

**ИНЖЕНЕРНАЯ И  
КОМПЬЮТЕРНАЯ  
ГРАФИКА**  
**КУРС ЛЕКЦИЙ В СЛАЙДАХ**

**ТЕОРИЯ ПОСТРОЕНИЯ  
ПРОЕКЦИОННОГО ЧЕРТЕЖА**

НАПРАВЛЕНИЕ «СТРОИТЕЛЬСТВО»  
(БАКАЛАВРИАТ)

---

# ЛЕКЦИЯ 2

## ***ПЛОСКОСТ***

---

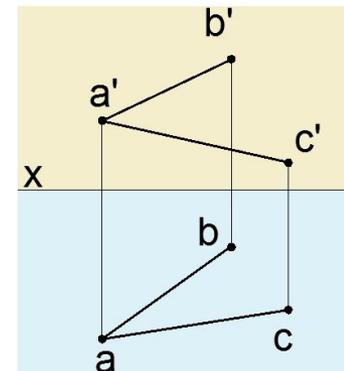
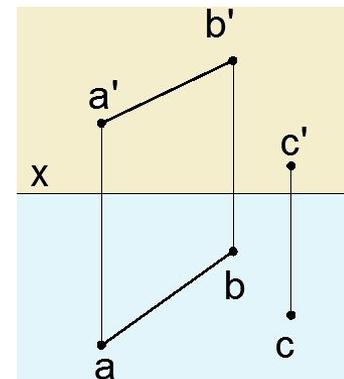
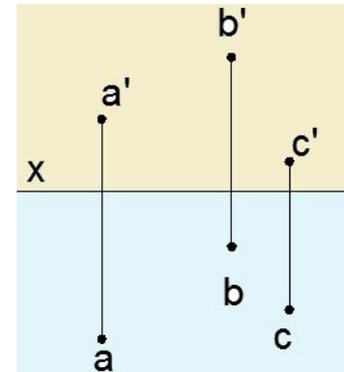
***ь.***

# Плоскость

## Способы задания

### плоскости :

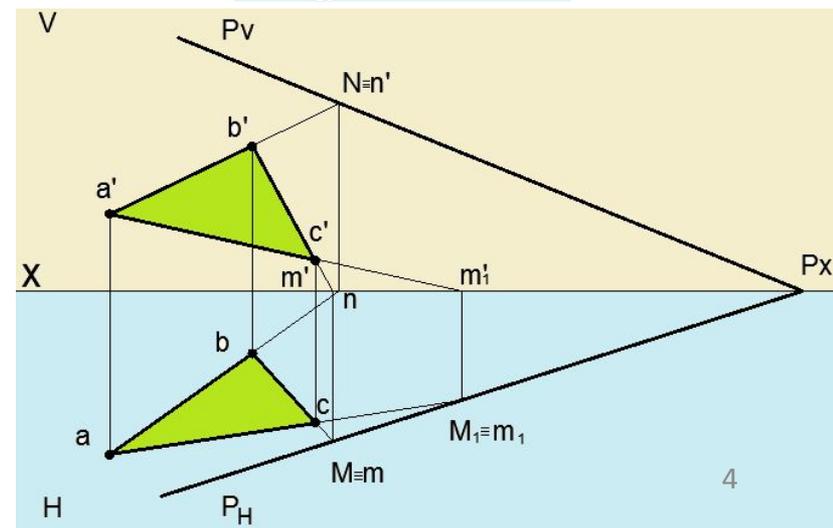
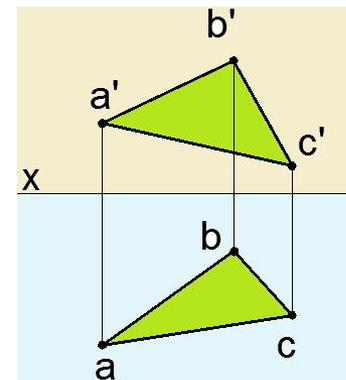
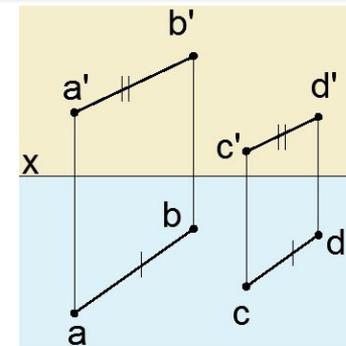
- Тремя точками, не лежащими на одной прямой
- Прямой и точкой, не лежащей на этой прямой
- Двумя пересекающимися прямыми



# Плоскость

- Два параллельными прямыми
- Плоской геометрической фигурой
- Следами плоскости

Каждый из перечисленных способов задания плоскости допускает



## Плоскость

### Плоскости

#### Общего

#### положения

Плоскость, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций

#### Плоскости уровня

Плоскости, параллельные плоскостям проекций

#### Частного

#### положения

#### Проецирующие плоскости

Плоскости, перпендикулярные какой-либо из плоскостей

# Плоскость

## Плоскость общего положения

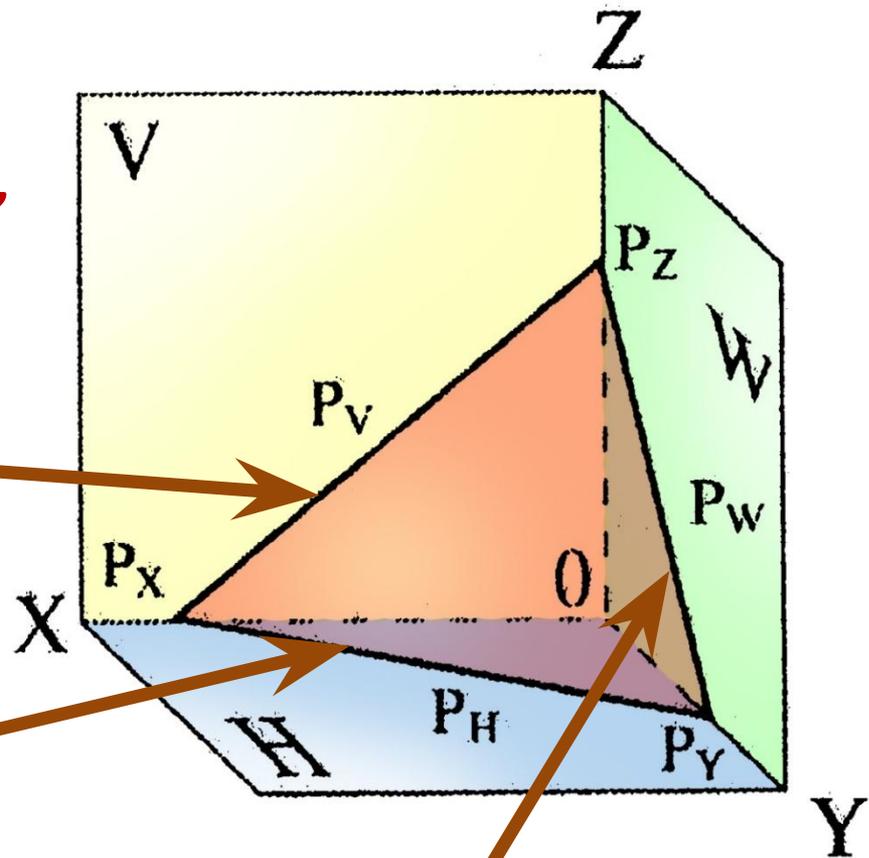
- Прямые линии, по которым плоскость пересекается с плоскостями проекций, называются следами плоскости

Фронтальный след  $P_V$

Горизонтальный след

$P_H$

$P_X, P_Y, P_Z$  - точки схода следов

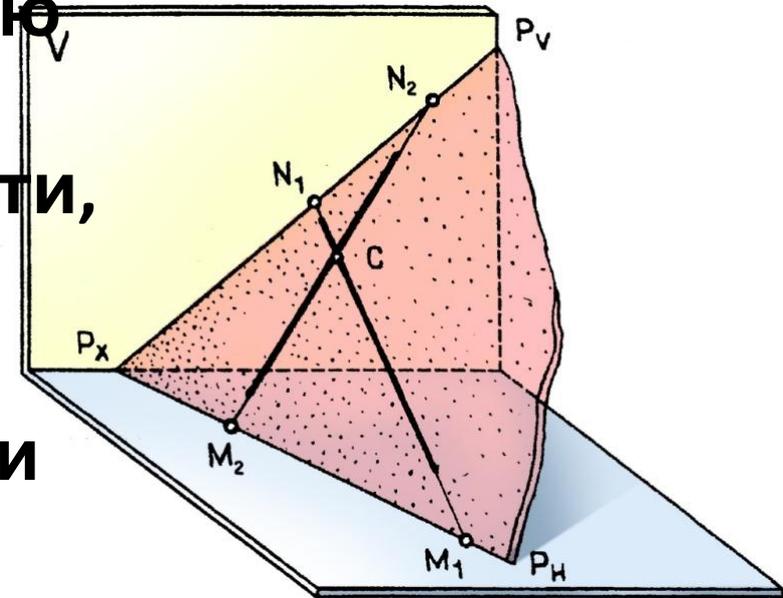


Профильный след  $P_W$

## Плоскость

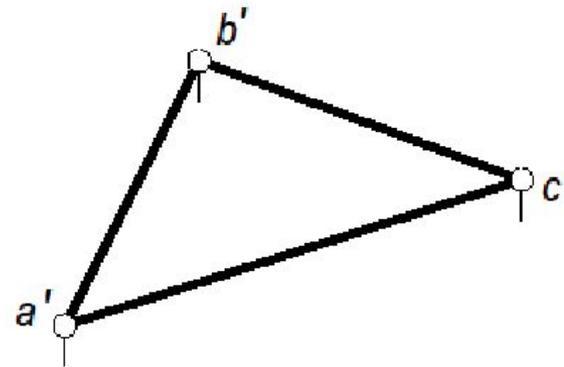
### Построение следов плоскости

- Для построения следа плоскости необходимо знать две точки или одну точку и направление
- Двумя точками, с помощью которых определяется положение следа плоскости, могут быть одноименные следы двух прямых, принадлежащих плоскости

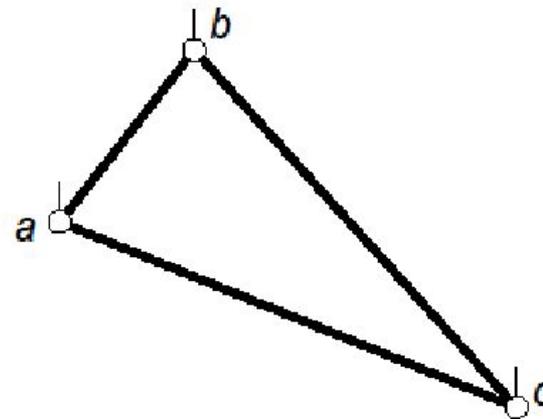


## Решение задачи

**Задача:** Построить следы плоскости **ABC**

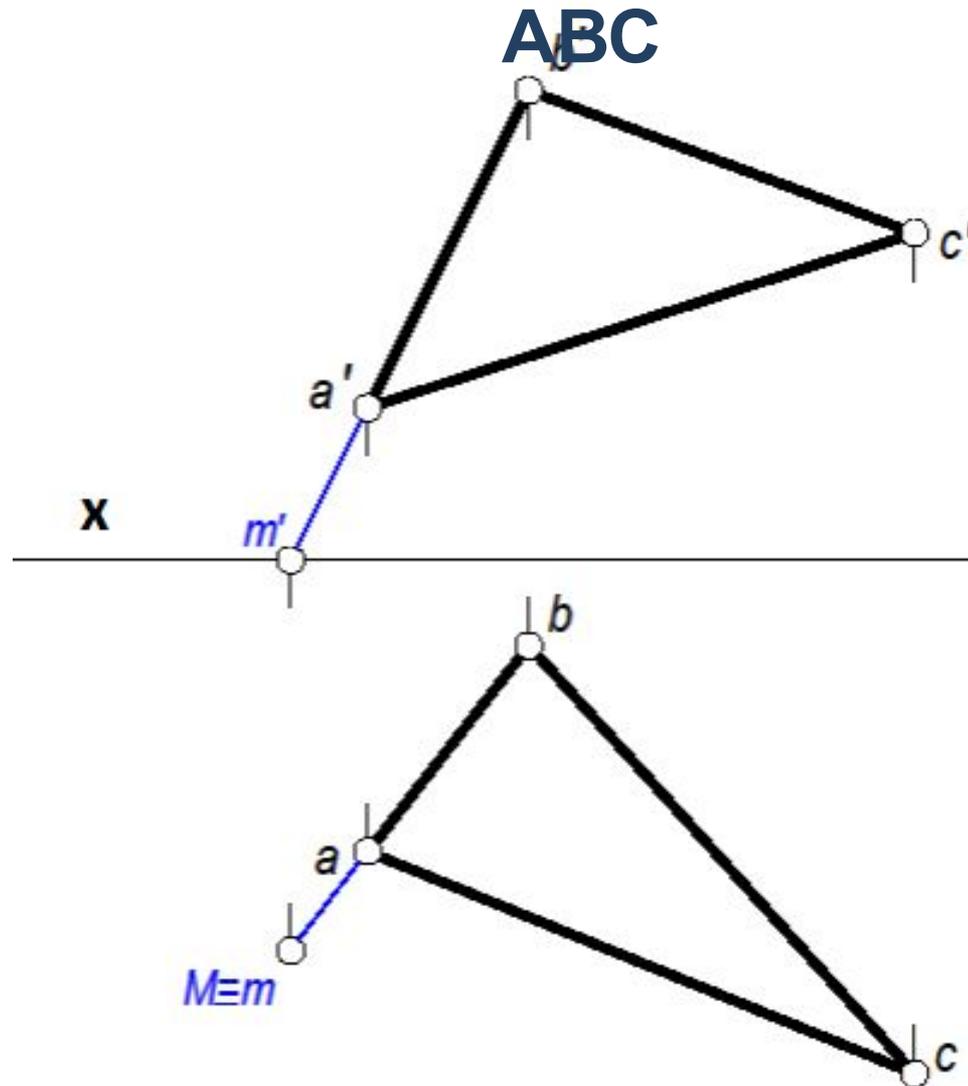


x

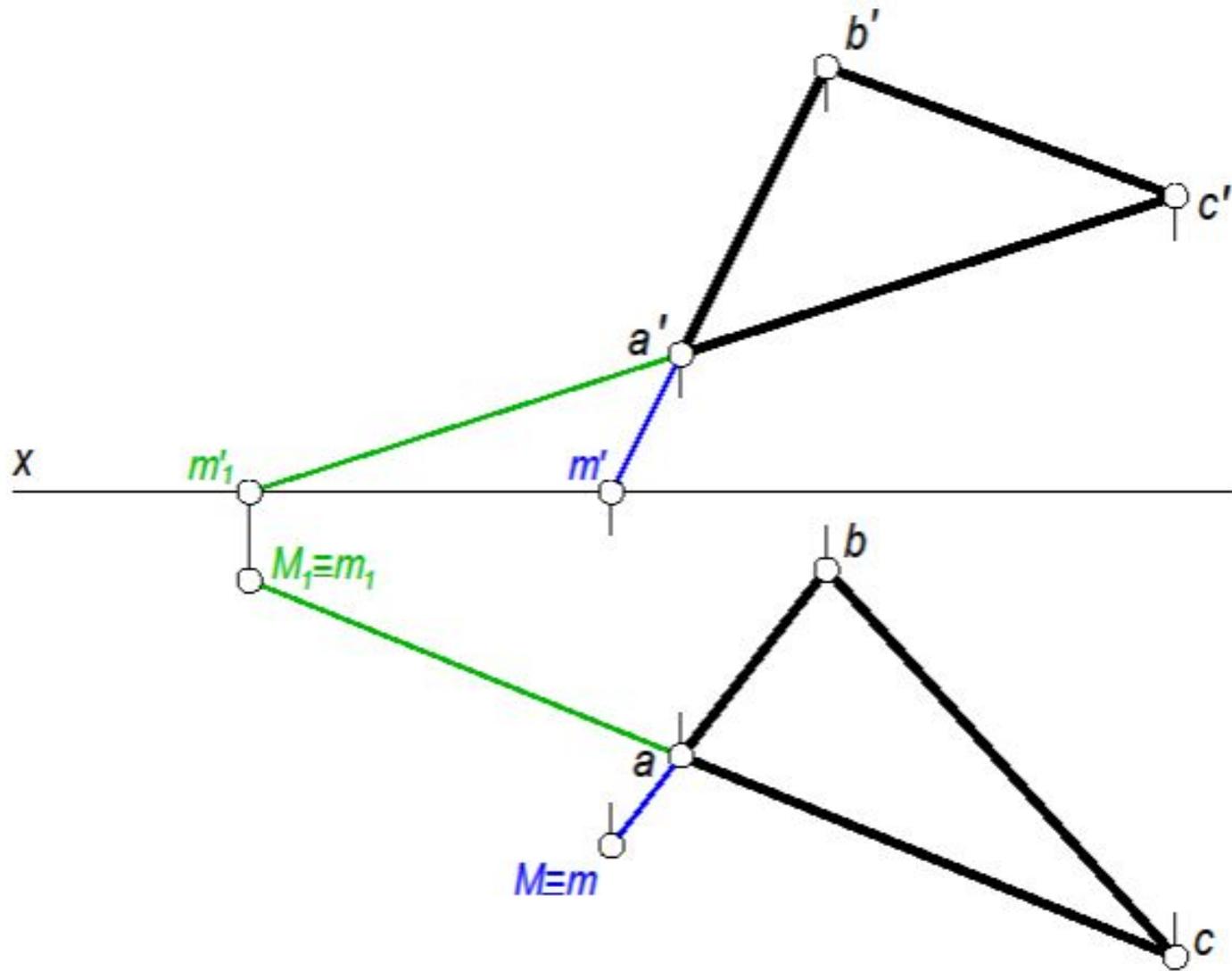


## Решение задачи

### Построение горизонтального следа плоскости

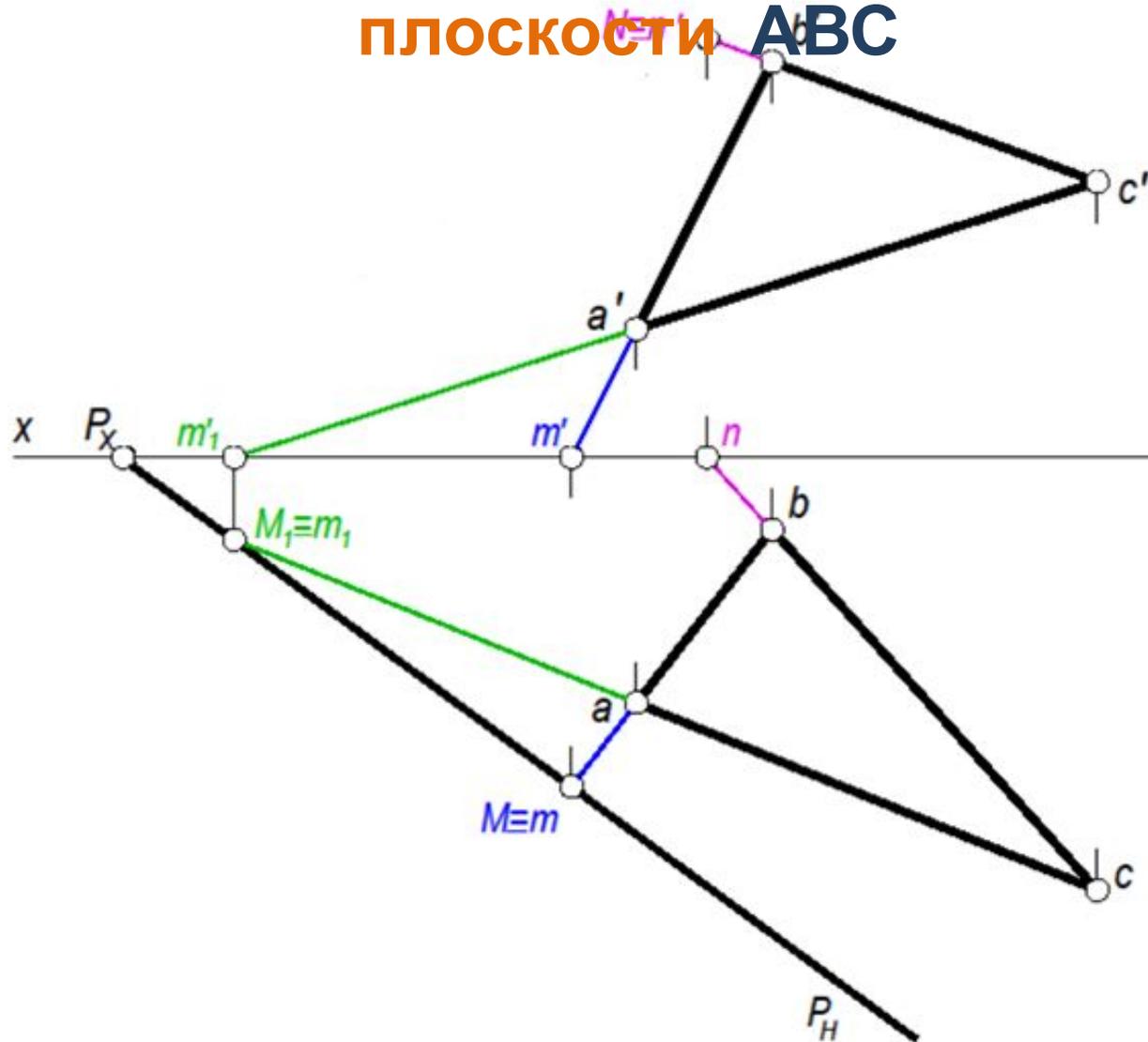


# Решение задачи

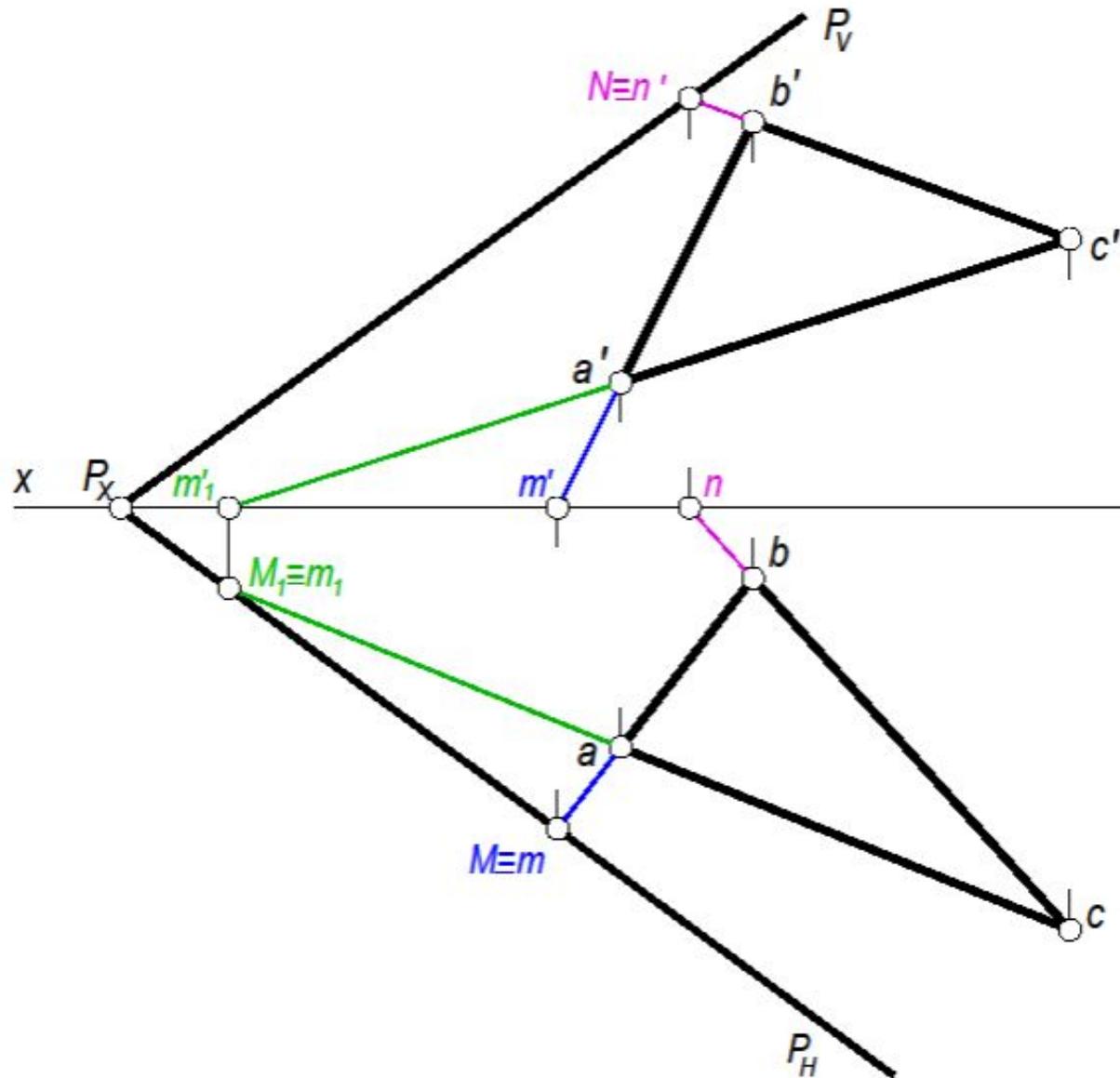


## Решение задачи

### Построение фронтального следа плоскости ABC



# Решение задачи



## Плоскос

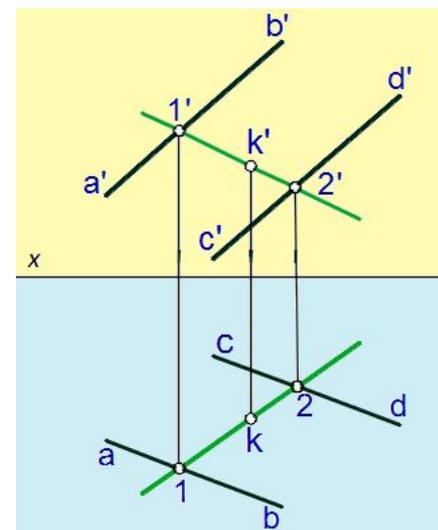
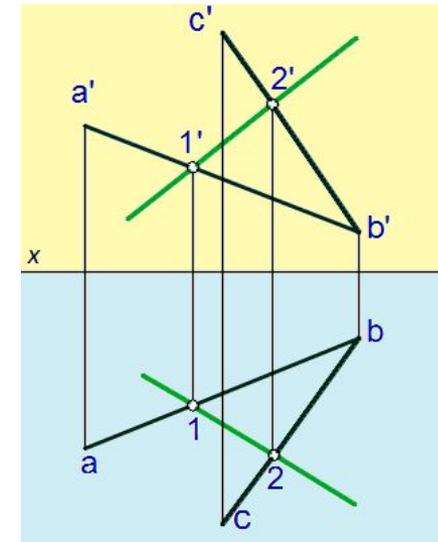
### Прямая и точка, принадлежащие плоскости

