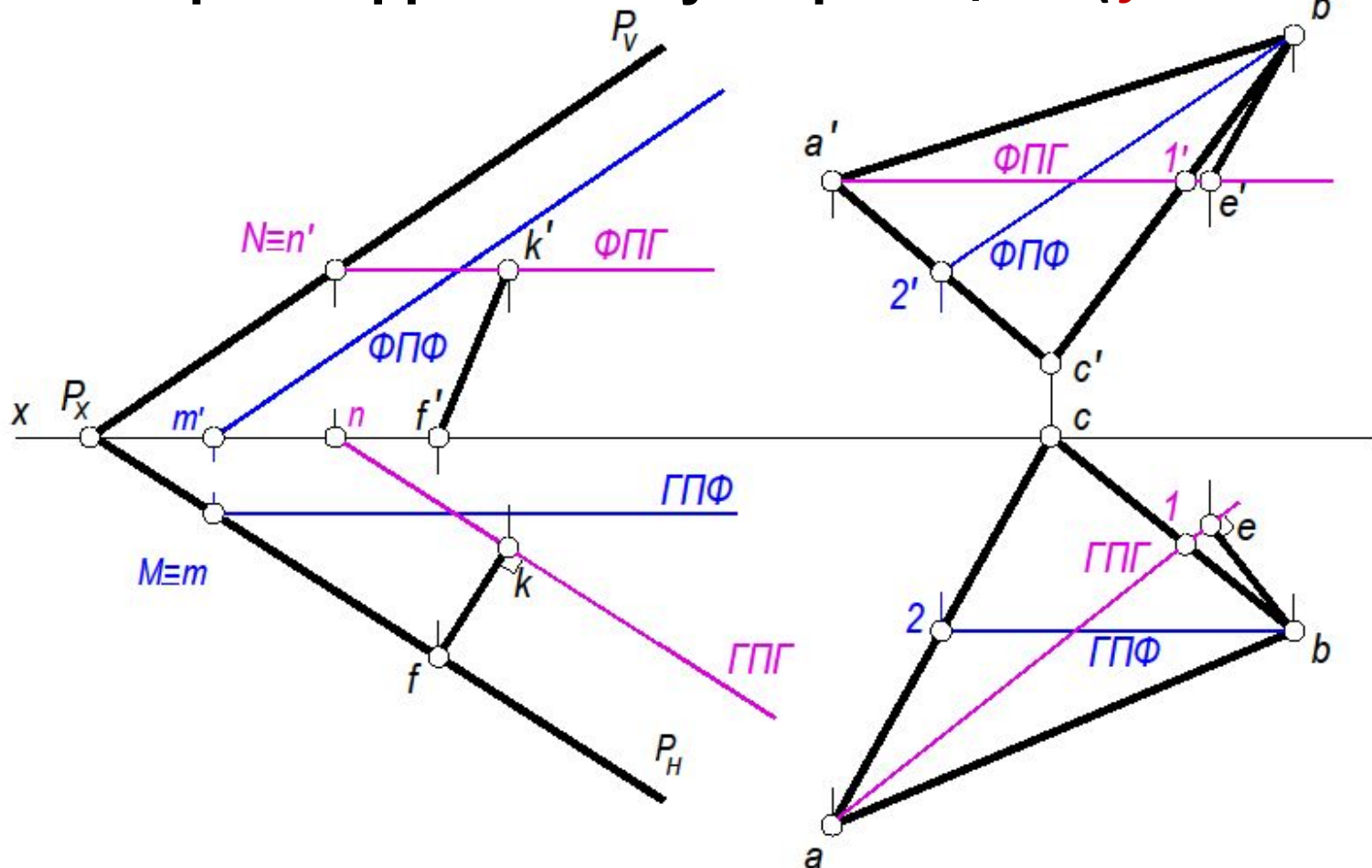
- Проводим горизонтальную проекцию фронтали (ГПФ) параллельно оси Ox , затем строим фронтальную проекцию фронтали (ФПФ) параллельно P_V



Решение задачи

Построение линии наибольшего ската

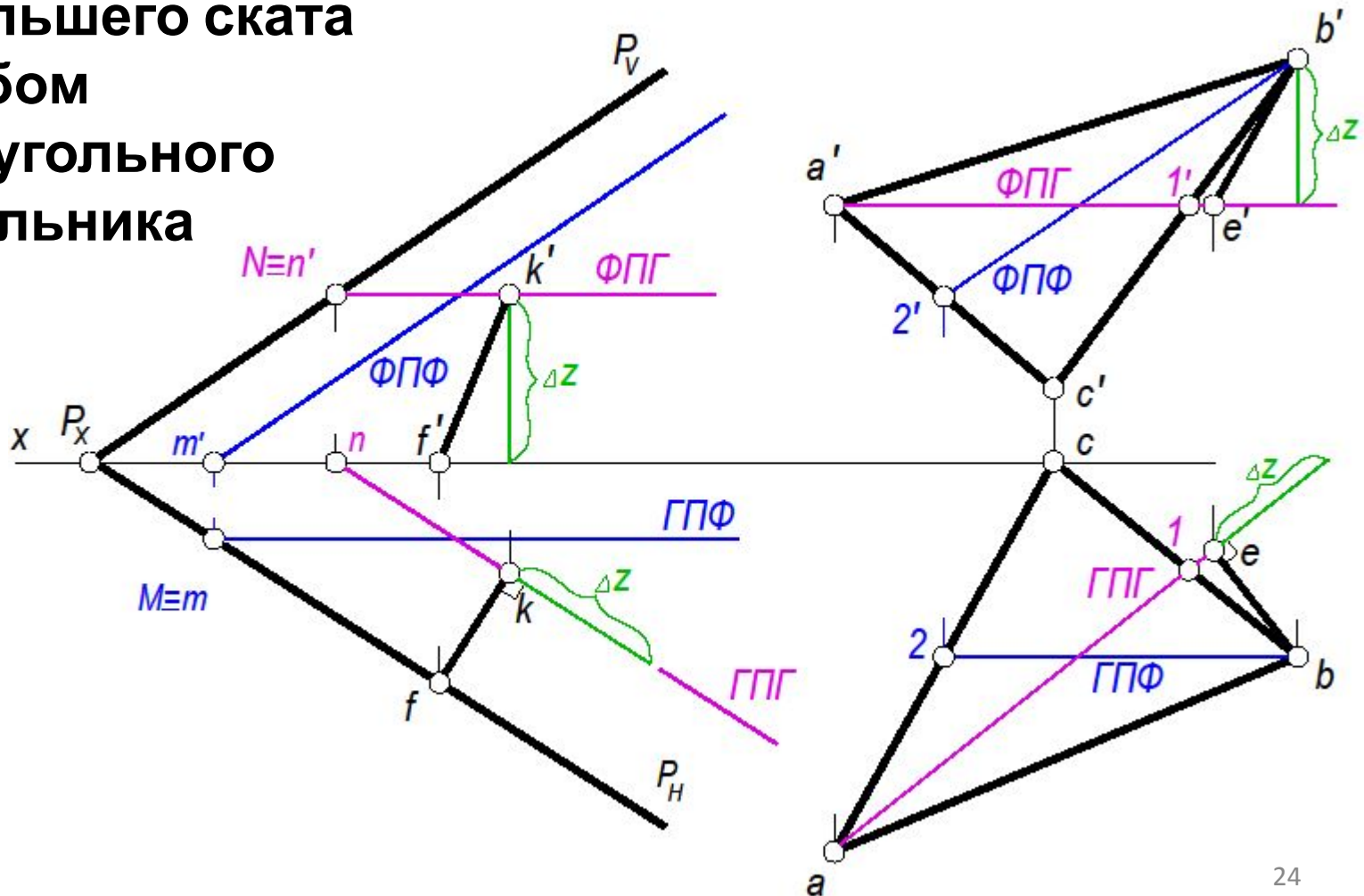
- Проводим горизонтальную проекцию линии наибольшего ската (fk и be) перпендикулярно ГПГ, затем строим фронтальную проекцию ($f'k'$ и $b'e'$)



Решение задачи

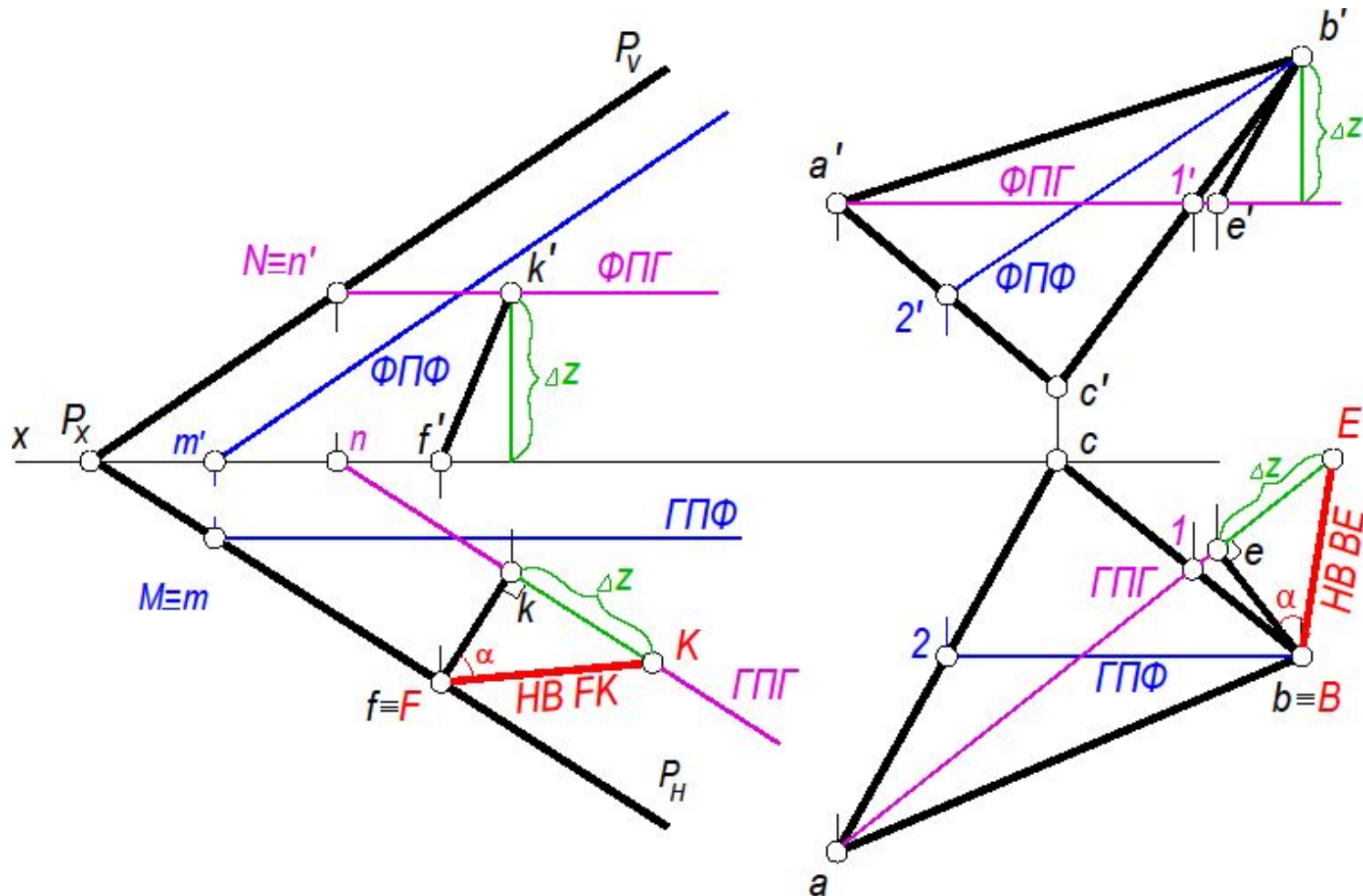
Определение угла наклона плоскости к плоскости проекций

- Определяем **НВ** линии наибольшего ската способом прямоугольного треугольника



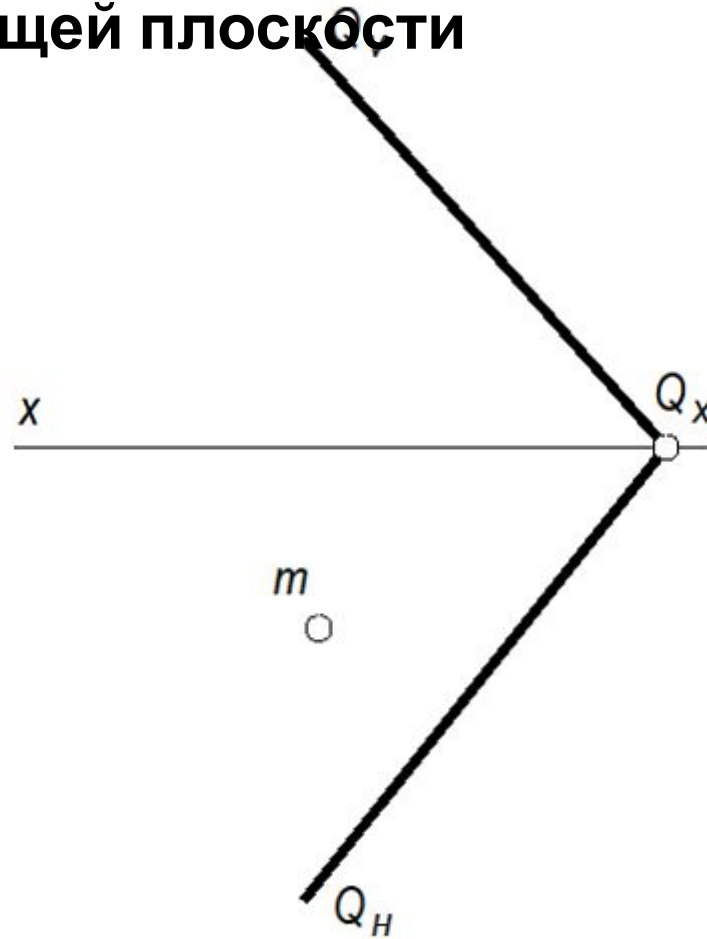
Решение задачи

- Угол наклона плоскости к плоскости проекций H определяем как угол между NB линии наибольшего ската и ее проекцией на эту плоскость - угол α



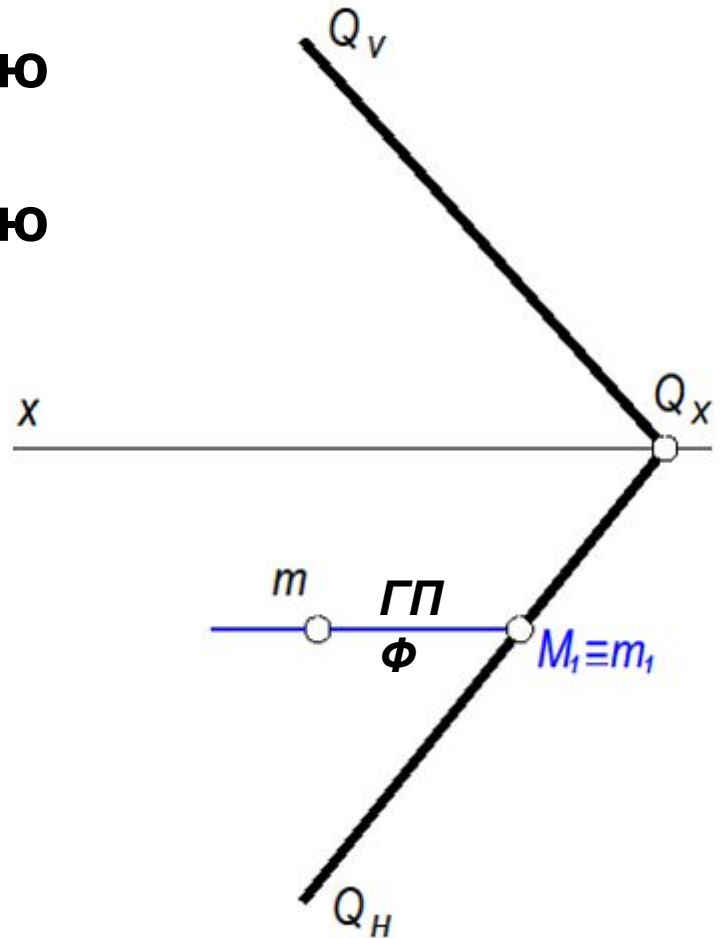
Решение задачи

Задача: Построить недостающую проекцию точки ***M***, принадлежащей плоскости



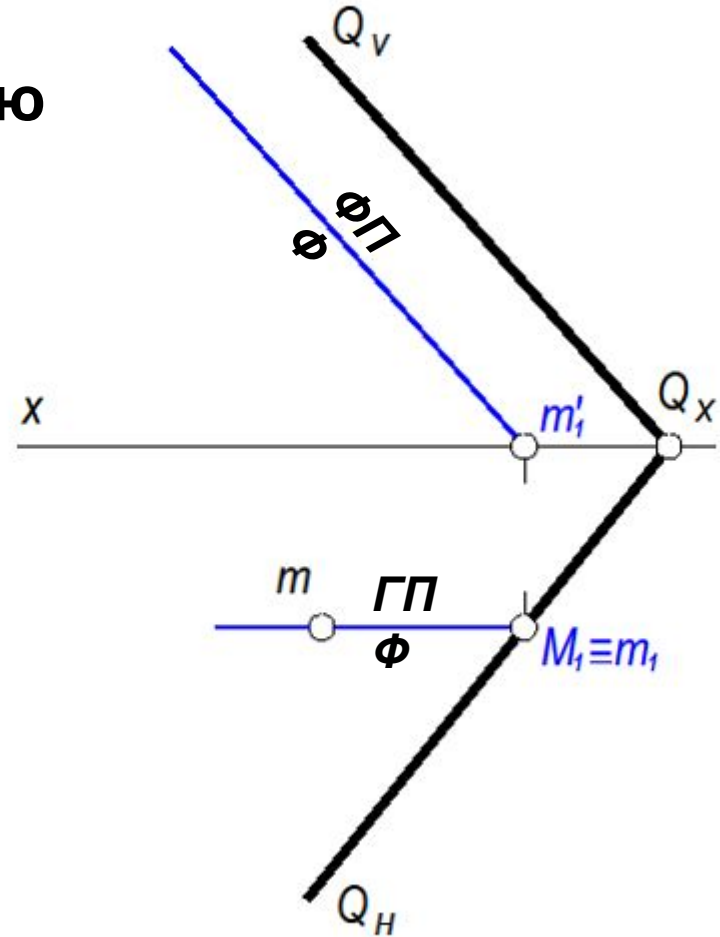
Решение задачи

- В плоскости Q через горизонтальную проекцию точки m проводим горизонтальную проекцию фронтали (ГПФ), параллельно оси Ox



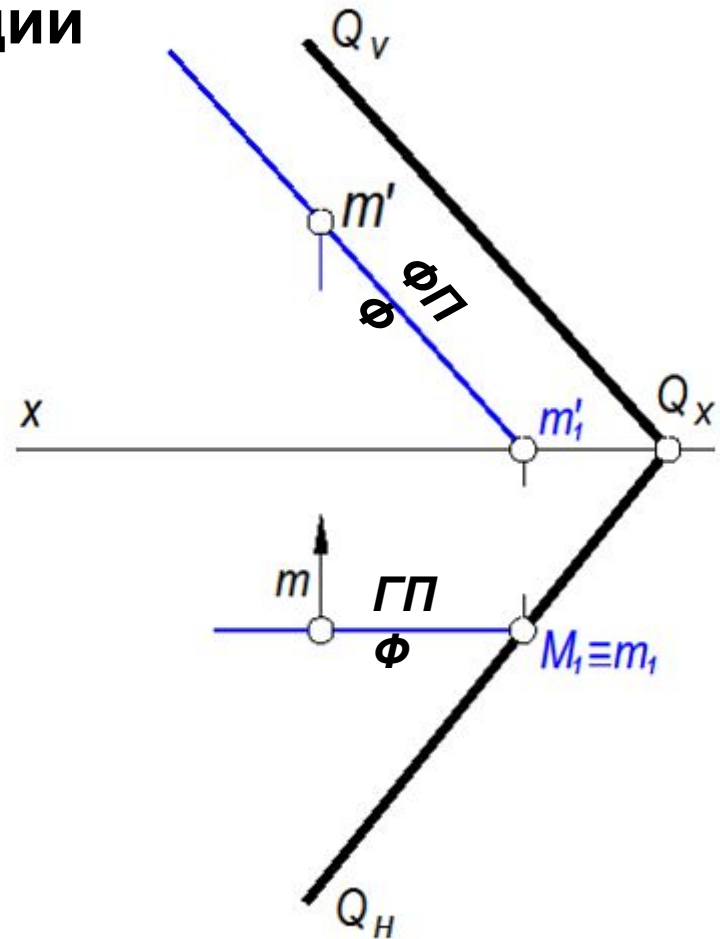
Решение задачи

- Достраиваем фронтальную проекцию фронтали (ФПФ) параллельно следу Q_V



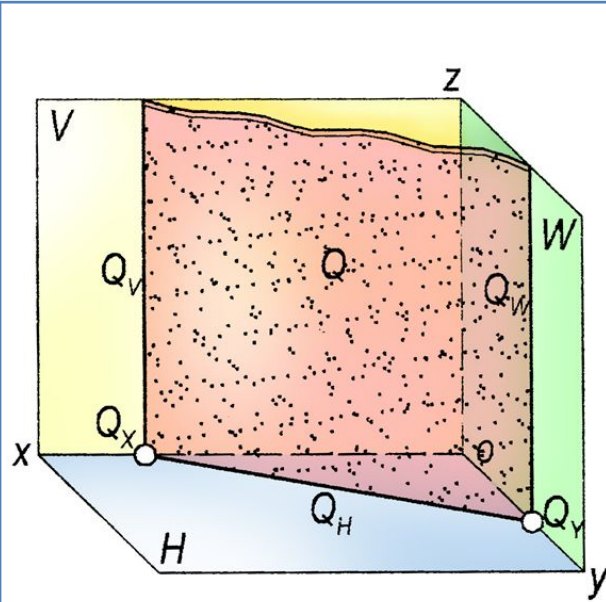
Решение задачи

- На фронтальной проекции фронтали (ФПФ) определяем точку m'



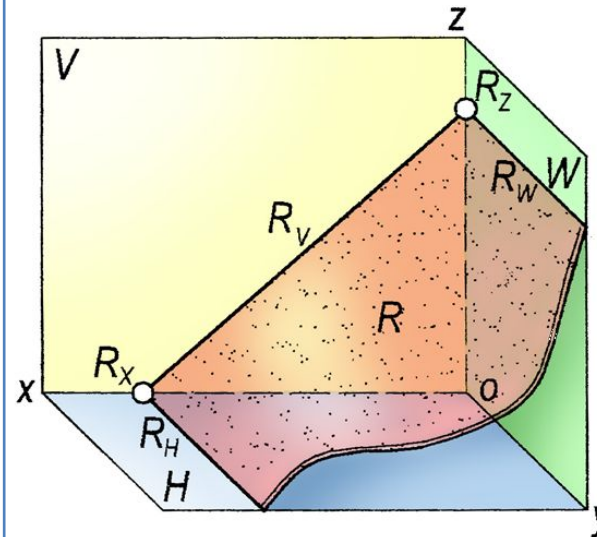
Плоскос

- Плоскости, перпендикулярные какой-либо одной из плоскостей проекций, называются проецирующими



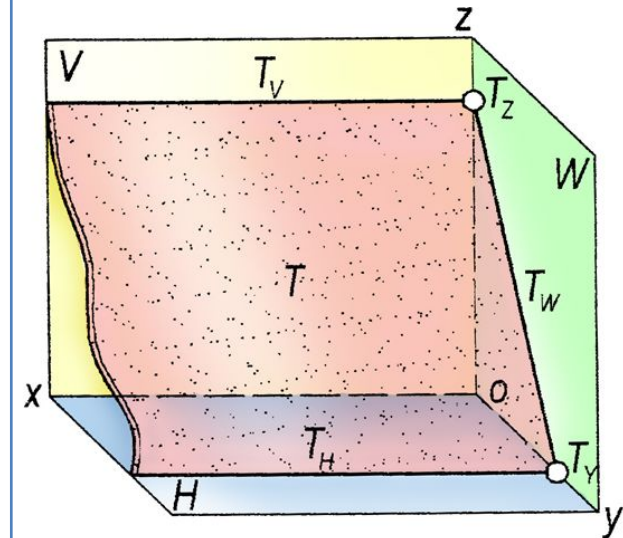
QrH

- горизонтально
проецирующая
плоскость



RrV

- фронтально
проецирующая
плоскость



TrW

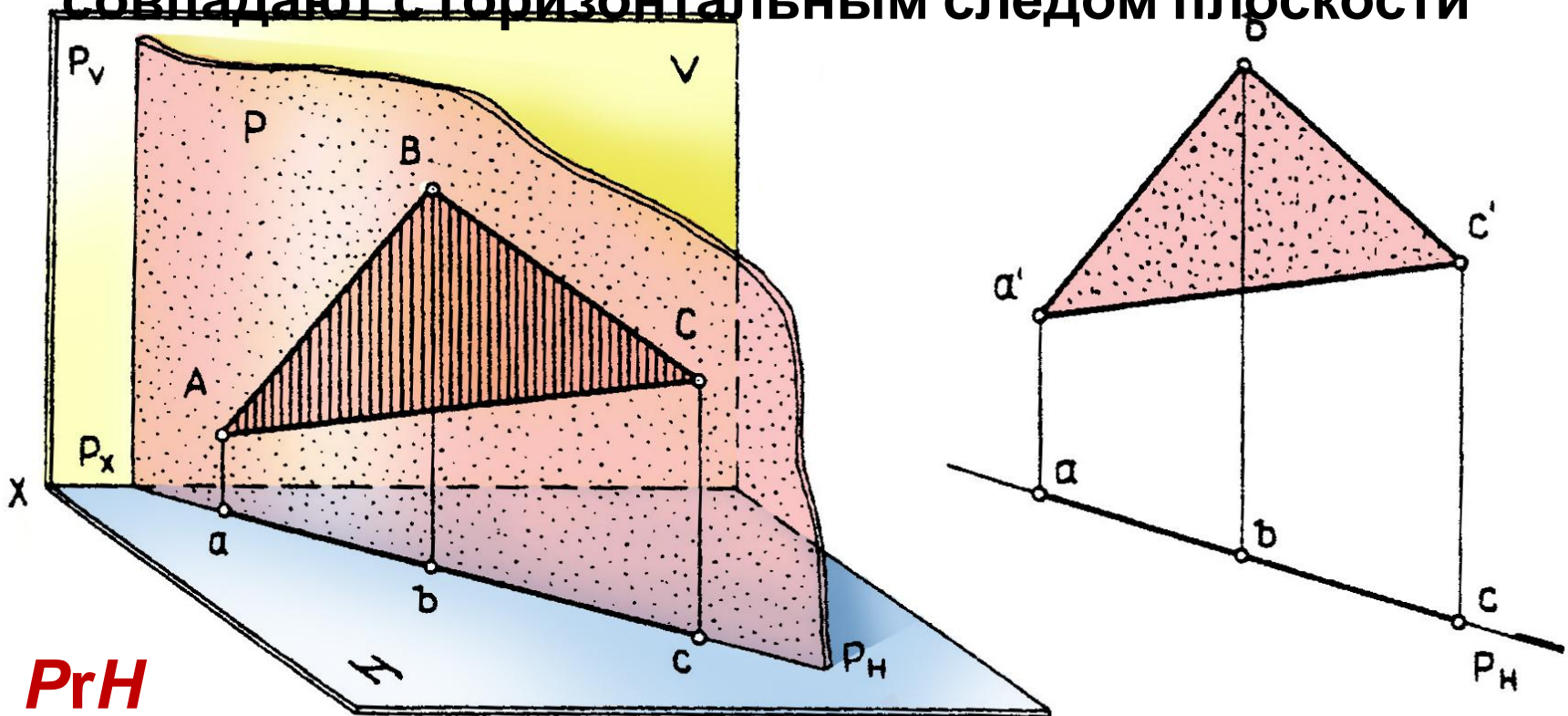
- профильно
проецирующая
плоскость

Плоскос

Свойства проецирующих

плоскостей

Горизонтальные проекции всех точек и фигур, принадлежащих горизонтально проецирующей плоскости, совпадают с горизонтальным следом плоскости

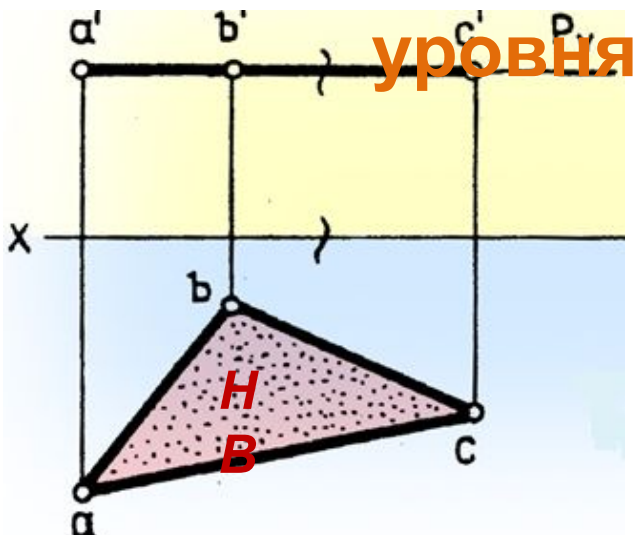


PrH

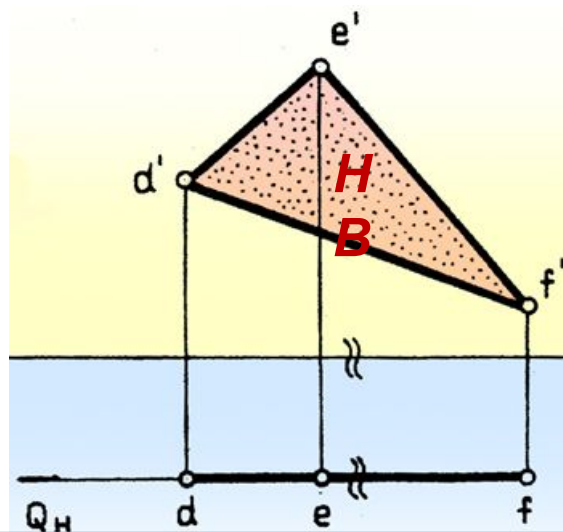
Аналогичным свойством обладают все проецирующие

Плоскос Плоскости

$P \parallel H$



$Q \parallel V$



- Плоскость, параллельная плоскости H , называется **горизонтальной**

Любая фигура, расположенная в этой плоскости, на горизонтальную плоскость проекций H проецируется без искажения