- Прямая принадлежит плоскости

*Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки этой плоскости*

- Точка принадлежит плоскости

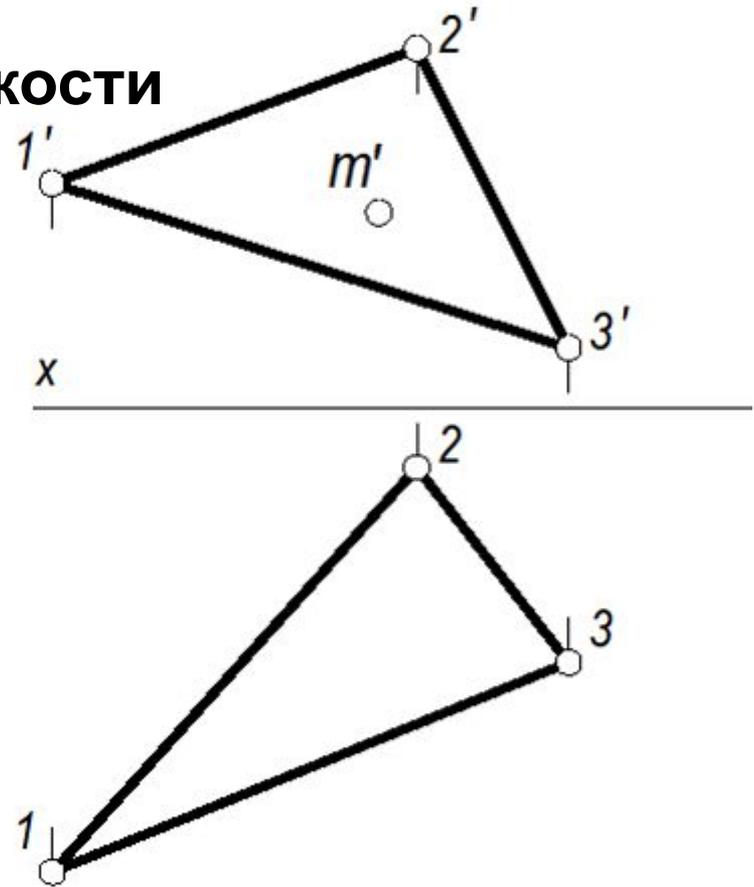
*Точка принадлежит плоскости, если она расположена на прямой, лежащей в этой плоскости*



## Решение задачи

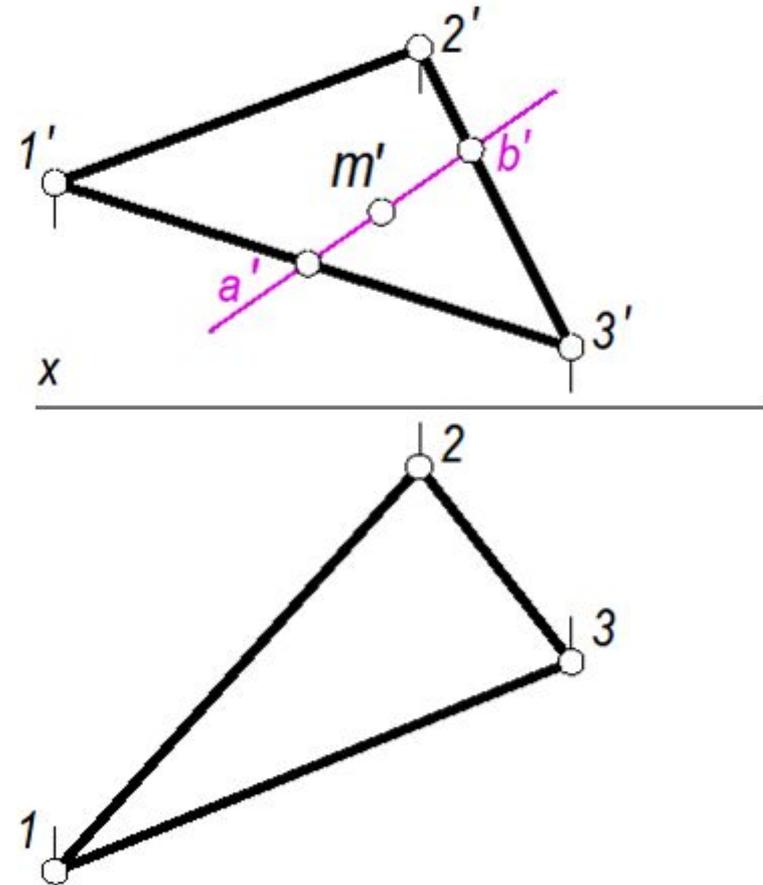
**Задача:** Построить недостающую проекцию точки ***M***

,  
принадлежащей плоскости

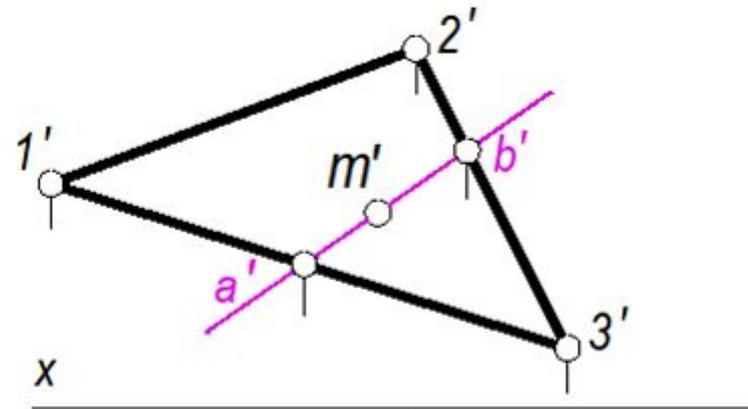


## Решение задачи

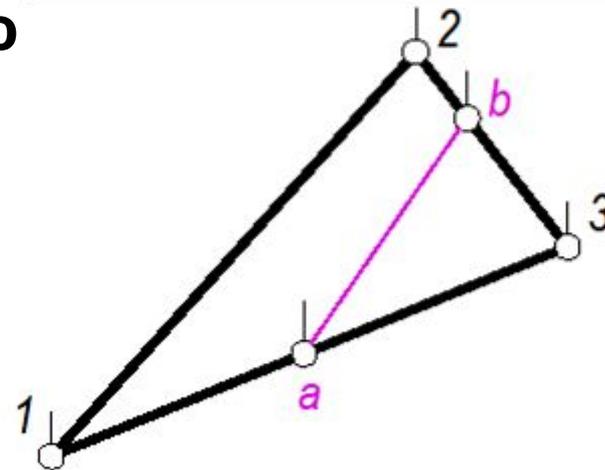
- Через фронтальную проекцию точки  $m'$  проводим фронтальную проекцию прямой, принадлежащей плоскости -  $a'b'$



## Решение задачи

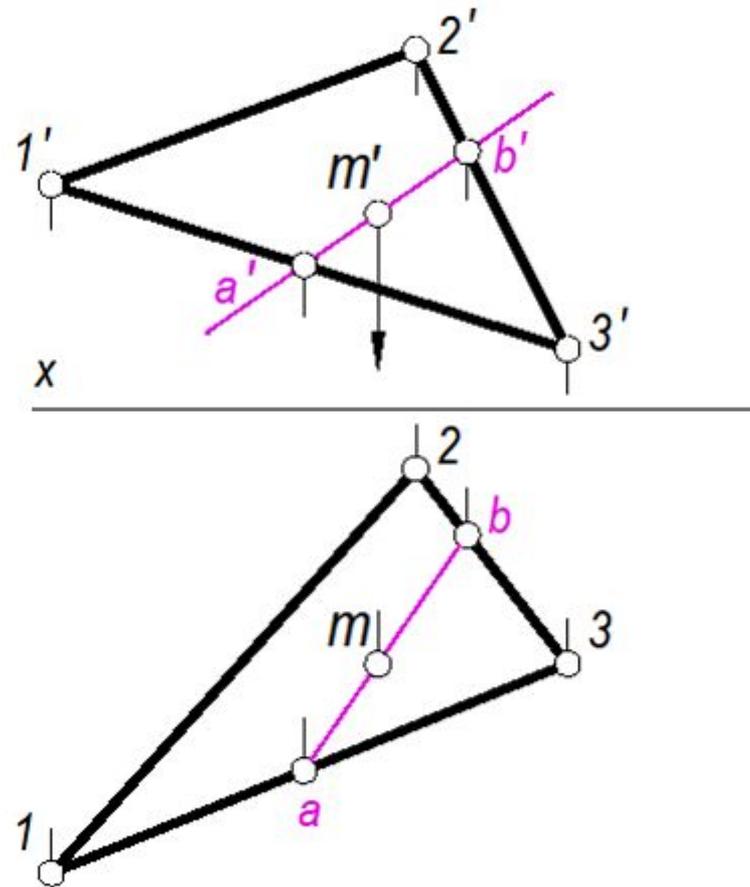


- Строим горизонтальную проекцию прямой - ***ab***



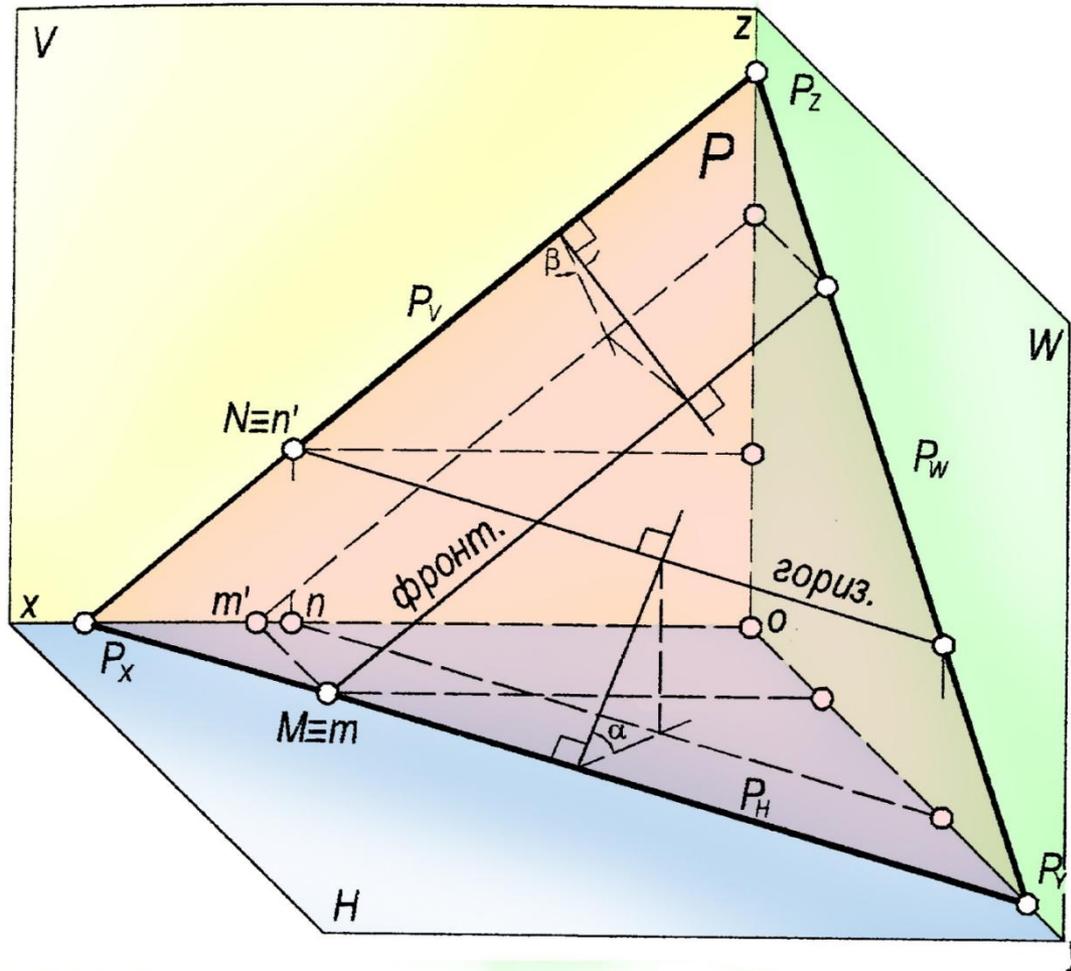
## Решение задачи

- На горизонтальной проекции прямой определяем точку  $m$



# Плоскость

## Главные линии плоскости



Горизонталь, фронталь и линии наклона плоскости

## Плоскость

### Главные линии плоскости

- **Горизонтали** - *прямые, принадлежащие плоскости и параллельные горизонтальной плоскости проекций  $H$*
- **Фронталы** – *прямые, принадлежащие плоскости и параллельные фронтальной плоскости проекций  $V$*
- **Профильные прямые** – *прямые, принадлежащие плоскости и параллельные профильной плоскости проекций  $W$*
- **Линии наклона плоскости** – *прямые, принадлежащие плоскости и перпендикулярные линиям уровня этой плоскости (горизонталям , фронталям и профильным прямым)*

Они определяют углы наклона плоскости к

## Решение задачи

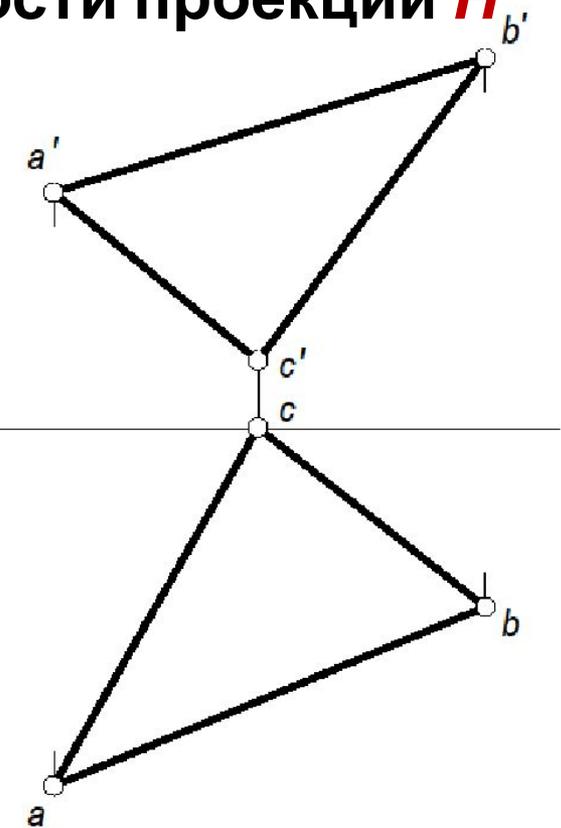
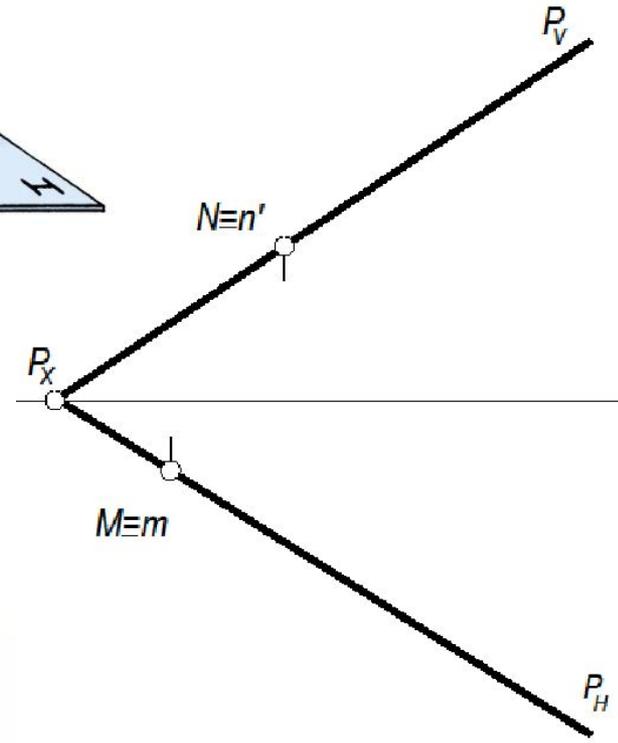
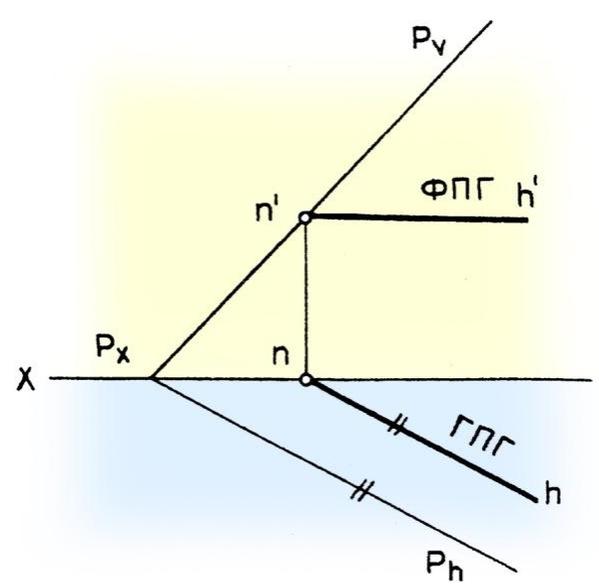
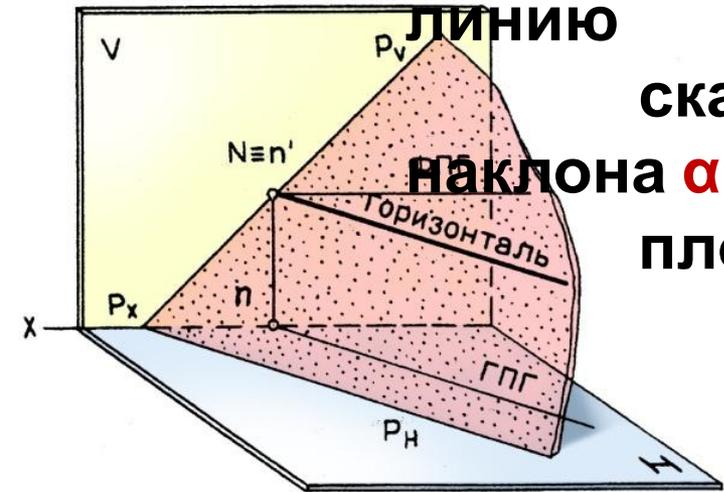
**Задача:** Построить горизонталь, фронталь и

линию

наклона  $\alpha$

ската плоскости. Определить угол

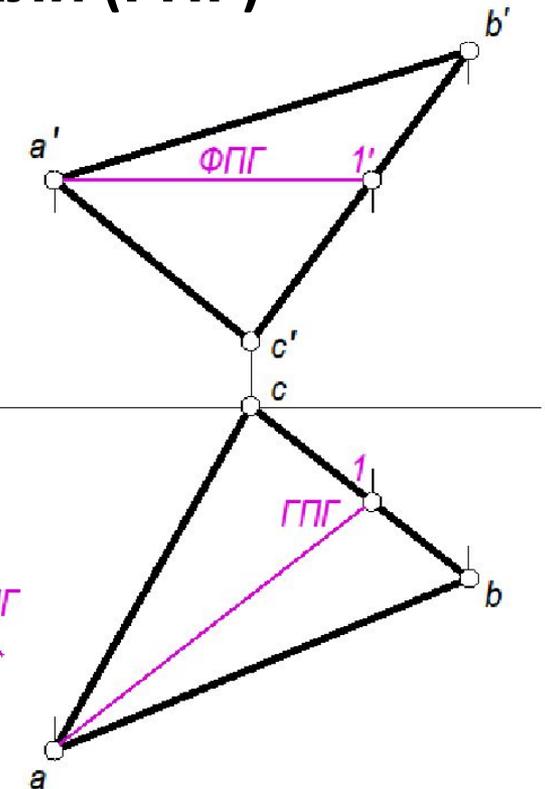
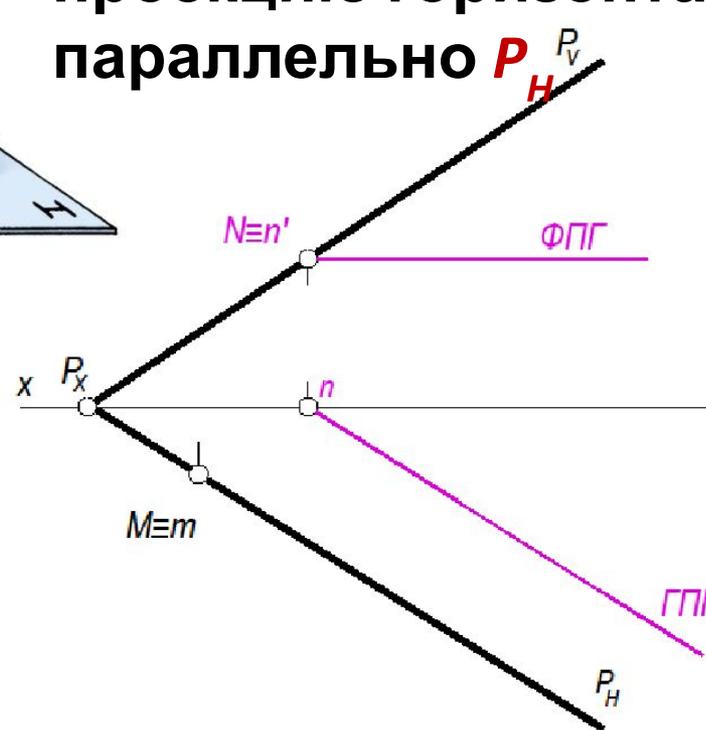
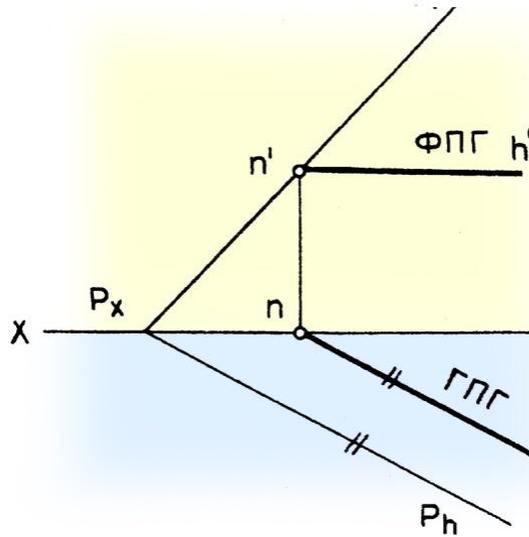
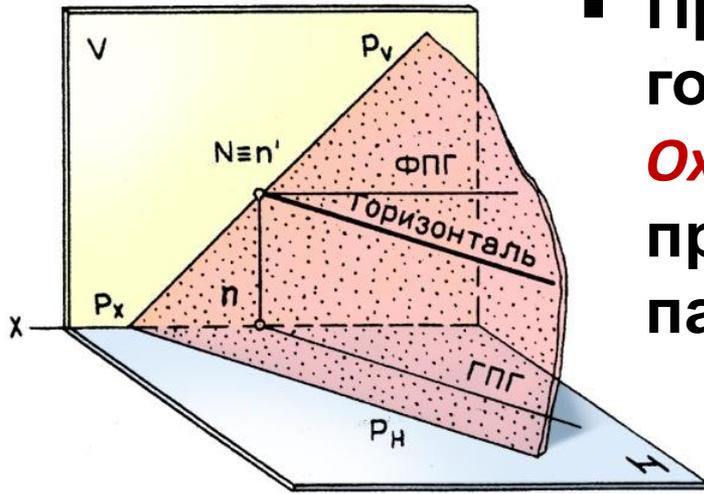
плоскости  $P$  к плоскости проекций  $H$



## Решение задачи

### Построение горизонтали плоскости

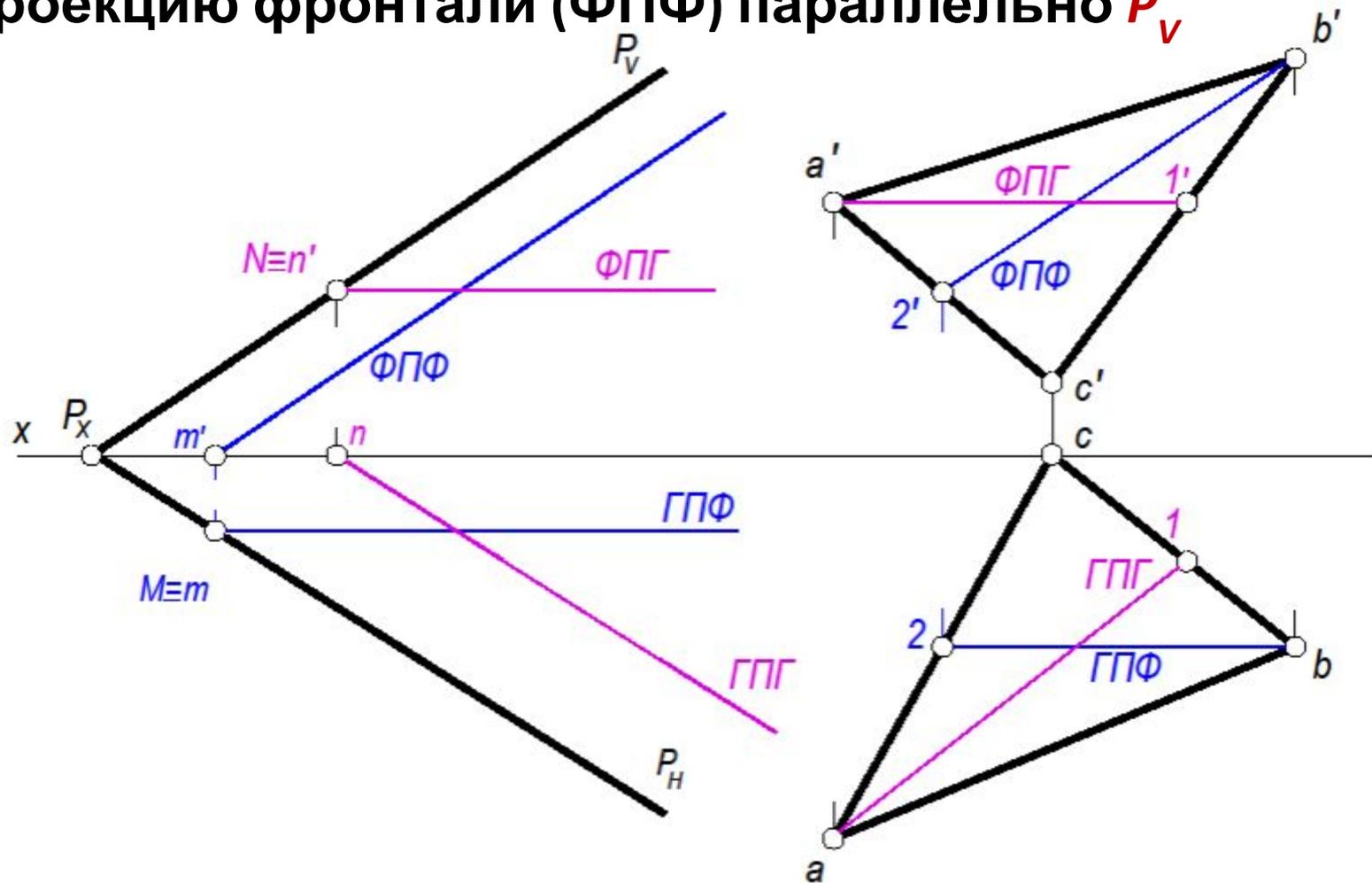
- Проводим фронтальную проекцию горизонтали (ФПГ) параллельно оси  $Ox$ , затем строим горизонтальную проекцию горизонтали (ГПГ) параллельно  $P_H^{P_V}$



## Решение задачи

### Построение фронтали плоскости

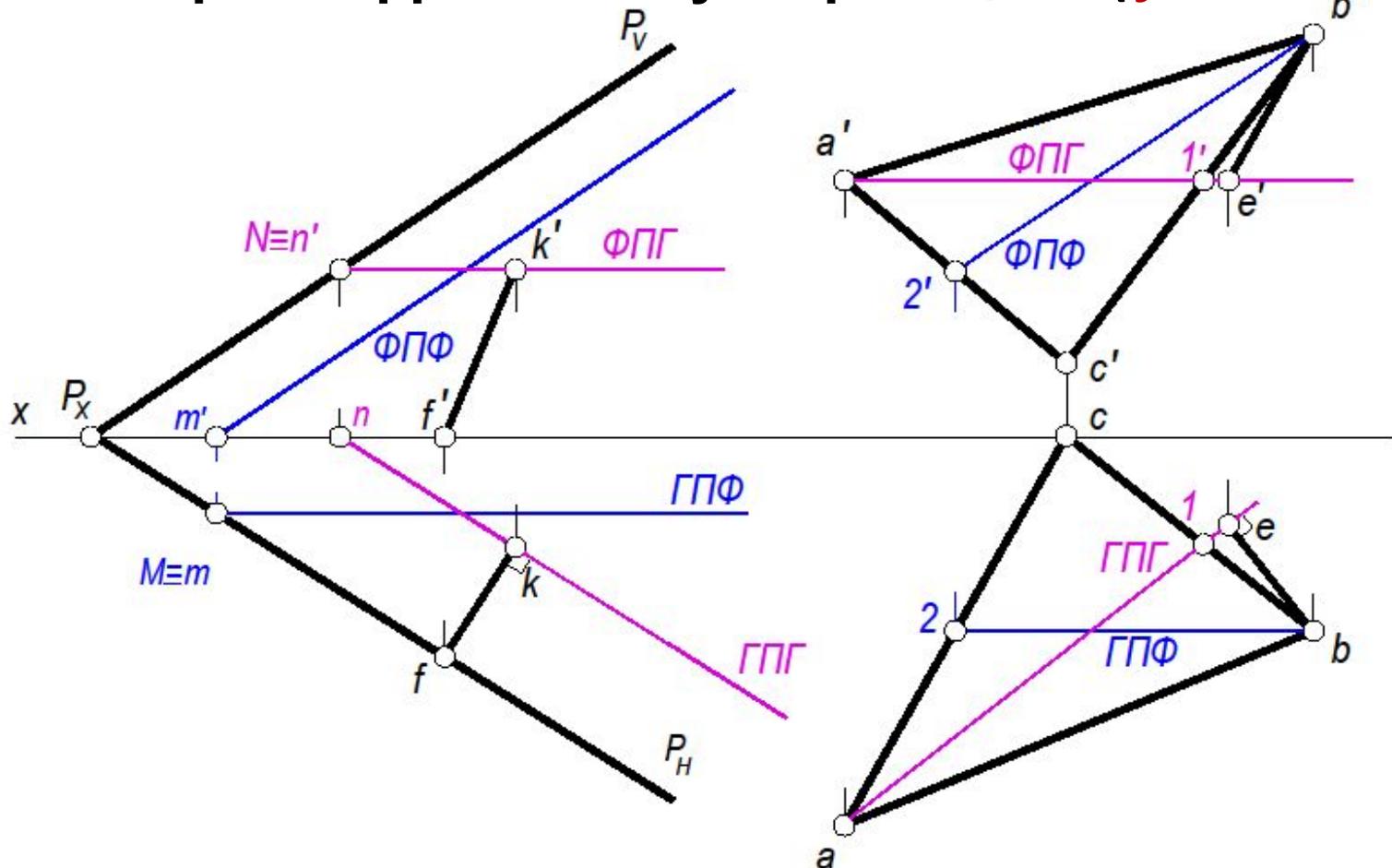
- Проводим горизонтальную проекцию фронтали (ГПФ) параллельно оси  $Ox$ , затем строим фронтальную проекцию фронтали (ФПФ) параллельно  $P_V$



## Решение задачи

### Построение линии наибольшего ската

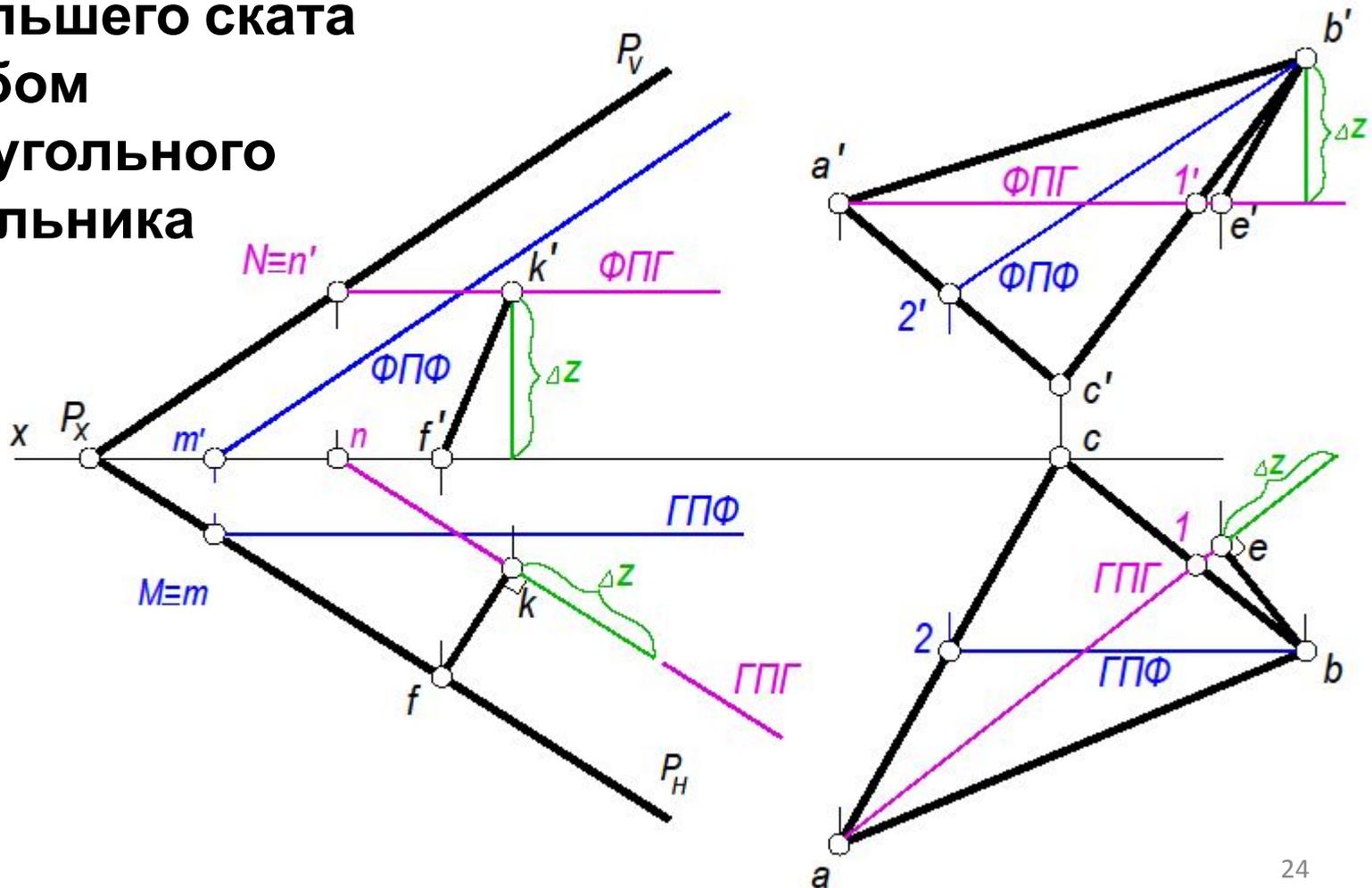
- Проводим горизонтальную проекцию линии наибольшего ската ( $fk$  и  $be$ ) перпендикулярно ГПГ, затем строим фронтальную проекцию ( $f'k'$  и  $b'e'$ )



## Решение задачи

### Определение угла наклона плоскости к плоскости проекций

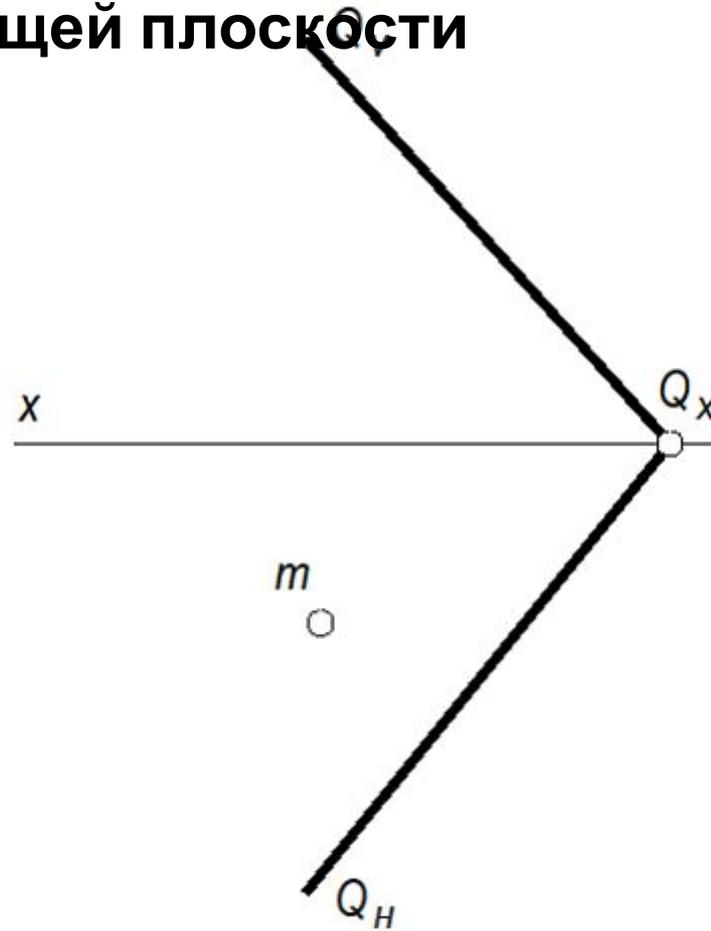
- Определяем **НВ** линии наибольшего ската способом прямоугольного треугольника





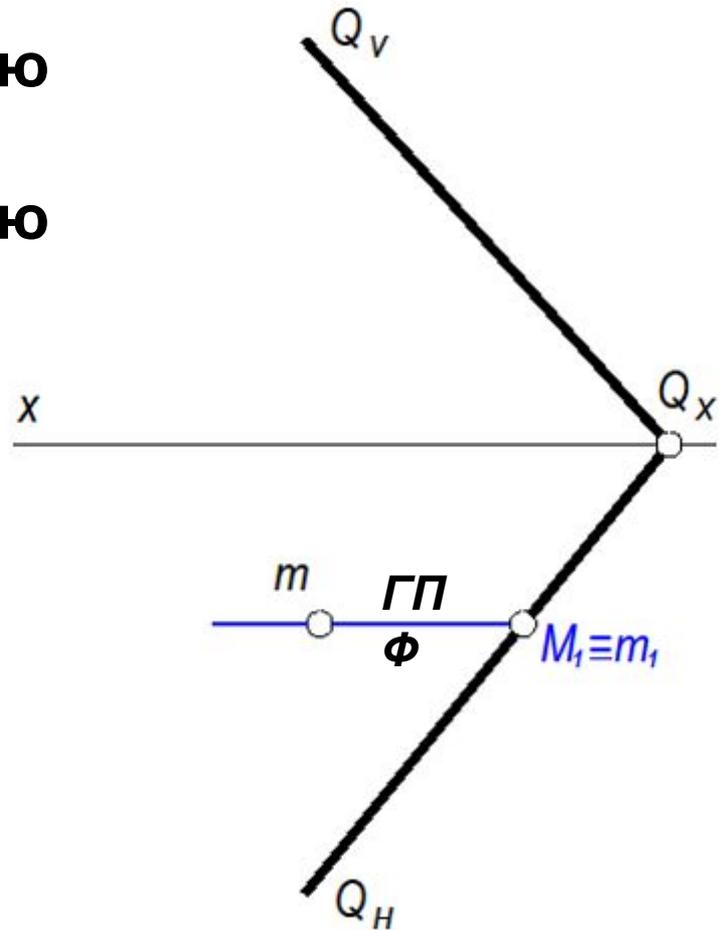
## Решение задачи

**Задача:** Построить недостающую проекцию точки ***M***, принадлежащей плоскости



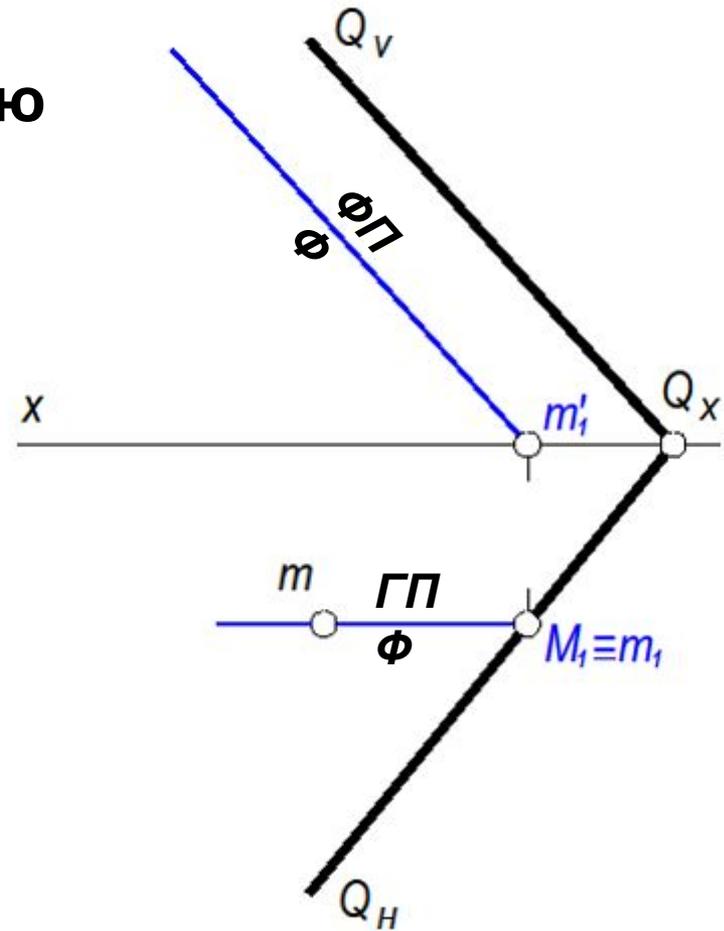
## Решение задачи

- В плоскости  $Q$  через горизонтальную проекцию точки  $m$  проводим горизонтальную проекцию фронтали (ГПФ), параллельно оси  $Ox$



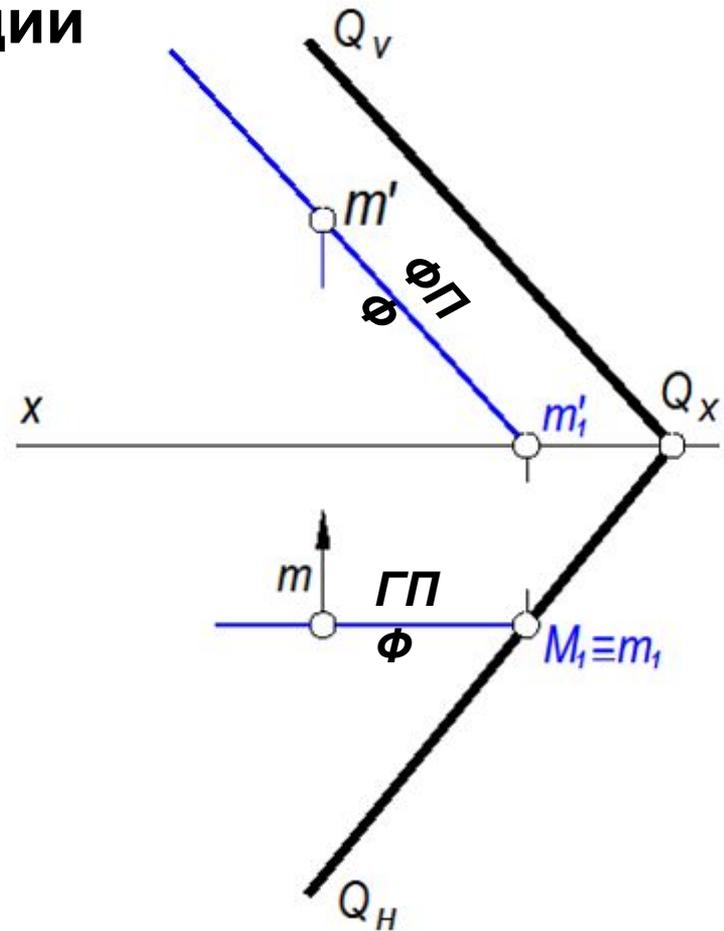
## Решение задачи

- Достраиваем фронтальную проекцию фронтали (ФПФ) параллельно следу  $Q_V$



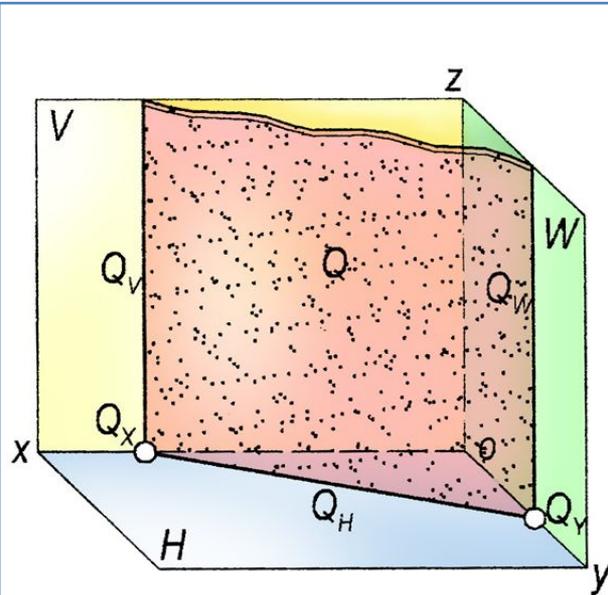
## Решение задачи

- На фронтальной проекции фронтали (ФПФ) определяем точку  $m'$



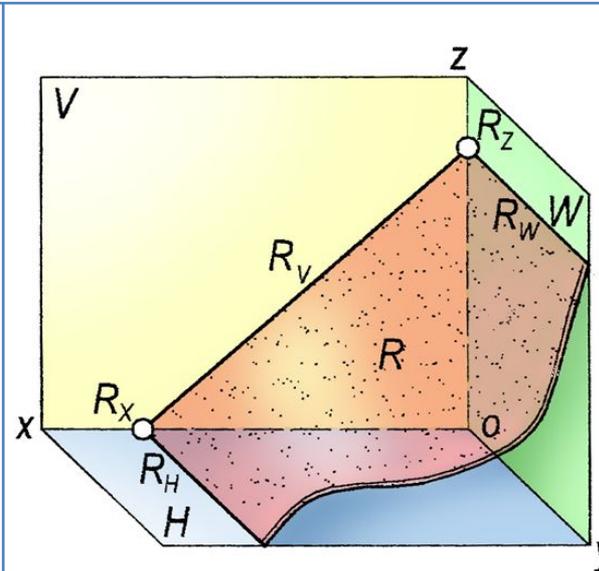
## Плоскос

- Плоскости, перпендикулярные какой-либо одной из плоскостей проекций, называются проецирующими