- Плоскость, параллельная плоскости V , называется **фронтальной**

Любая фигура, расположенная в этой плоскости, на фронтальную плоскость проекций V проецируется без искажения

Плоскос

Взаимное расположение плоскостей

Две плоскости в пространстве могут быть параллельными или пересекающимися

Параллельные плоскости

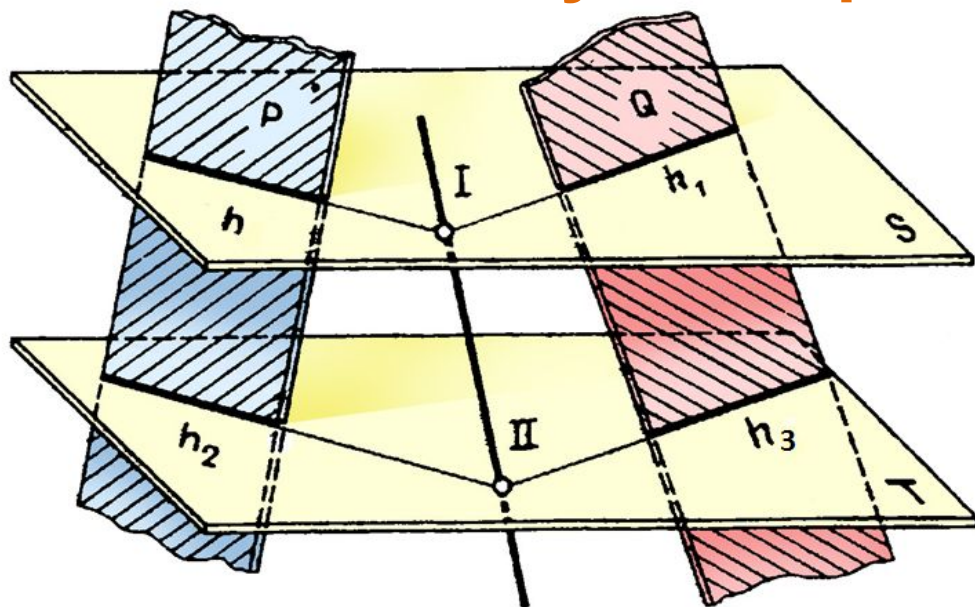
- *Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости*
- *Если плоскости заданы следами ,то одноименные следы параллельных плоскостей должны быть параллельны*

Пересекающиеся плоскости

- *Для построения линии пересечения двух плоскостей достаточно определить две точки, принадлежащие обеим плоскостям либо одну*

Плоскос

Общий случай T_{α} пересечения плоскостей

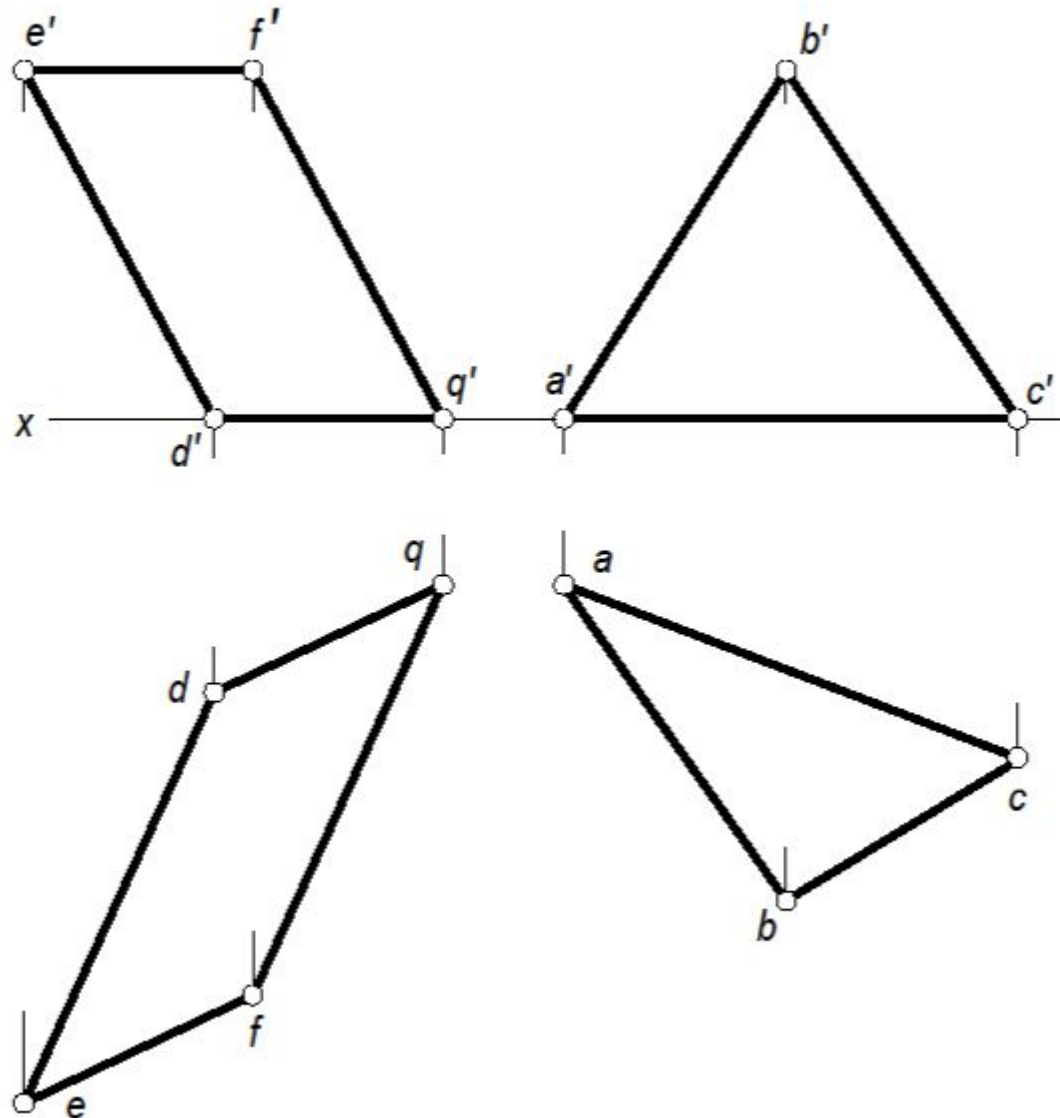


**Алгоритм
построения линии
пересечения
плоскостей:**

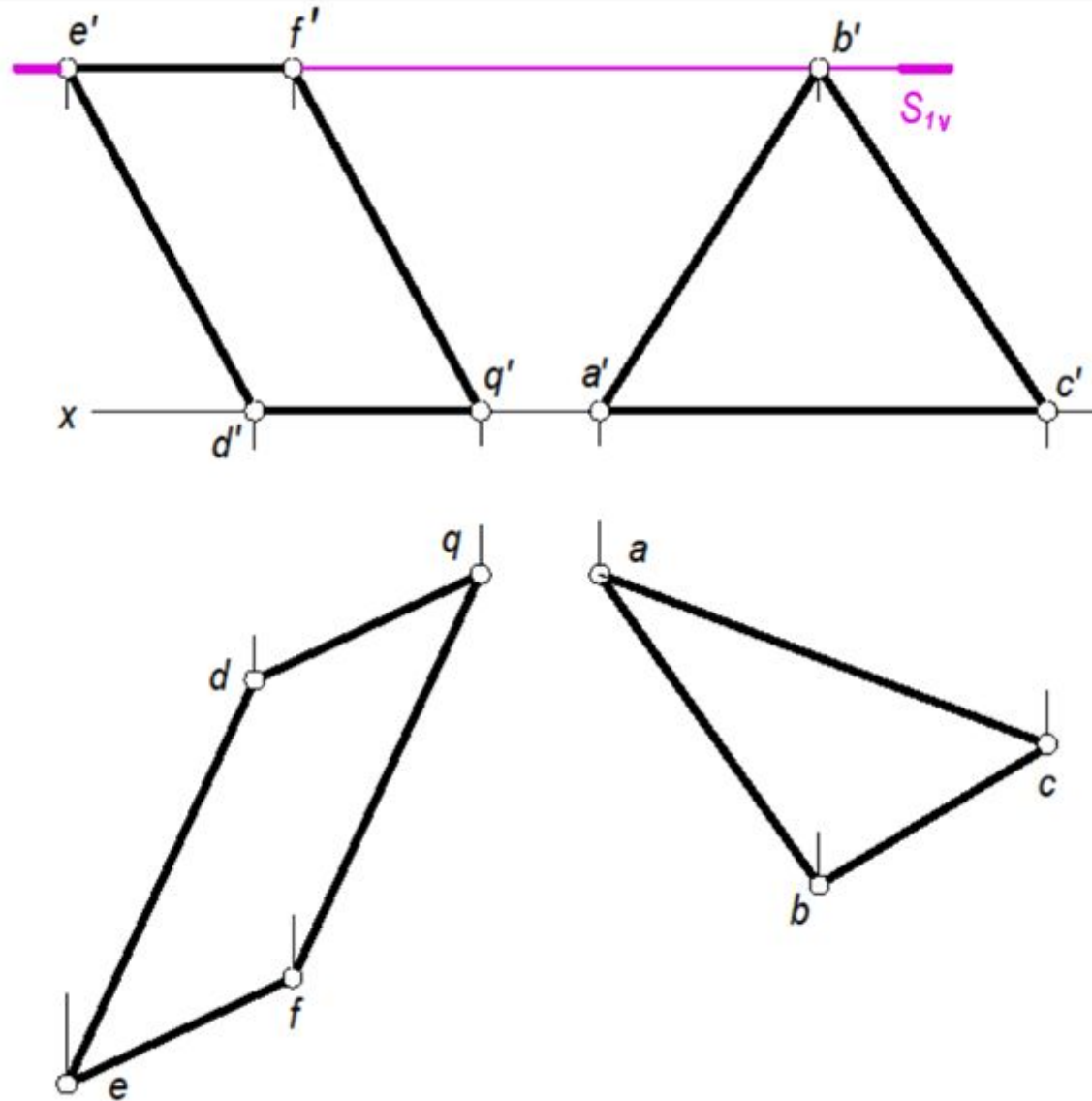
- проводим вспомогательную плоскость уровня S
- строим линии пересечения плоскости S с заданными плоскостями P и Q – горизонтали h и h_1
- определяем точку пересечения построенных прямых h и h_1 - точку I , которая принадлежит обеим плоскостям P и Q
- аналогично определяем точку II
- соединив точки I и II , получаем линию пересечения заданных плоскостей

Решение задачи

Задача: Построить линию пересечения
плоскостей

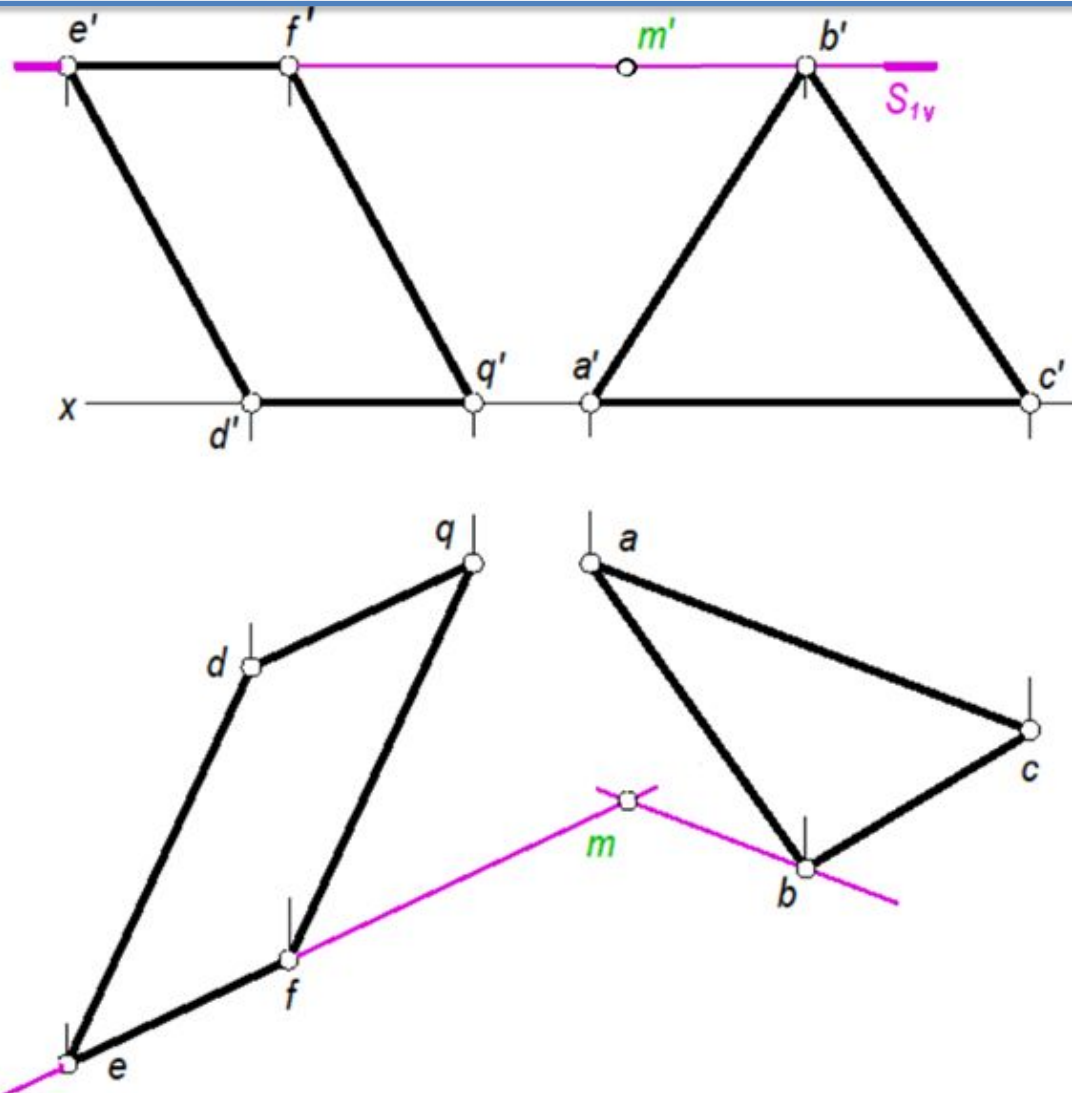


Решение задачи



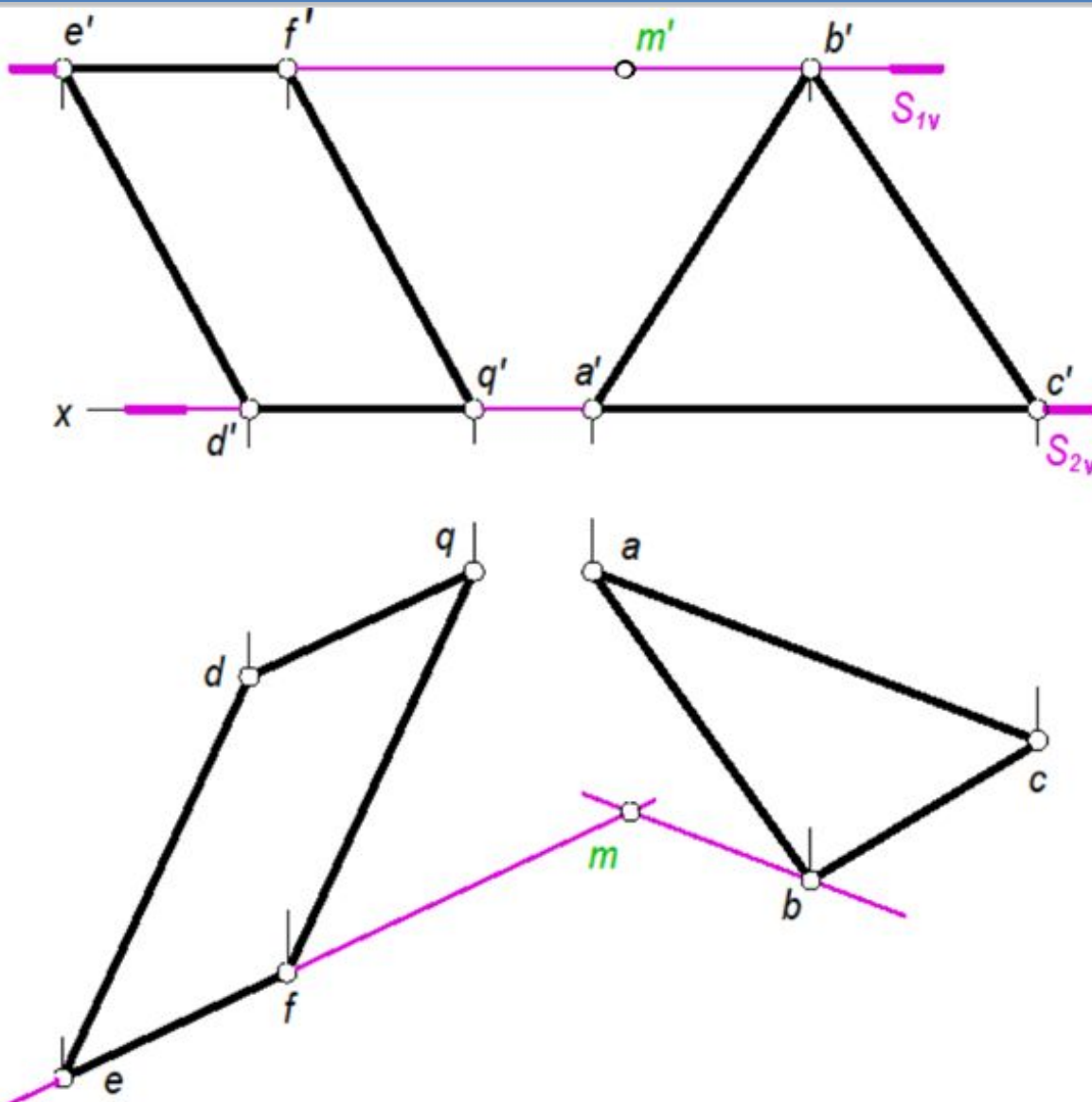
- Проводим вспомогательную плоскость уровня S_1

Решение задачи



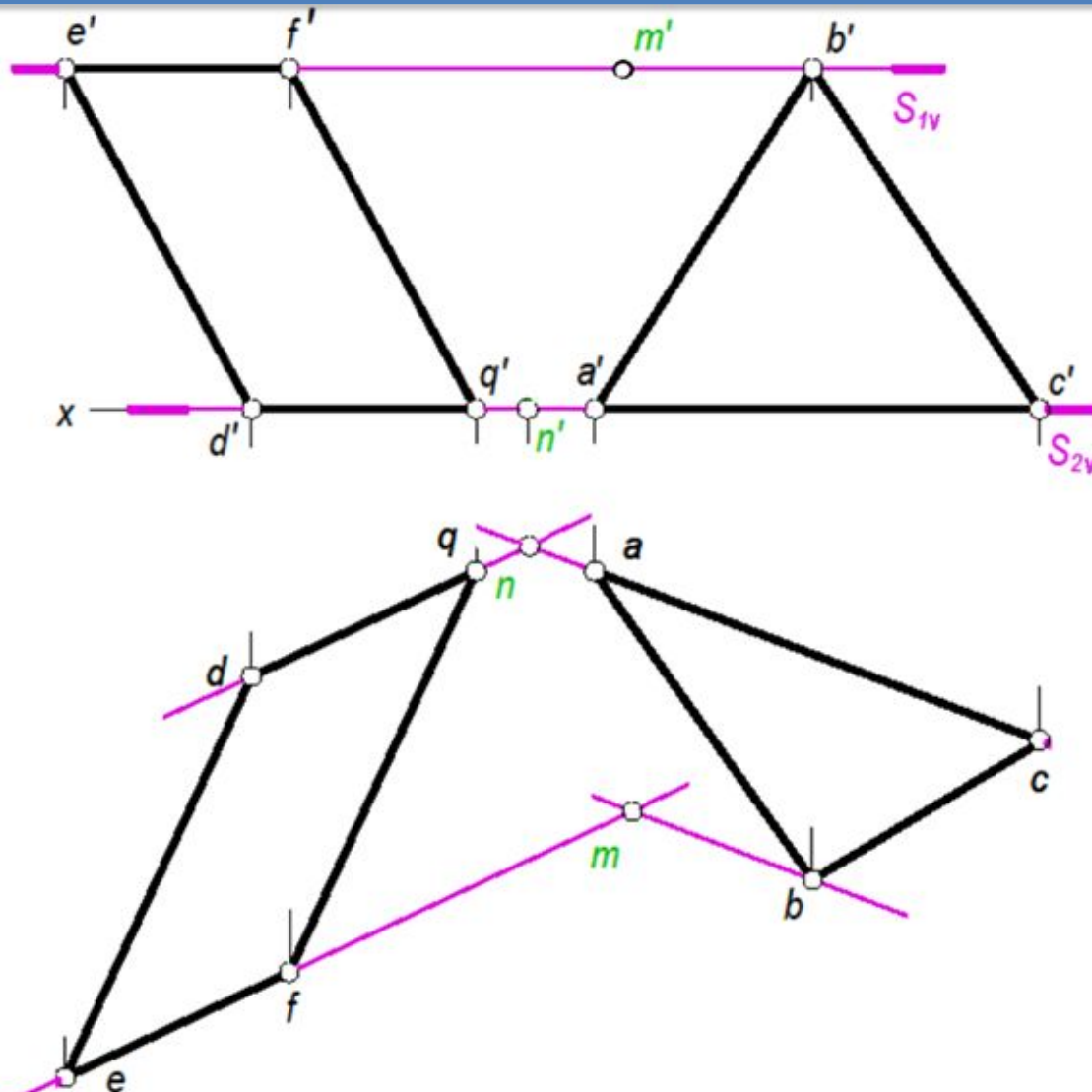
- Построив линии пересечения плоскости S_1 с заданными плоскостями, определяем точку $M(m, m')$

Решение задачи



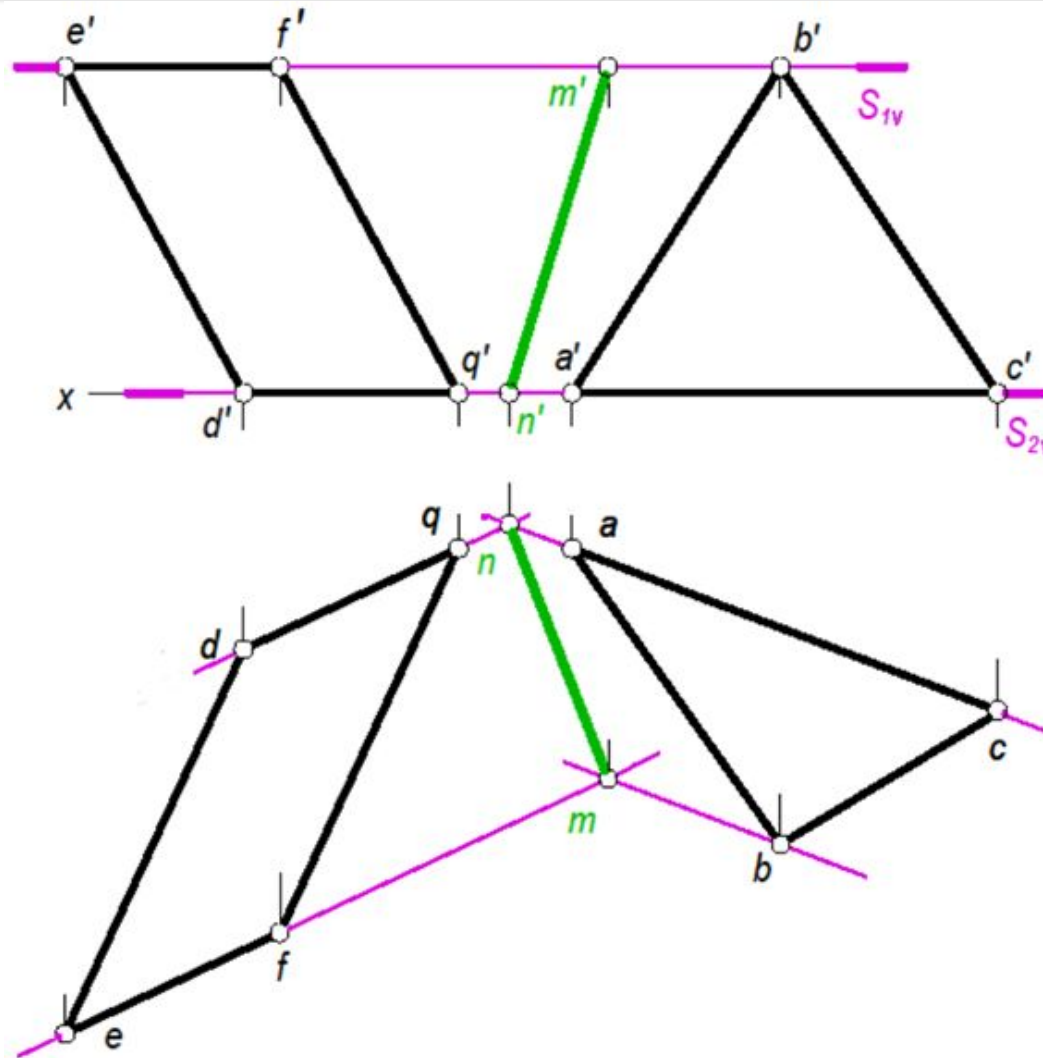
- Проводим вспомогательную плоскость уровня S_2

Решение задачи



- Построив линии пересечения плоскости S_2 с заданными плоскостями, определяем точку $N(n, n')$

Решение задачи

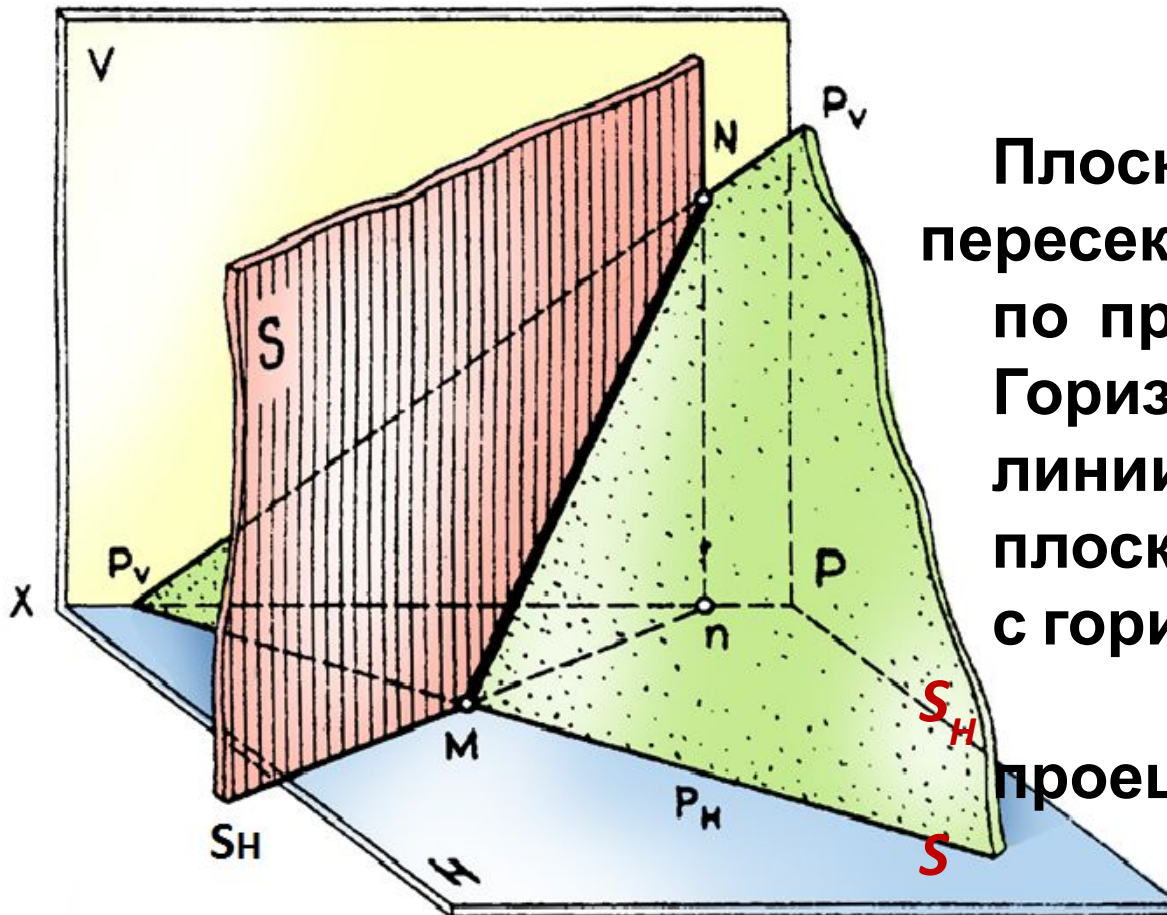


- Соединяя одноименные проекции точек, получаем линию пересечения плоскостей **MN ($mn, m'n'$)**