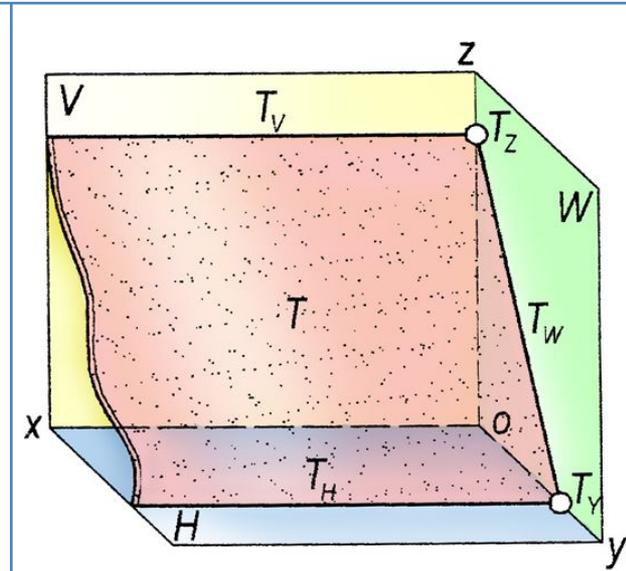
**$QrH$**

- горизонтально  
проецирующая  
плоскость



**$RrV$**

- фронтально  
проецирующая  
плоскость



**$TrW$**

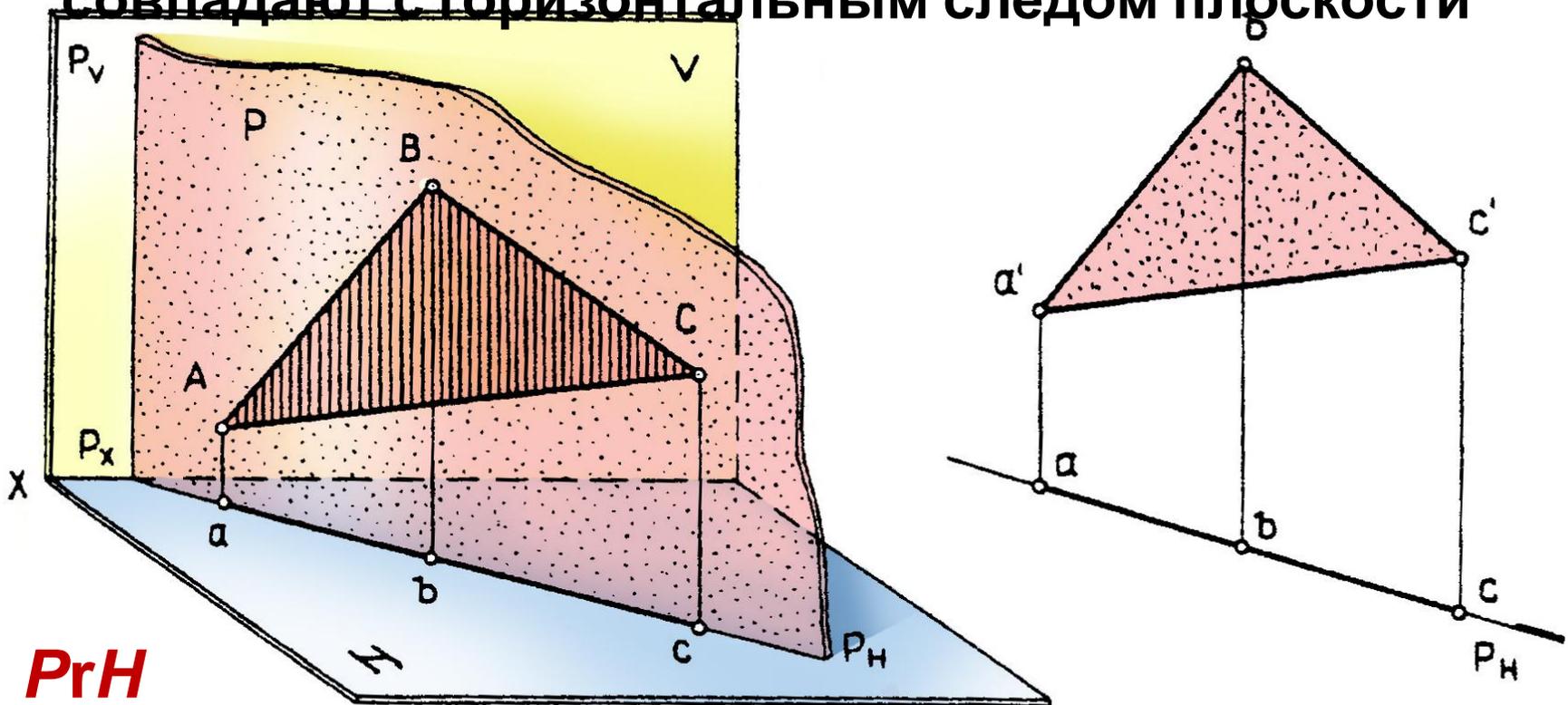
- профильно  
проецирующая  
плоскость

## Плоскос

### Свойства проецирующих

### плоскостей

Горизонтальные проекции всех точек и фигур, принадлежащих горизонтально проецирующей плоскости, совпадают с горизонтальным следом плоскости

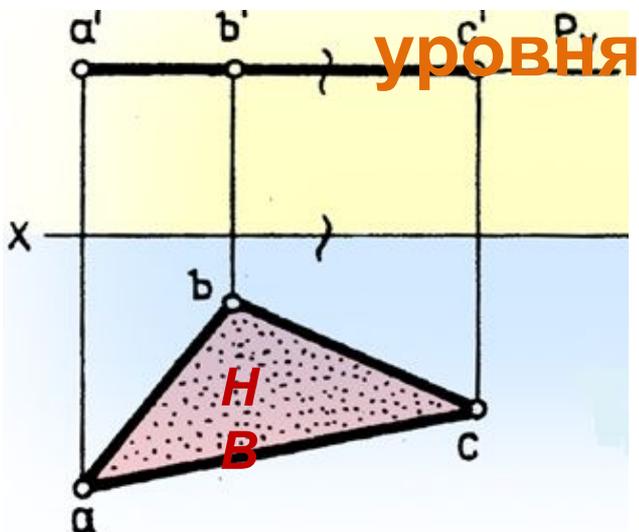


**PrH**

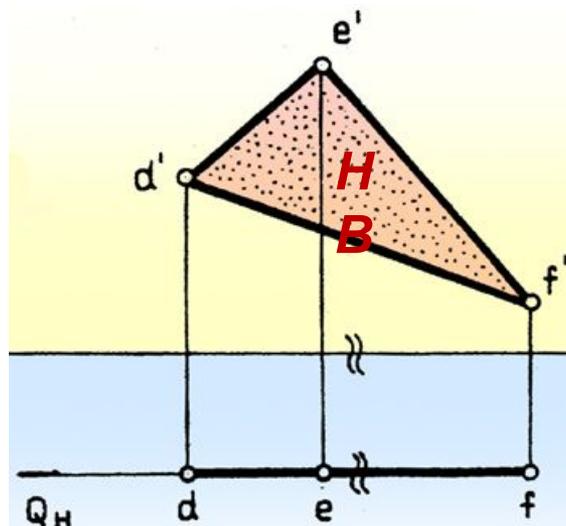
Аналогичным свойством обладают все проецирующие

## Плоскос Плоскости

$P \parallel H$



$Q \parallel V$



- Плоскость, параллельная плоскости  $H$ , называется **горизонтальной**

Любая фигура, расположенная в этой плоскости, на горизонтальную плоскость проекций  $H$  проецируется без искажения

- Плоскость, параллельная плоскости  $V$ , называется **фронтальной**

Любая фигура, расположенная в этой плоскости, на фронтальную плоскость проекций  $V$  проецируется без искажения

## Плоскос

### Взаимное расположение плоскостей

Две плоскости в пространстве могут быть параллельными или пересекающимися

#### Параллельные плоскости

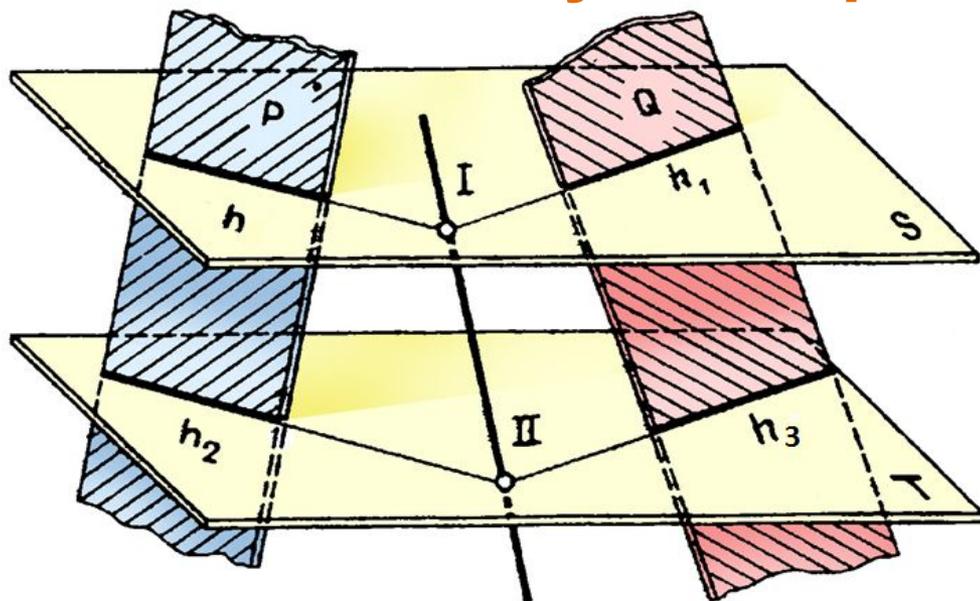
- *Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости*
- *Если плоскости заданы следами ,то одноименные следы параллельных плоскостей должны быть параллельны*

#### Пересекающиеся плоскости

- *Для построения линии пересечения двух плоскостей достаточно определить две точки, принадлежащие обеим плоскостям либо одну*

## Плоскос

### Общий случай $T_{\alpha}$ пересечения плоскостей

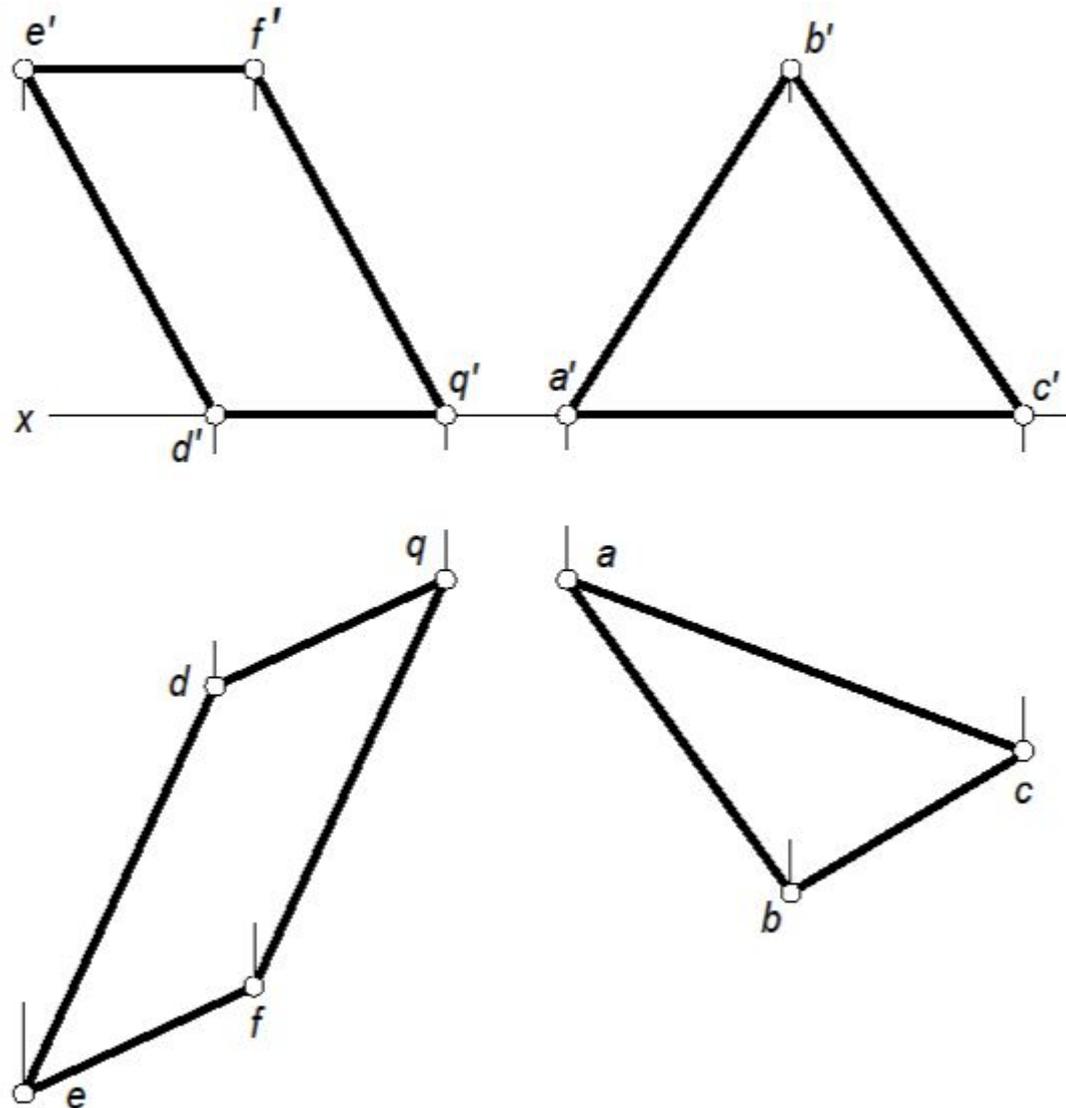


**Алгоритм  
построения линии  
пересечения  
плоскостей:**

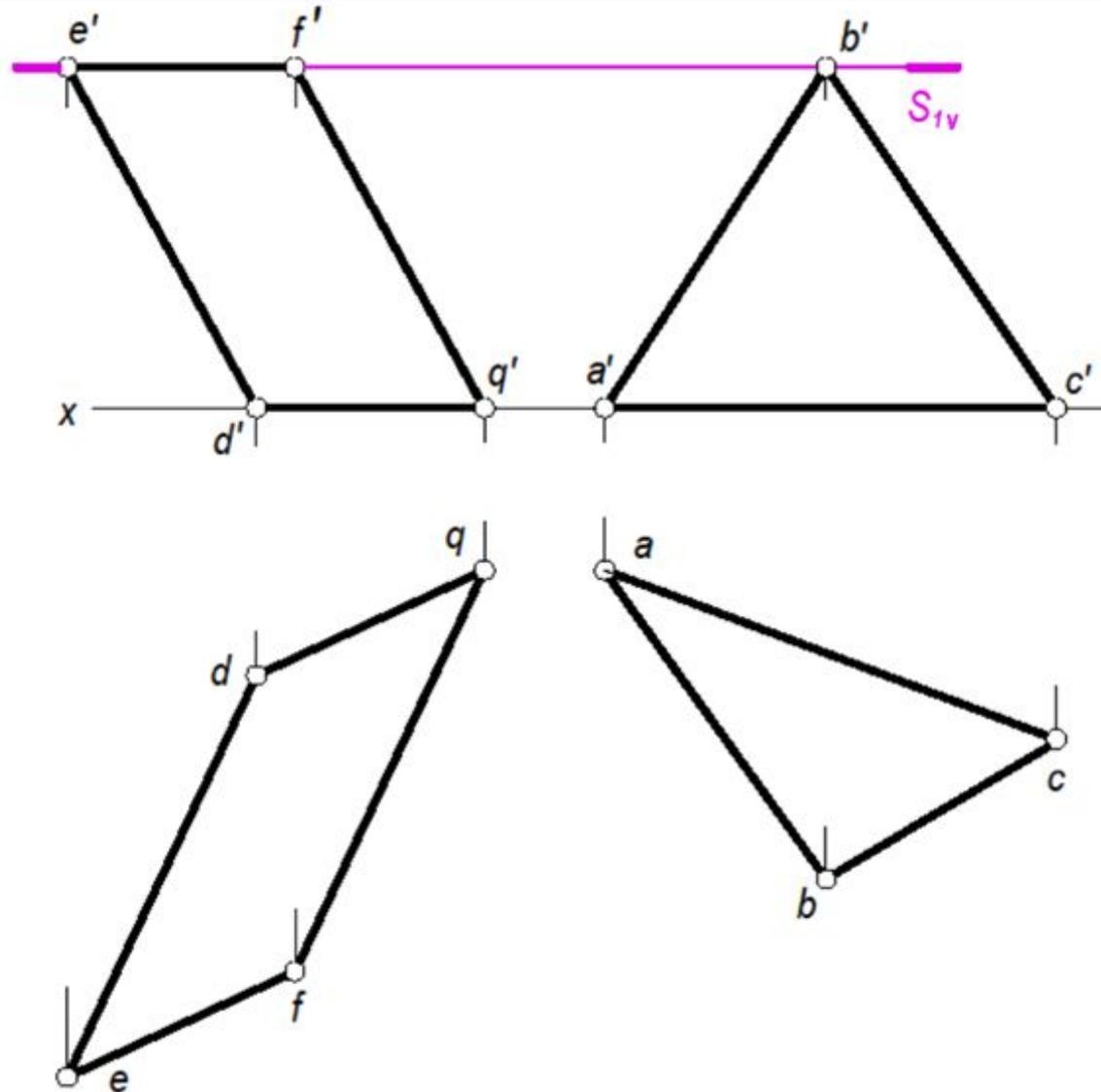
- проводим вспомогательную плоскость уровня  $S$
- строим линии пересечения плоскости  $S$  с заданными плоскостями  $P$  и  $Q$  – горизонтали  $h$  и  $h_1$
- определяем точку пересечения построенных прямых  $h$  и  $h_1$  – точку  $I$ , которая принадлежит обеим плоскостям  $P$  и  $Q$
- аналогично определяем точку  $II$
- соединив точки  $I$  и  $II$ , получаем линию пересечения заданных плоскостей

## Решение задачи

**Задача:** Построить линию пересечения  
плоскостей

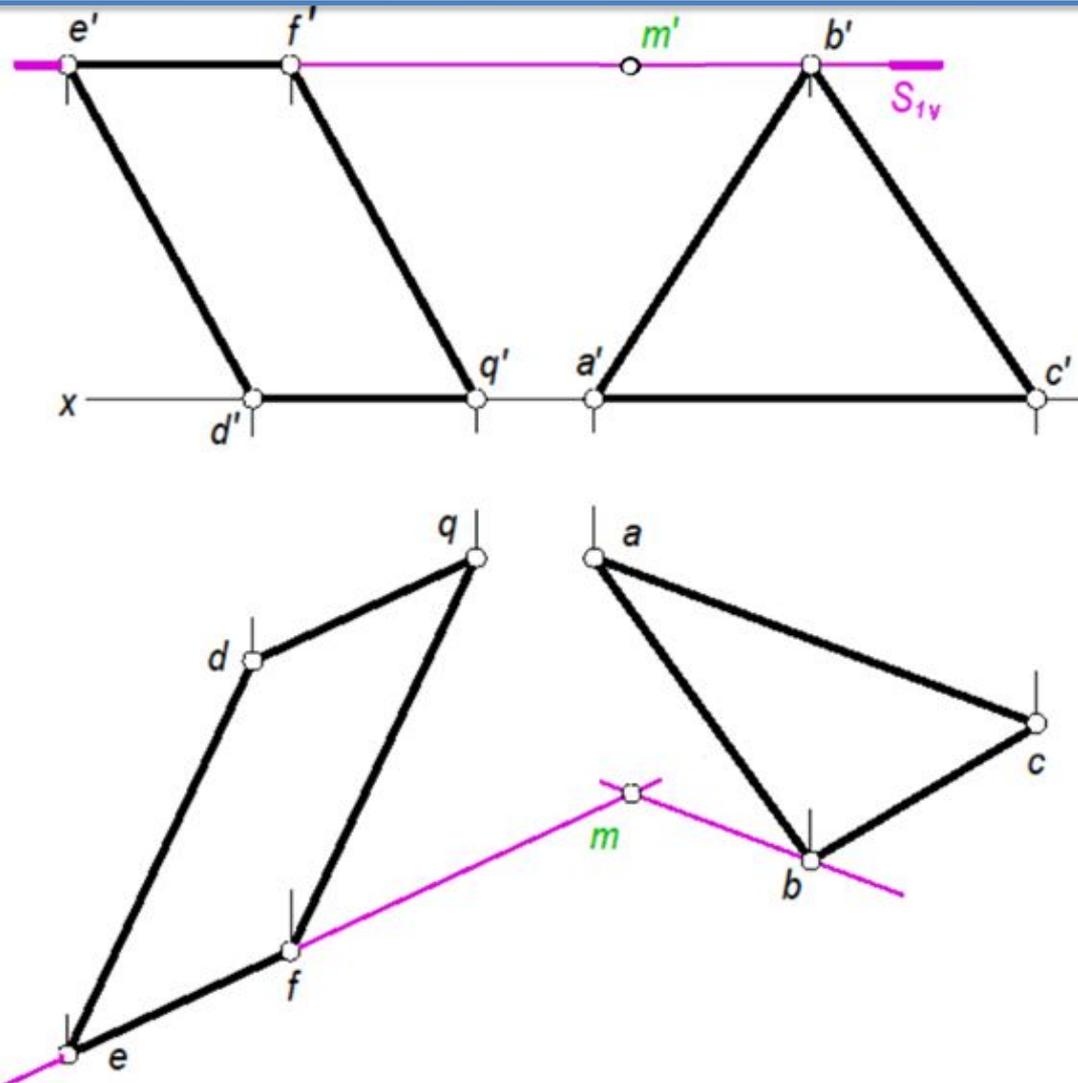


## Решение задачи



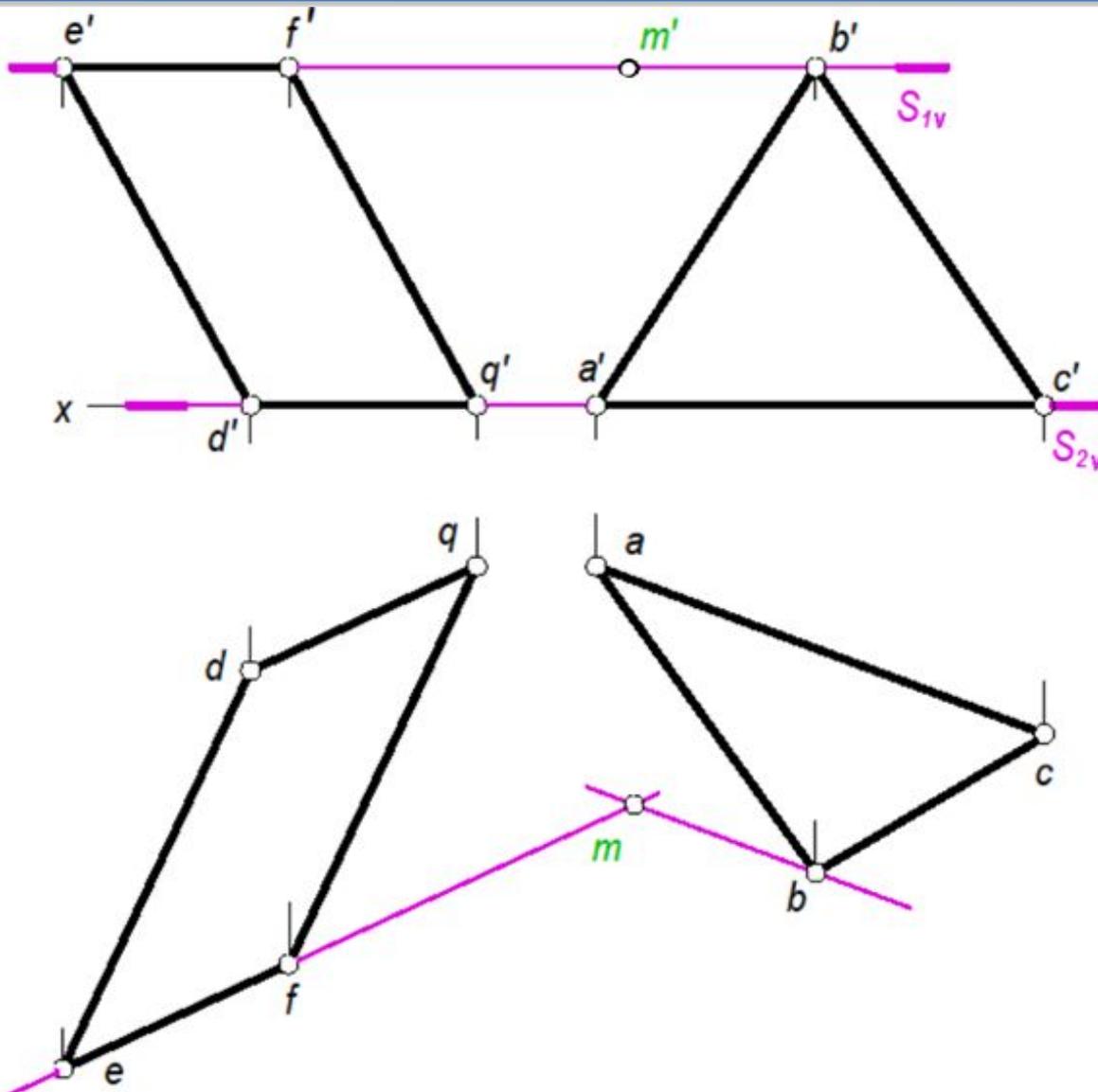
- Проводим вспомогательную плоскость уровня  $S_1$

## Решение задачи



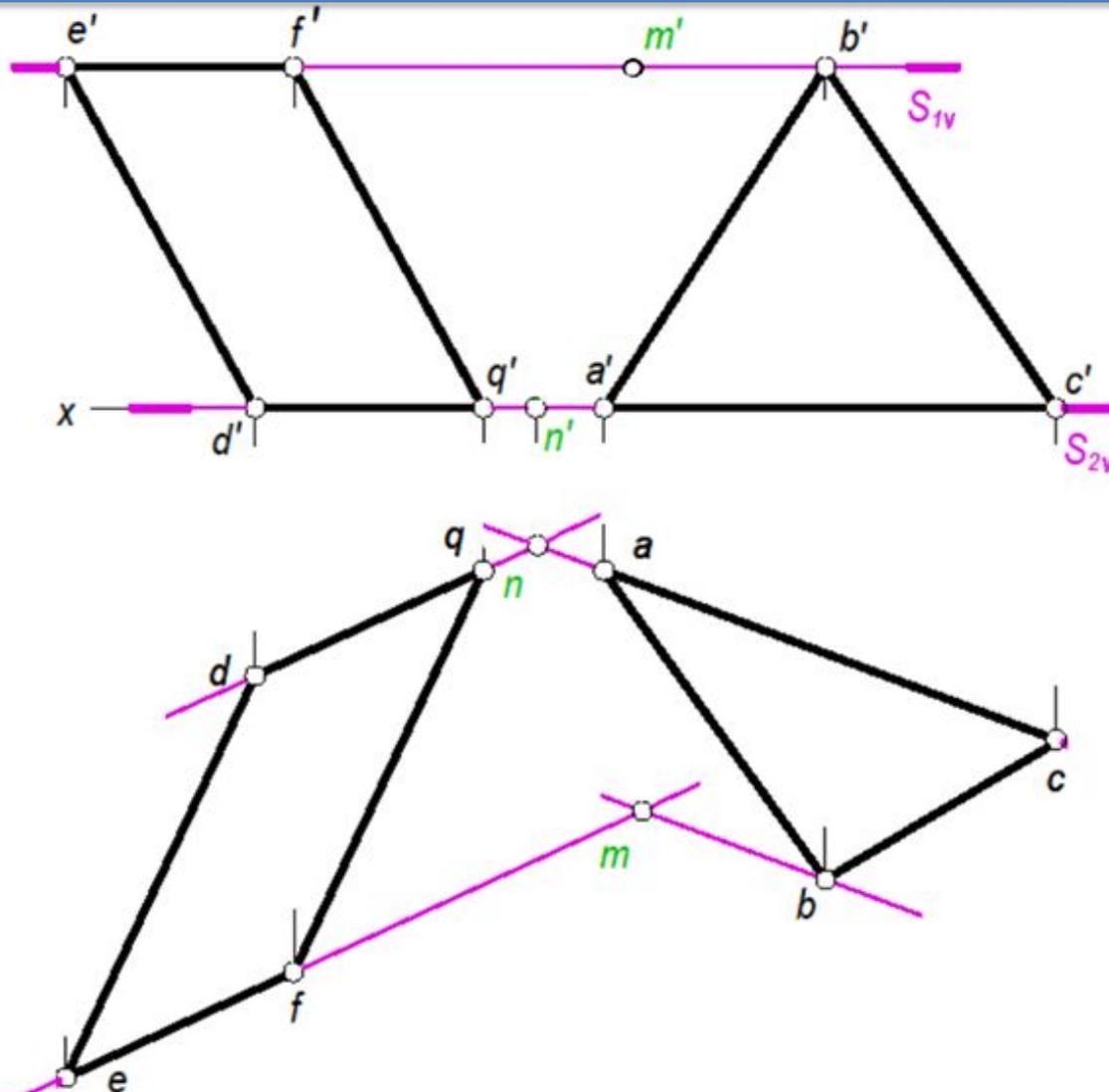
- Построив линии пересечения плоскости  $S_1$  с заданными плоскостями, определяем точку  $M(m, m')$