Плоскость

Частный случай пересечения плоскостей

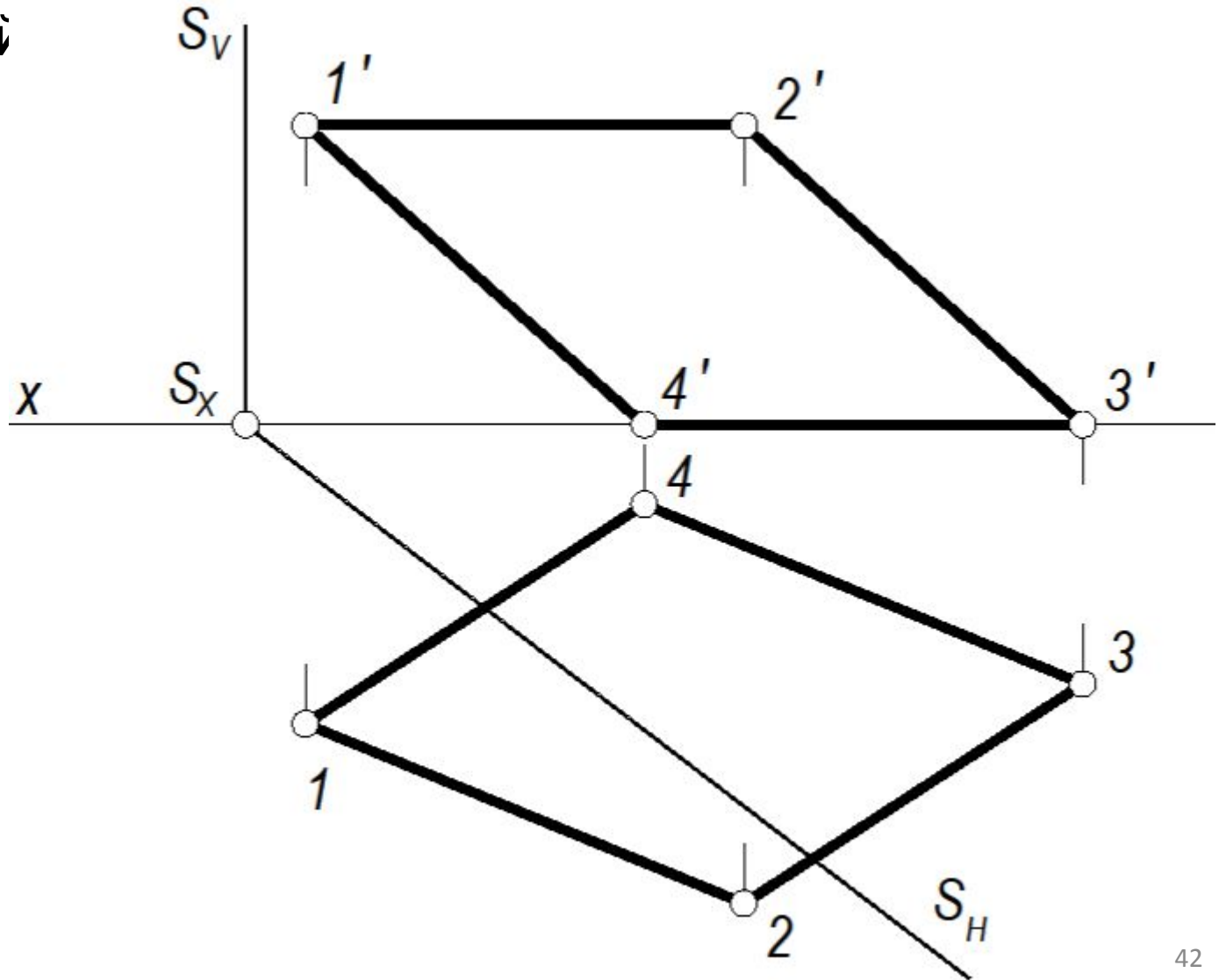
Пересечение плоскости общего положения P с горизонтально проецирующей плоскостью S



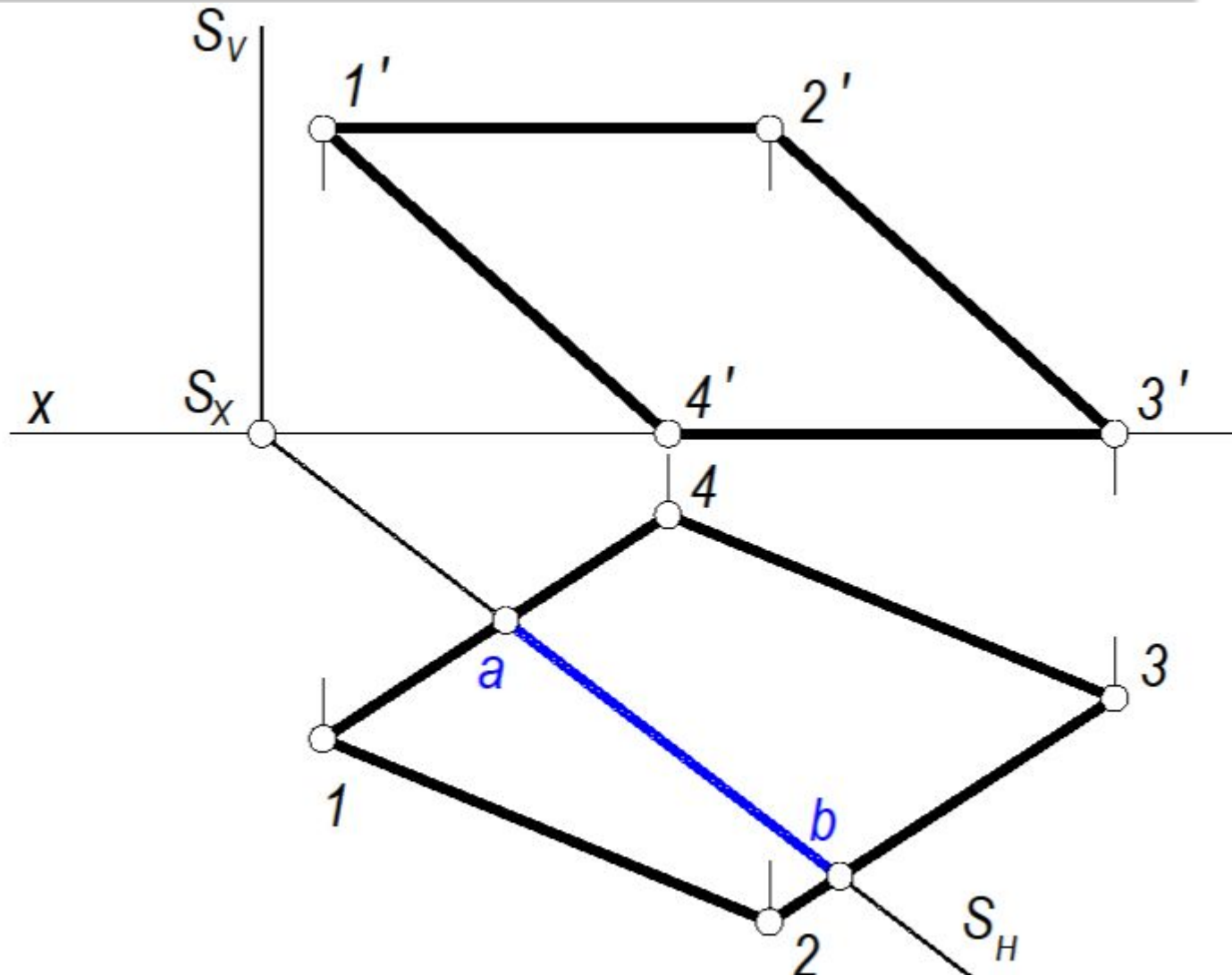
Плоскости P и S
пересекаются
по прямой MN
Горизонтальная проекция
линии пересечения
плоскостей mn совпадает
с горизонтальным следом
проецирующей плоскости

Решение задачи

Задача: Построить линию пересечения
плоскостей

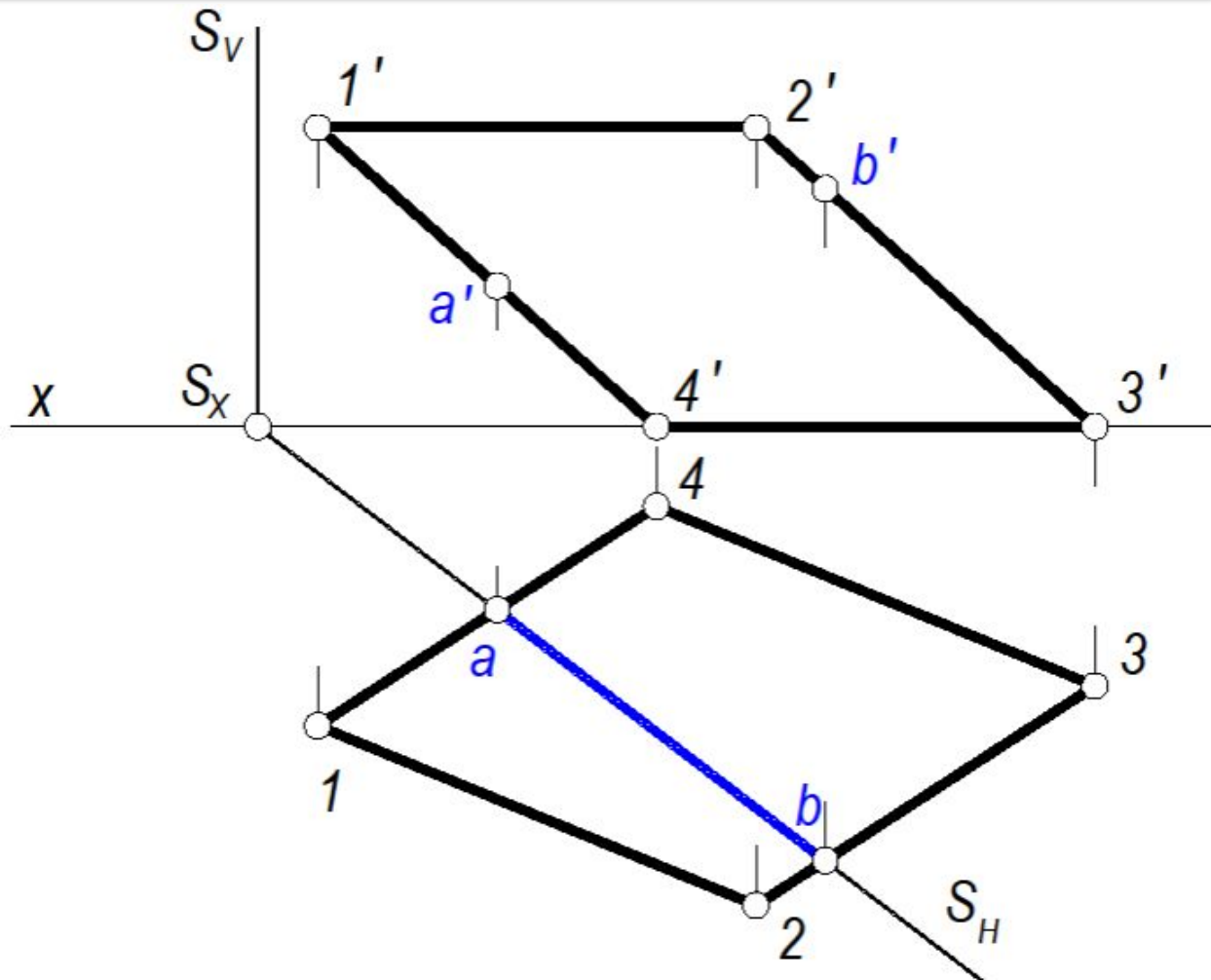


Решение задачи



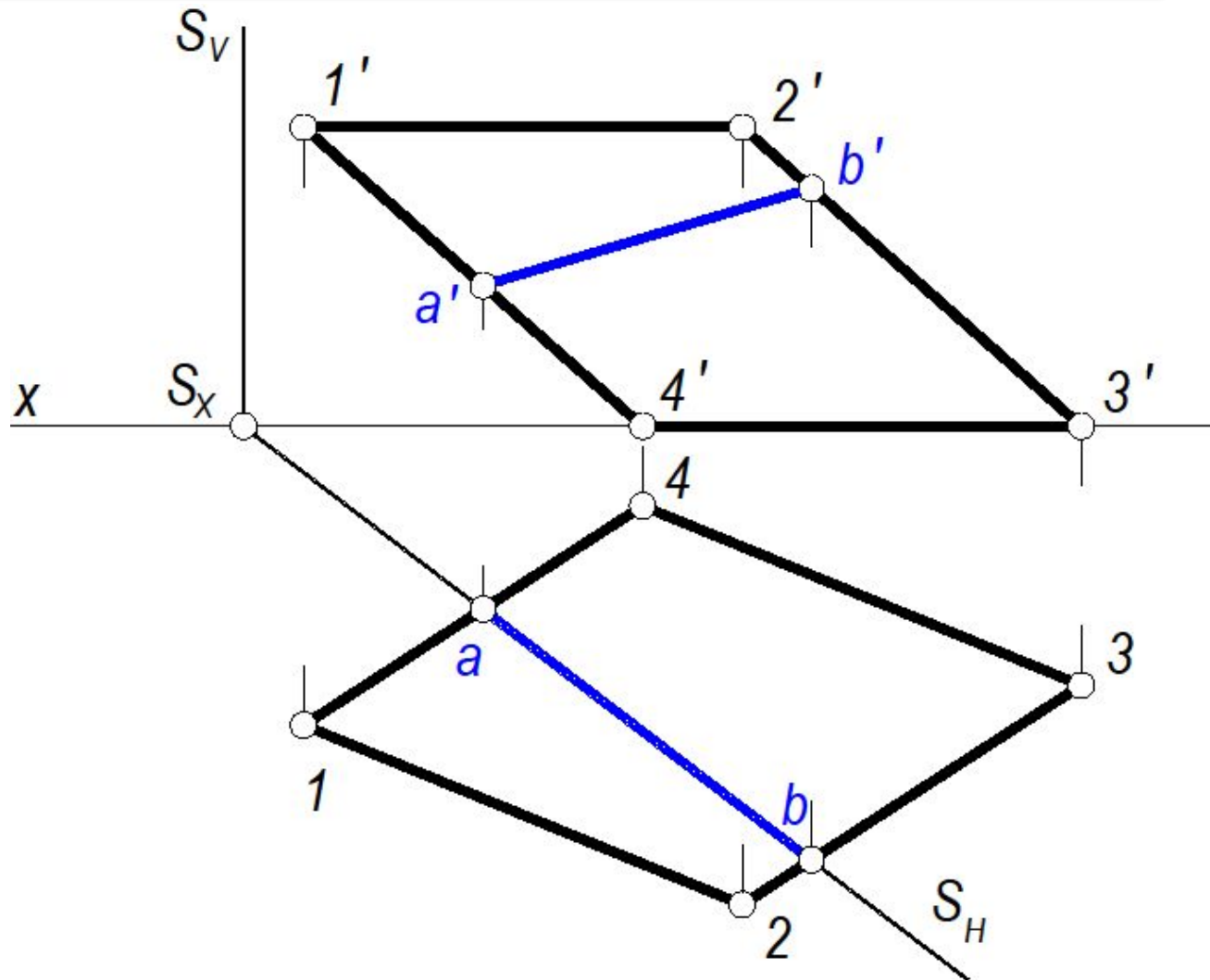
- Определяем горизонтальную проекцию линии пересечения плоскостей – ***ab***

Решение задачи



- Строим фронтальные проекции точек a' и b' , учитывая их принадлежность плоскости

Решение задачи

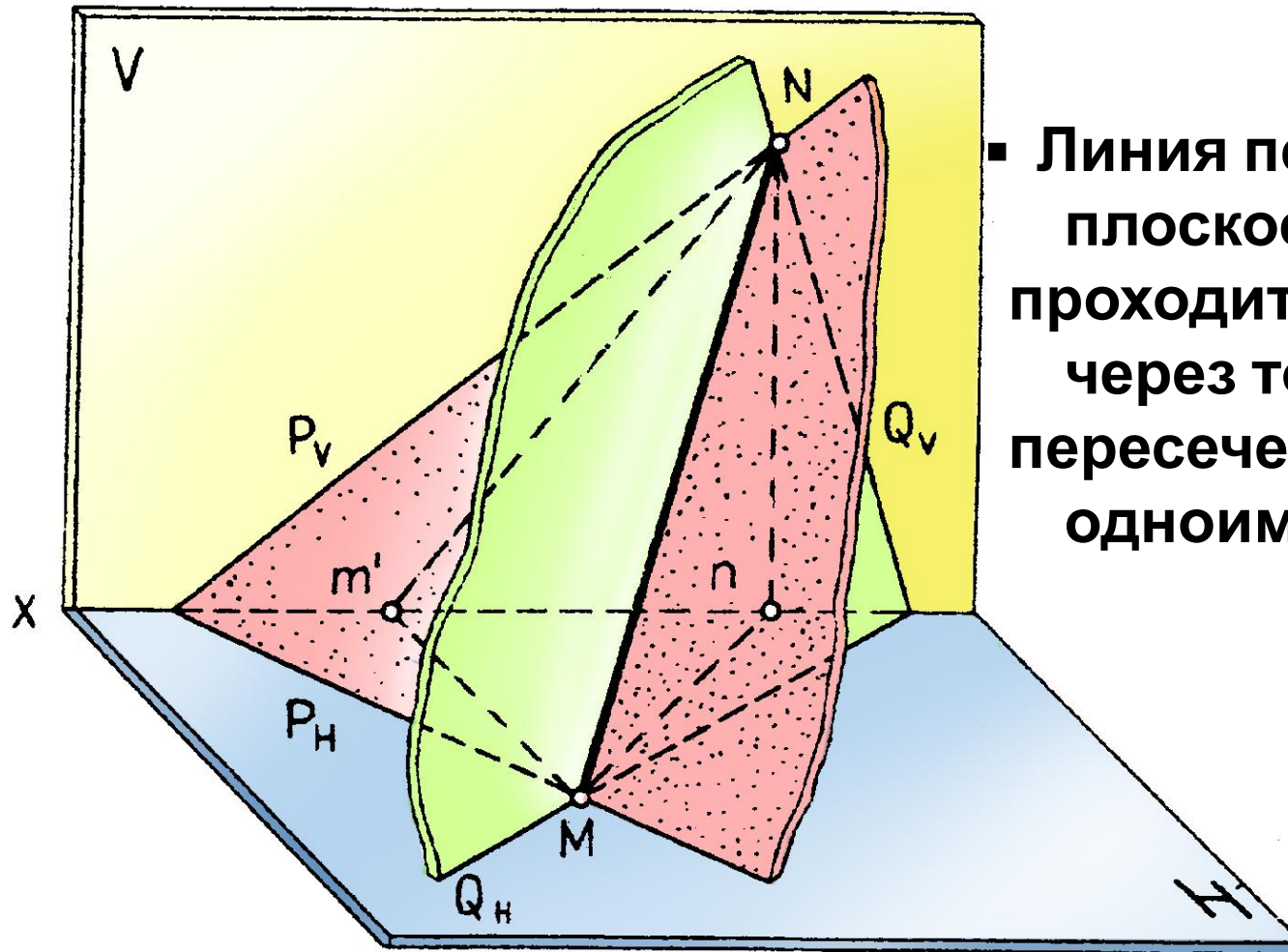


- Достраиваем фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей – $a'b'$

Плоскость

Частный случай пересечения плоскостей

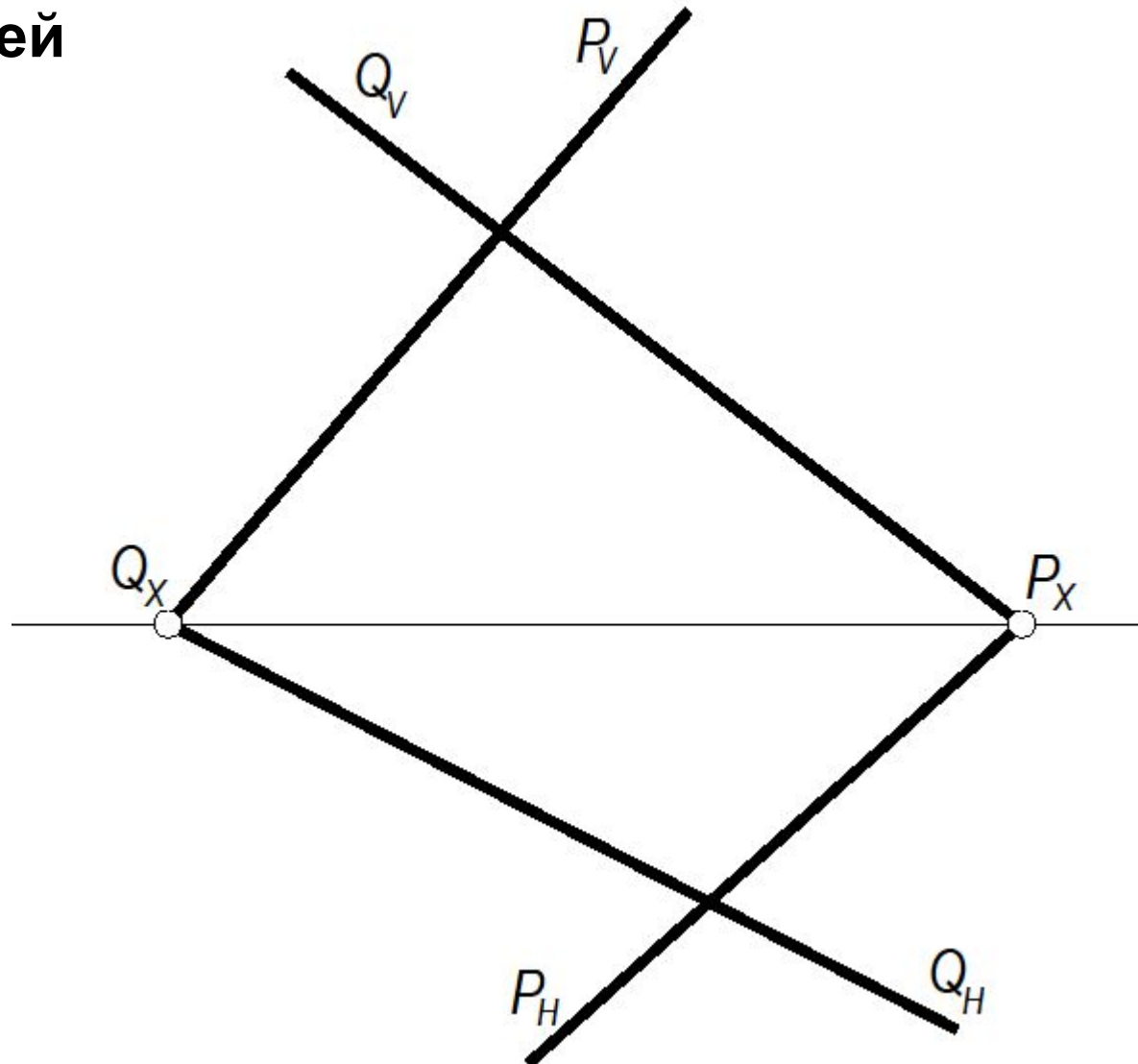
Пересечение плоскостей, заданных следами



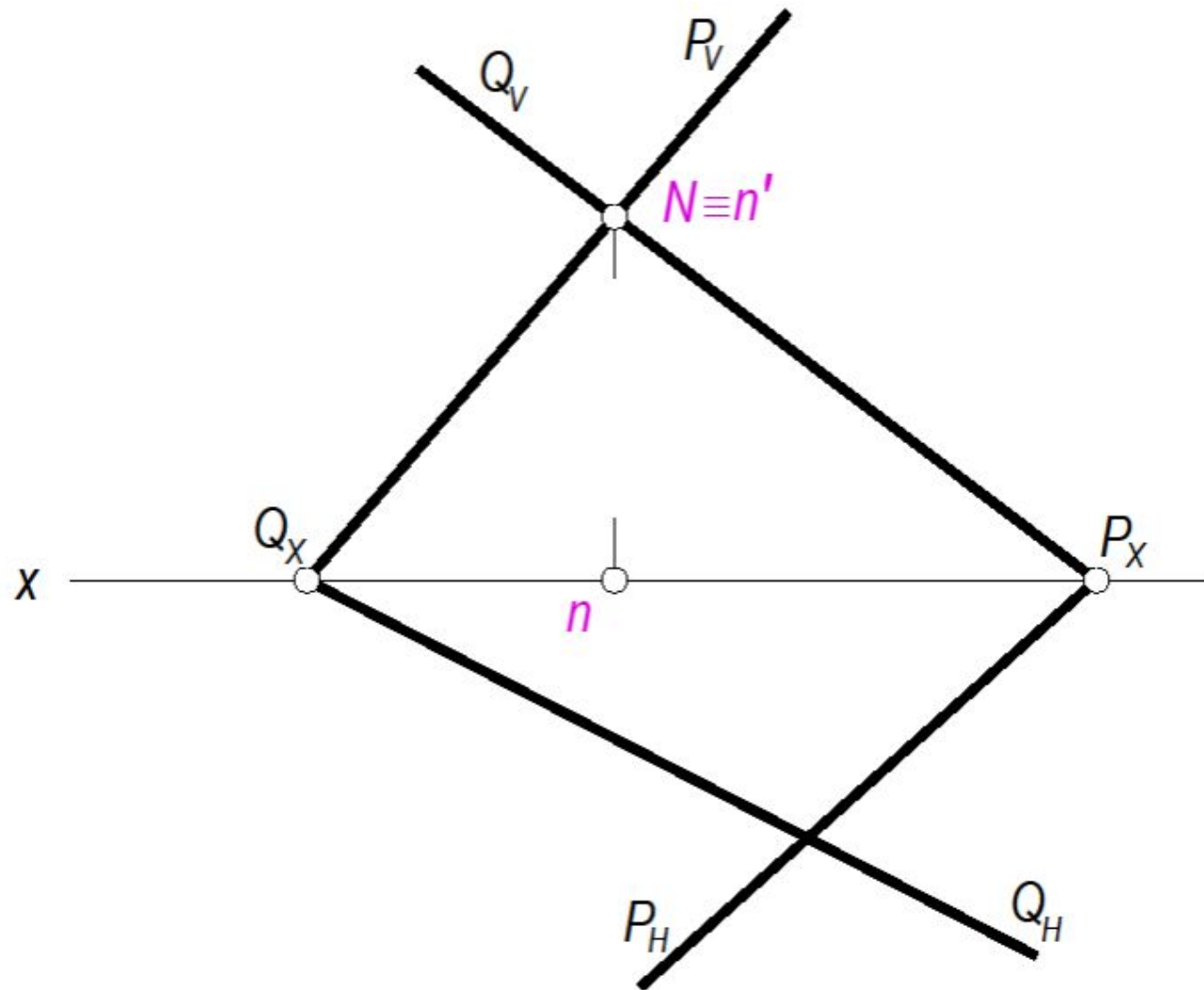
- Линия пересечения плоскостей ***MN*** проходит через точки пересечения одноименных следов

Решение задачи

Задача: Построить линию пересечения
плоскостей

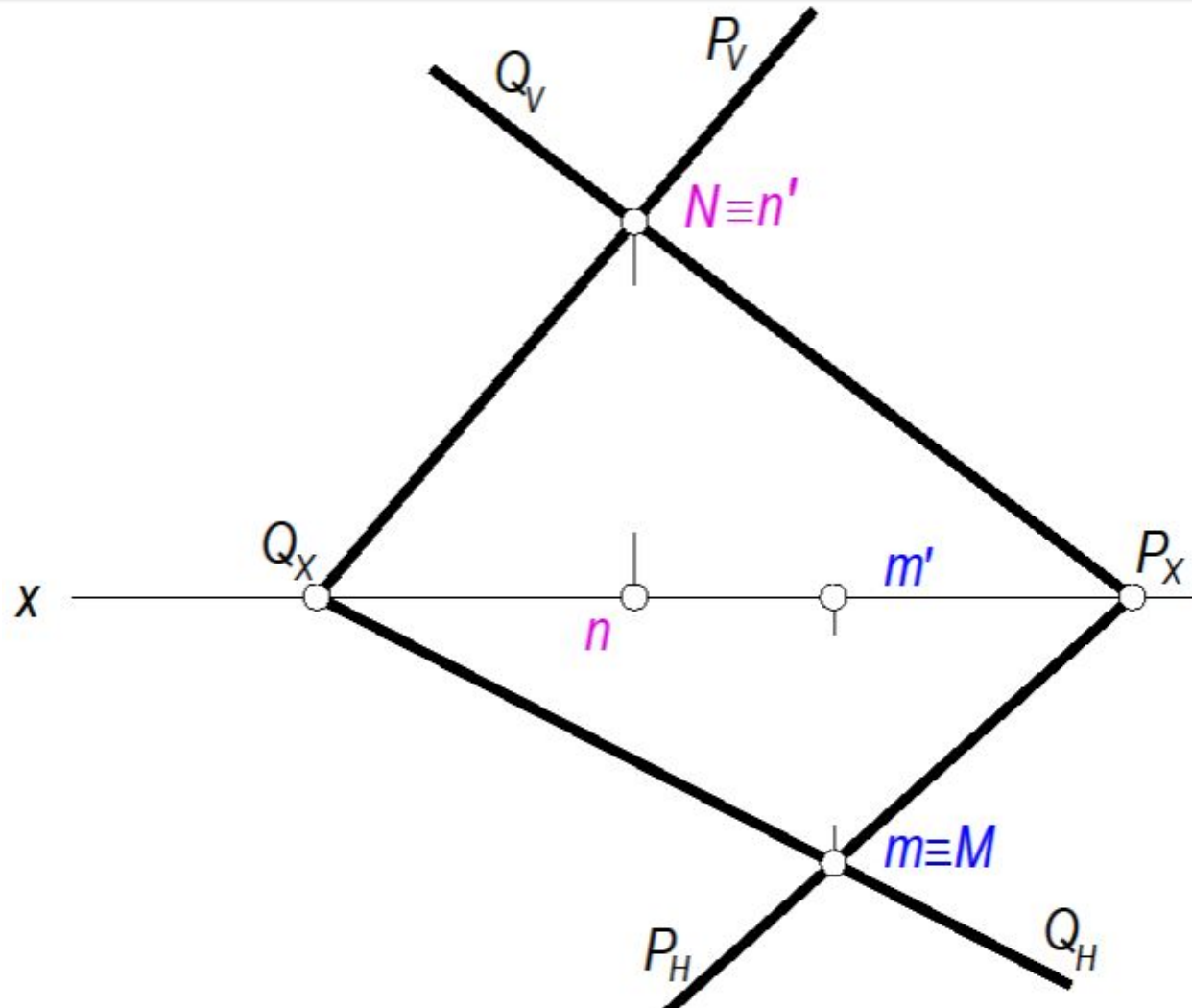


Решение задачи



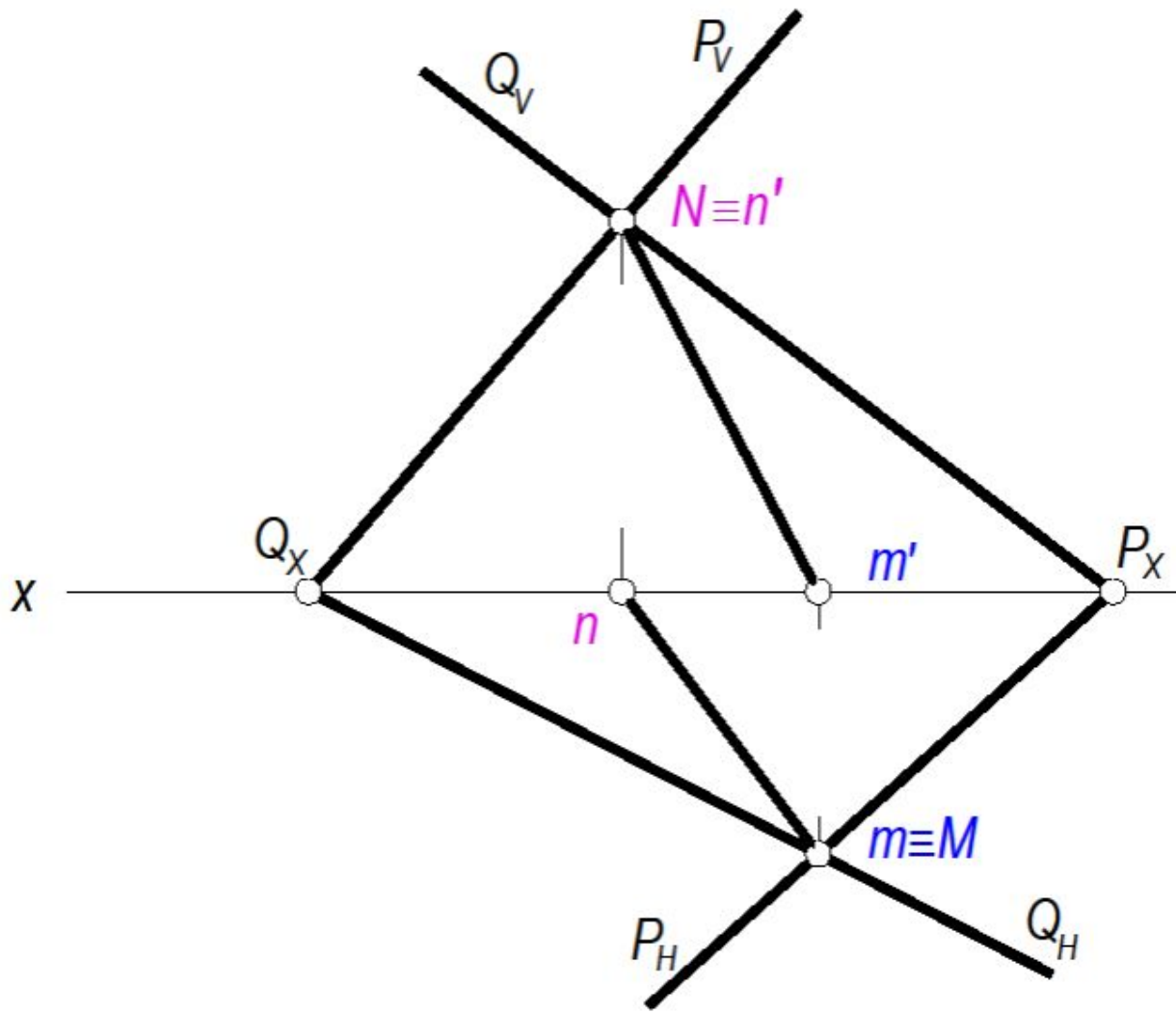
- Определяем точку пересечения фронтальных следов –

Решение задачи



- Определяем точку пересечения горизонтальных следов –

Решение задачи



- Соединяя одноименные проекции точек, получаем линию пересечения заданных плоскостей **MN** ($m n$),

ЛЕКЦИЯ 3
***ВЗАИМНОЕ
РАСПОЛОЖЕНИЕ
ПРЯМОЙ ЛИНИИ И
ПЛОСКОСТИ.***

Взаимное расположение прямой и плоскости

- Прямая параллельная плоскости

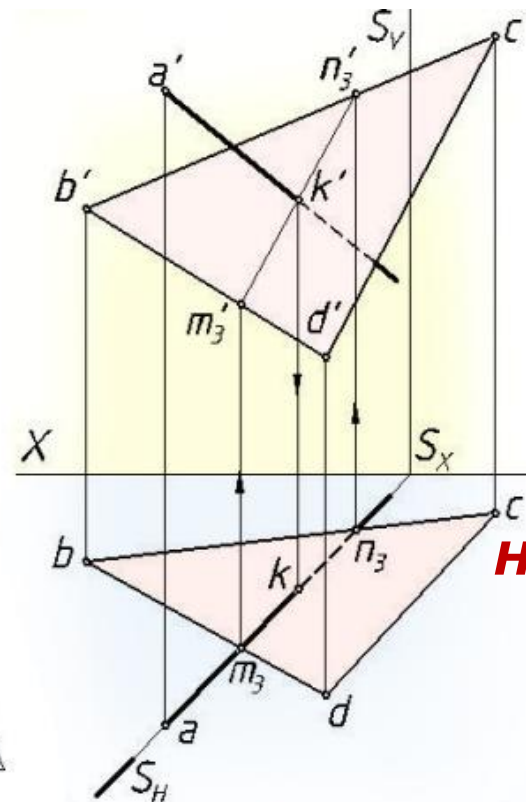
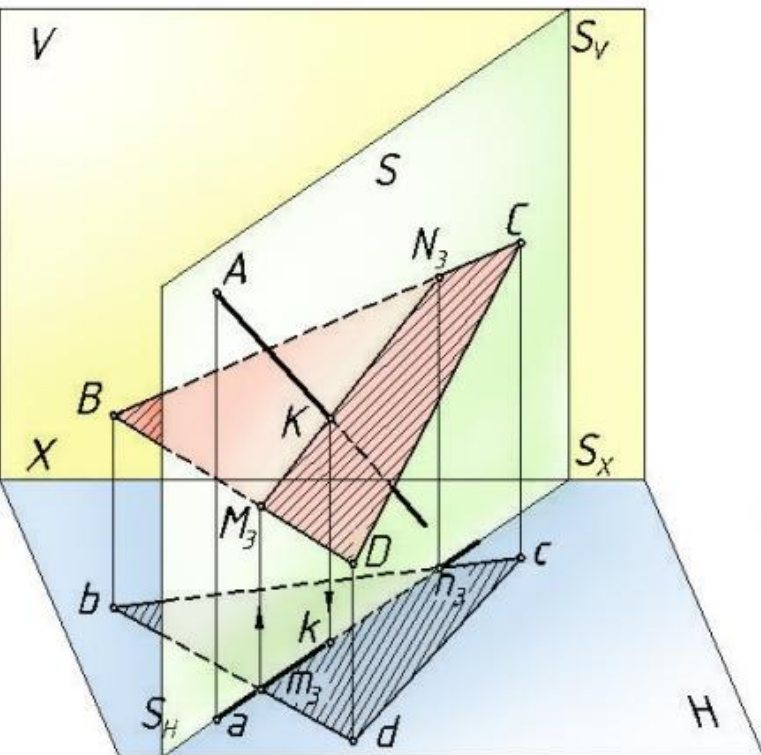
Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой , лежащей в этой плоскости

- Прямая пересекает

плоскость, имеющая с плоскостью одну общую точку , пересекает плоскость

Взаимное расположение прямой и плоскости

Определение точки пересечения прямой с



**Алгоритм
нахождения точки
пересечения
прямой с
плоскостью**

- Прямую заключаем во вспомогательную (проецирующую) плоскость

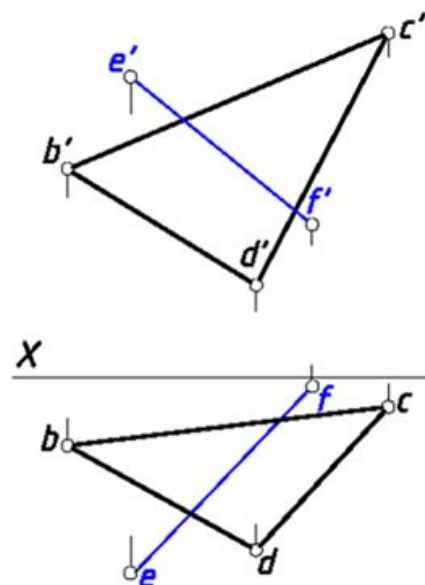
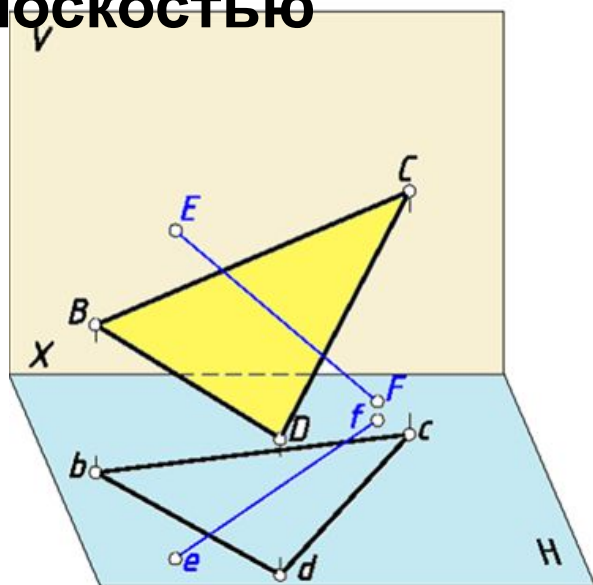
- Строим линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной

- Определяем искомую точку как точку пересечения заданной

Решение задачи

Пересечение прямой с плоскостью

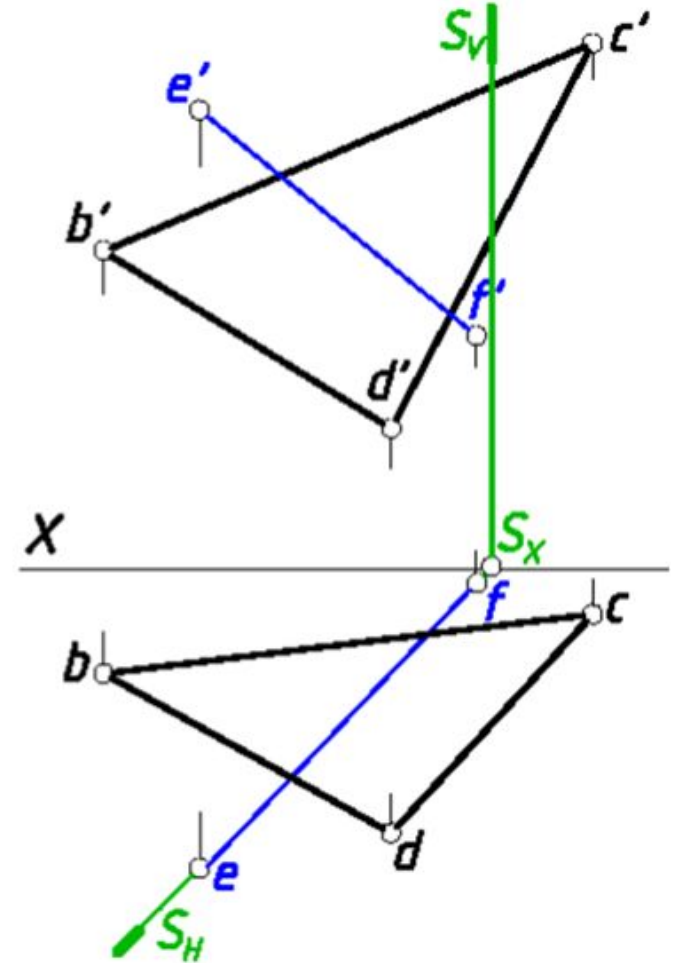
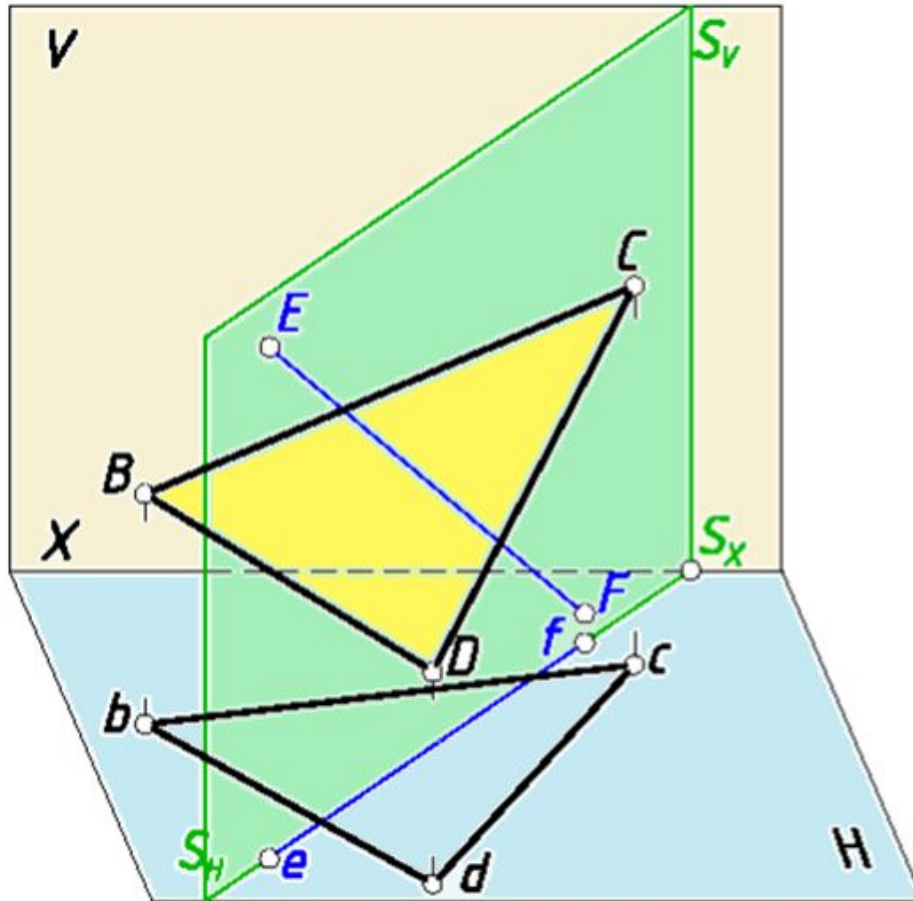
Задача: Построить точку пересечения прямой с
плоскостью



- На наглядном рисунке показаны плоскость ABC , прямая EF и их горизонтальные проекции abc и ef

- Проекции плоскости и прямой на эпюре

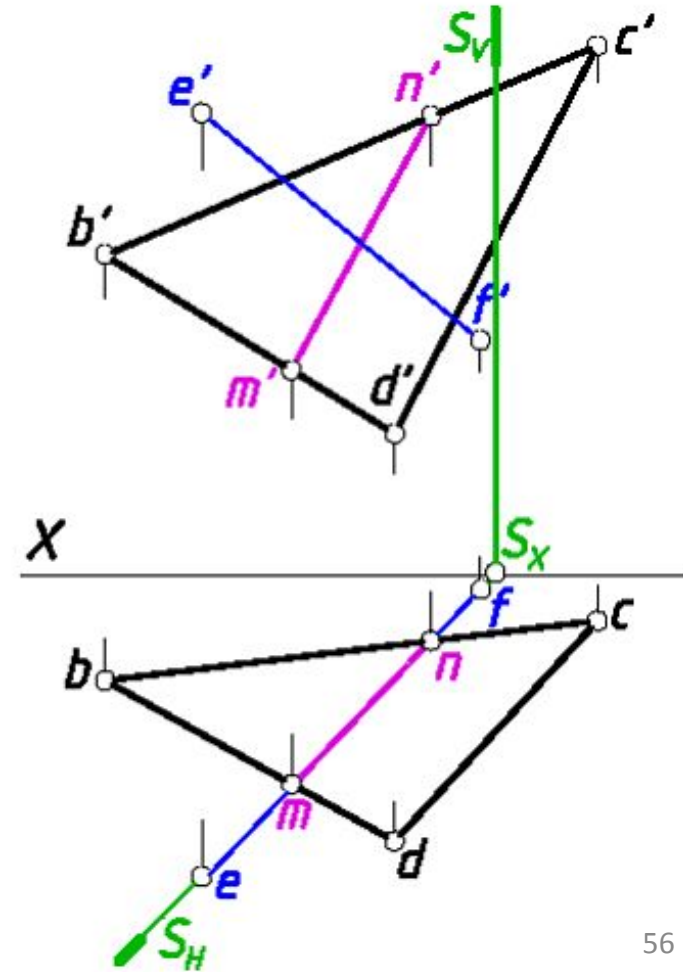
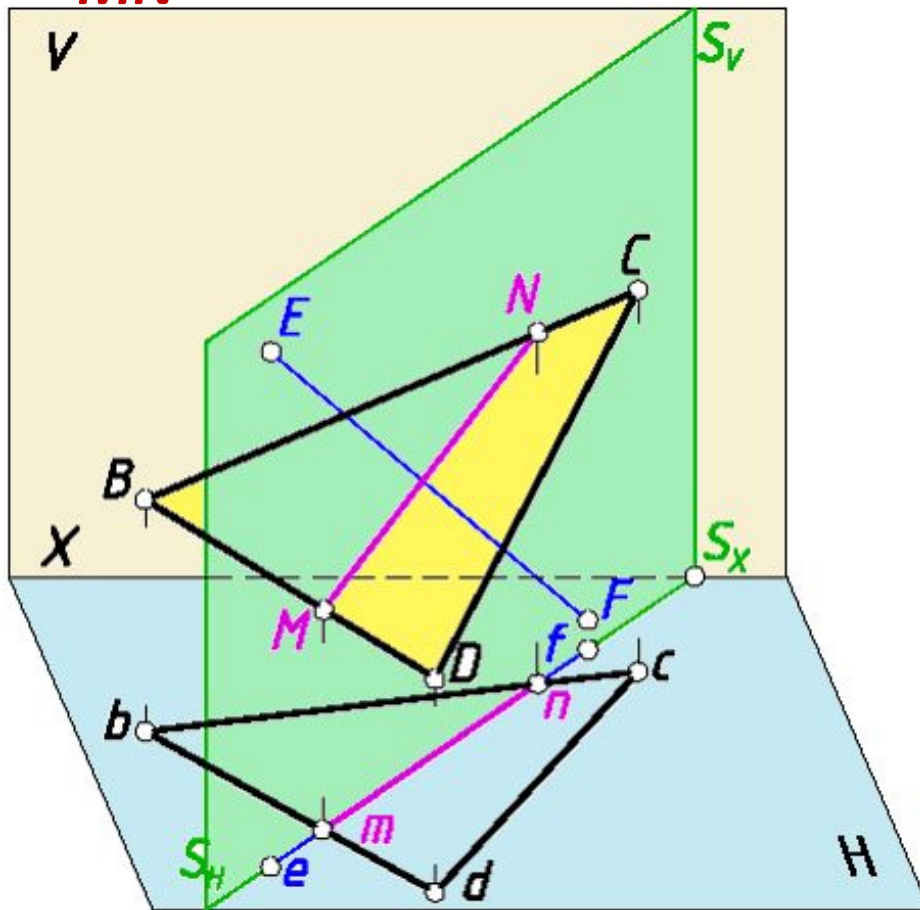
Решение задачи



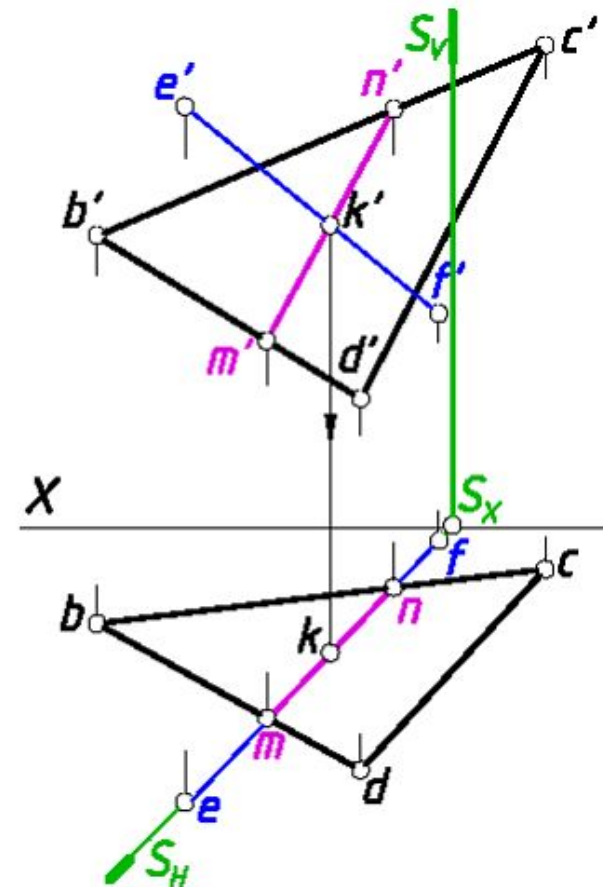
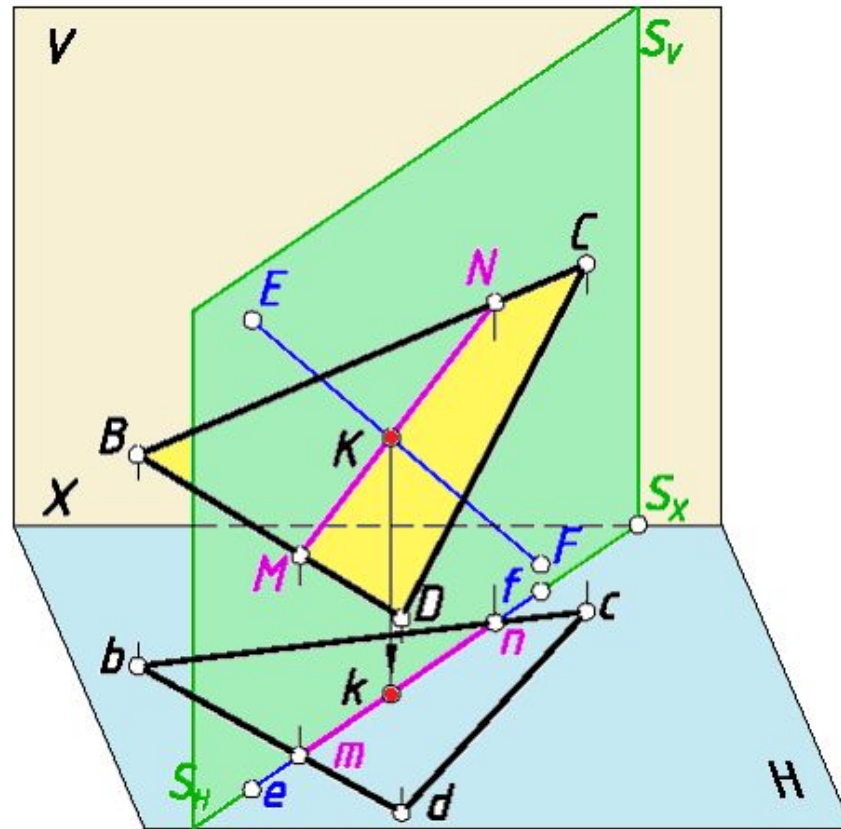
- Прямую **EF** заключаем во вспомогательную (горизонтально

Решение задачи

- Строим линию пересечения заданной плоскости $B CD$ со вспомогательной плоскостью S – прямую $M N$

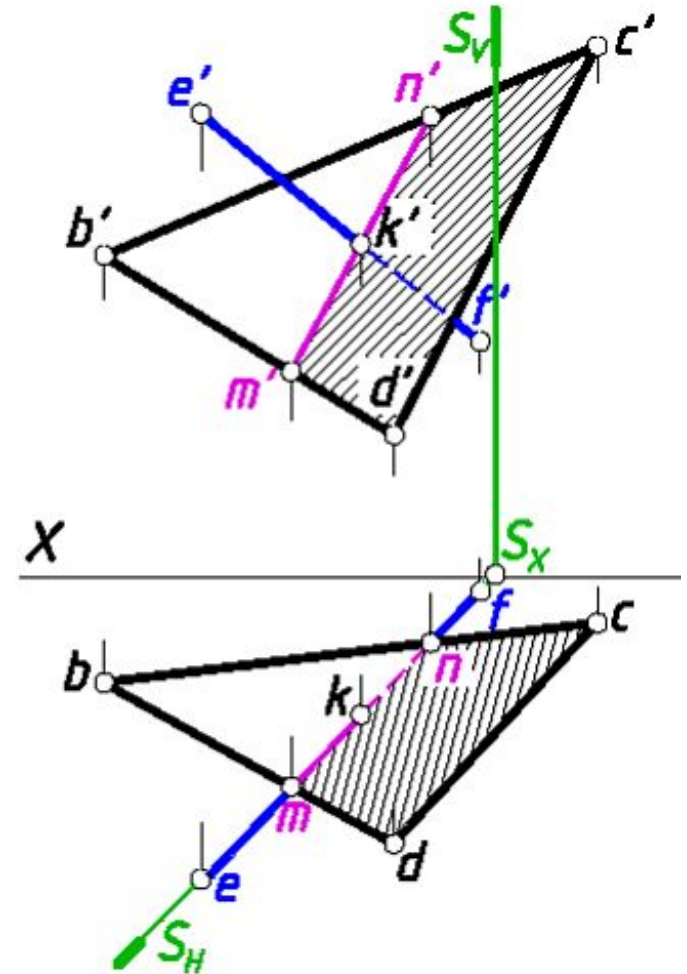
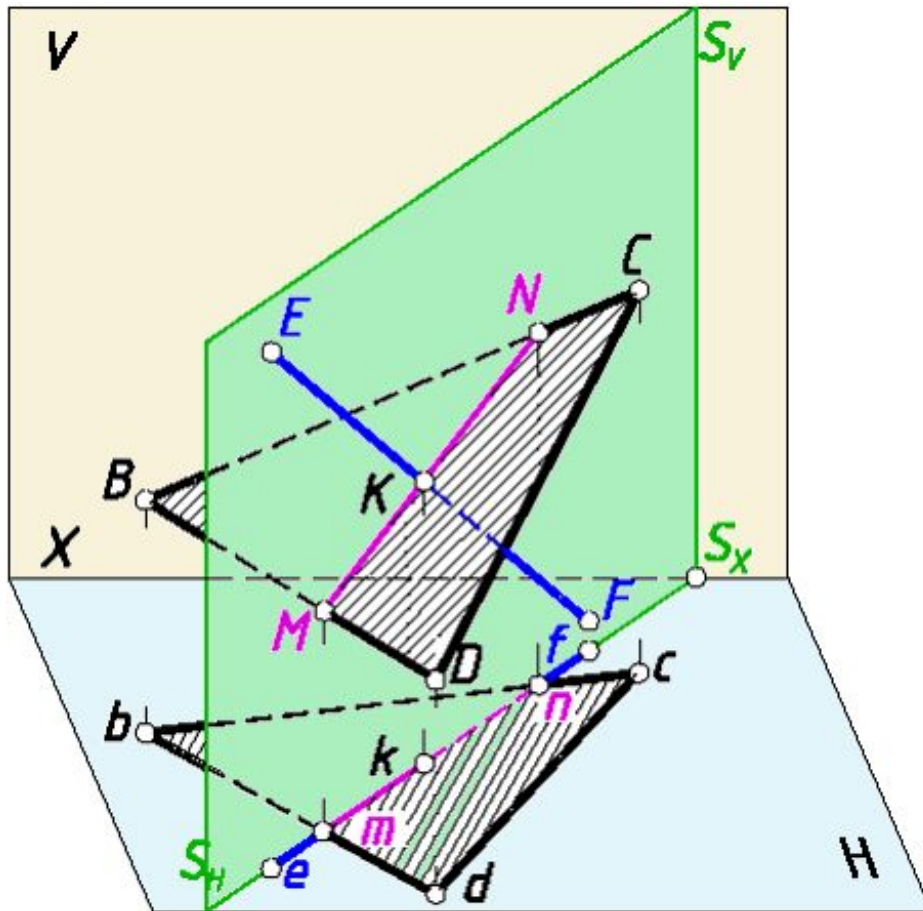


Решение задачи



- Определяем искомую точку **K** как точку пересечения данной прямой **EF** с построенной линией пересечения **MN**

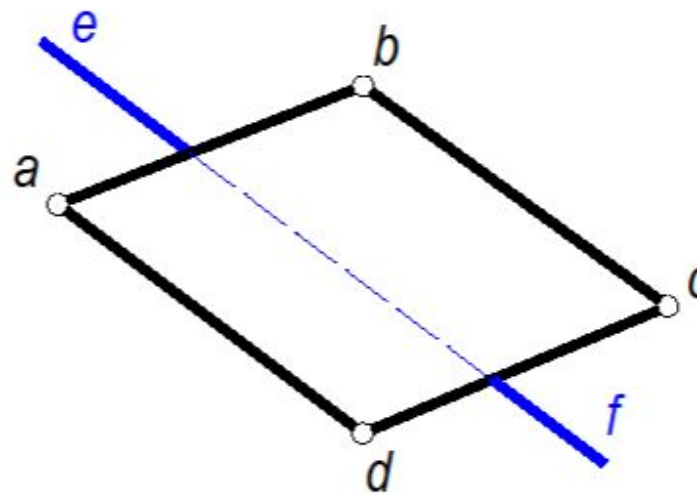
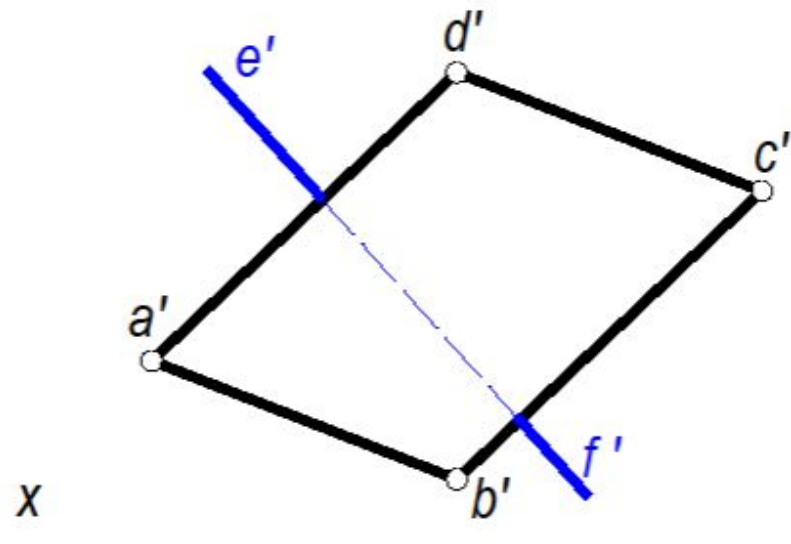
Решение задачи