## Решение задачи



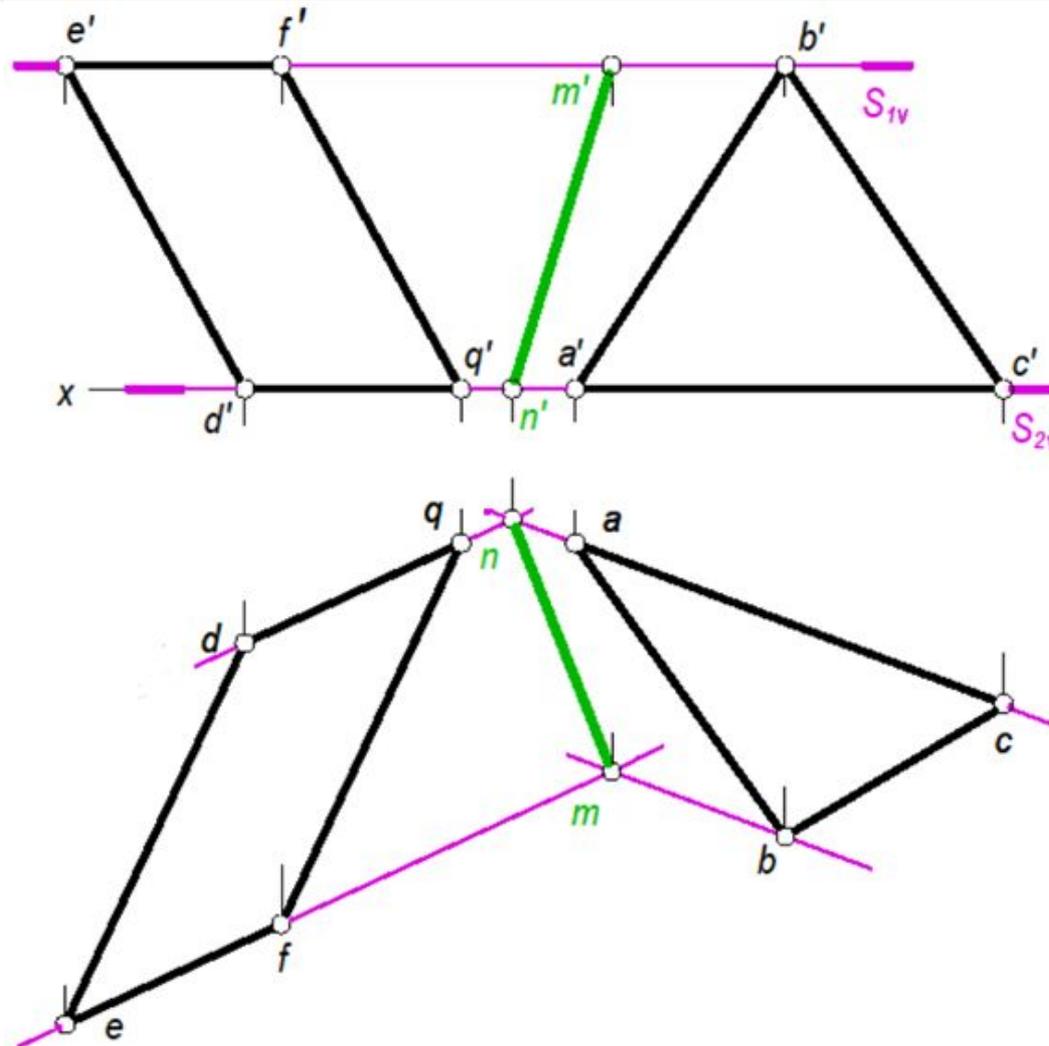
- Проводим вспомогательную плоскость уровня  $S_2$

## Решение задачи



- Построив линии пересечения плоскости  $S_2$  с заданными плоскостями, определяем точку  $N(n, n')$

## Решение задачи

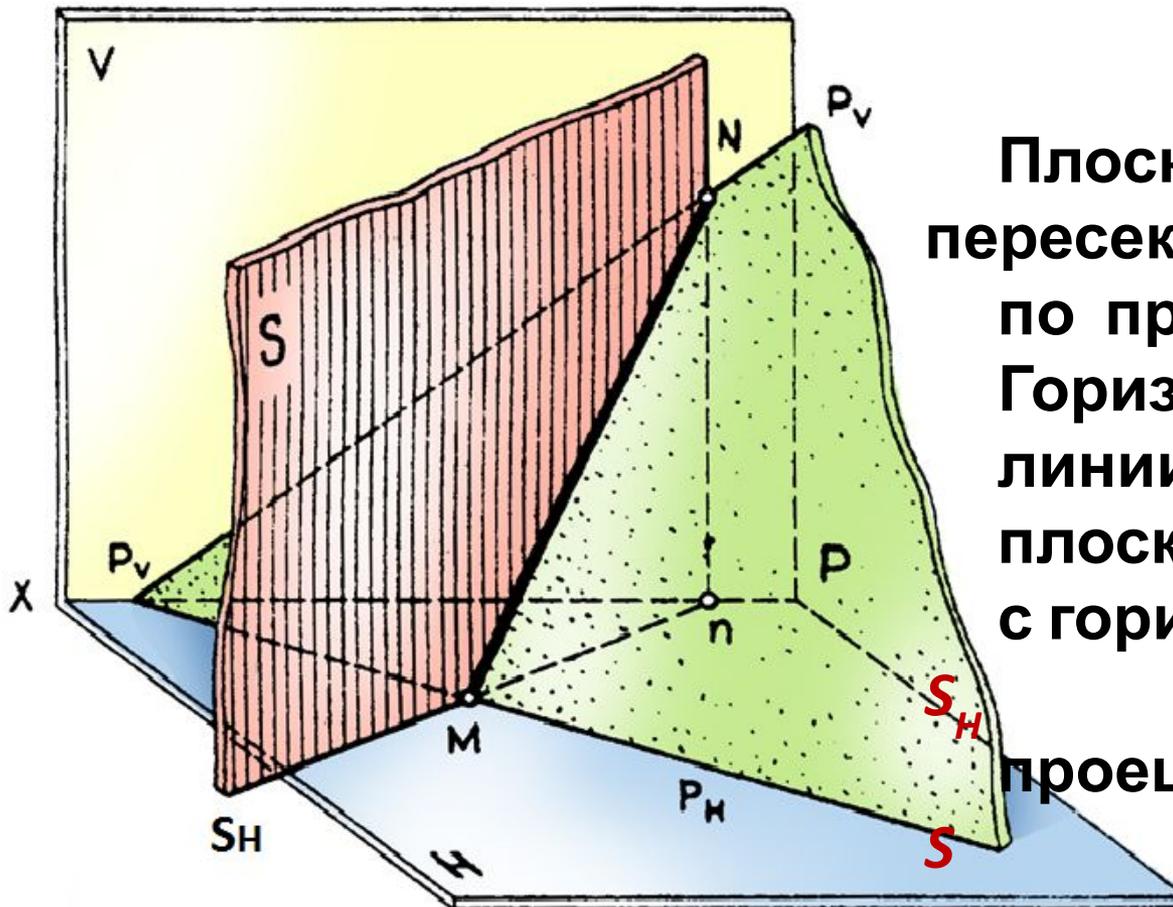


- Соединяя одноименные проекции точек, получаем линию пересечения плоскостей  **$MN$  ( $mn, m'n'$ )**

## Плоскость

### Частный случай пересечения плоскостей

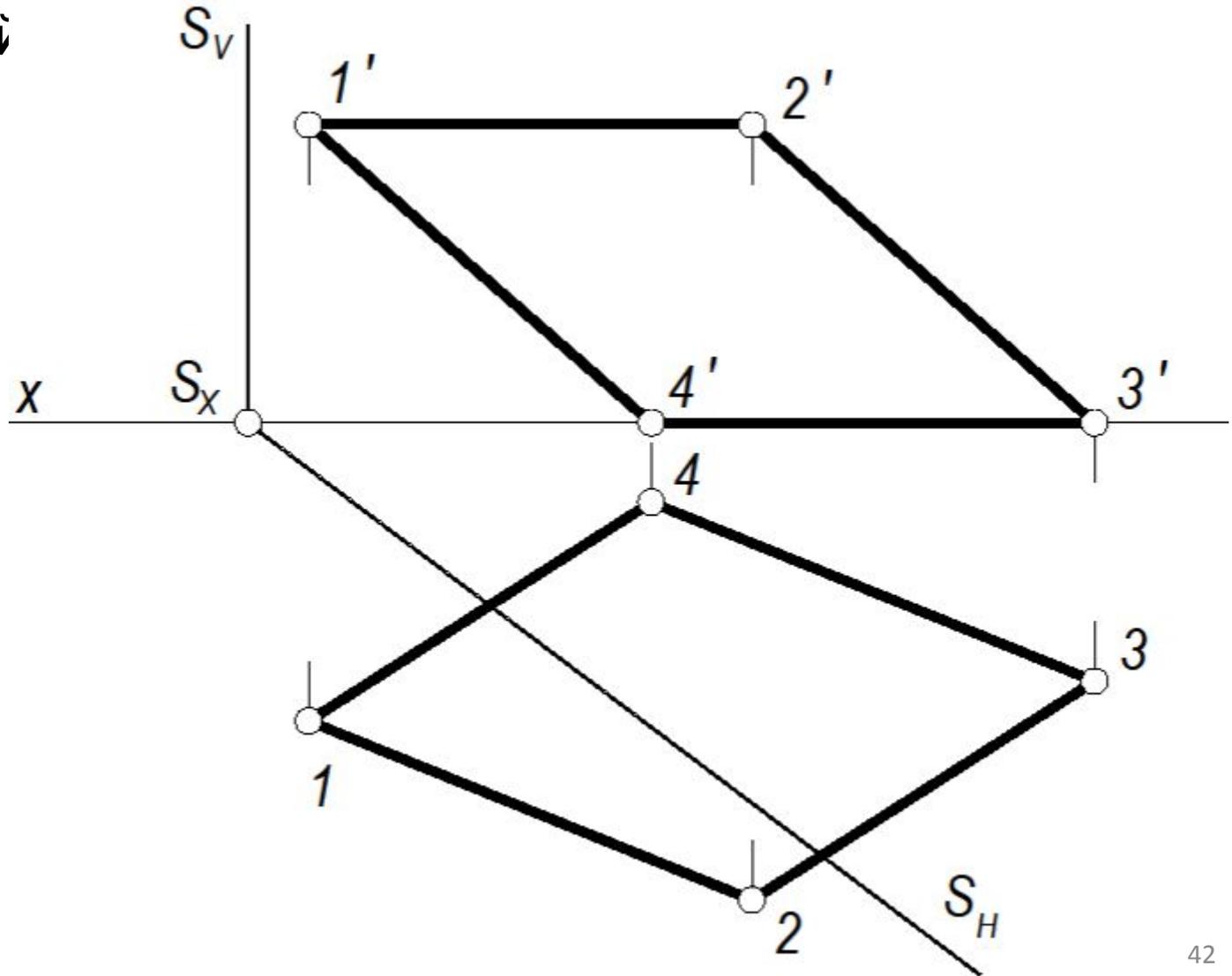
Пересечение плоскости общего положения  $P$  с горизонтально проецирующей плоскостью  $S$



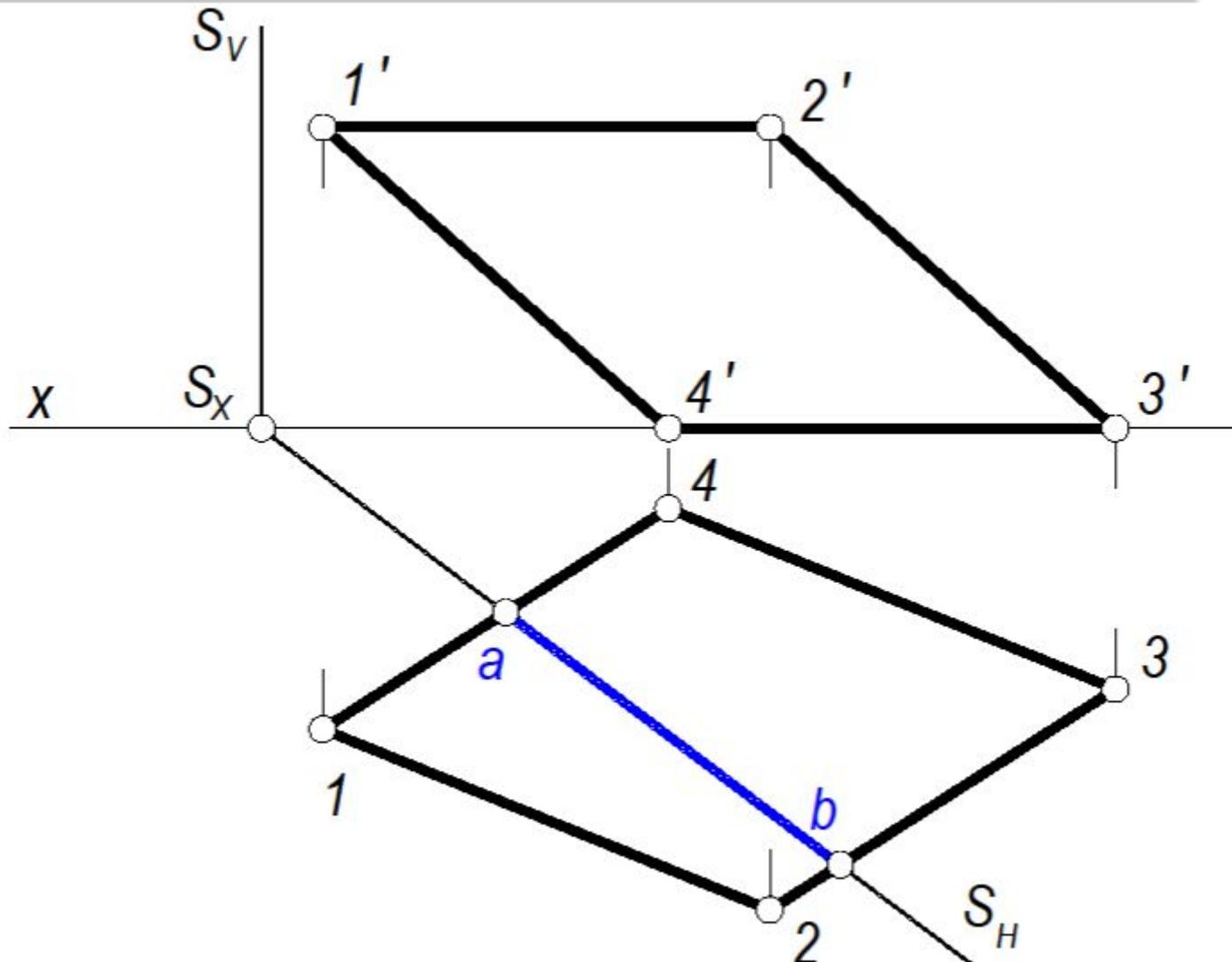
Плоскости  $P$  и  $S$   
пересекаются  
по прямой  $MN$   
Горизонтальная проекция  
линии пересечения  
плоскостей  $mn$  совпадает  
с горизонтальным следом  
проецирующей плоскости

## Решение задачи

**Задача:** Построить линию пересечения  
плоскостей

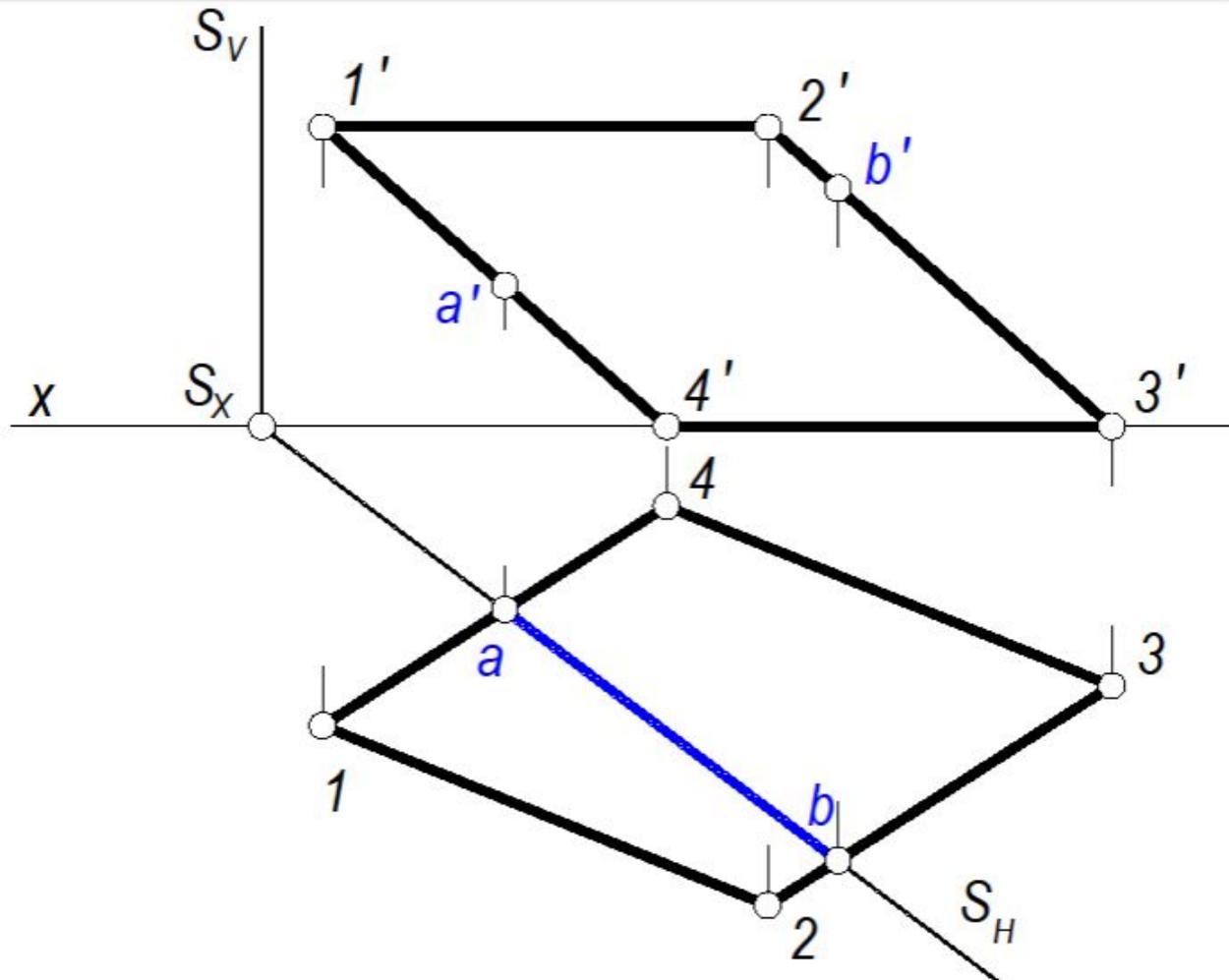


## Решение задачи



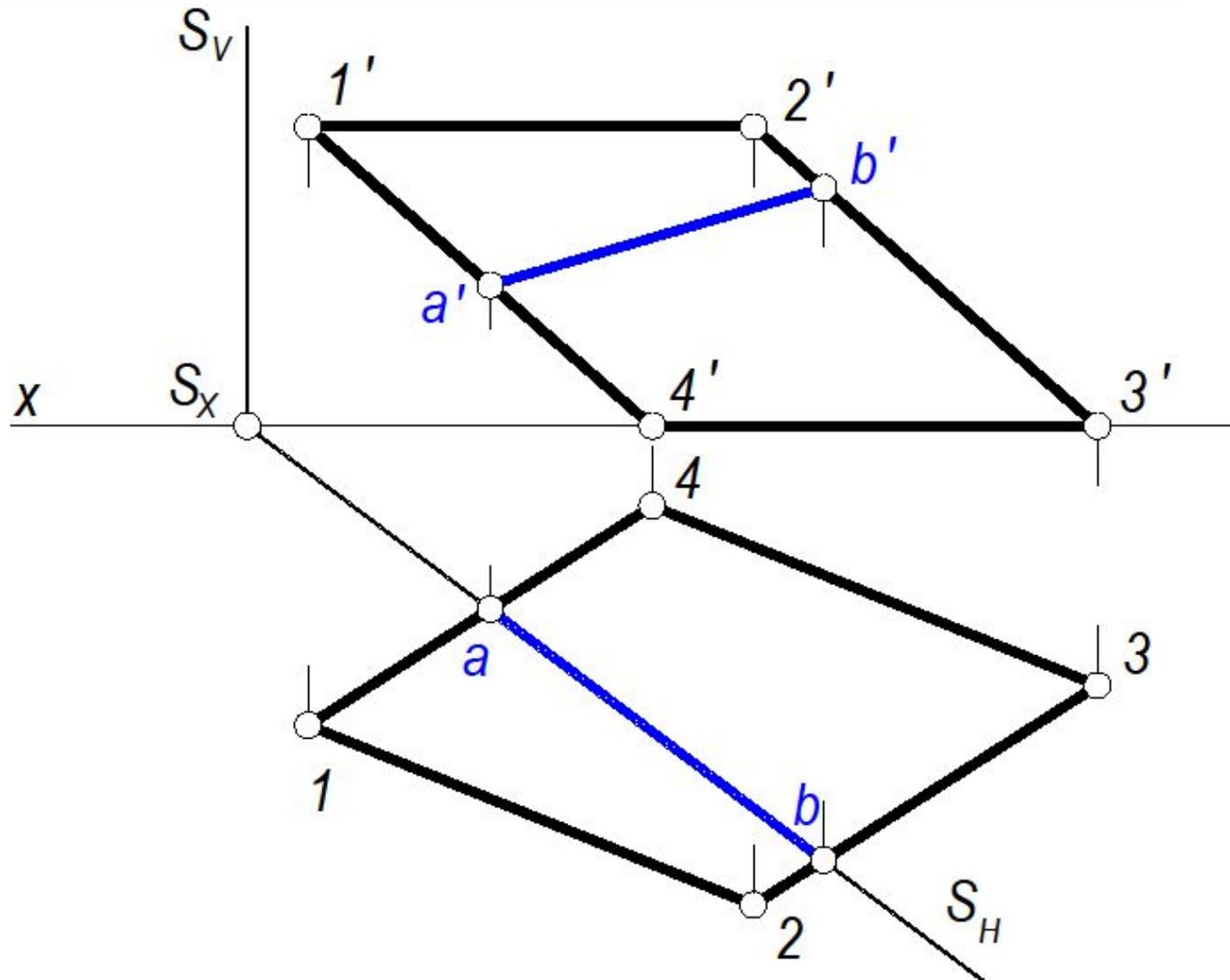
- Определяем горизонтальную проекцию линии пересечения плоскостей – ***ab***

## Решение задачи



- Строим фронтальные проекции точек  $a'$  и  $b'$ , учитывая их принадлежность плоскости