- Определяем видимость прямой **EF** относительно плоскости **BCD**, используя

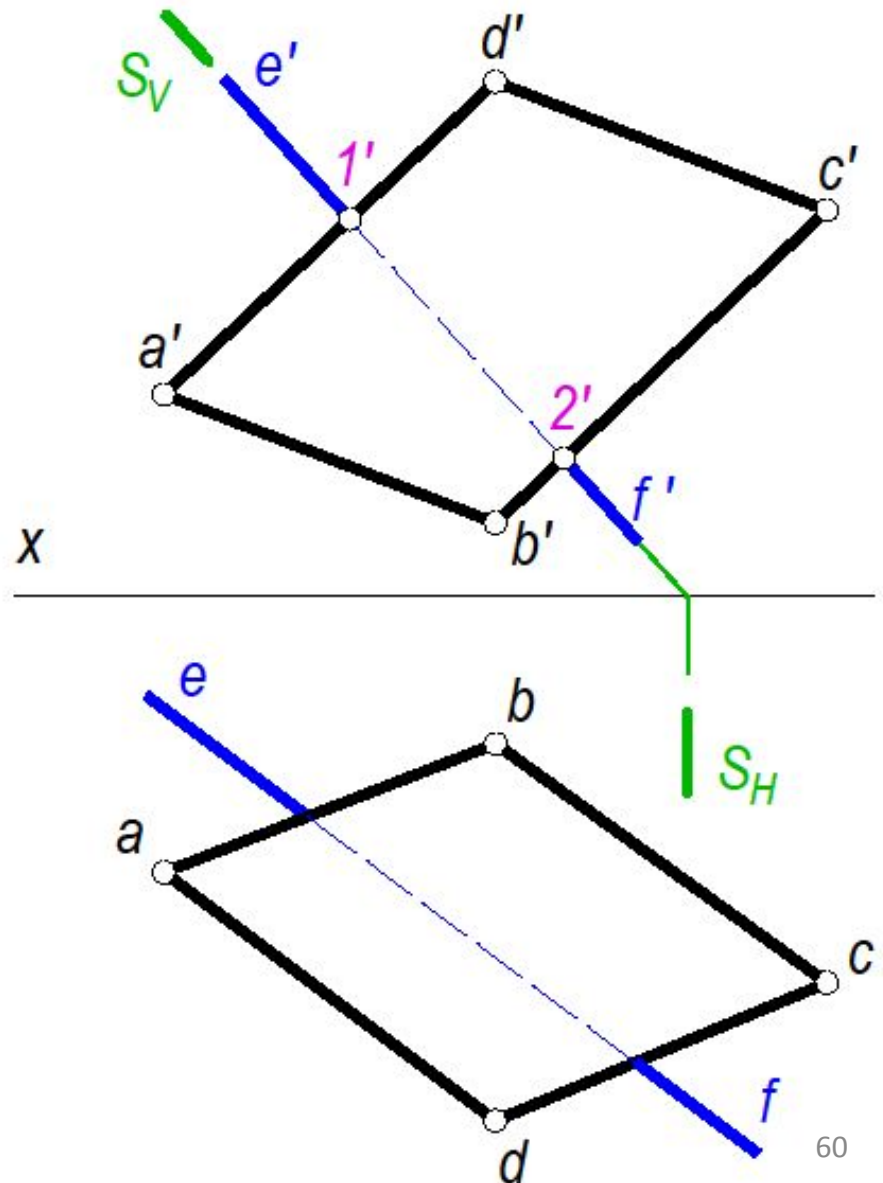
Решение задачи

Задача: Построить точку пересечения прямой с плоскостью



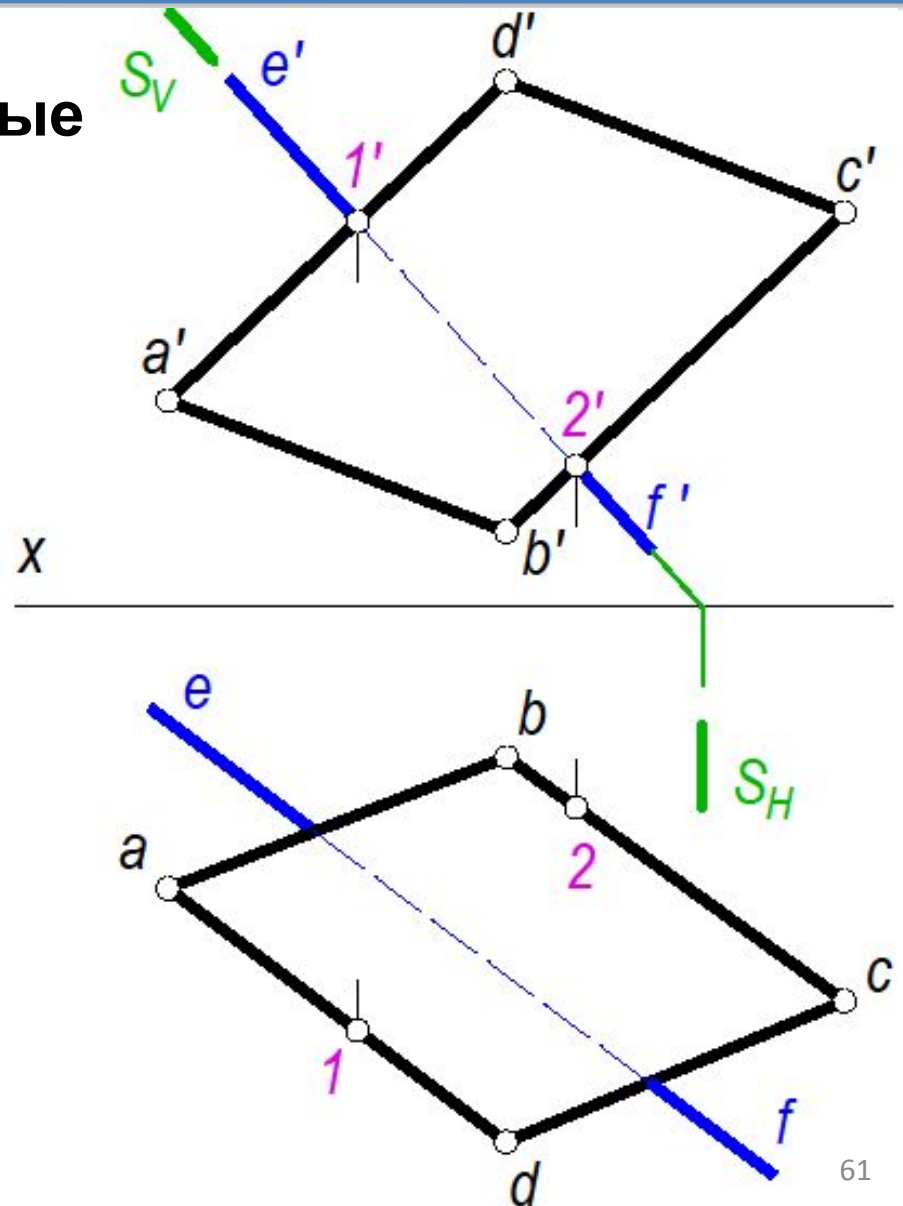
Решение задачи

- Прямую EF заключаем во вспомогательную (фронтально проецирующую) плоскость S
- Определяем фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей $1'2'$



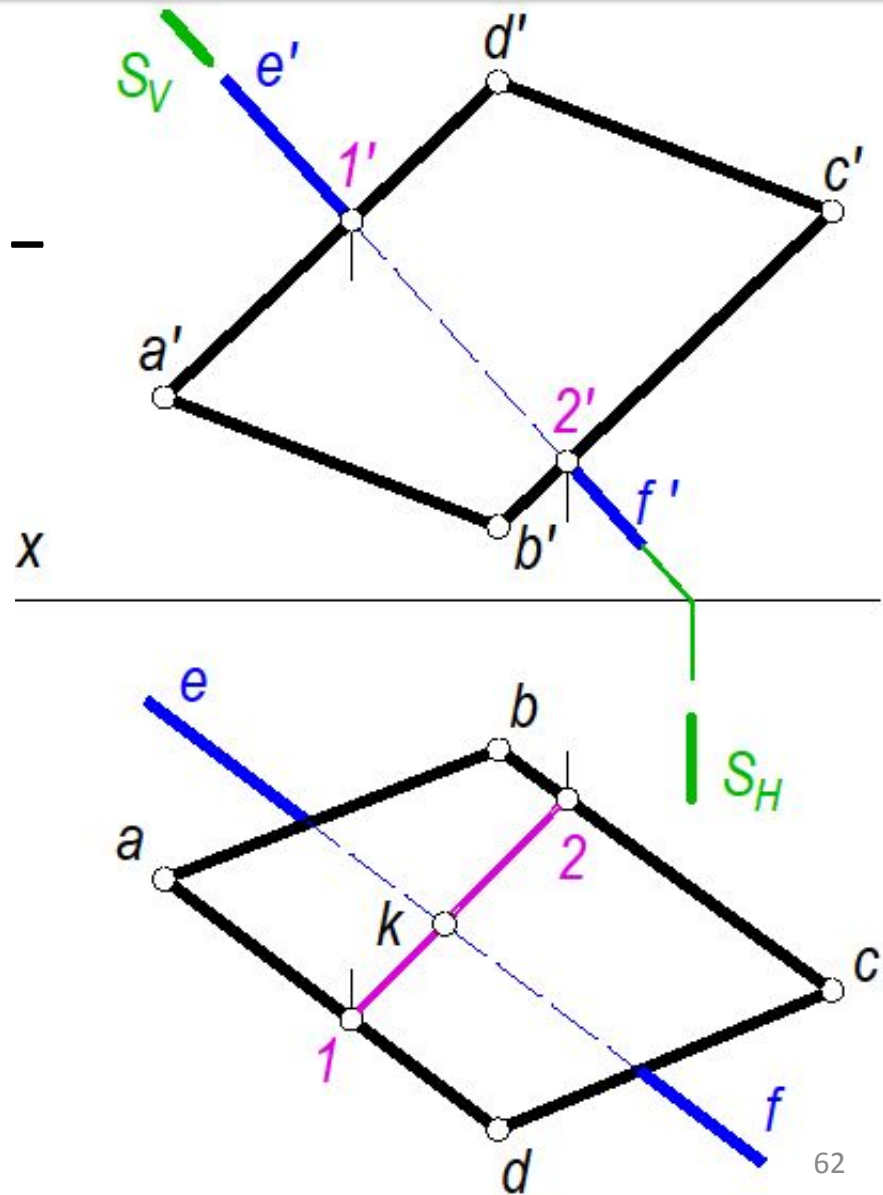
Решение задачи

- Находим горизонтальные проекции точек **1** и **2**



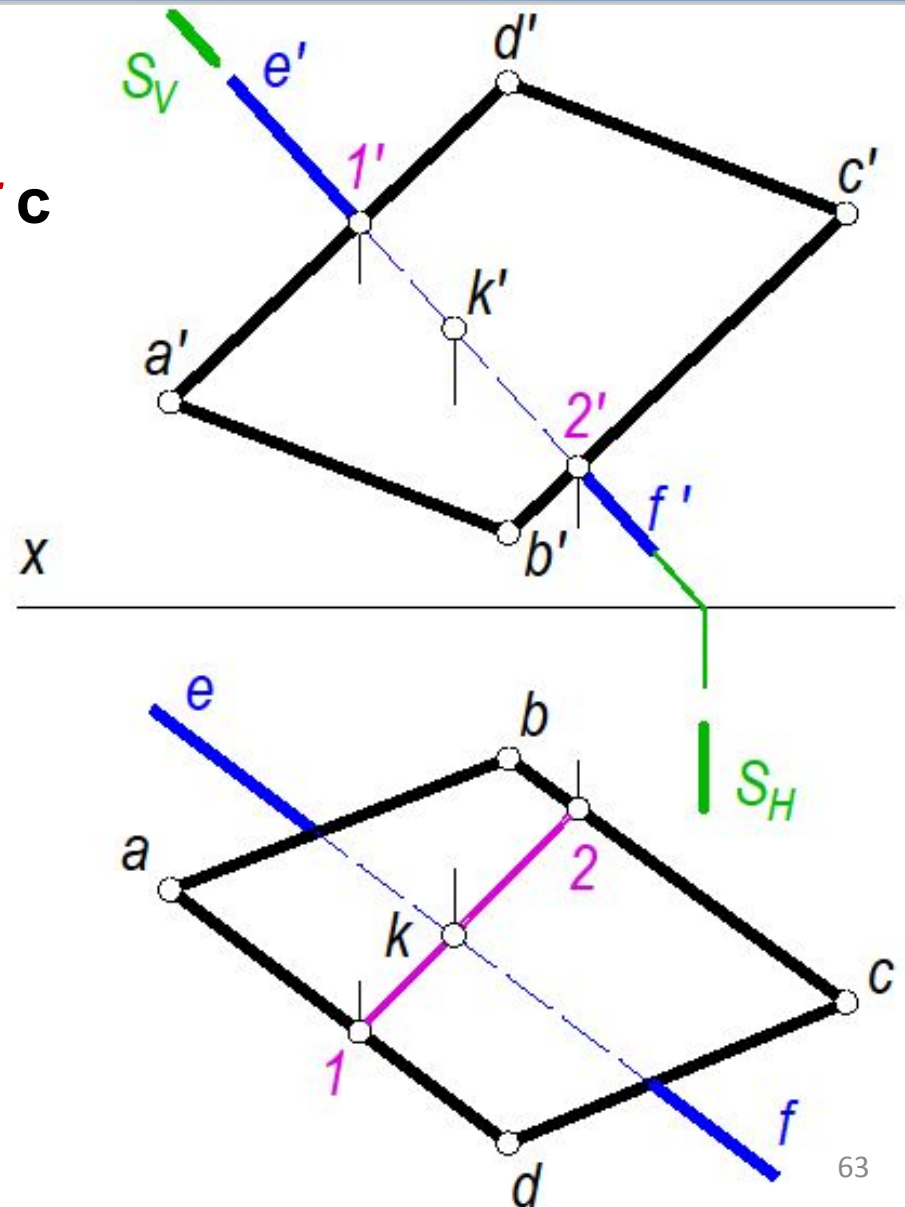
Решение задачи

- Строим горизонтальную проекцию линии пересечения плоскостей – прямую **1 2**



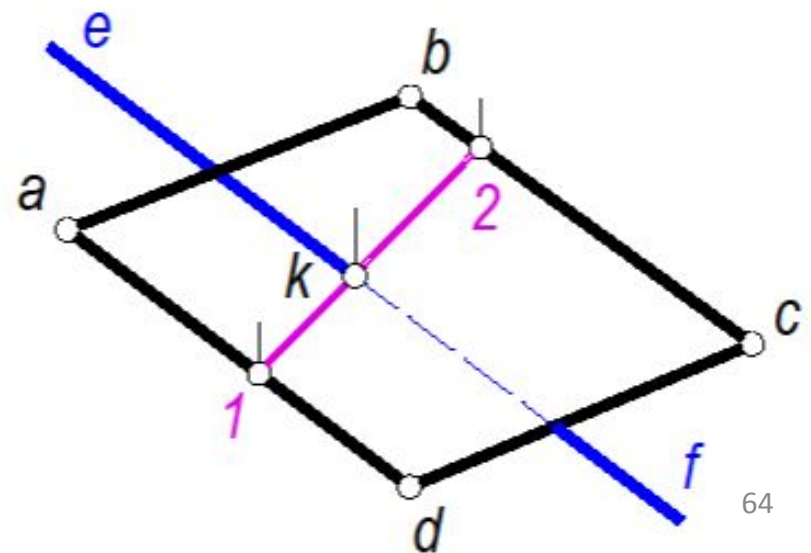
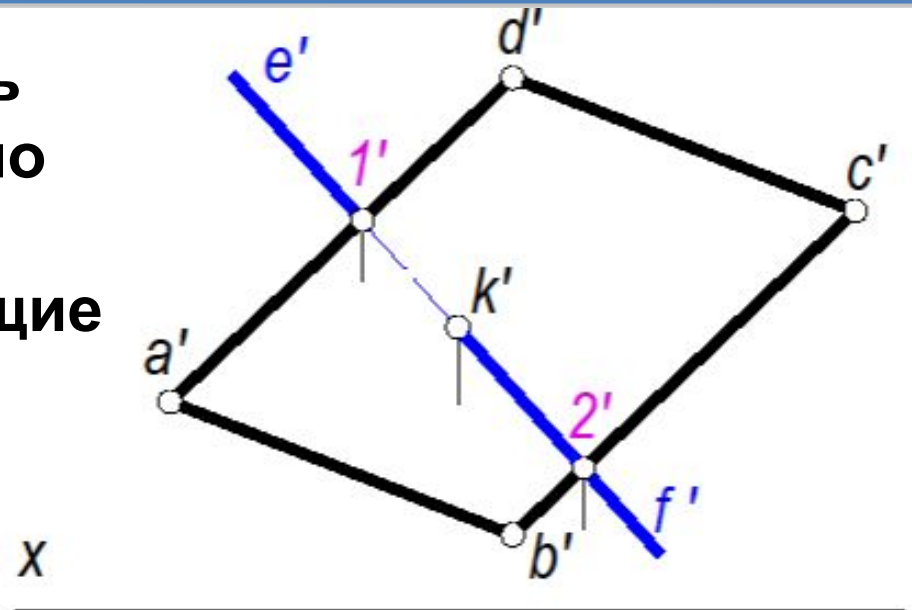
Решение задачи

- Определяем точку пересечения прямой **EF** с заданной плоскостью – точку **K (к, к')**



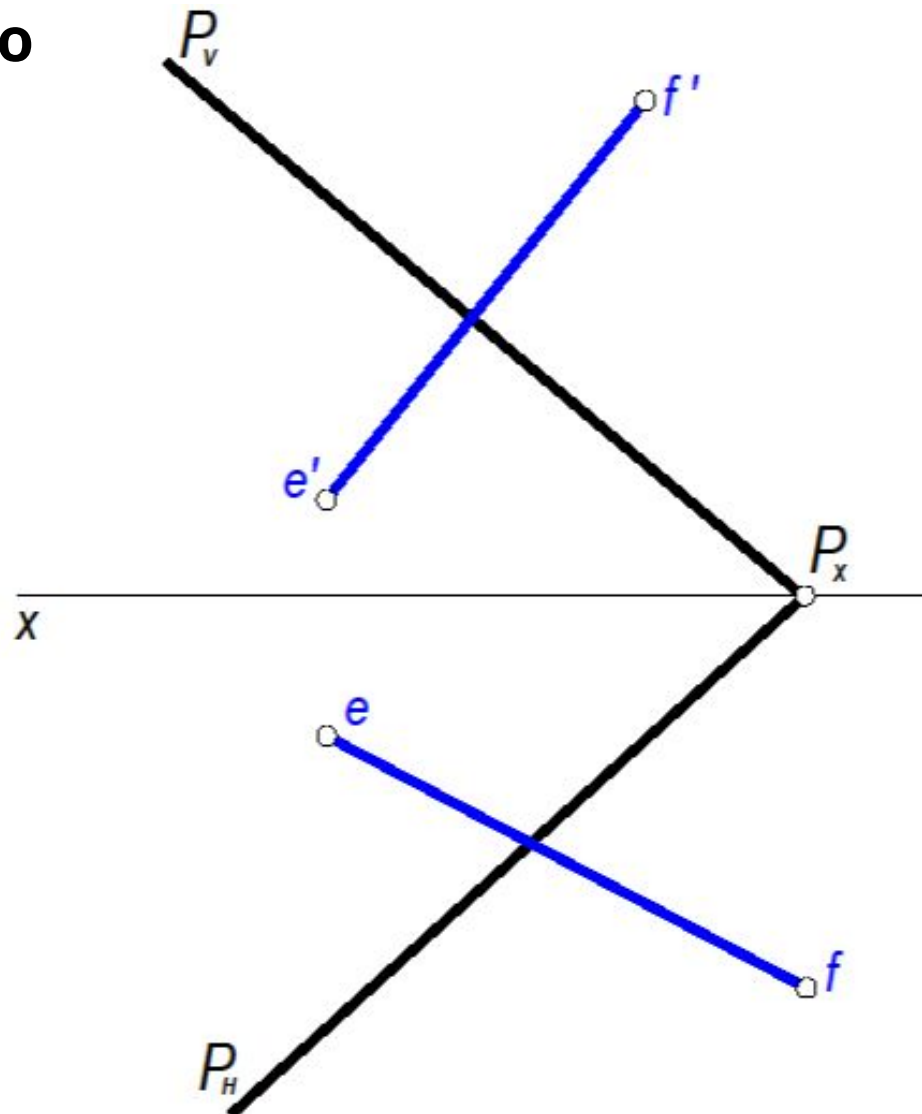
Решение задачи

- Определяем видимость прямой EF относительно плоскости $ABCD$, используя конкурирующие точки

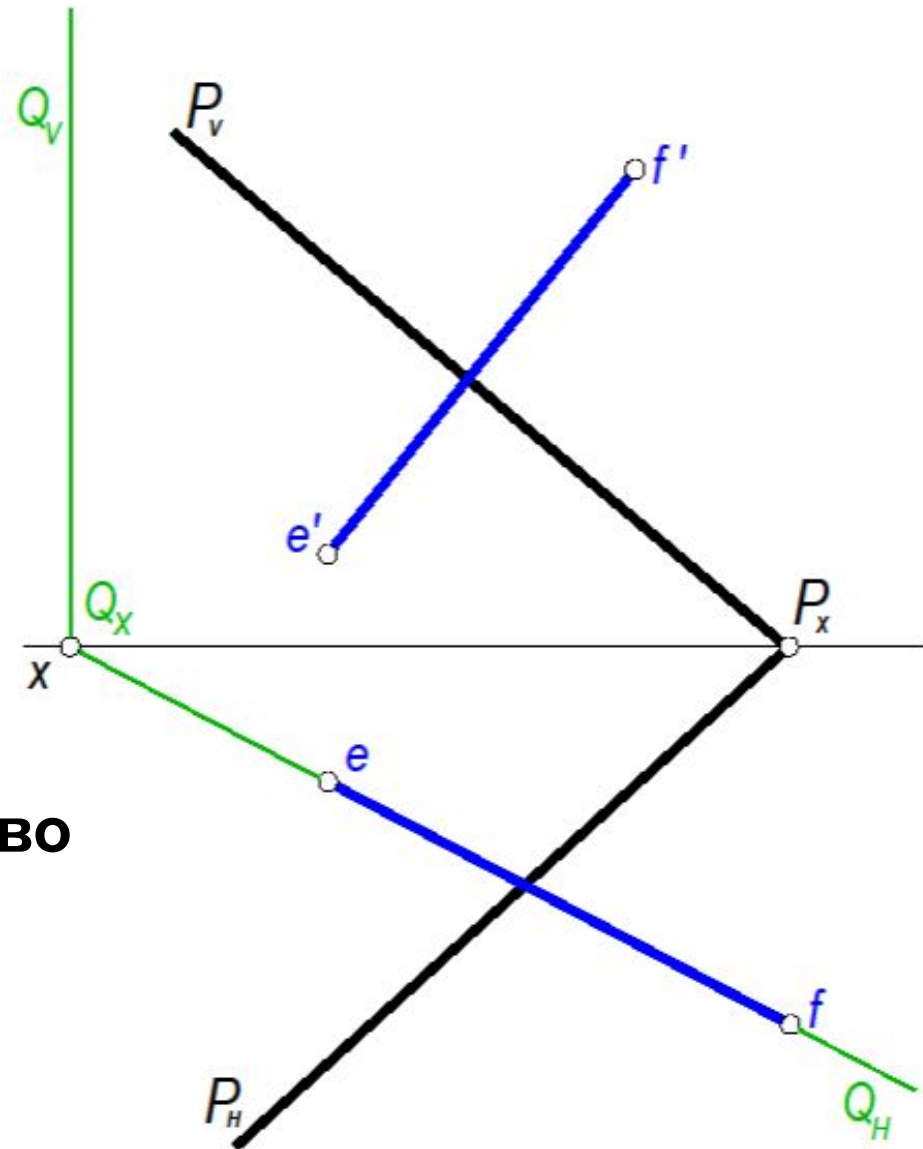


Решение задачи

Задача: Построить точку пересечения прямой с плоскостью

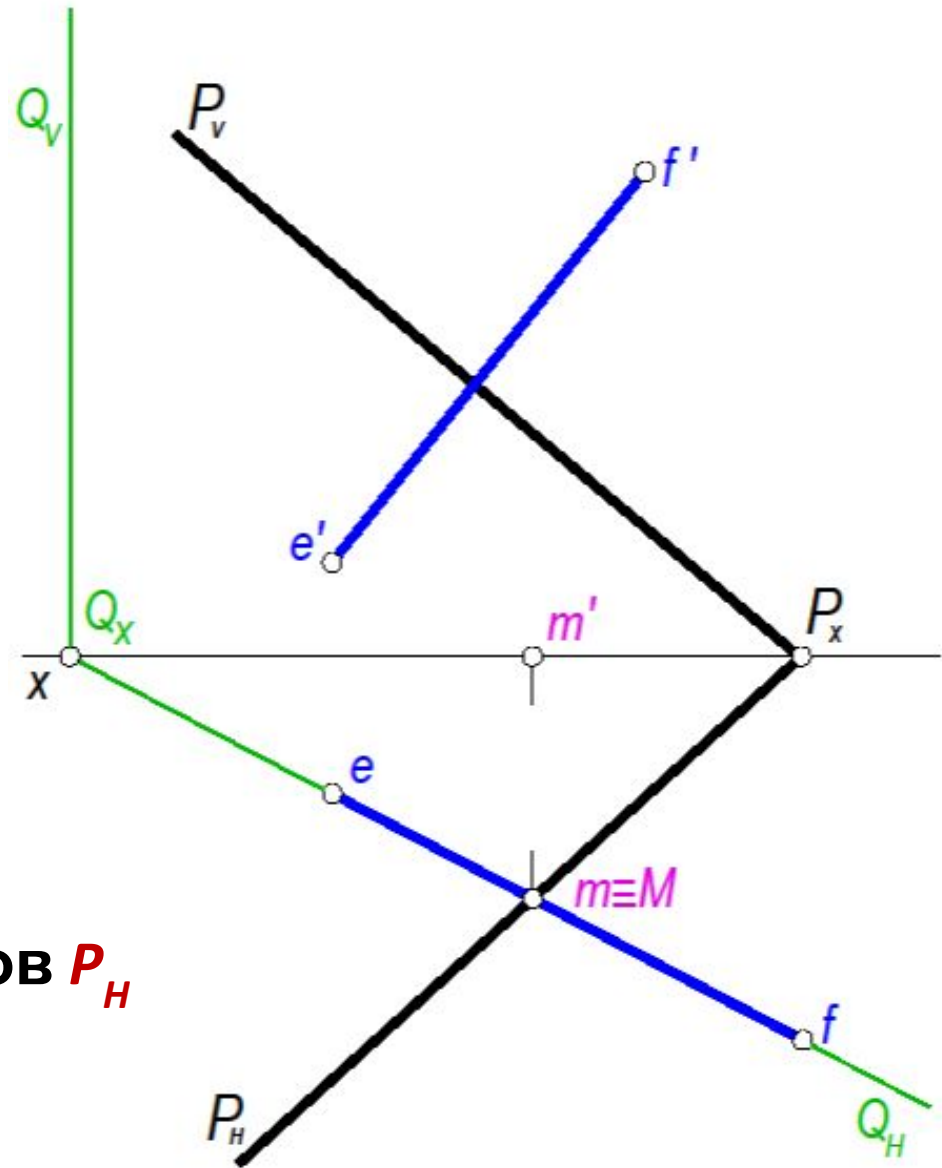


Решение задачи



- Прямую **EF** заключаем во вспомогательную (горизонтально проецирующую) плоскость **Q**

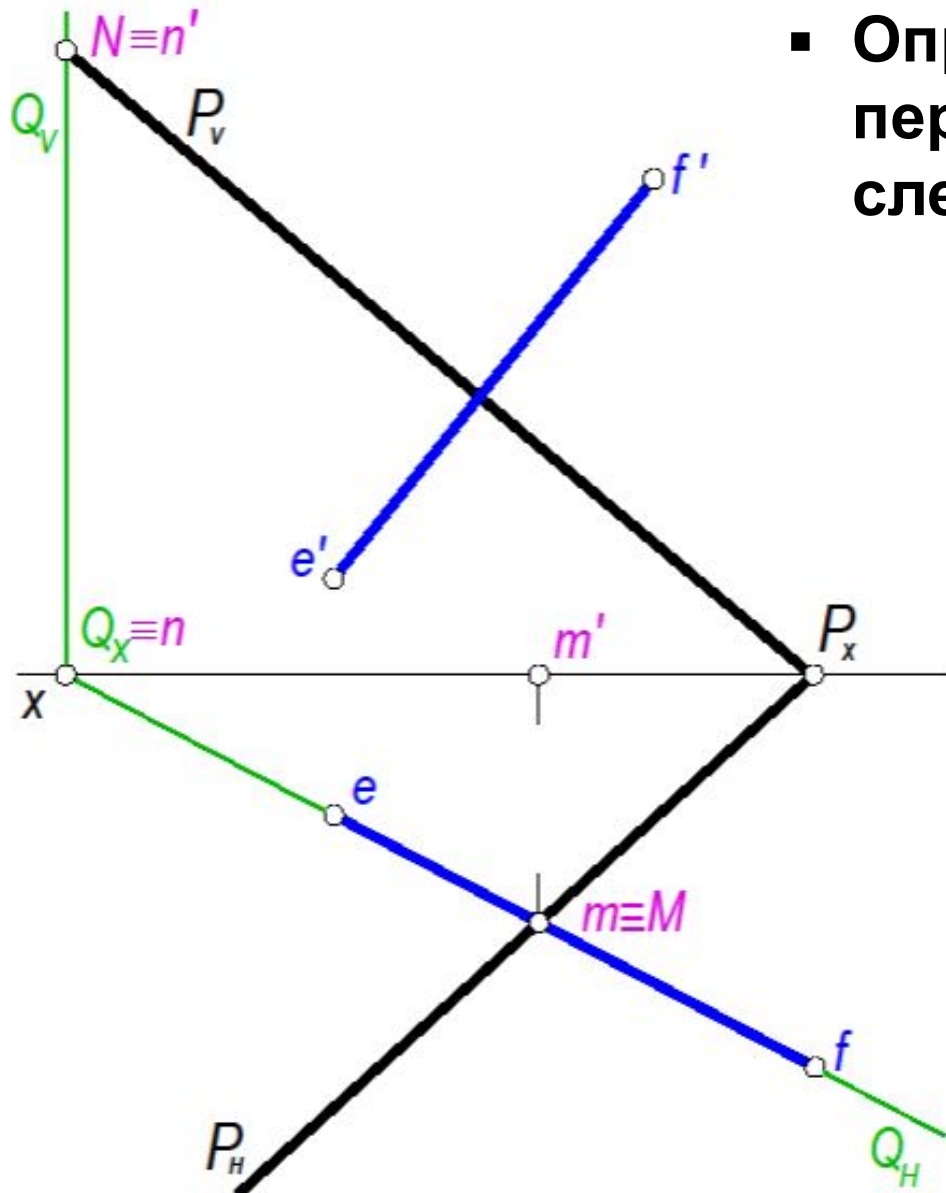
Решение задачи



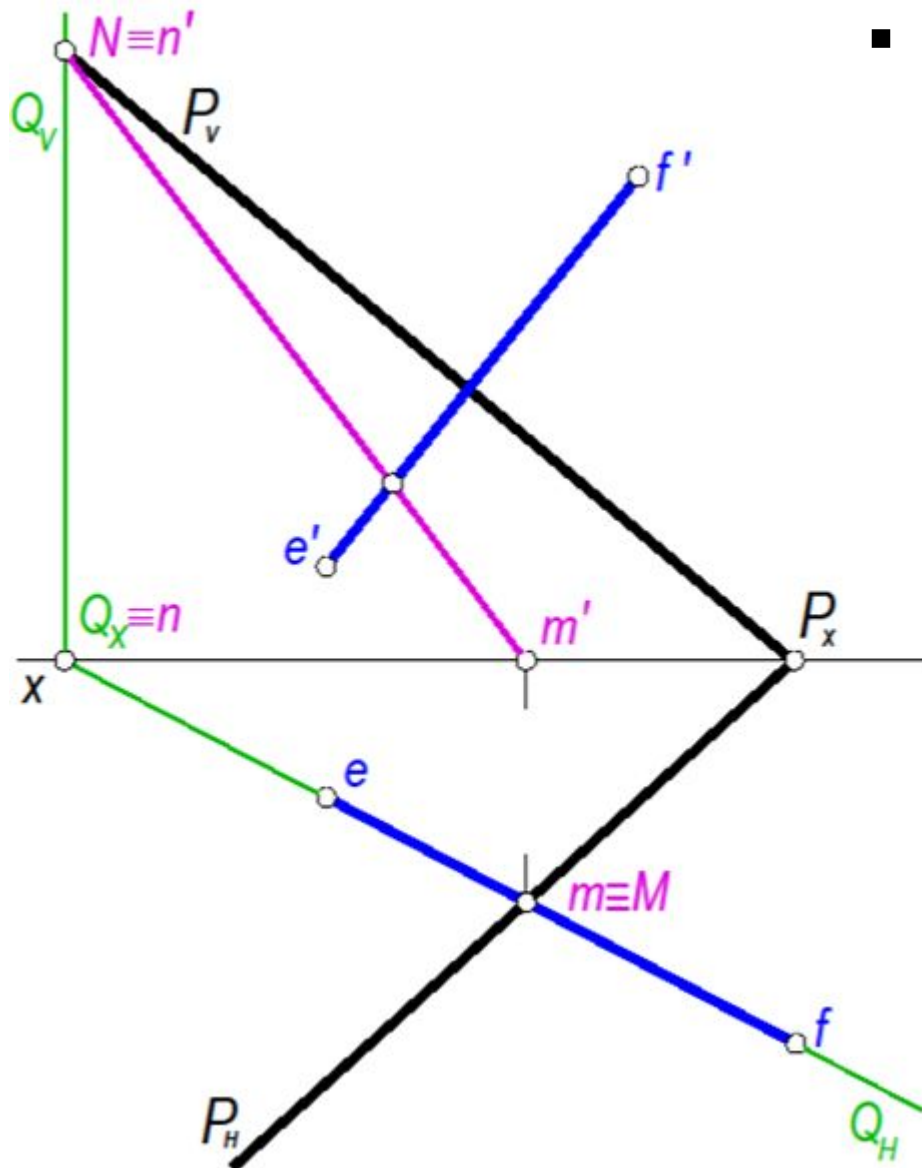
- Определяем точку пересечения горизонтальных следов P_H и $Q_H - M(m, m')$

Решение задачи

- Определяем точку пересечения фронтальных следов P_v и $Q_v - N(n', n)$

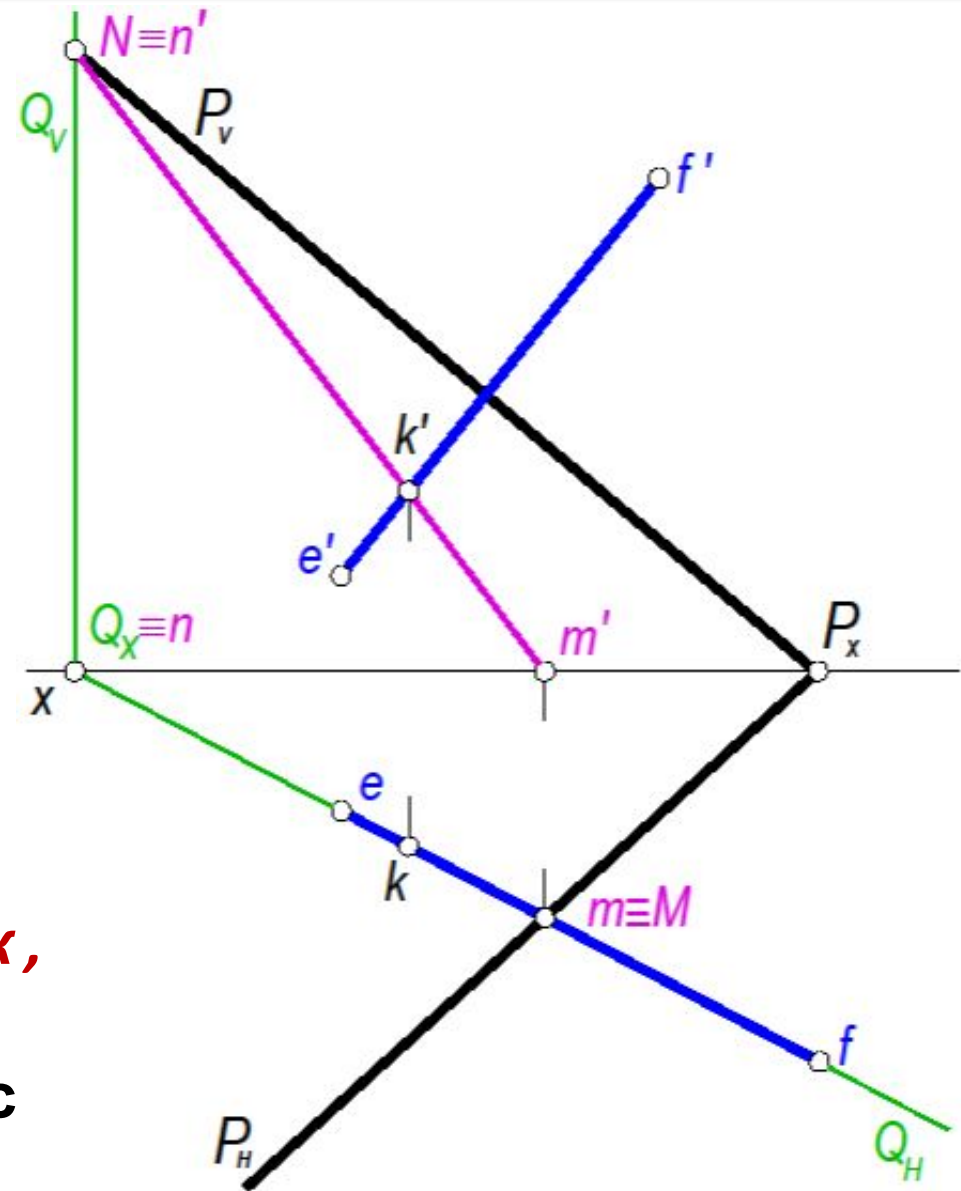


Решение задачи



- Соединяя одноименные проекции точек, получаем фронтальную $m'n'$ и горизонтальную mn проекции линии пересечения плоскостей P и Q

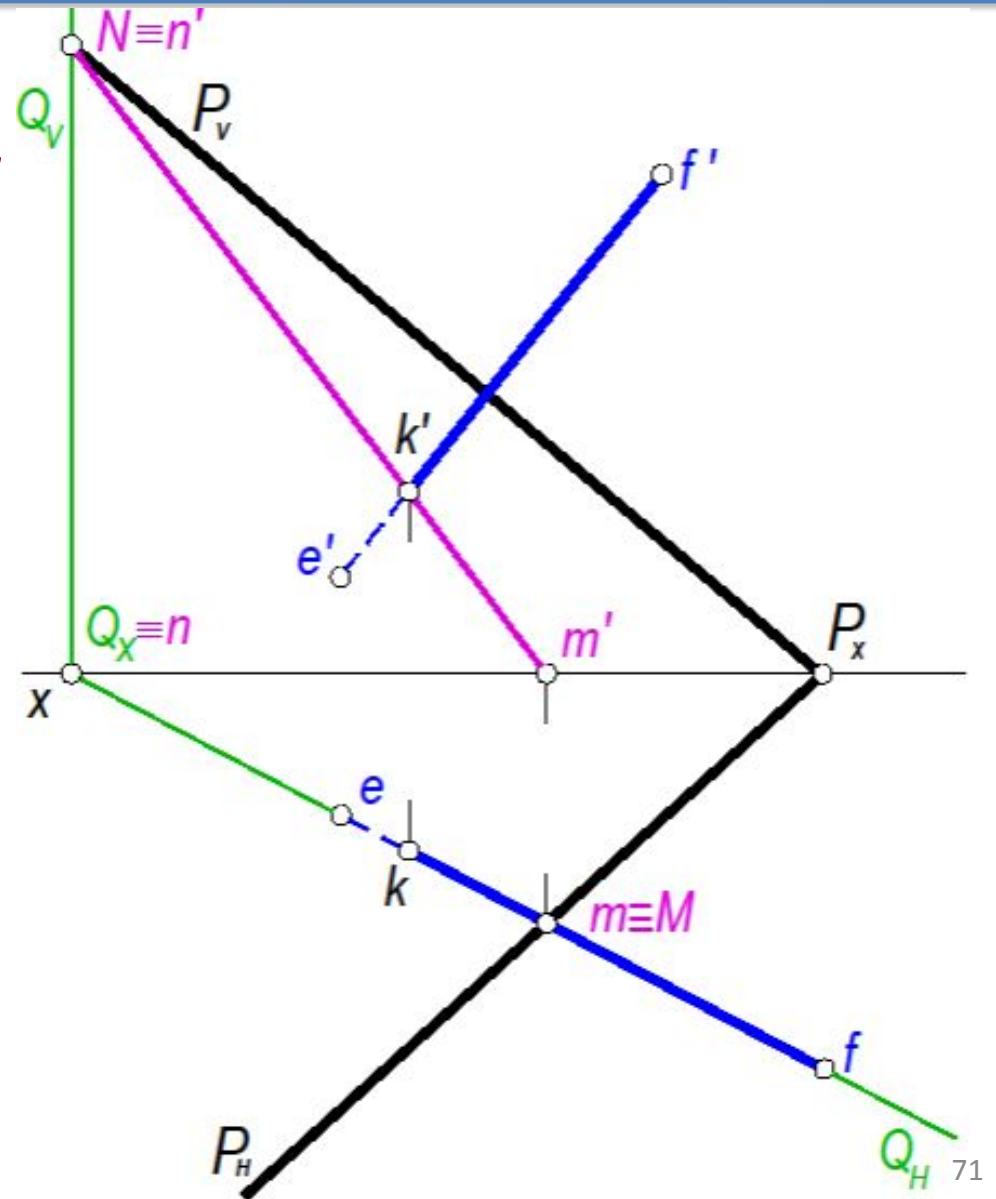
Решение задачи



- Определяем точку K (k , k') пересечения прямой EF с построенной линией

Решение задачи

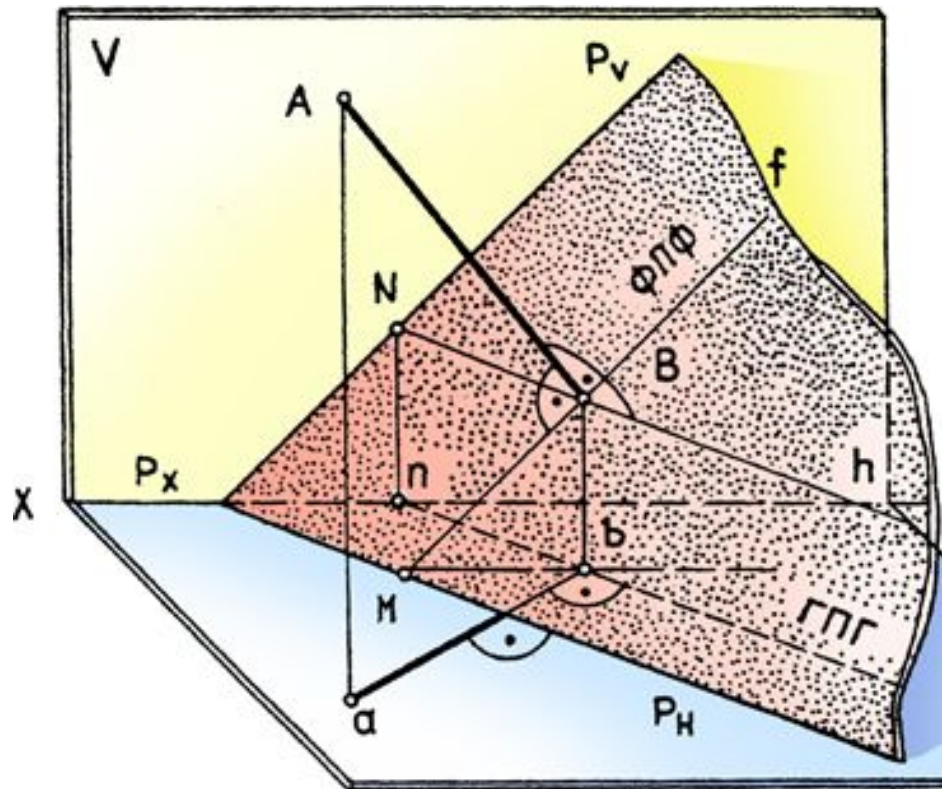
- Определяем видимость прямой EF относительно плоскости P



Взаимное расположение прямой и плоскости

Прямая линия, перпендикулярная плоскости

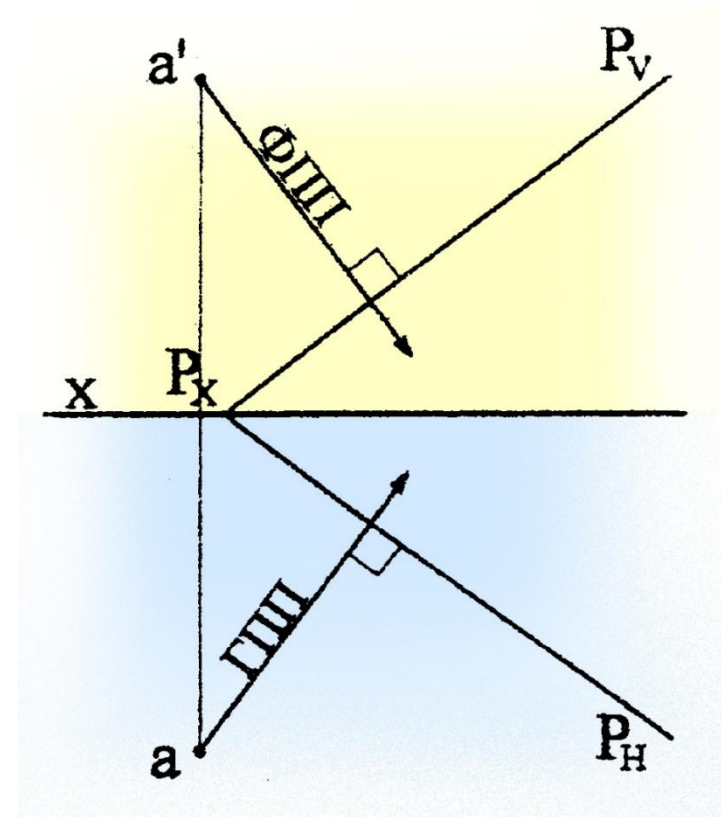
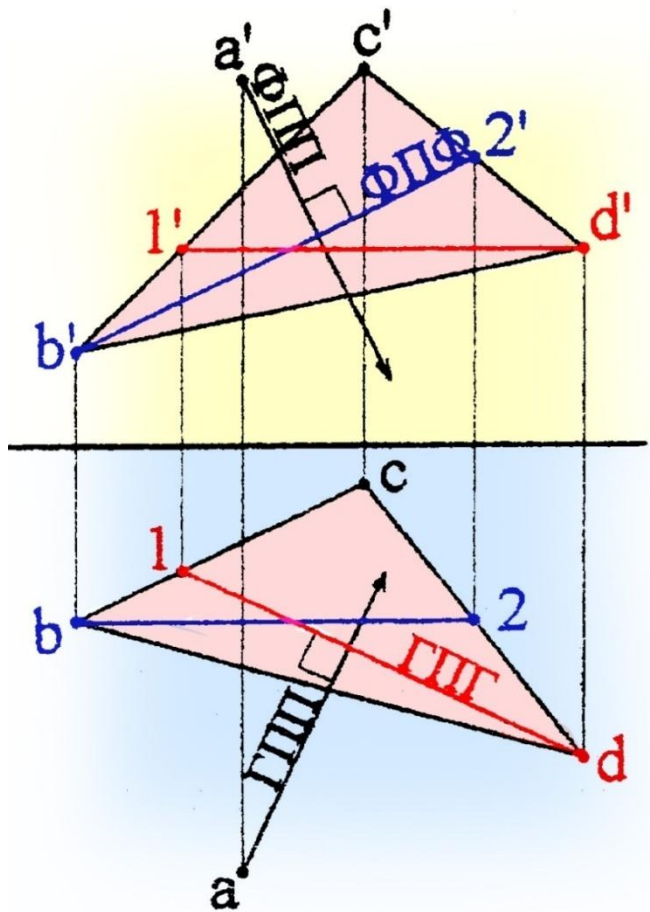
- **Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым лежащим в этой плоскости**



Горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали (ГПГ) плоскости, а фронтальная проекция – фронтальной проекции фронтали (ФПФ) этой плоскости

Взаимное расположение прямой и плоскости

Проекции прямой, перпендикулярной плоскости



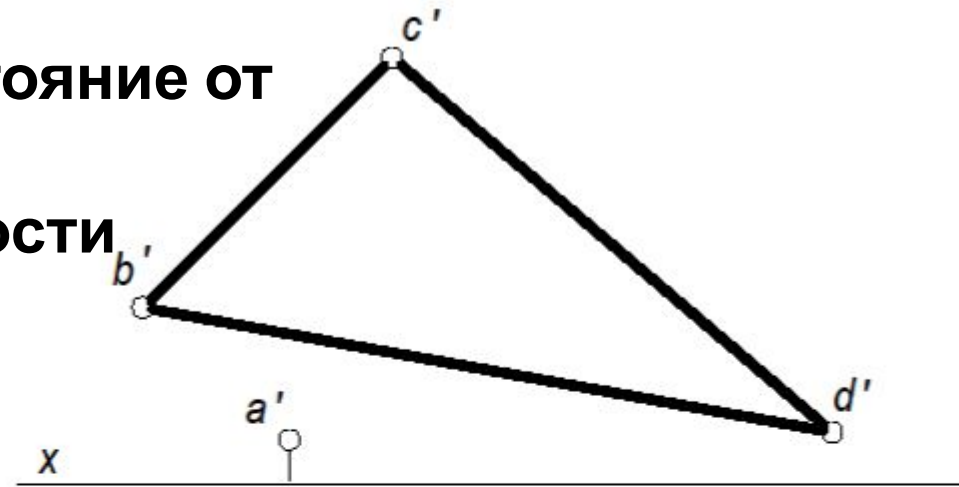
Если проекции прямой перпендикулярны одноименным проекциям соответствующих главных линий плоскости, то такая прямая

Решение задачи

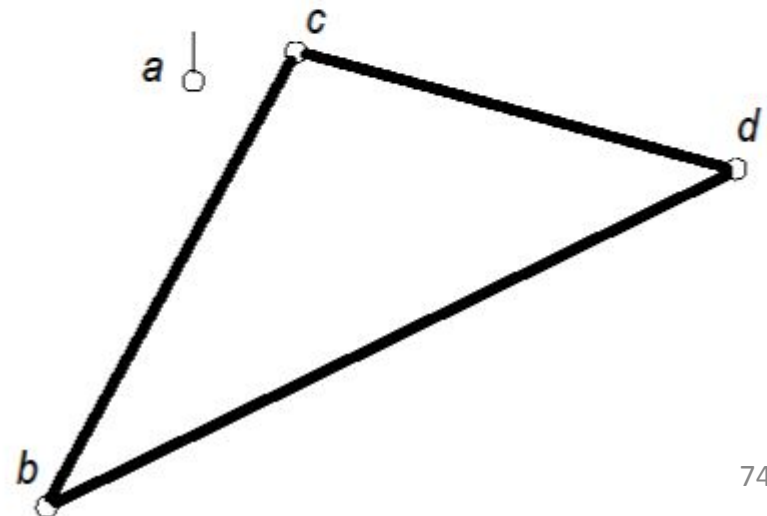
Расстояние от точки до плоскости

Задача: Определить расстояние от
точки

A до заданной плоскости



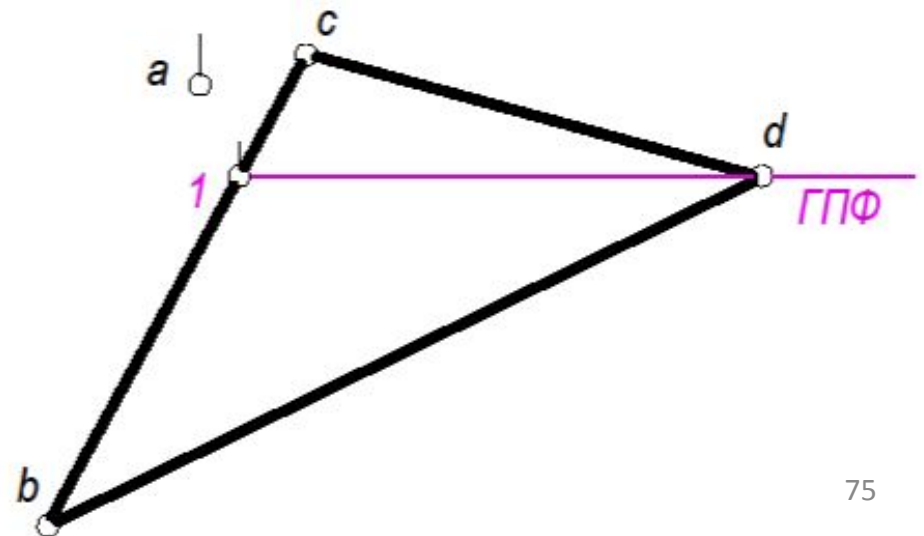
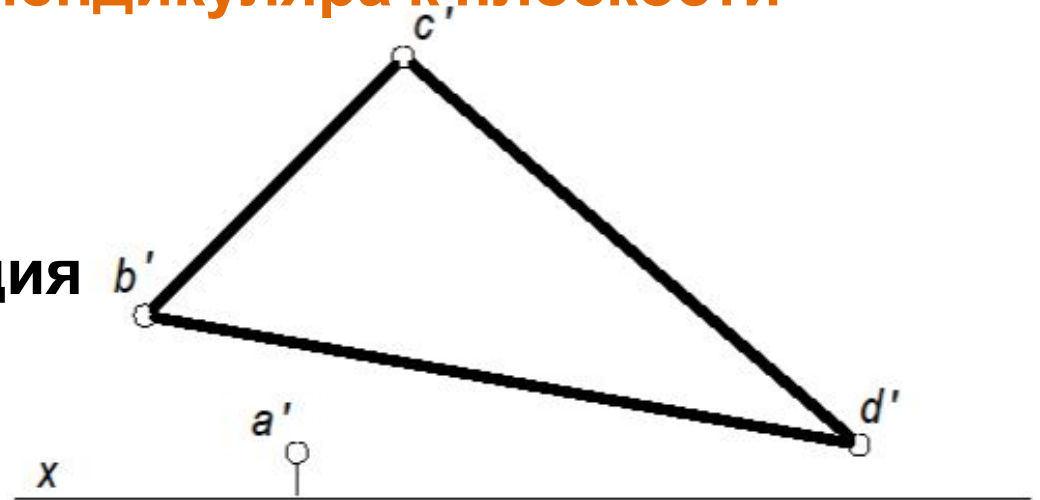
Расстояние от точки до
плоскости определяется
длиной перпендикуляра,
опущенного из точки на
плоскость



Решение задачи

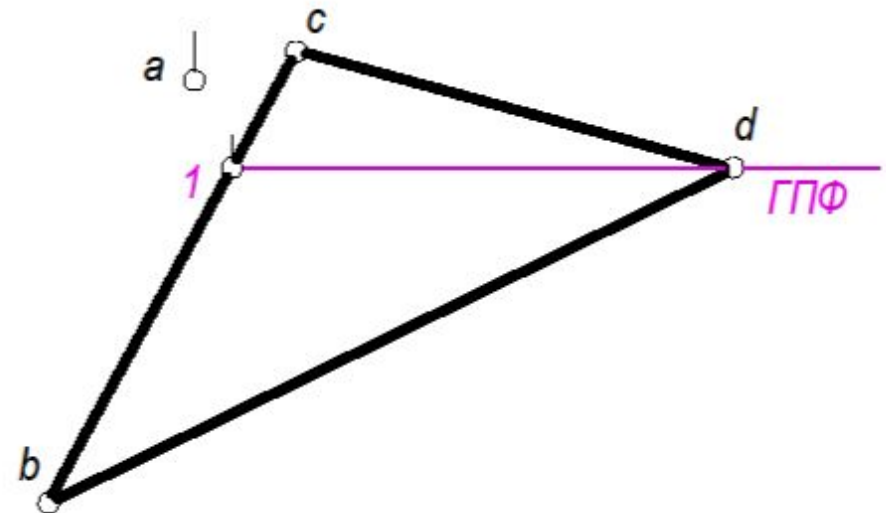
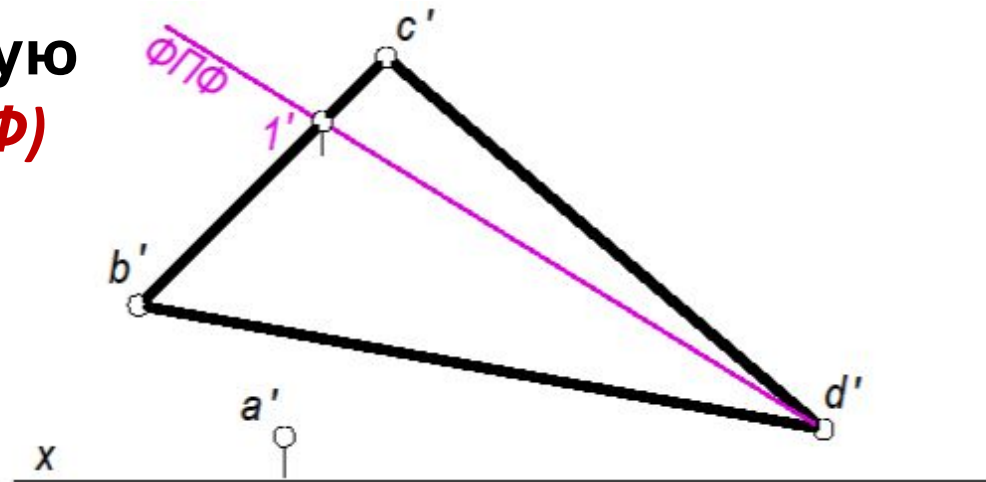
Построение перпендикуляра к плоскости

- Строим фронталь плоскости :
горизонтальная проекция фронтали (ГПФ) параллельна оси Ox

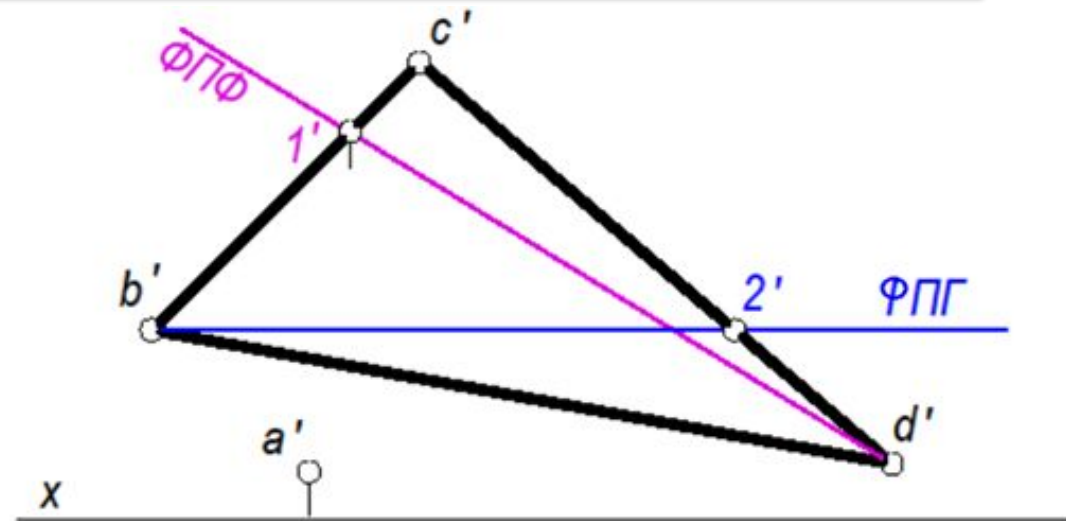


Решение задачи

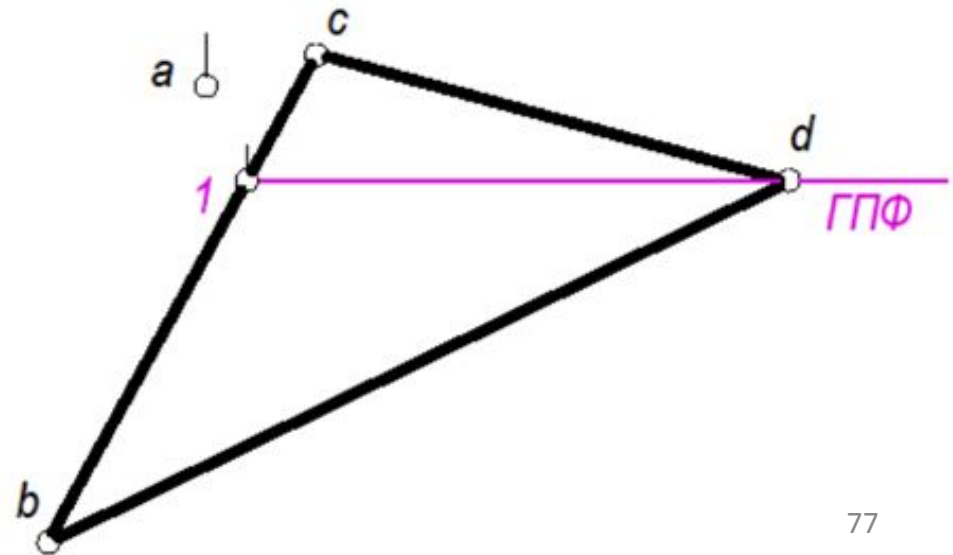
- Достраиваем фронтальную проекцию фронтали (ФПФ)