## Решение задачи

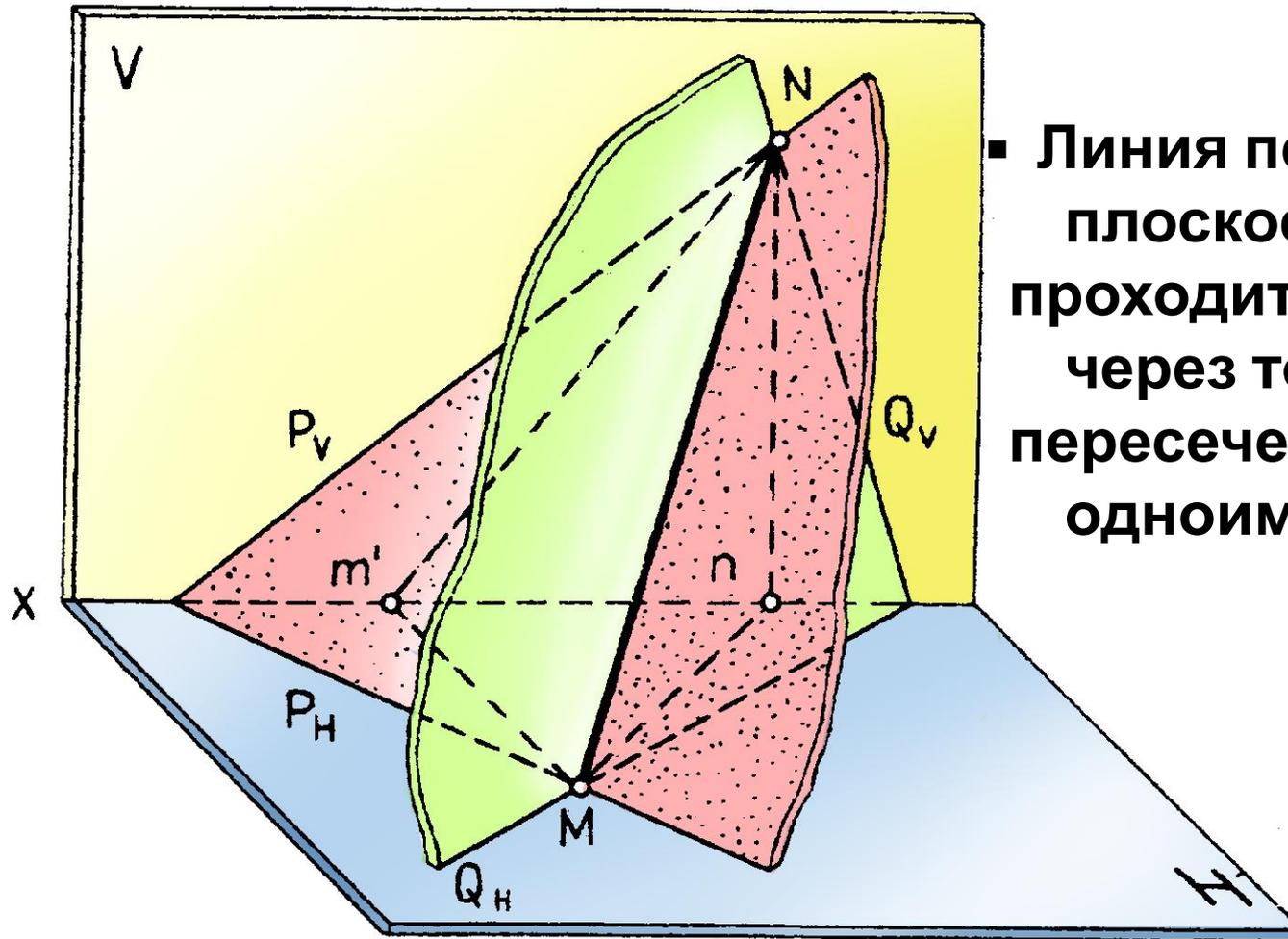


- Достраиваем фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей – ***a'b'***

## Плоскость

### Частный случай пересечения плоскостей

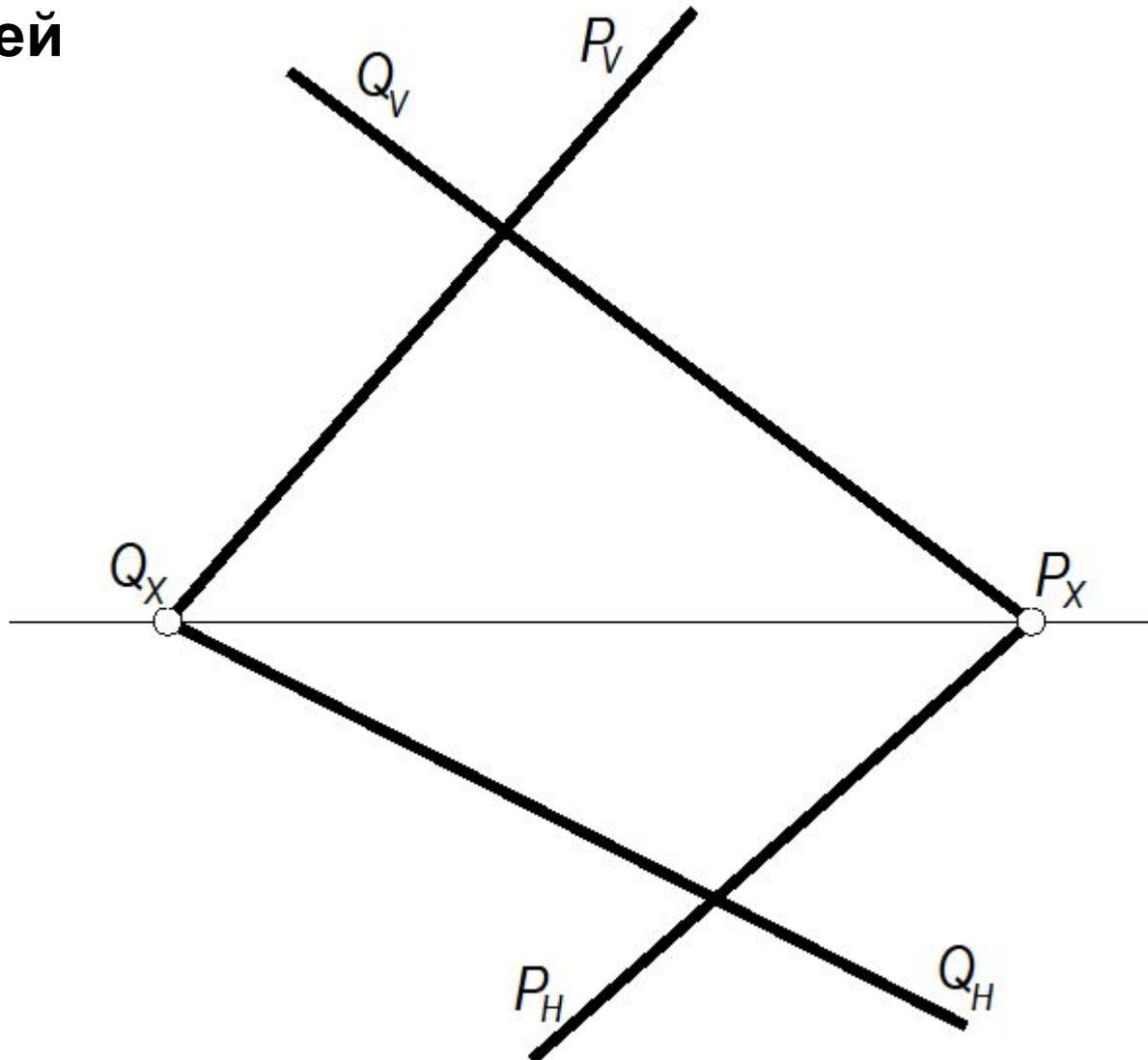
### Пересечение плоскостей, заданных следами



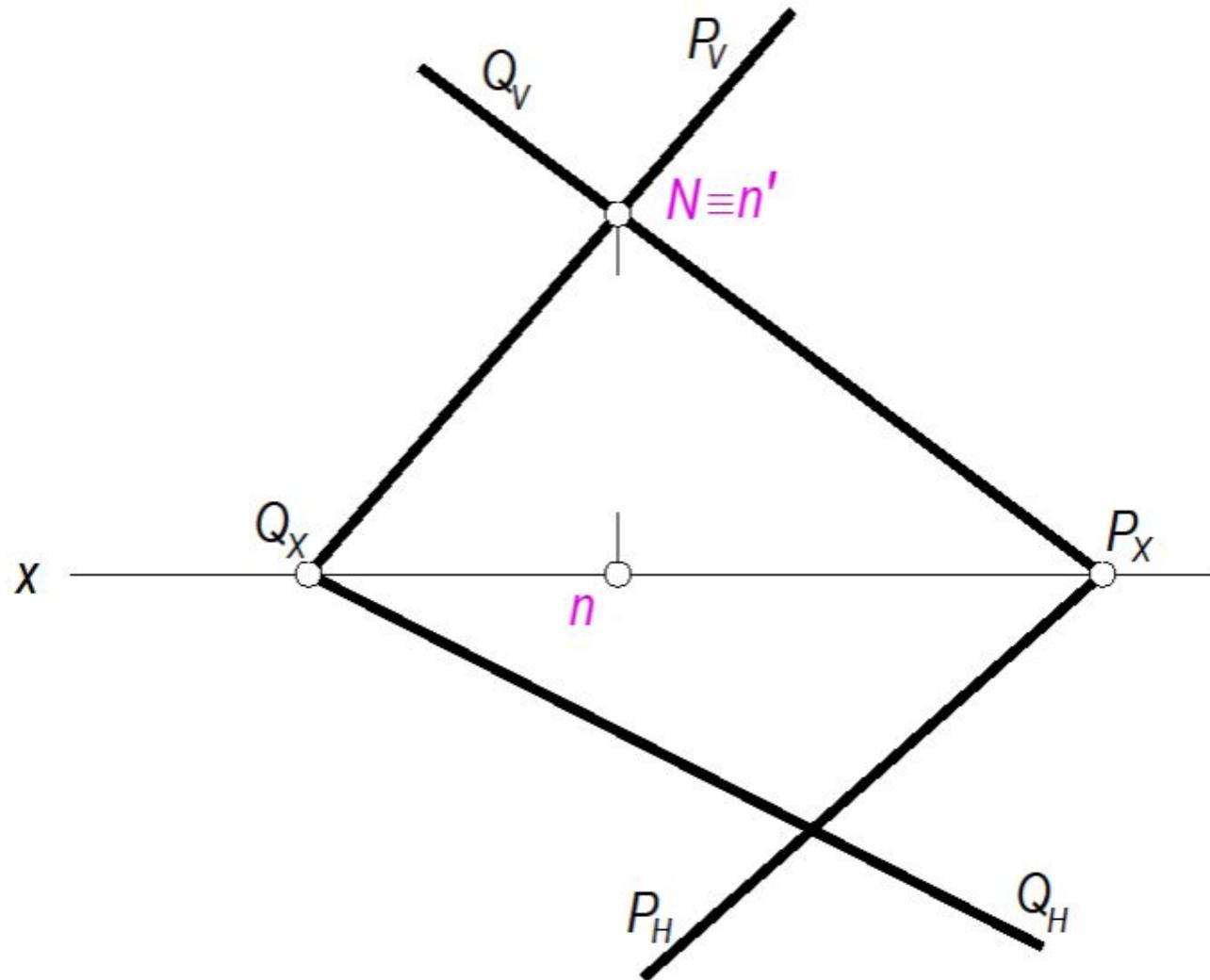
- Линия пересечения плоскостей ***MN*** проходит через точки пересечения одноименных следов

## Решение задачи

**Задача:** Построить линию пересечения  
плоскостей

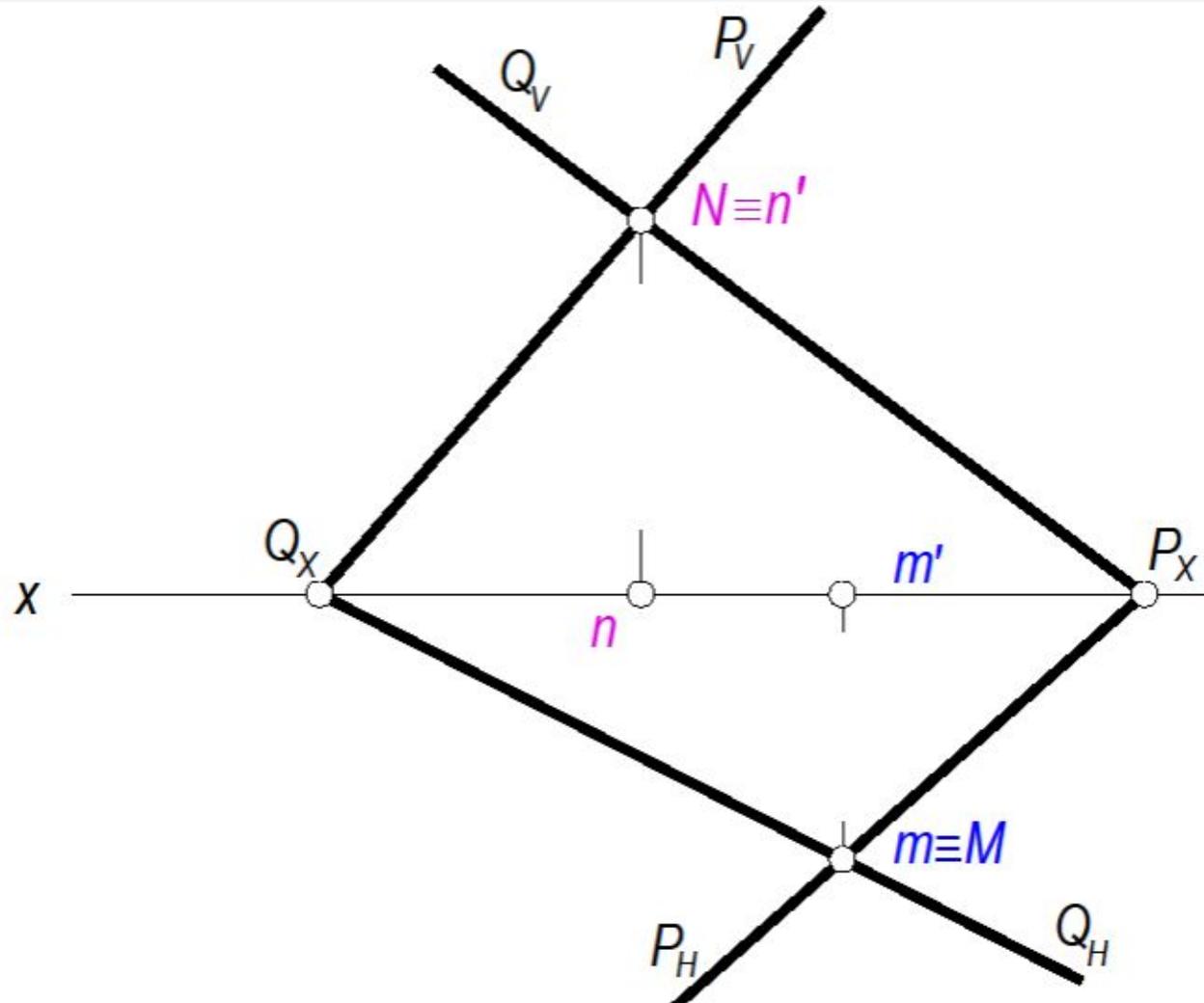


## Решение задачи



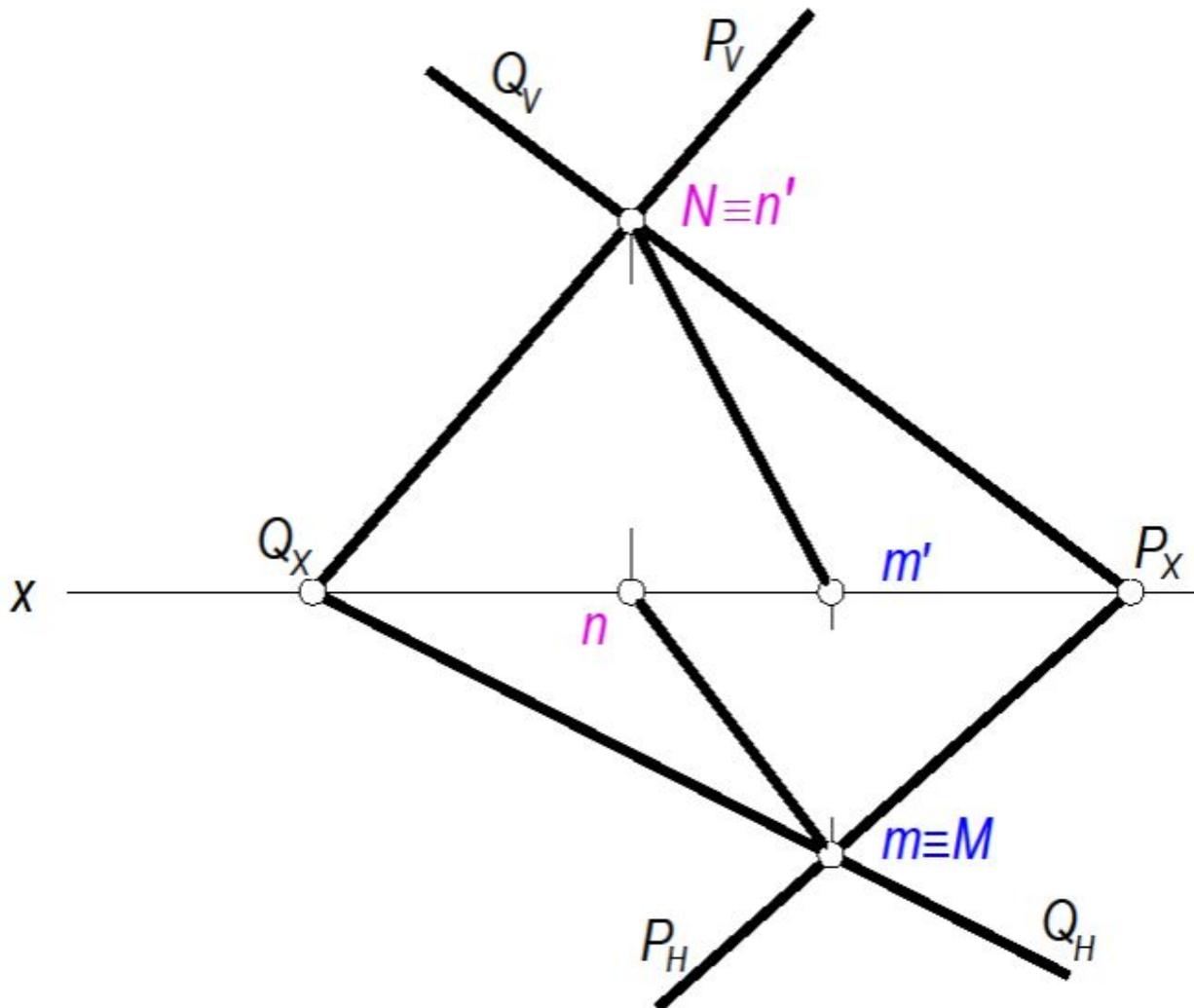
- Определяем точку пересечения фронтальных следов –

## Решение задачи



- Определяем точку пересечения горизонтальных следов –

## Решение задачи



- Соединяя одноименные проекции точек, получаем линию пересечения заданных плоскостей  $MN (m n)$ ,

---

**ЛЕКЦИЯ 3**  
***ВЗАИМНОЕ  
РАСПОЛОЖЕНИЕ  
ПРЯМОЙ ЛИНИИ И  
ПЛОСКОСТИ.***

---

## Взаимное расположение прямой и плоскости

- Прямая параллельная плоскости

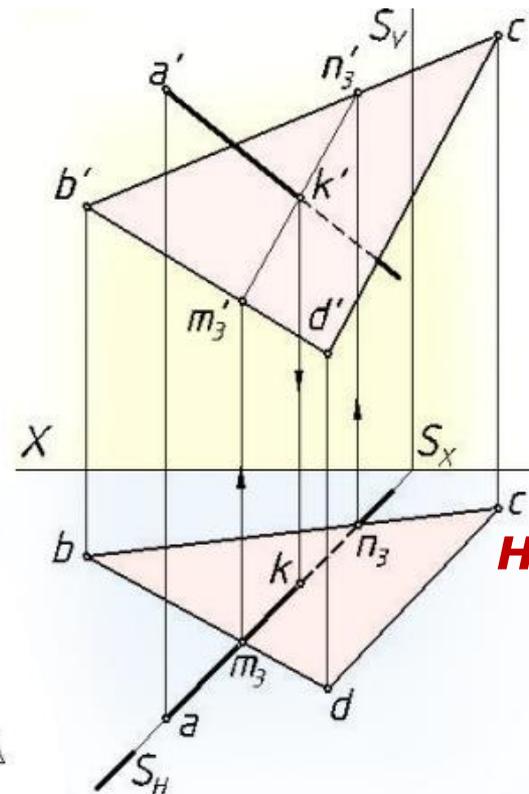
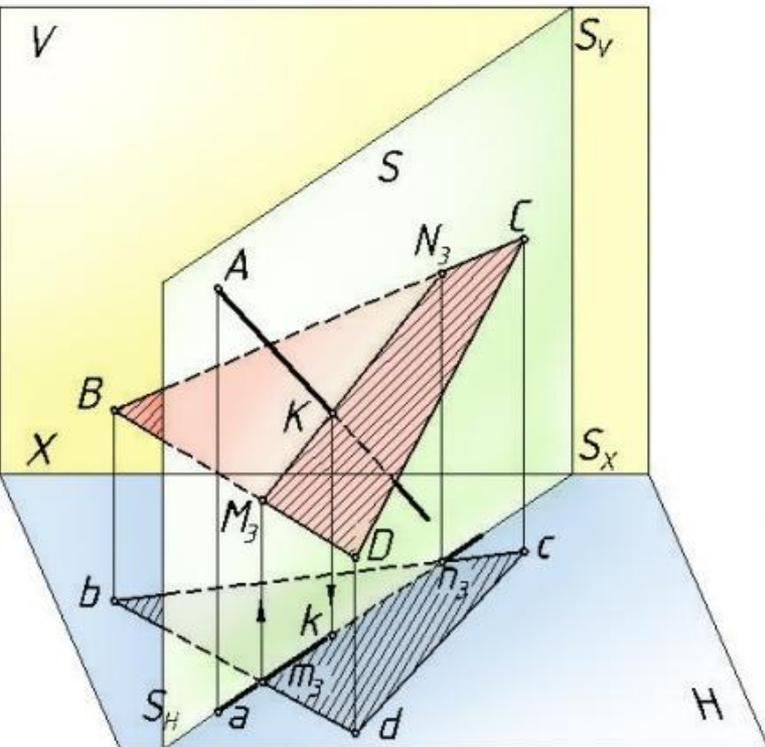
*Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой , лежащей в этой плоскости*

- Прямая пересекает

*плоскость, имеющая с плоскостью одну общую точку , пересекает плоскость*

## Взаимное расположение прямой и плоскости

### Определение точки пересечения прямой с



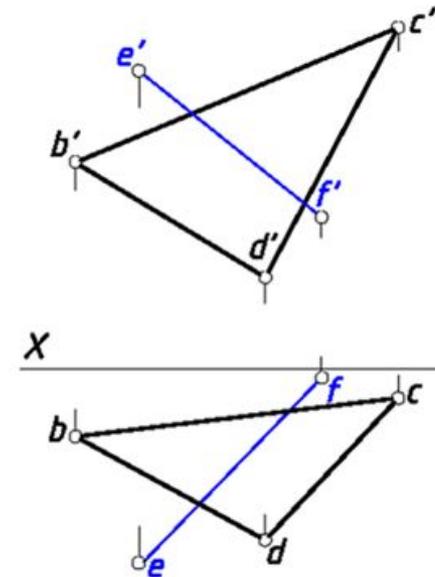
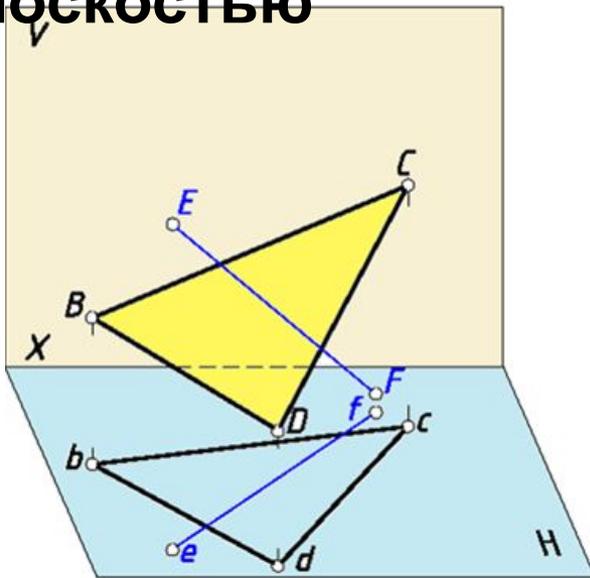
**Алгоритм  
нахождения точки  
пересечения  
прямой с  
плоскостью**

- Прямую заключаем во вспомогательную (проецирующую) плоскость
- Строим линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной
- Определяем искомую точку как точку пересечения заданной