Решение задачи

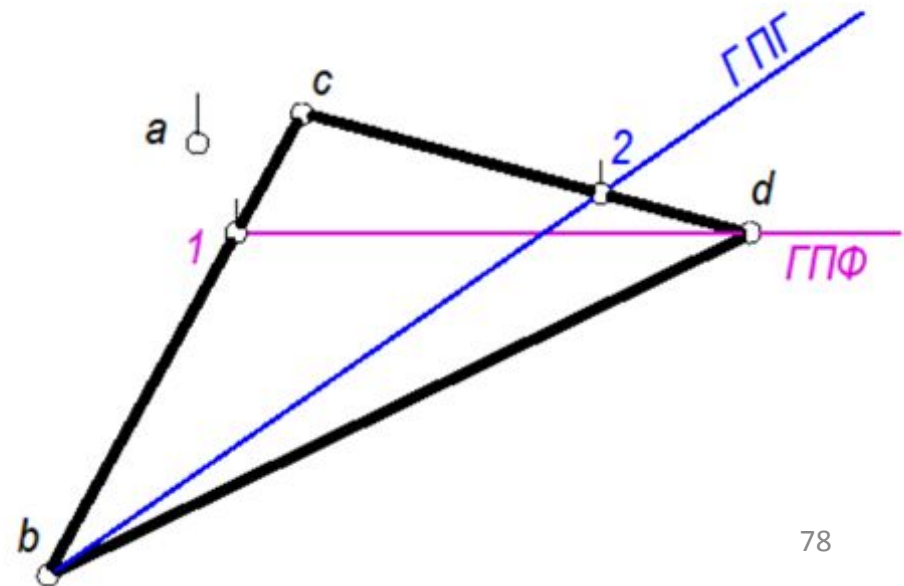
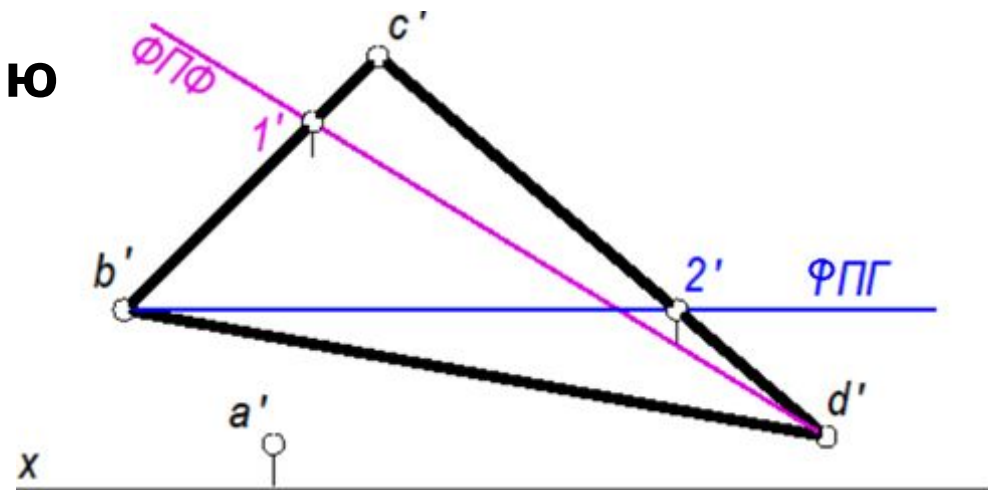


- Строим горизонталь плоскости - фронтальная проекция горизонтали ($\Phi\Pi\Gamma$) параллельна оси Ox

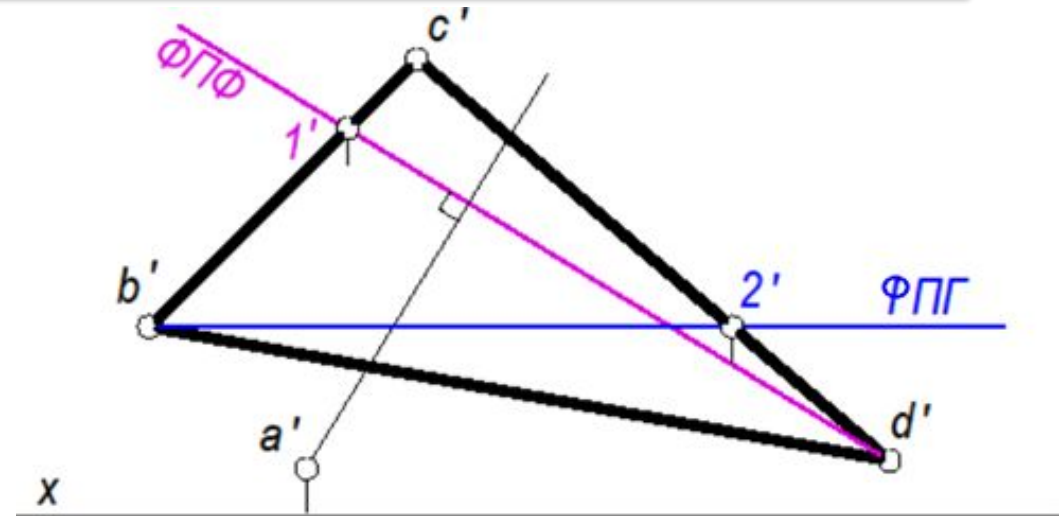
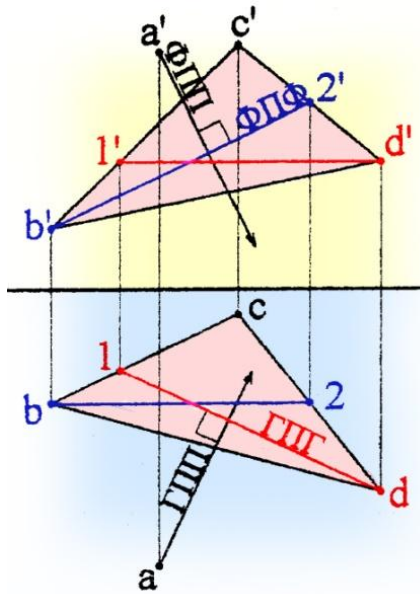


Решение задачи

- Достраиваем горизонтальную проекцию горизонтали (ГПГ)



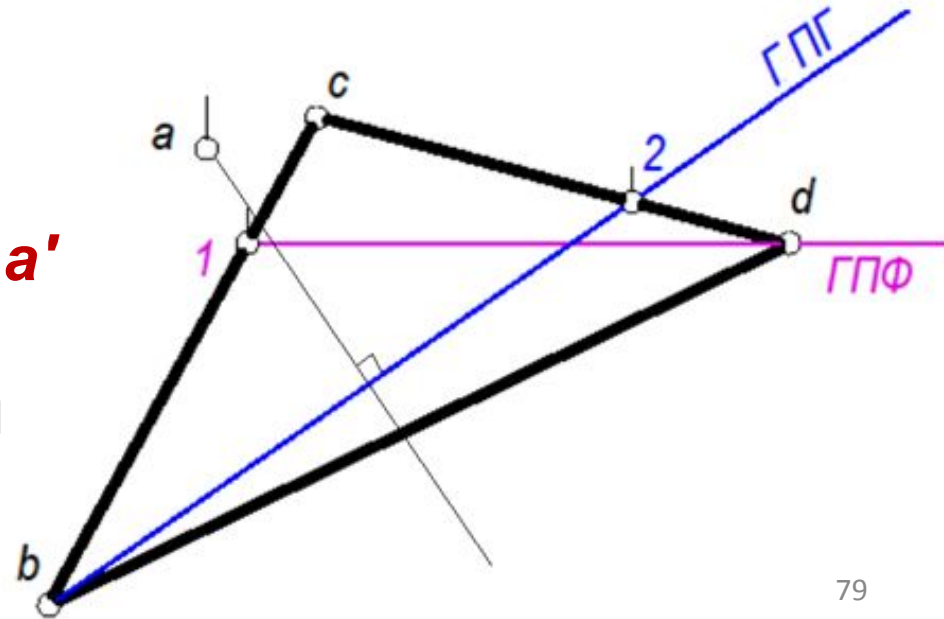
Решение задачи



- Задаем направление перпендикуляра: через проекции точки a и a' проводим прямые перпендикулярно к $ГПГ$ и

$ФПФ$

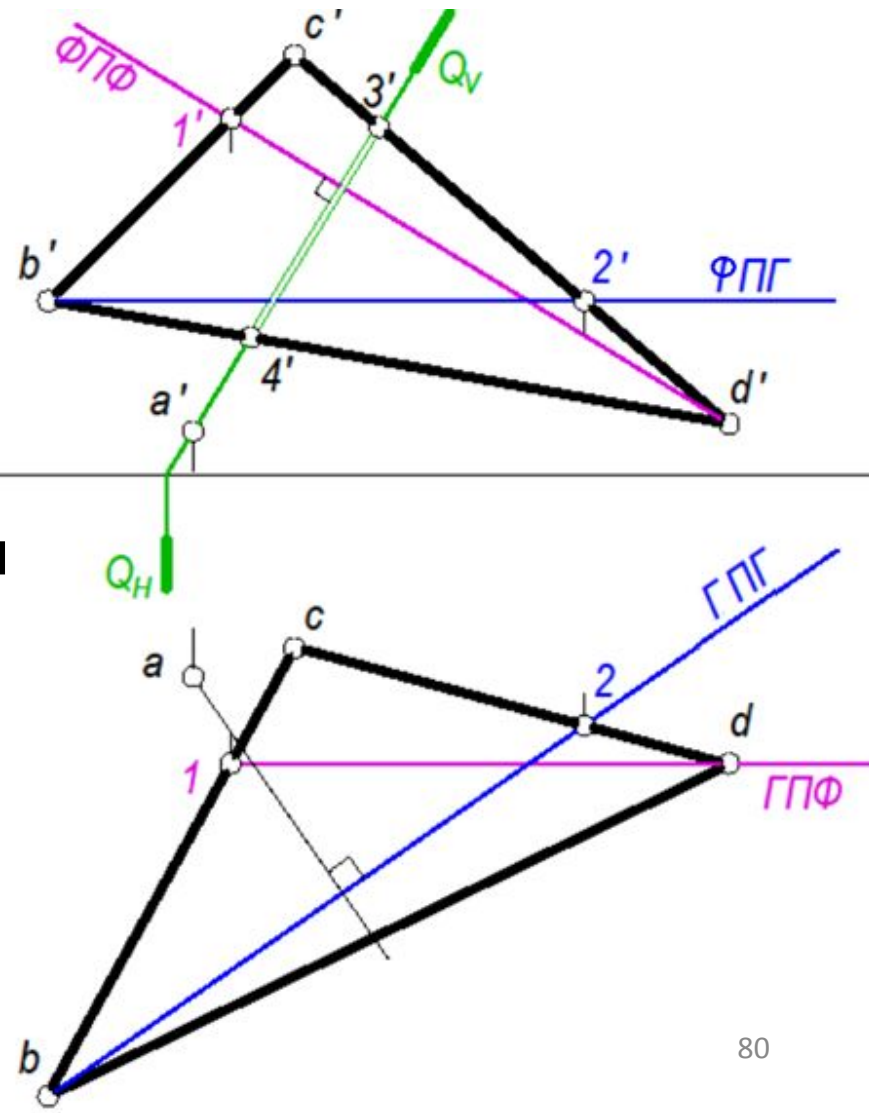
$ГПП$ r $ГПГ$
 $ФПП$ r $ФПФ$



Решение задачи

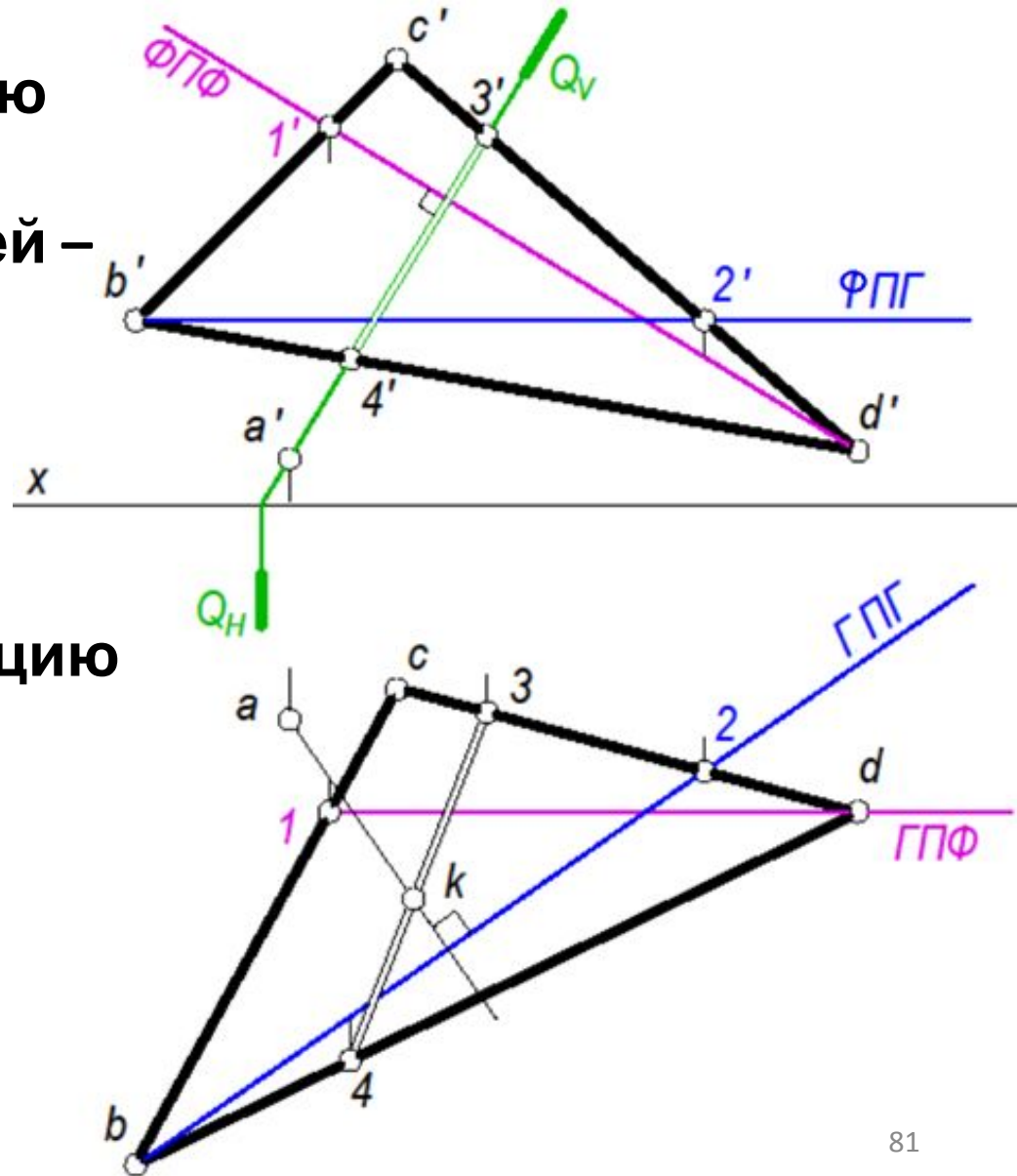
Определение точки пересечения перпендикуляра с плоскостью

- Перпендикуляр заключаем во вспомогательную (фронтально проецирующую) плоскость
- **О**пределяем фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей **3'4'**



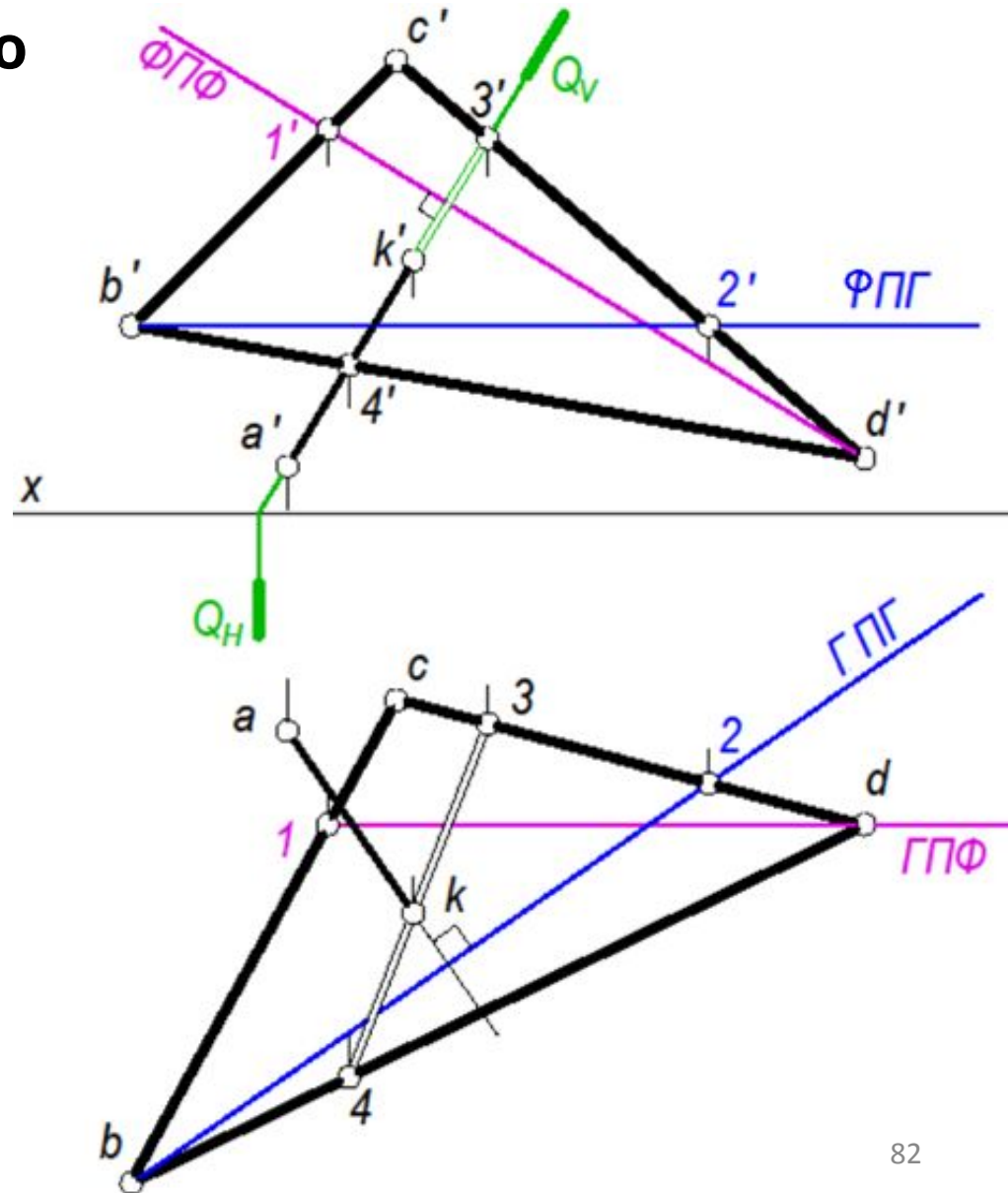
Решение задачи

- Строим горизонтальную проекцию линии пересечения плоскостей – прямую **3 4**
- Определяем горизонтальную проекцию точки пересечения перпендикуляра с плоскостью – точку **к**



Решение задачи

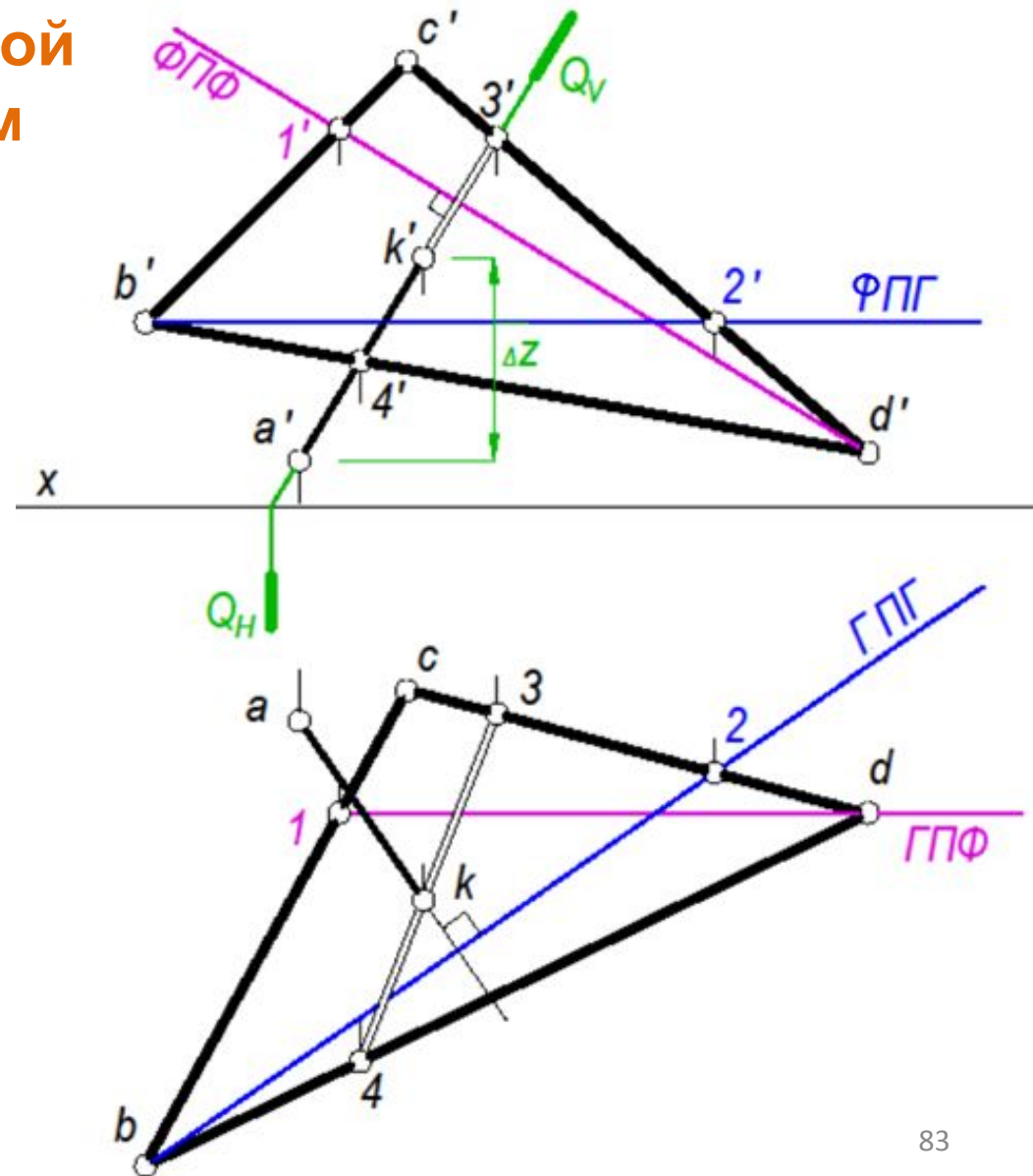
- Достроив фронтальную проекцию k' , получаем проекции перпендикуляра (ak , $a'k'$)



Решение задачи

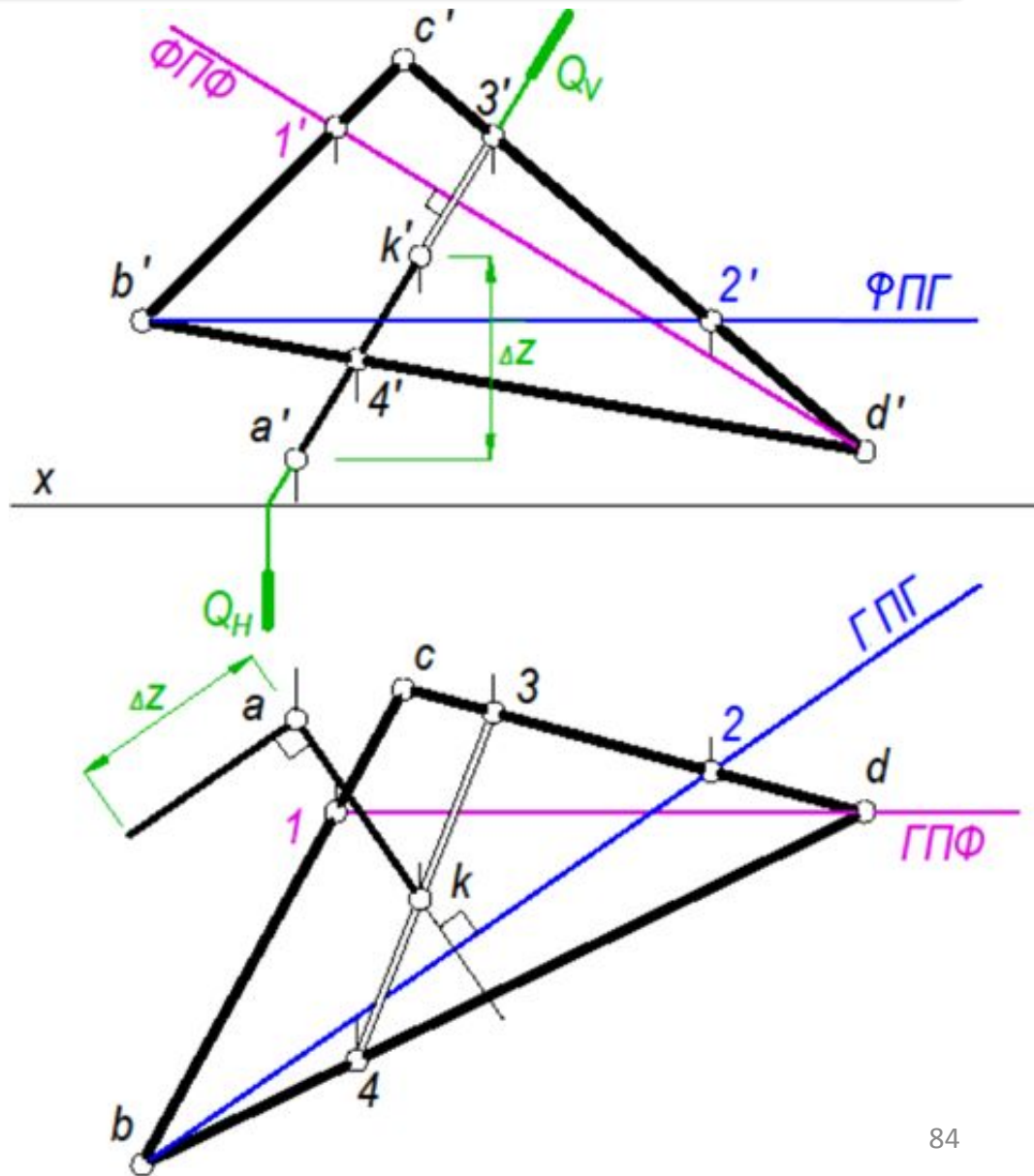
Определение натуральной
величины АК способом
прямоугольного
треугольника