## Решение задачи

### Пересечение прямой с плоскостью

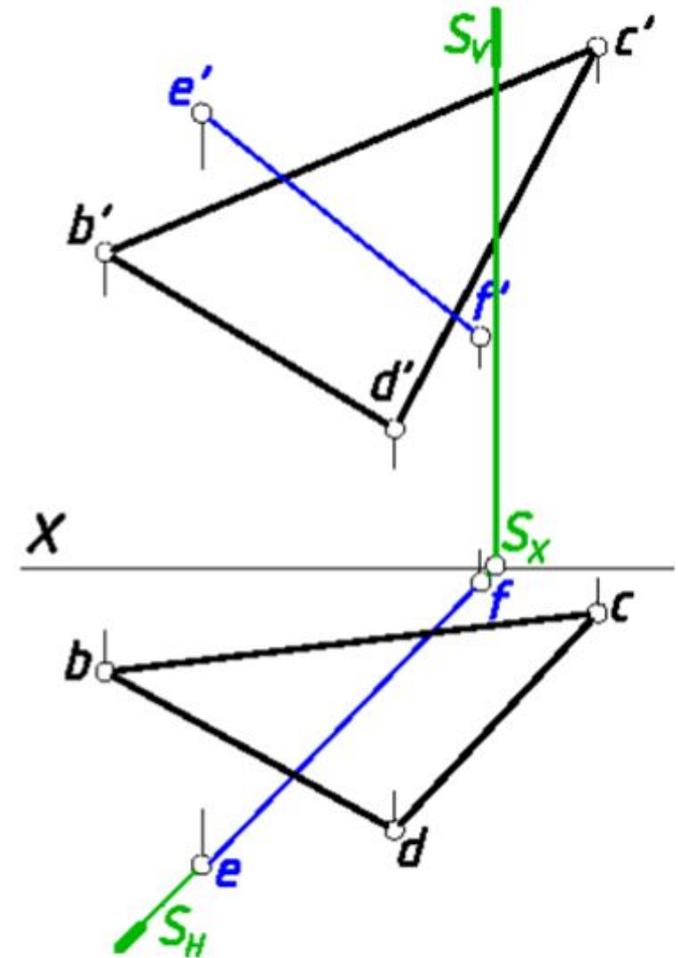
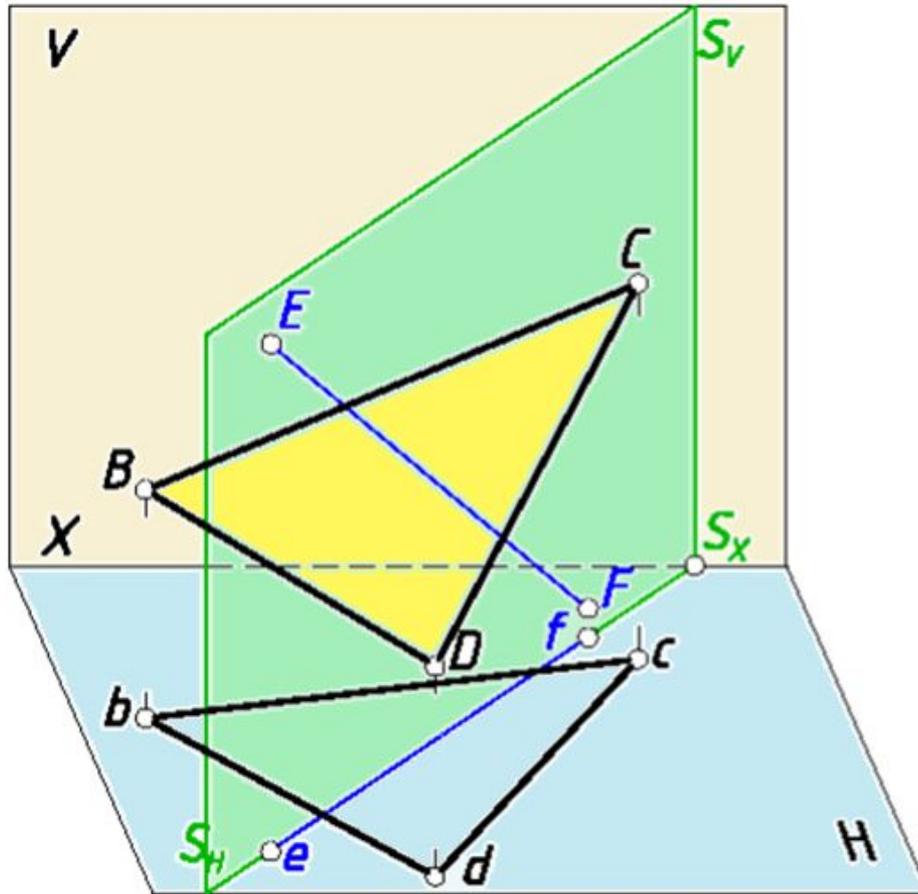
**Задача:** Построить точку пересечения прямой с  
плоскостью



- На наглядном рисунке показаны плоскость  $ABC$ , прямая  $EF$  и их горизонтальные проекции  $abc$  и  $ef$

- Проекции плоскости и прямой на эпюре

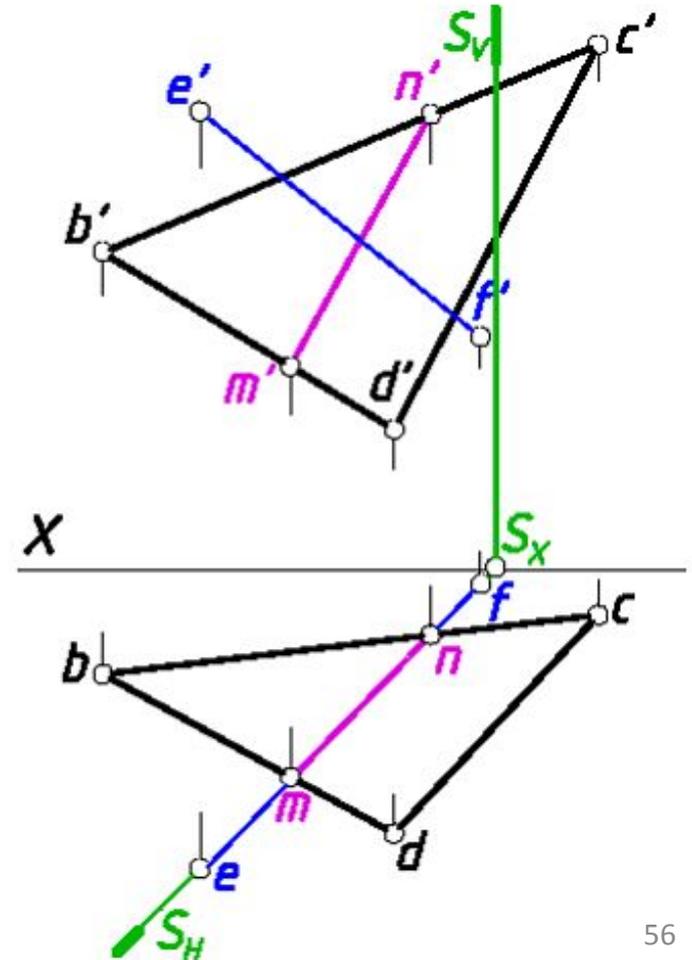
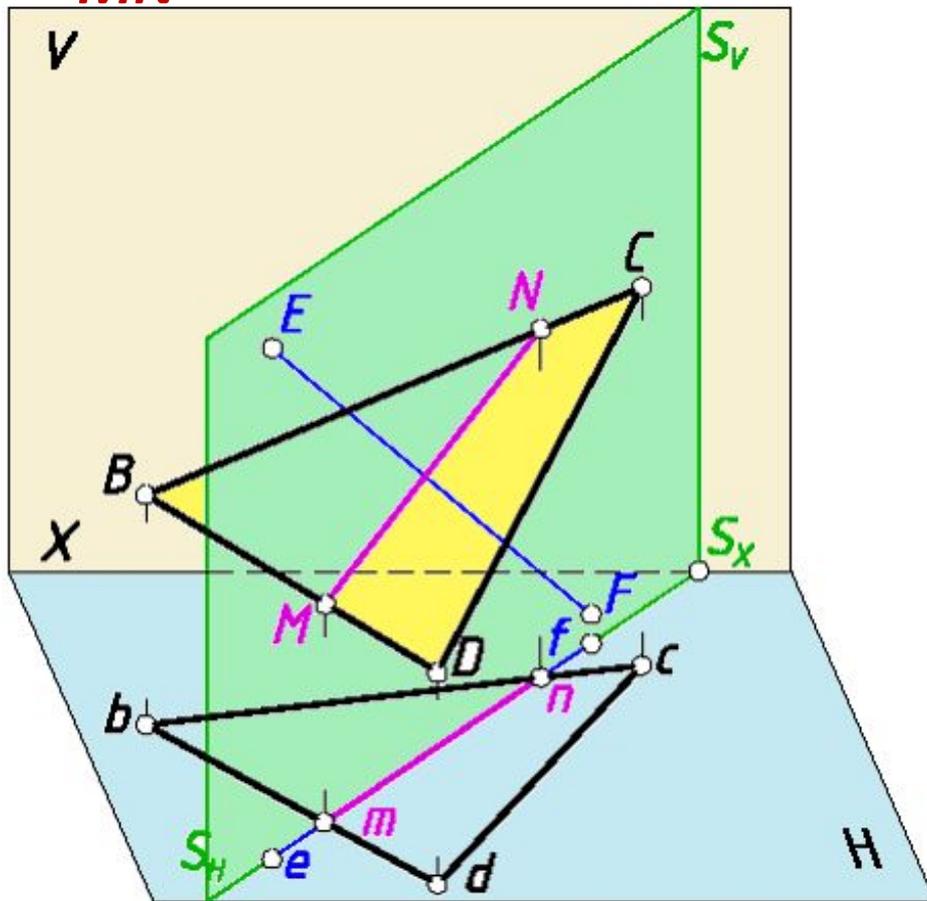
## Решение задачи



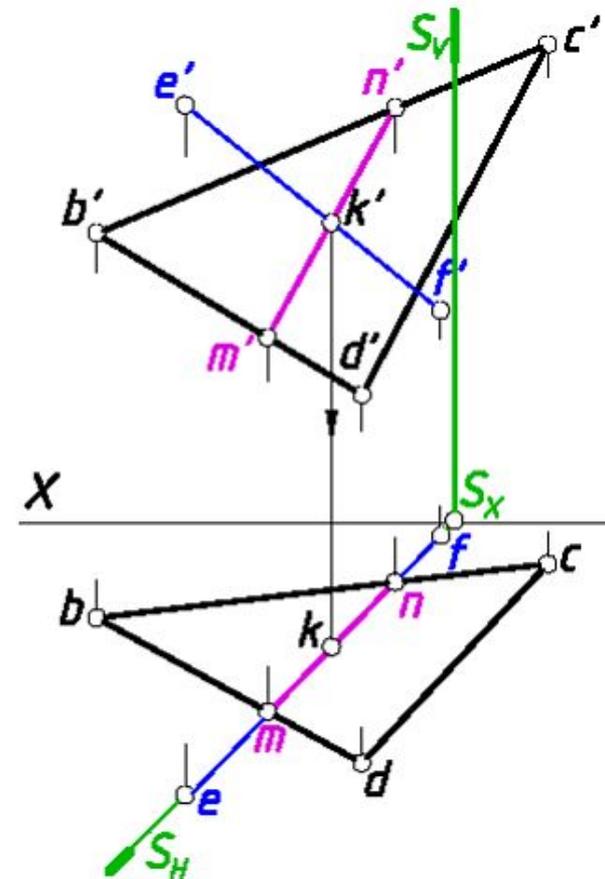
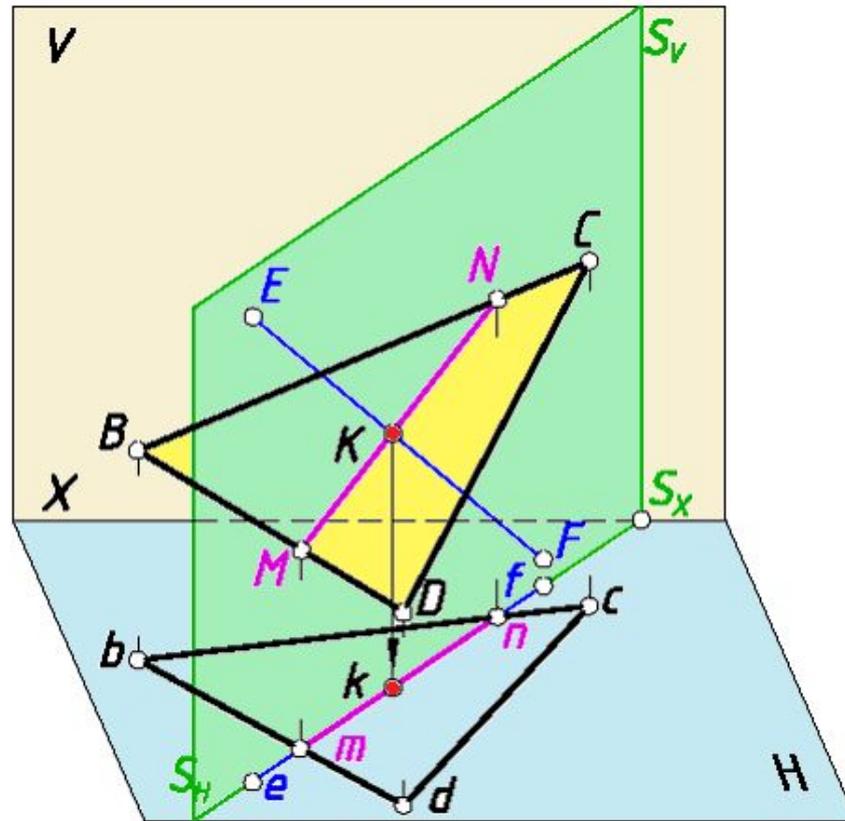
- Прямую **EF** заключаем во вспомогательную (горизонтально

## Решение задачи

- Строим линию пересечения заданной плоскости  $B CD$  со вспомогательной плоскостью  $S$  – прямую  $M N$

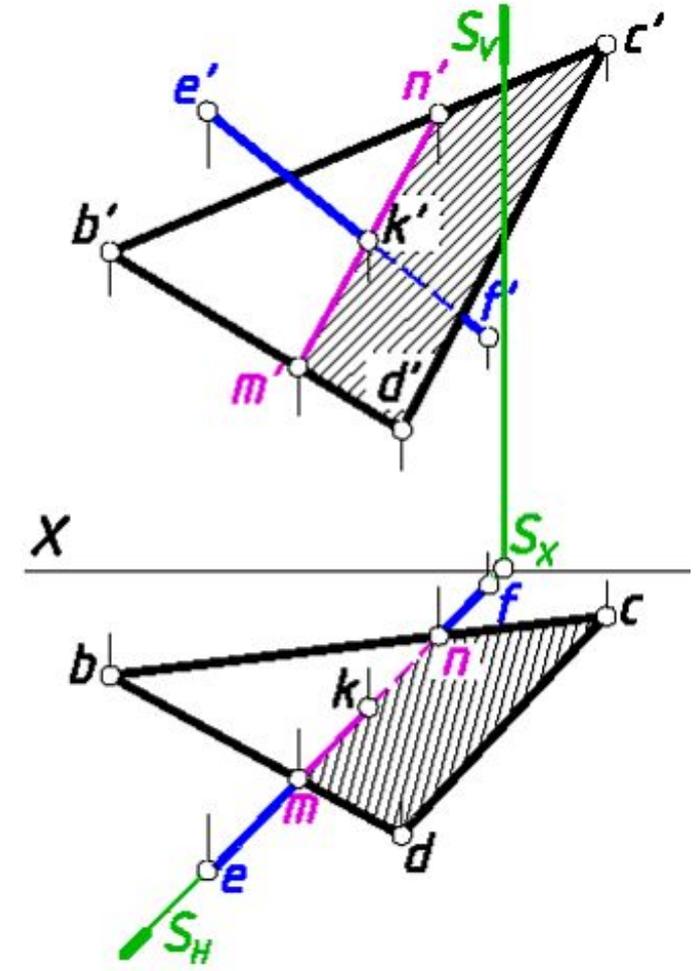
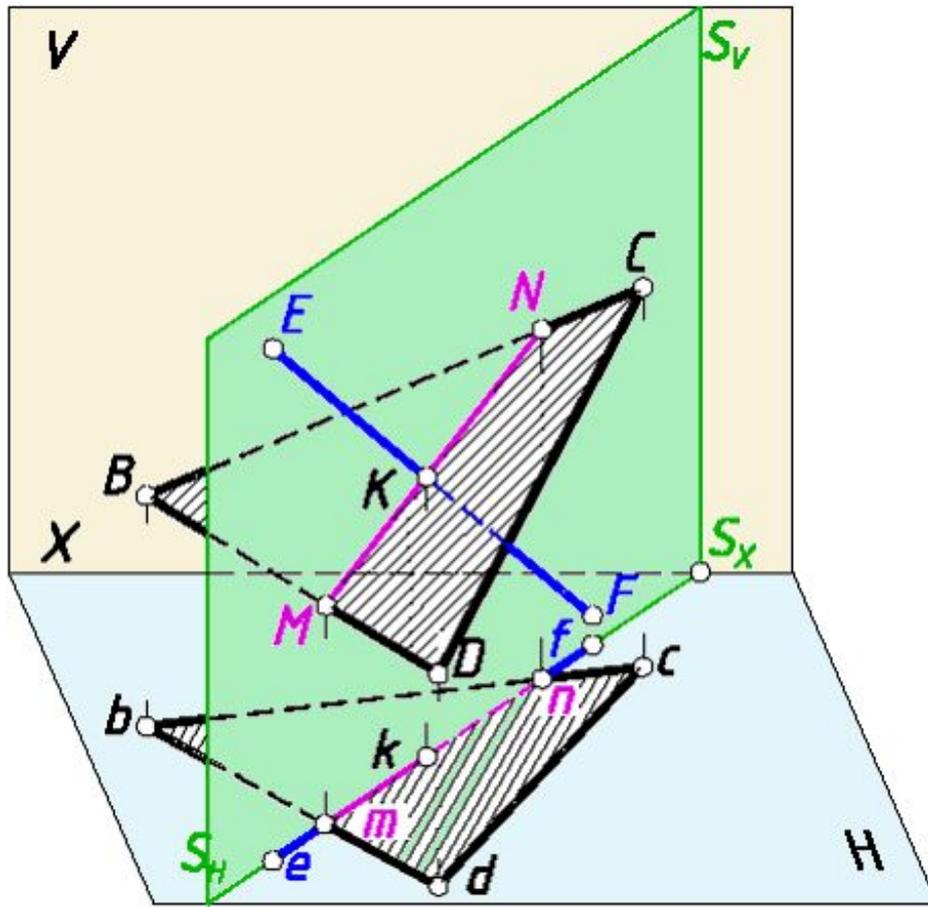


## Решение задачи



- Определяем искомую точку **K** как точку пересечения данной прямой **EF** с построенной линией пересечения **MN**

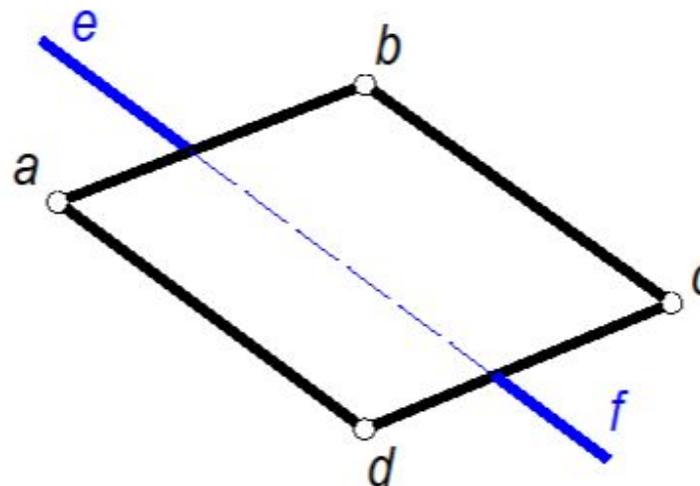
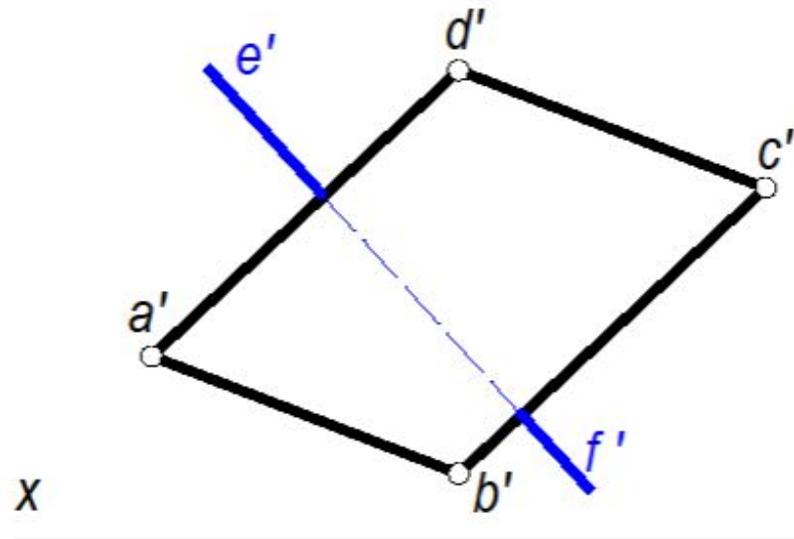
# Решение задачи



- Определяем видимость прямой **EF** относительно плоскости **BCD**, используя

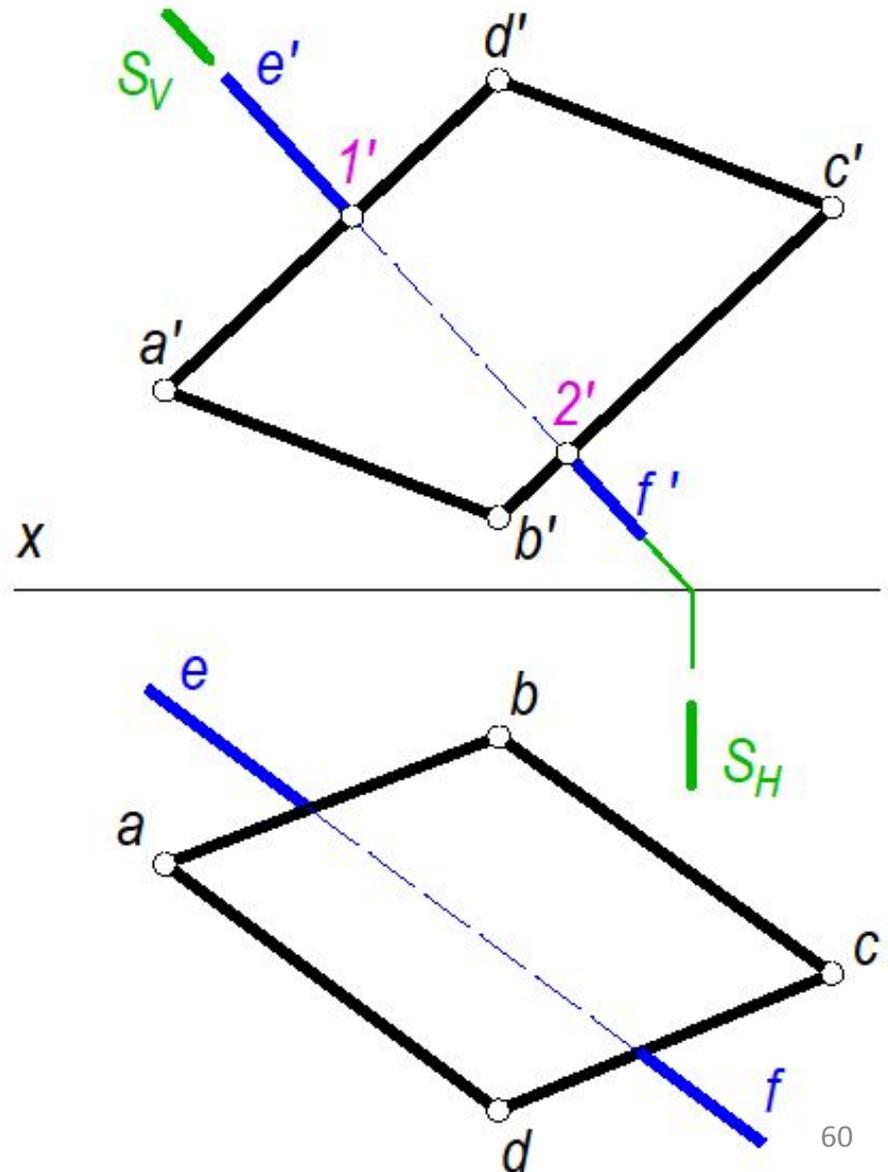
## Решение задачи

**Задача:** Построить точку пересечения прямой с плоскостью



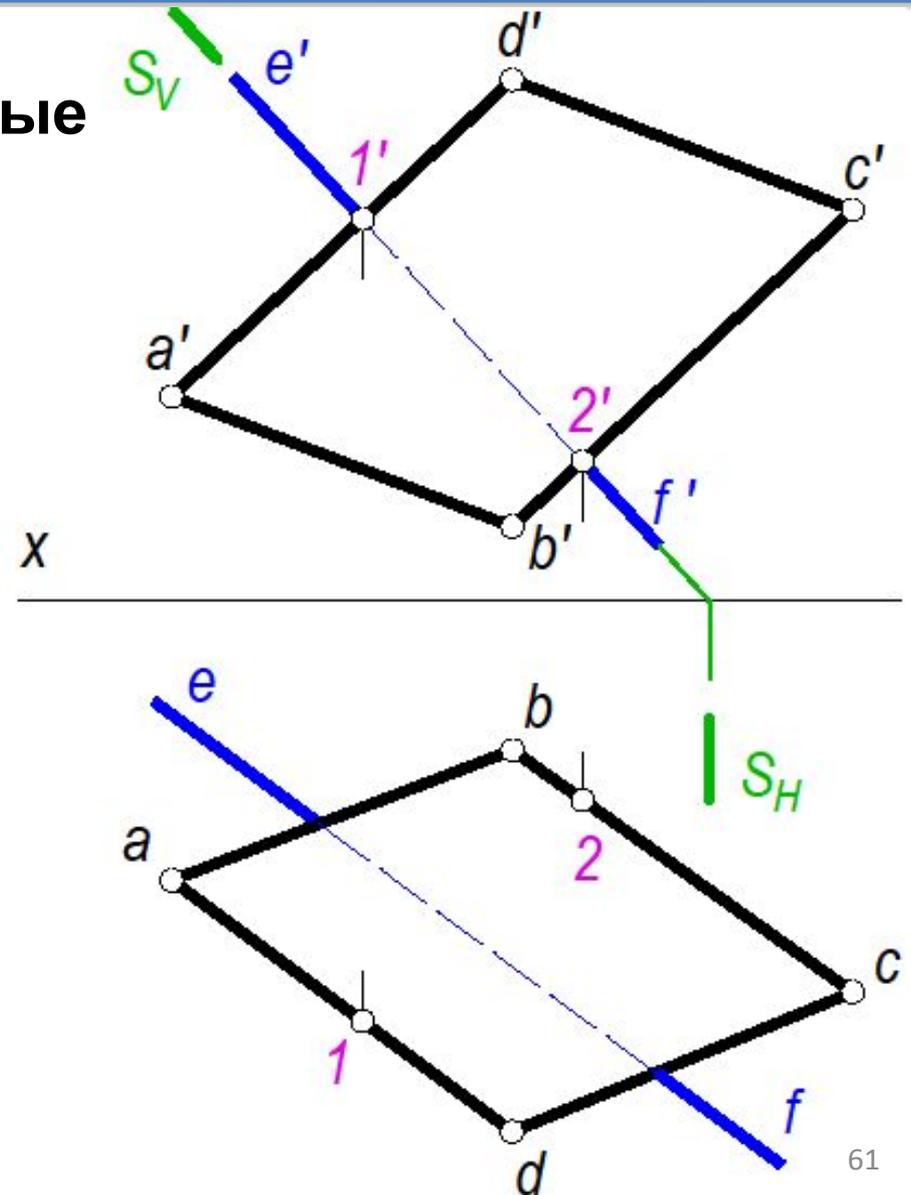
## Решение задачи

- Прямую  $EF$  заключаем во вспомогательную (фронтально проецирующую) плоскость  $S$
- Определяем фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей  $1'2'$