- Находим
разность
координат ΔZ



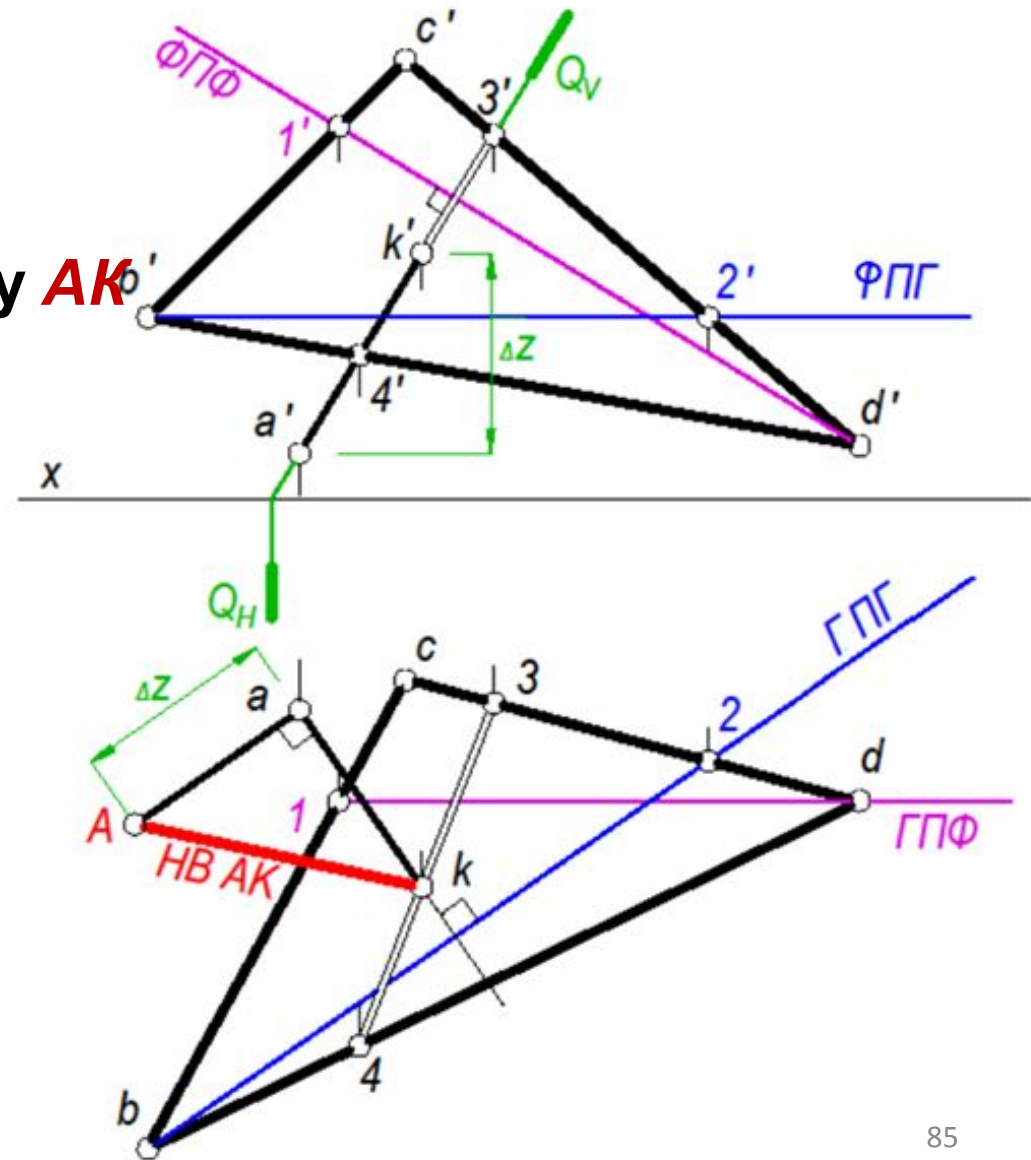
Решение задачи

- Строим перпендикуляр к отрезку ak длиной ΔZ



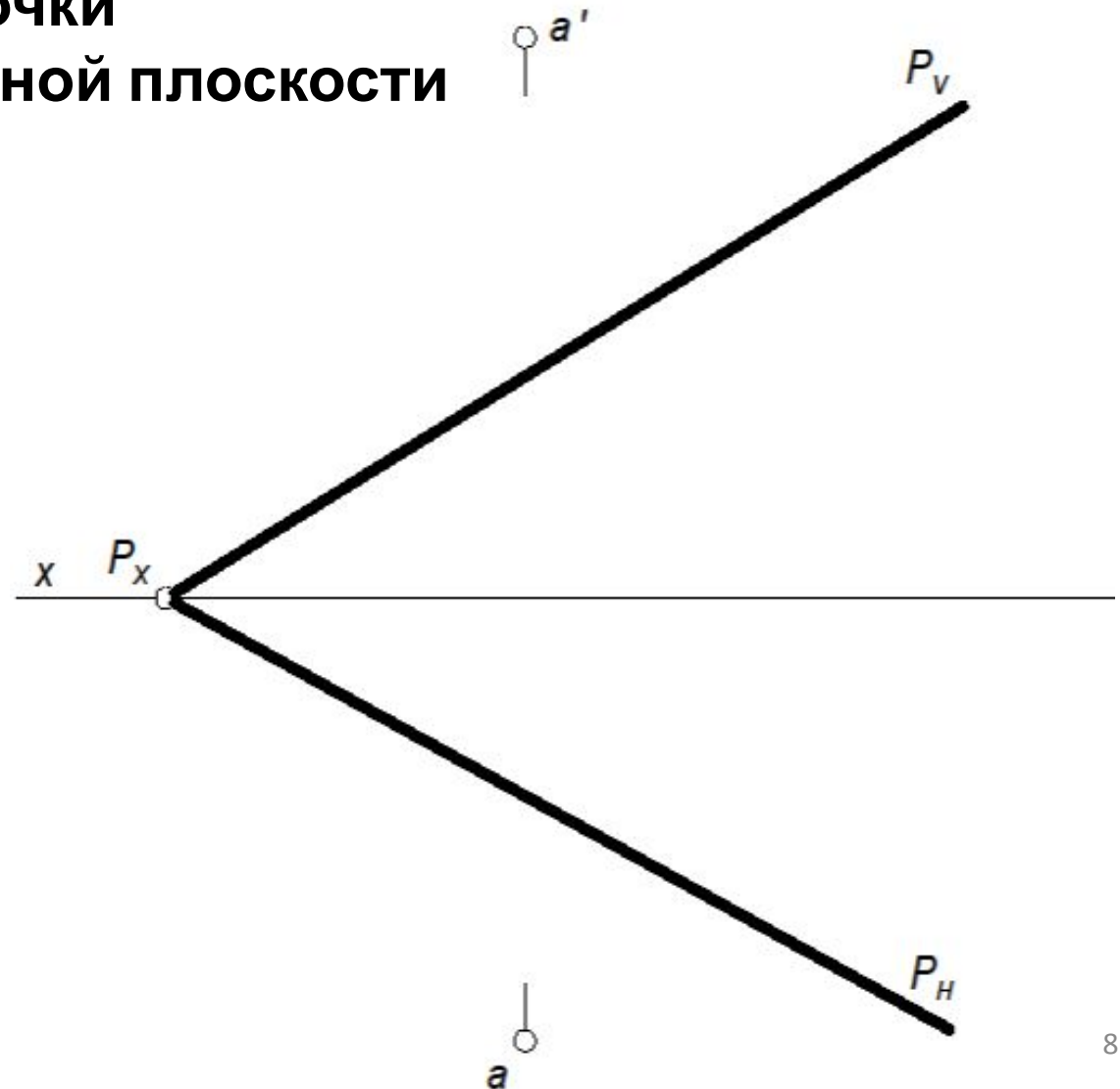
Решение задачи

- Строим гипотенузу прямоугольного треугольника - натуральную величину **AK**



Решение задачи

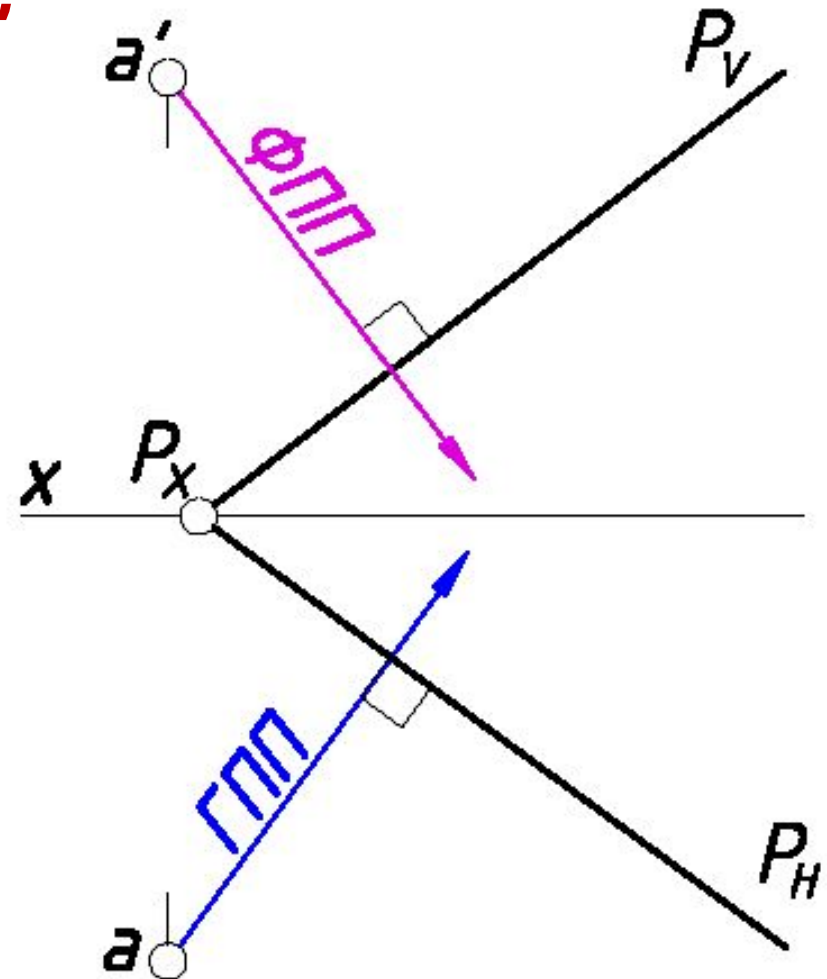
Задача: Определить расстояние от
точки
A до заданной плоскости



Решение задачи

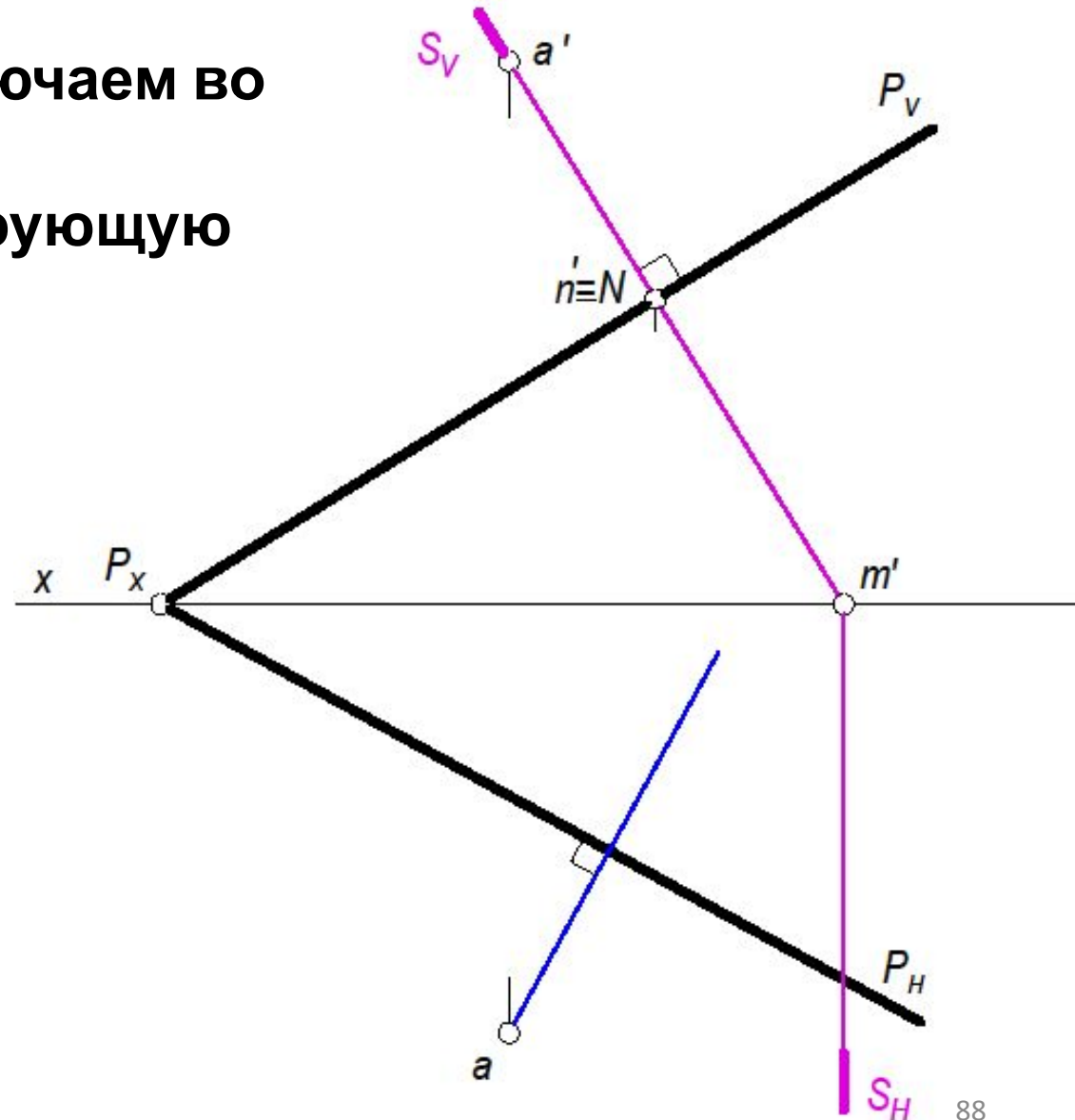
- Через проекции точки a и a' проводим проекции перпендикуляра к плоскости:

$\Phi ПП \perp P_V$
 $\Gamma ПП \perp P_H$



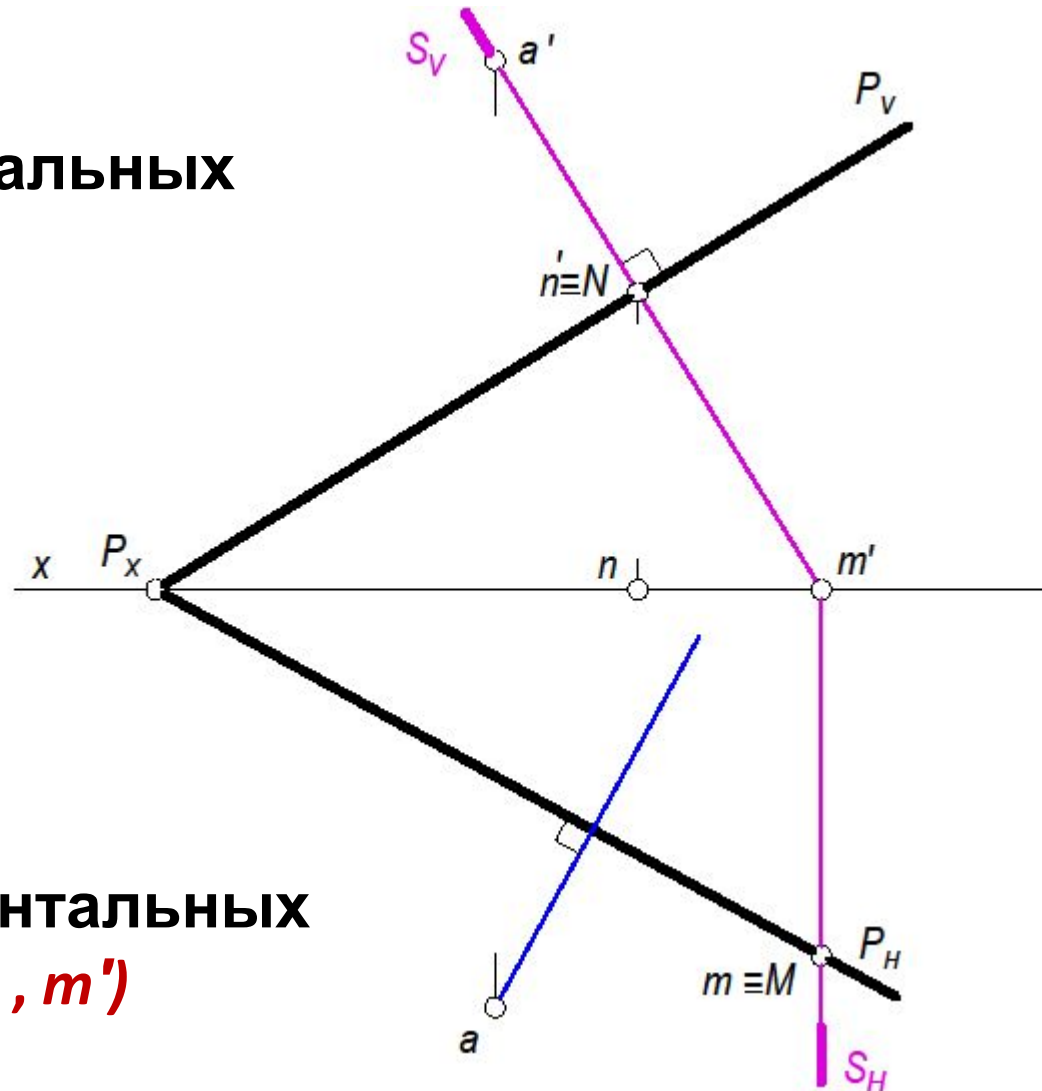
Решение задачи

- Перпендикуляр заключаем во вспомогательную фронтально проецирующую плоскость S



Решение задачи

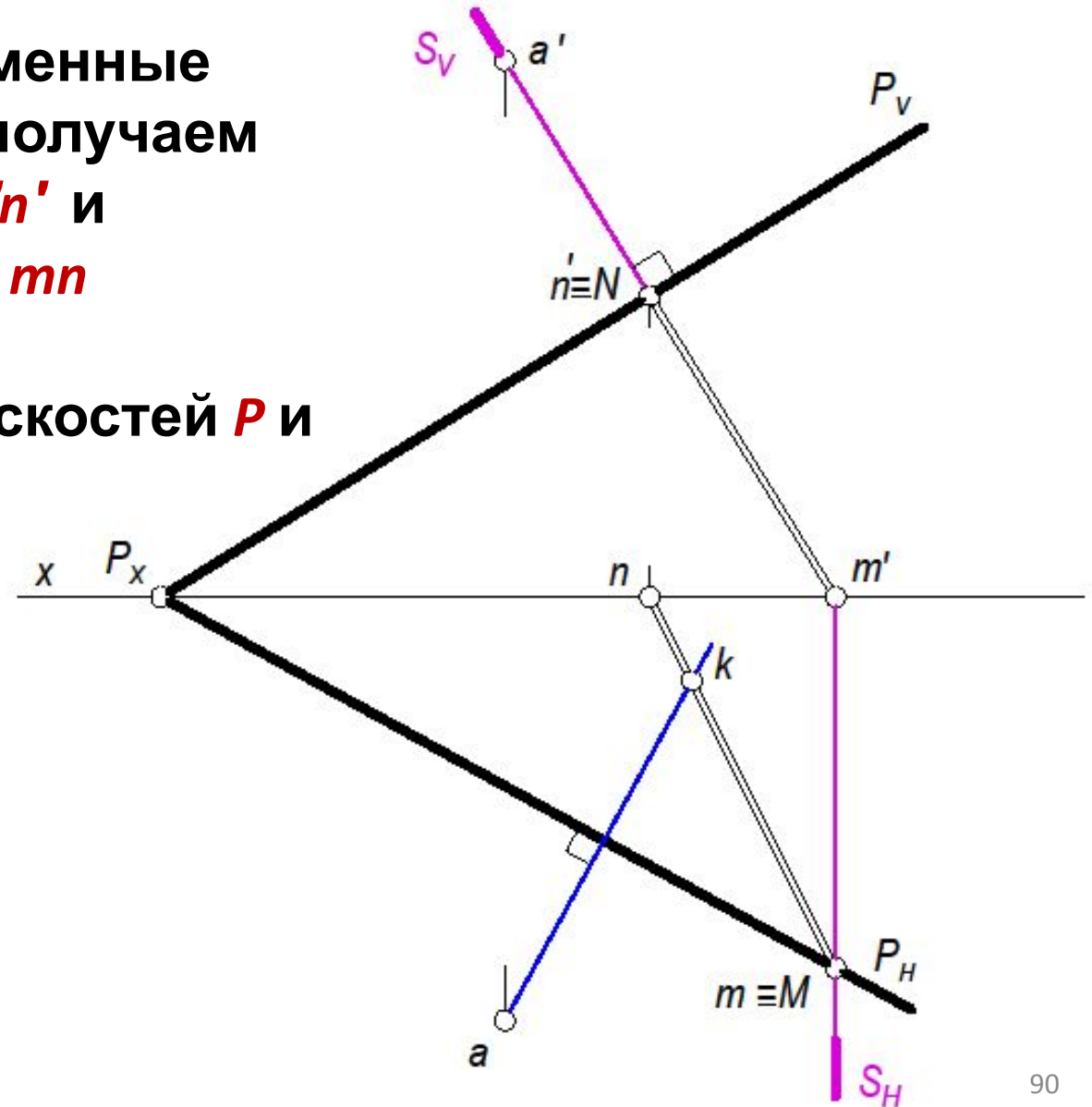
- Определяем точку пересечения фронтальных следов P_V и S_V – $N(n', n)$



- Определяем точку пересечения горизонтальных следов P_H и S_H – $M(m, m')$

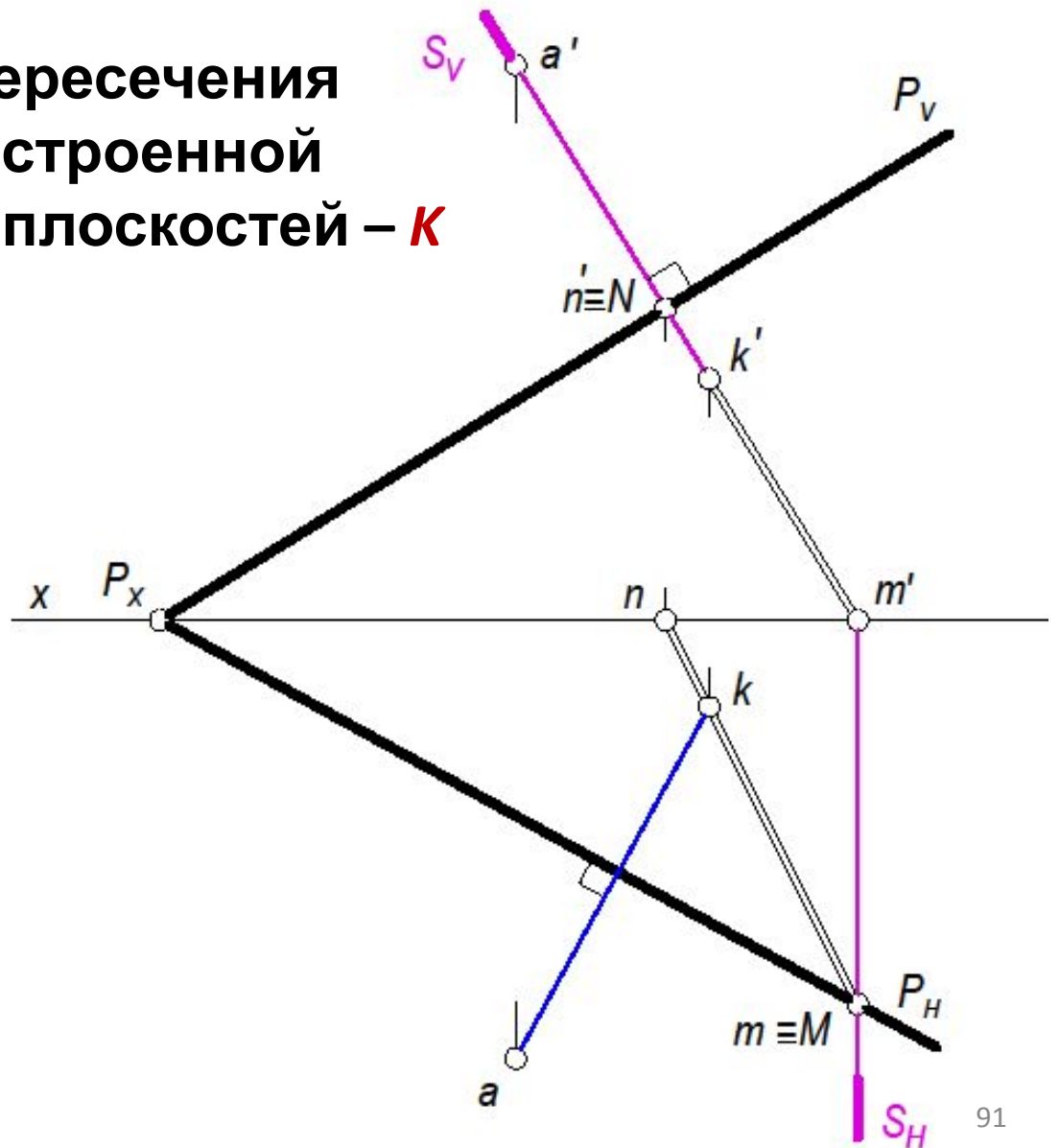
Решение задачи

- Соединяя одноименные проекции точек, получаем фронтальную $m'n'$ и горизонтальную mn проекции линии пересечения плоскостей P и S



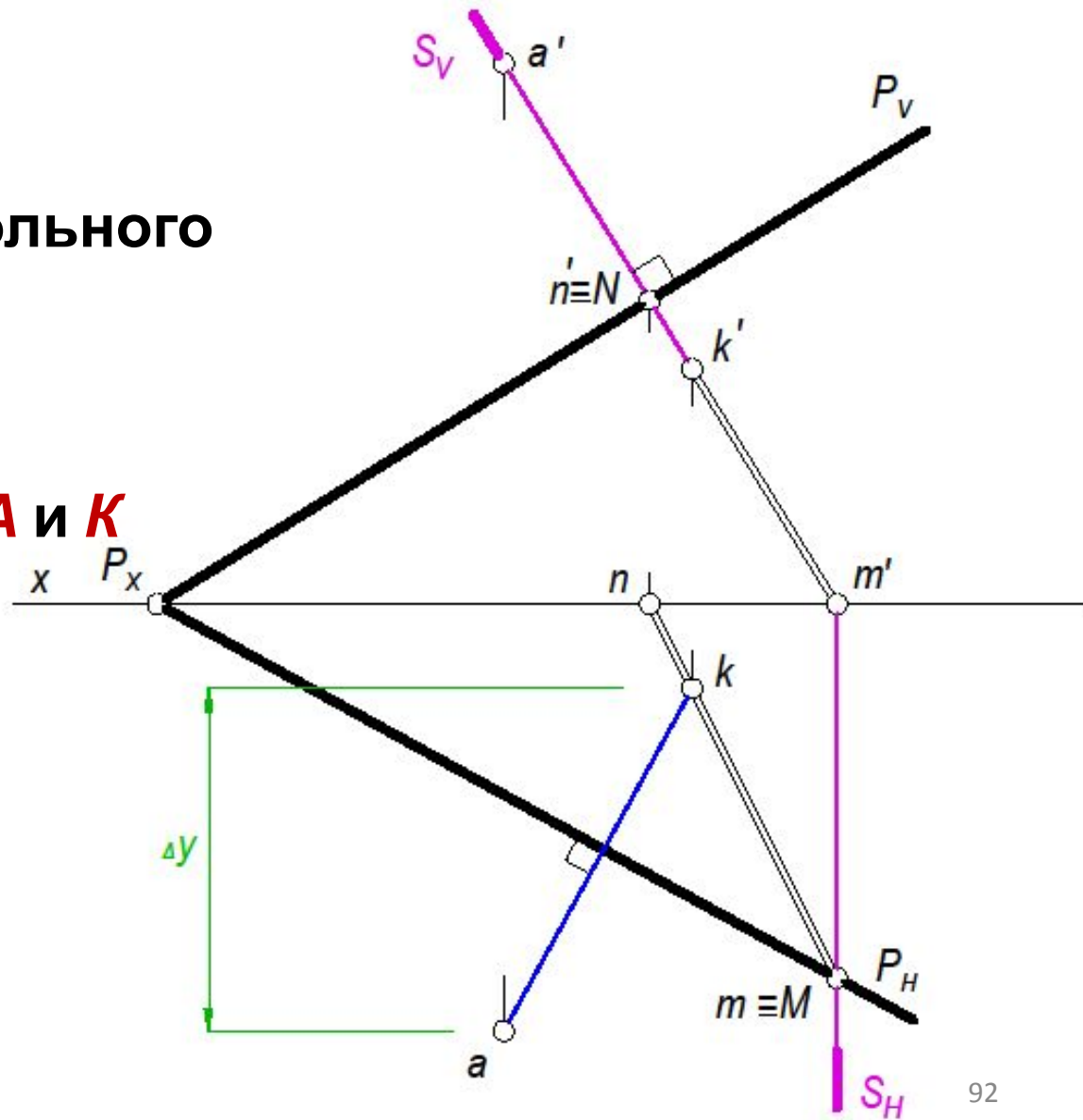
Решение задачи

- Определяем точку пересечения перпендикуляра с построенной линией пересечения плоскостей – K (k, k')



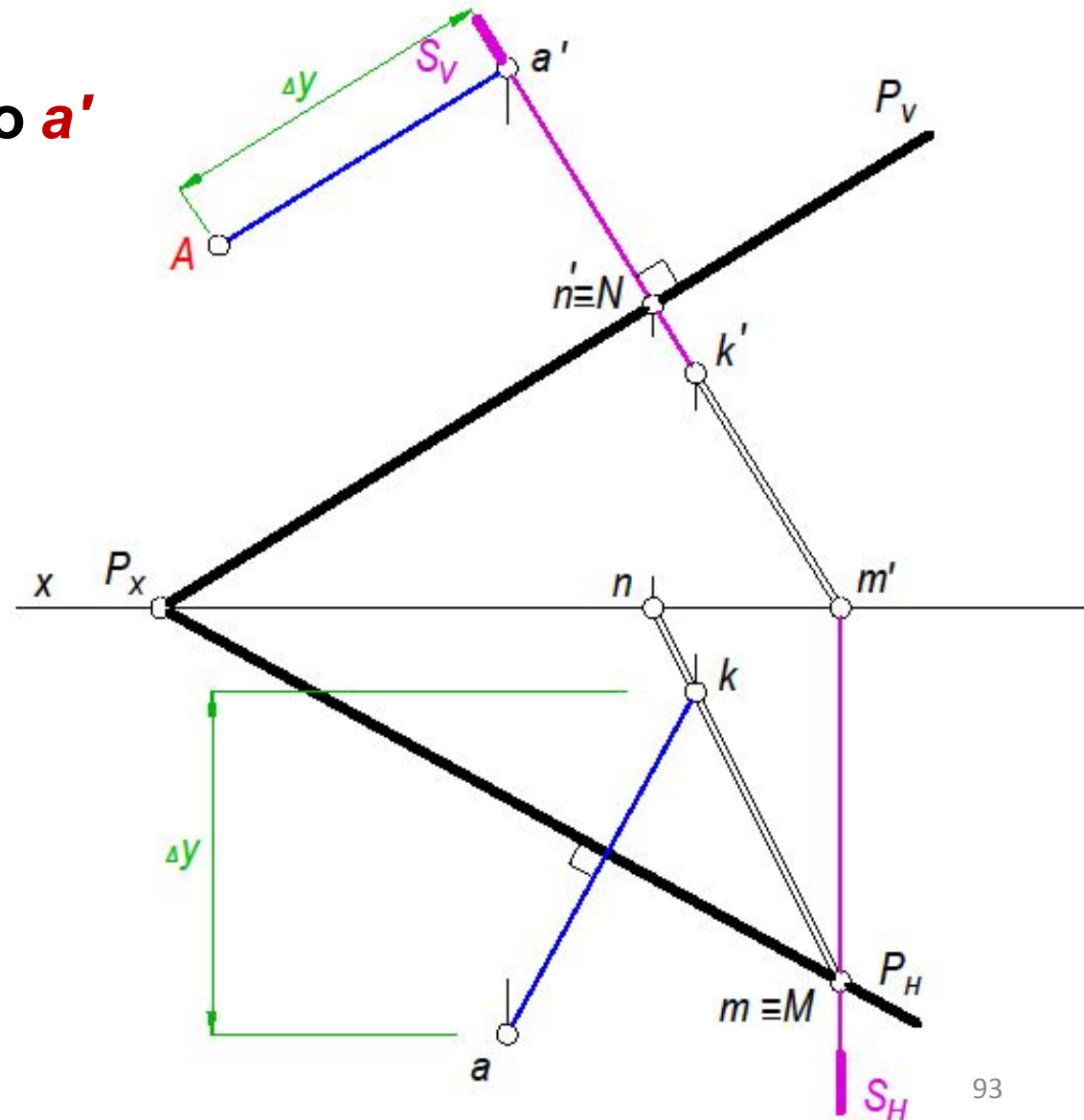
Решение задачи

- Определяем ***НВ***
перпендикуляра
способом прямоугольного
треугольника:
- Измеряем разность
координат
 ΔY между точками ***A*** и ***K***



Решение задачи

- Откладываем ΔY
перпендикулярно a'
 k'



Решение задачи

- Находим натуральную величину перпендикуляра **AK**