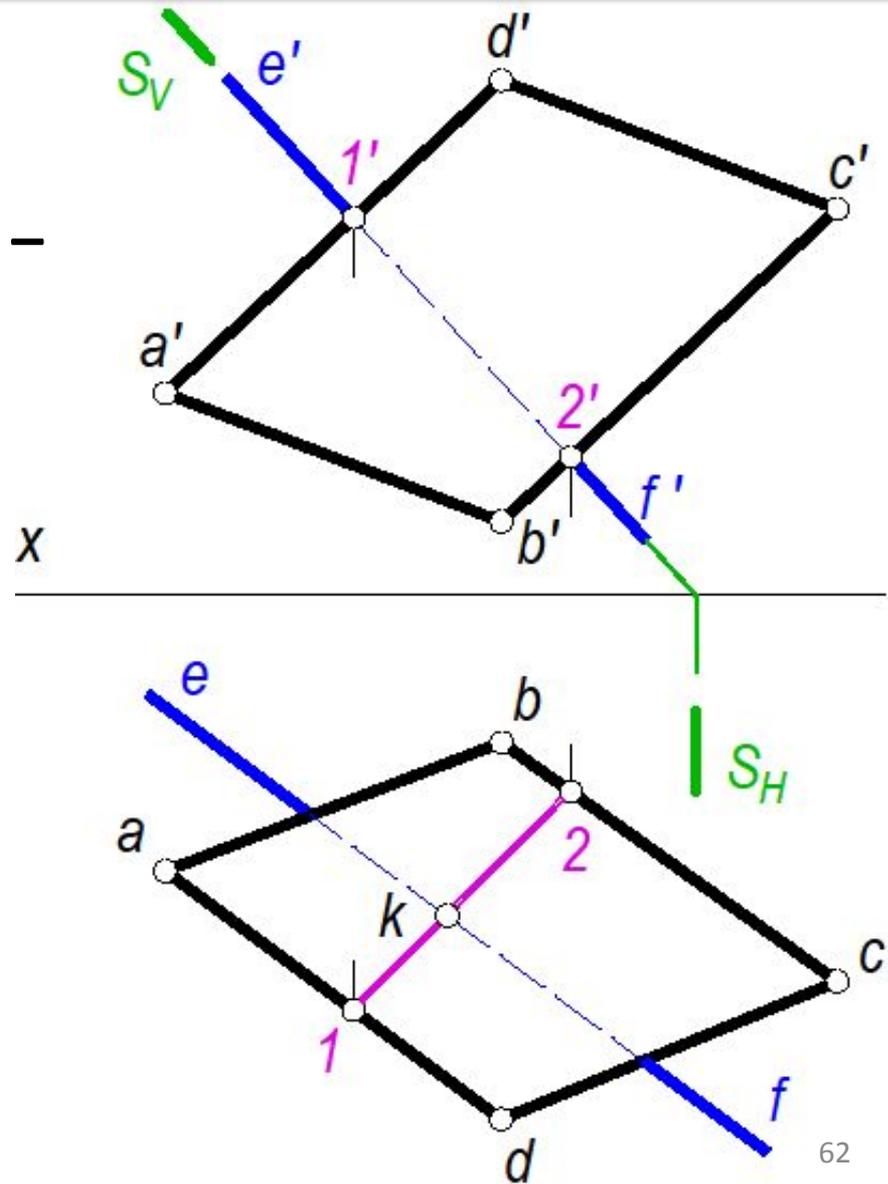
## Решение задачи

- Находим горизонтальные проекции точек **1** и **2**



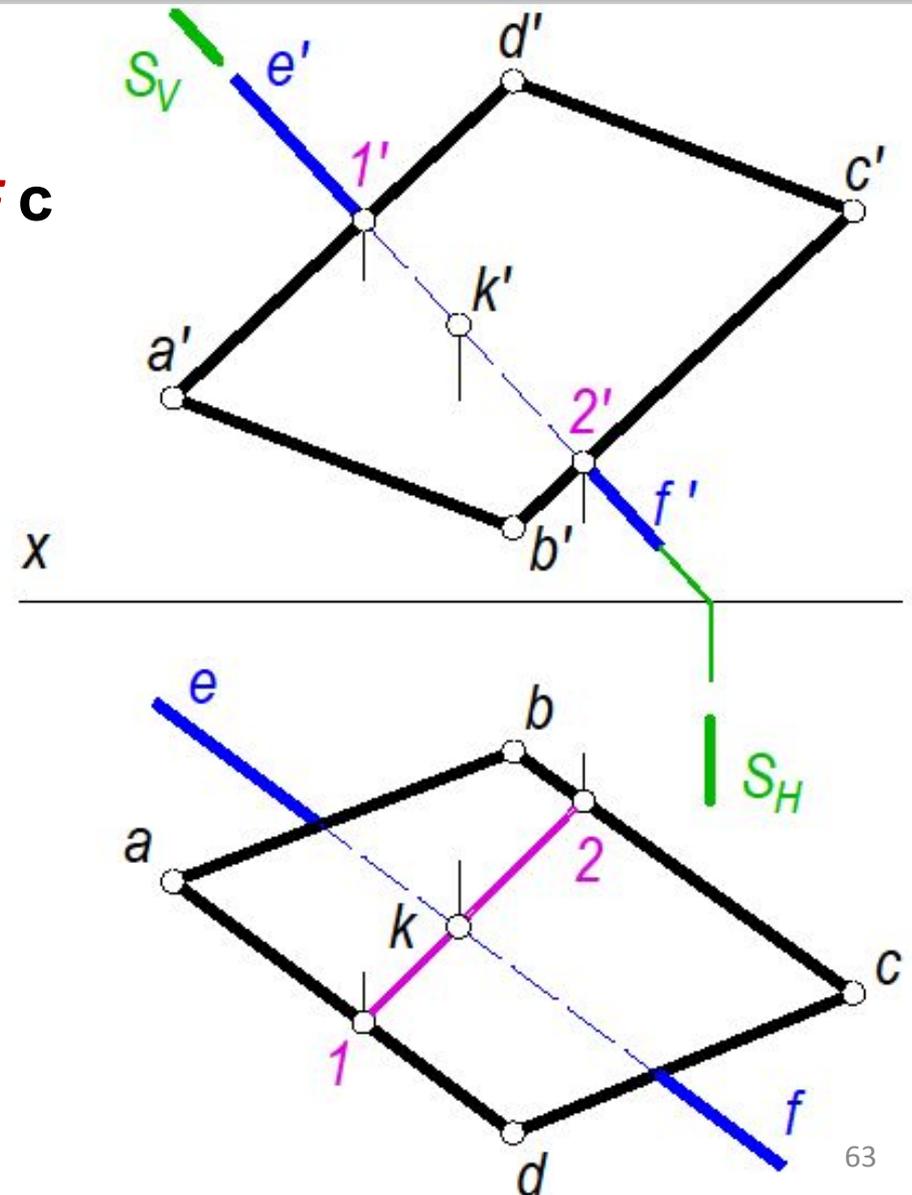
## Решение задачи

- Строим горизонтальную проекцию линии пересечения плоскостей – прямую **1 2**



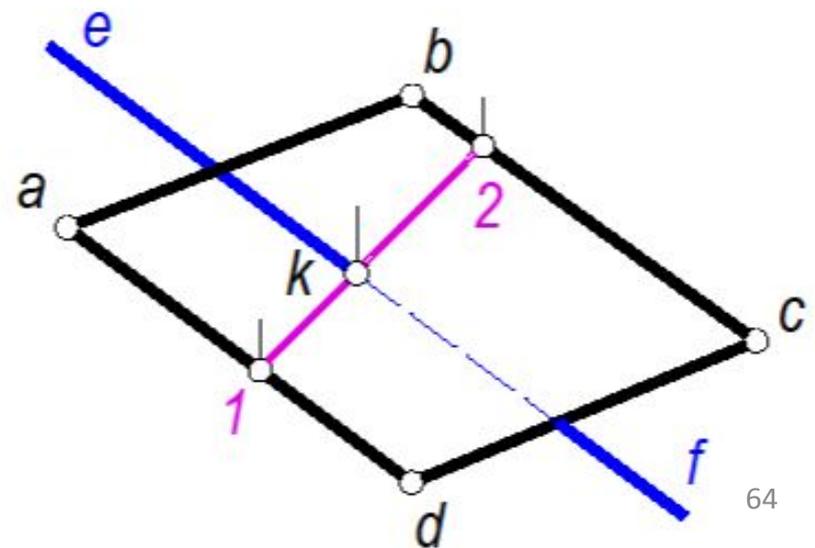
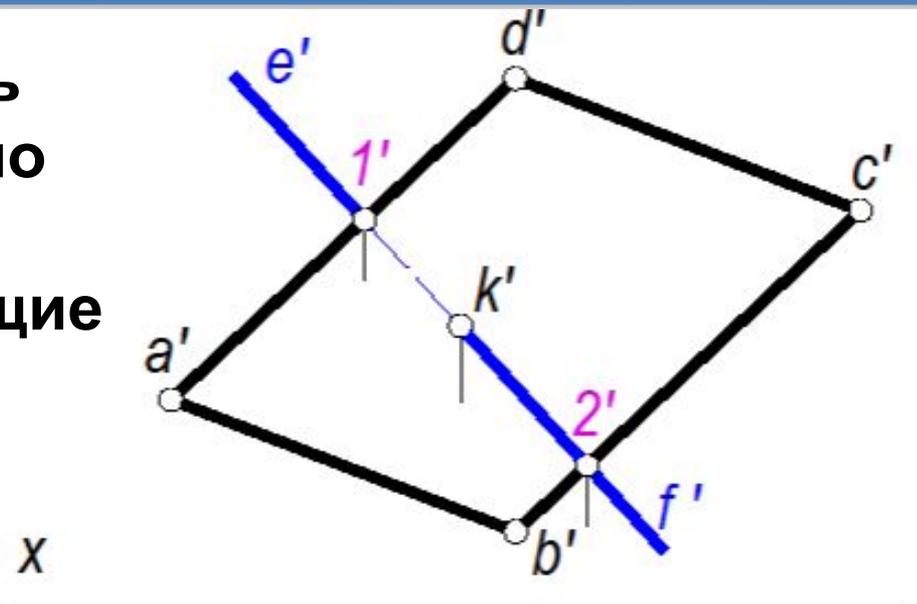
## Решение задачи

- Определяем точку пересечения прямой **EF** с заданной плоскостью – точку **K** ( $k, k'$ )



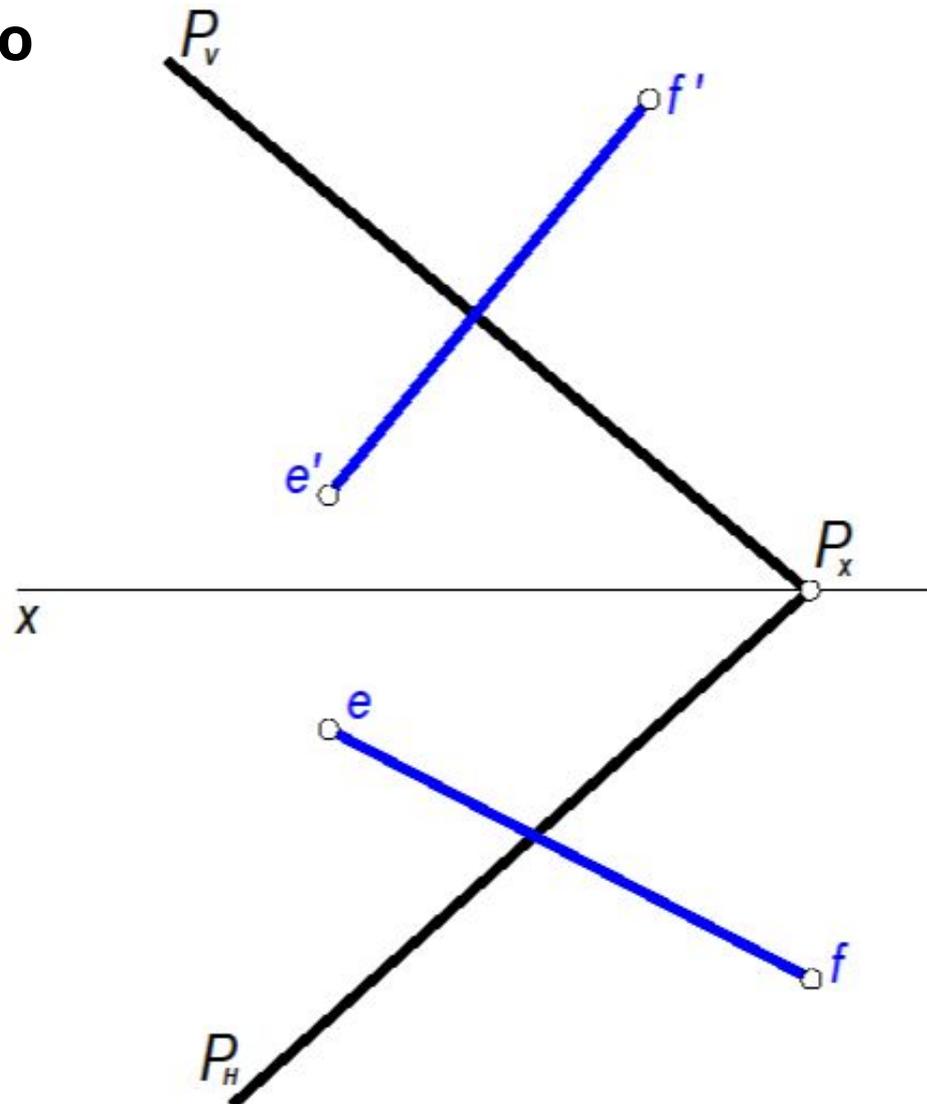
## Решение задачи

- Определяем видимость прямой  $EF$  относительно плоскости  $ABCD$ , используя конкурирующие точки

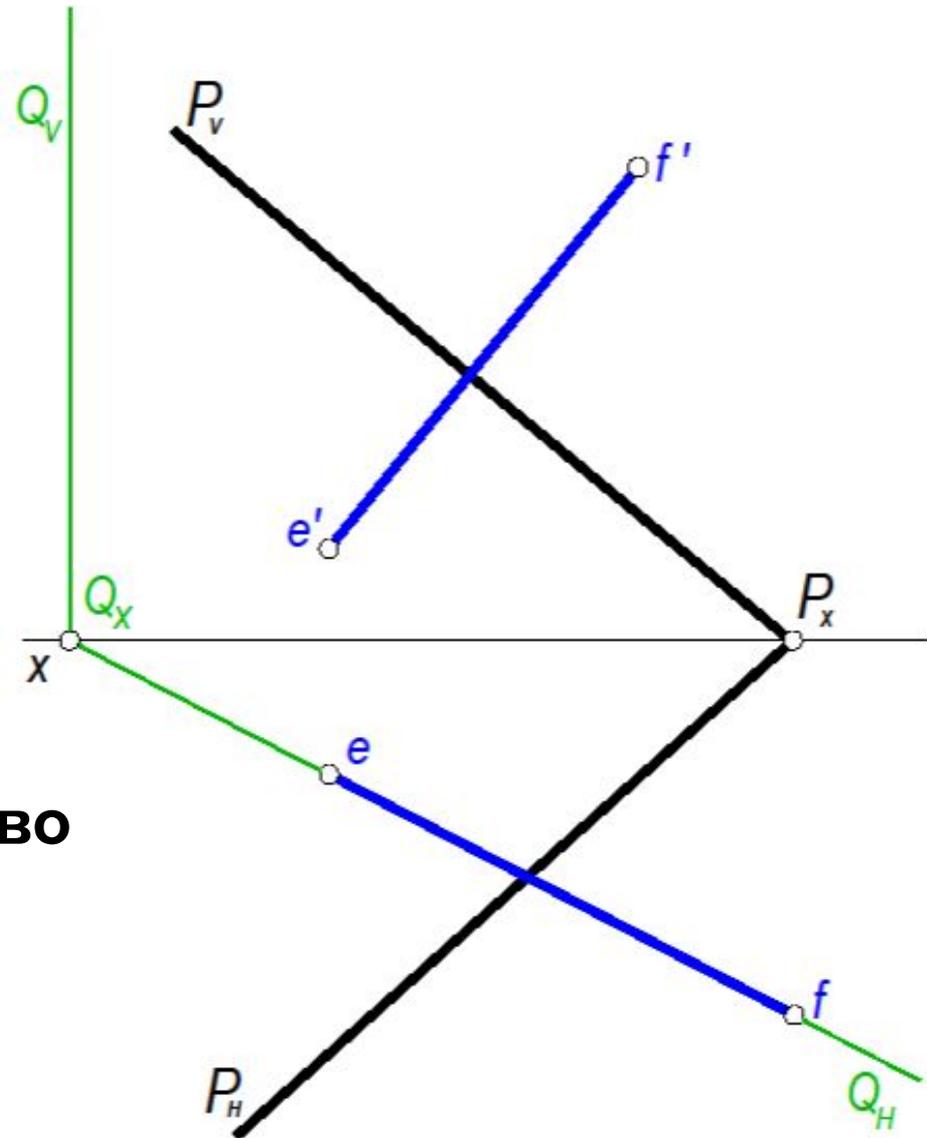


## Решение задачи

**Задача:** Построить точку пересечения прямой с плоскостью

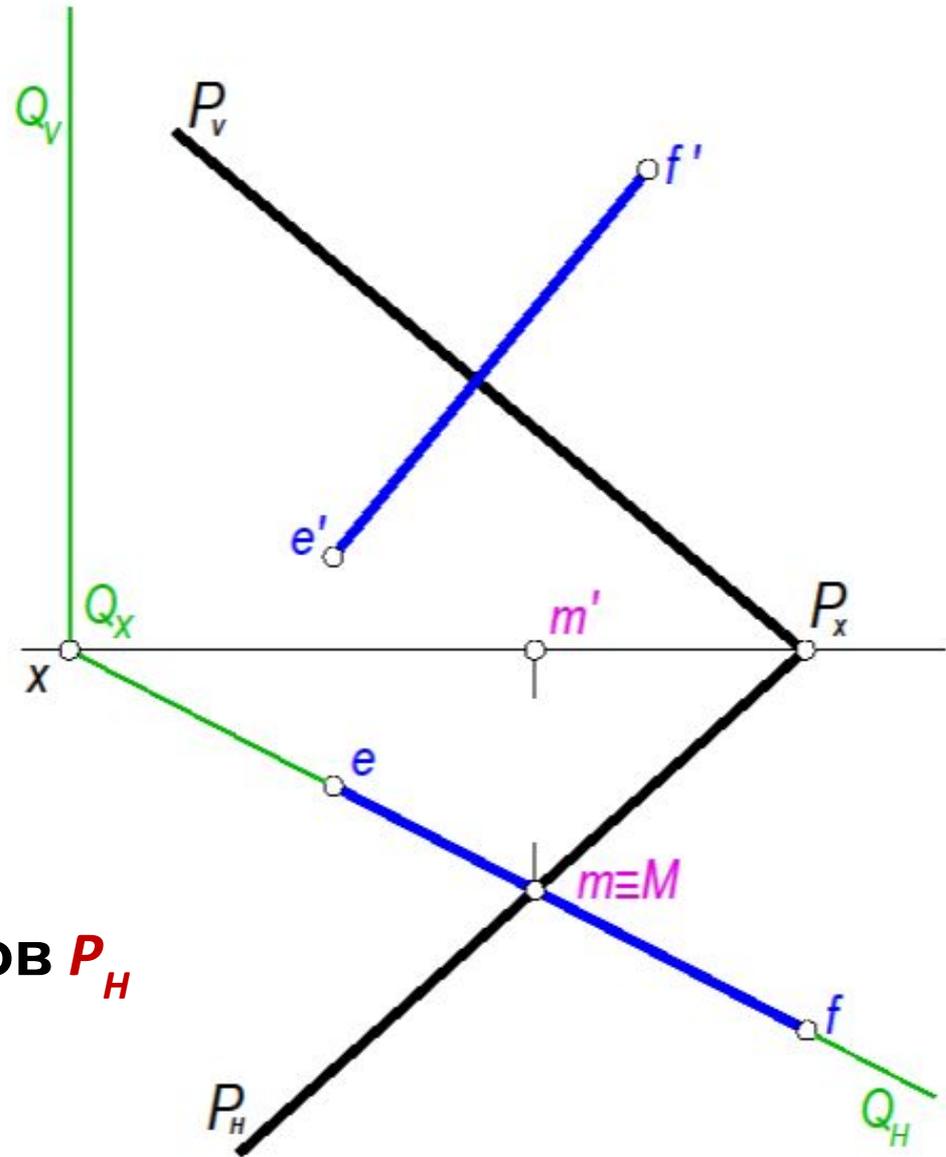


## Решение задачи



- Прямую **EF** заключаем во вспомогательную (горизонтально проецирующую) плоскость **Q**

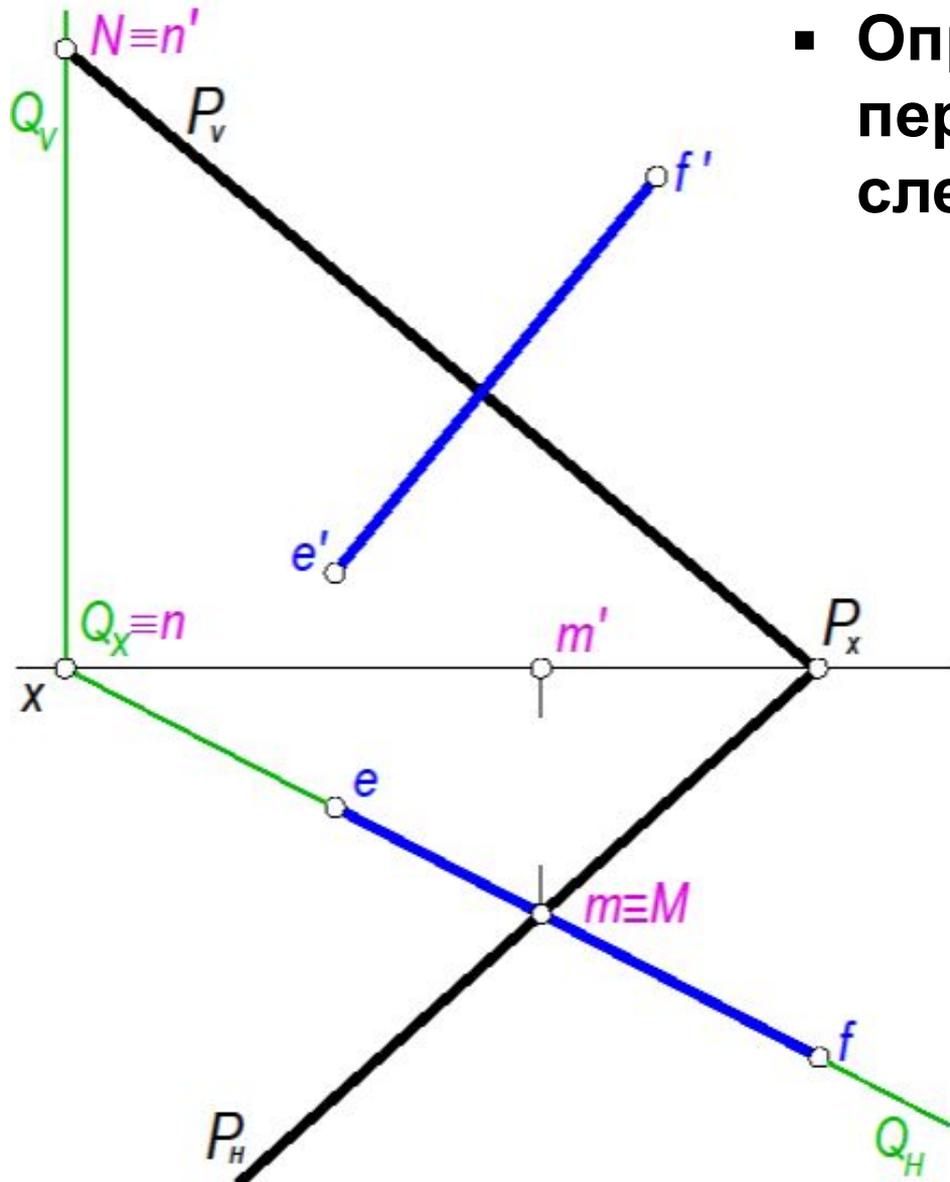
## Решение задачи



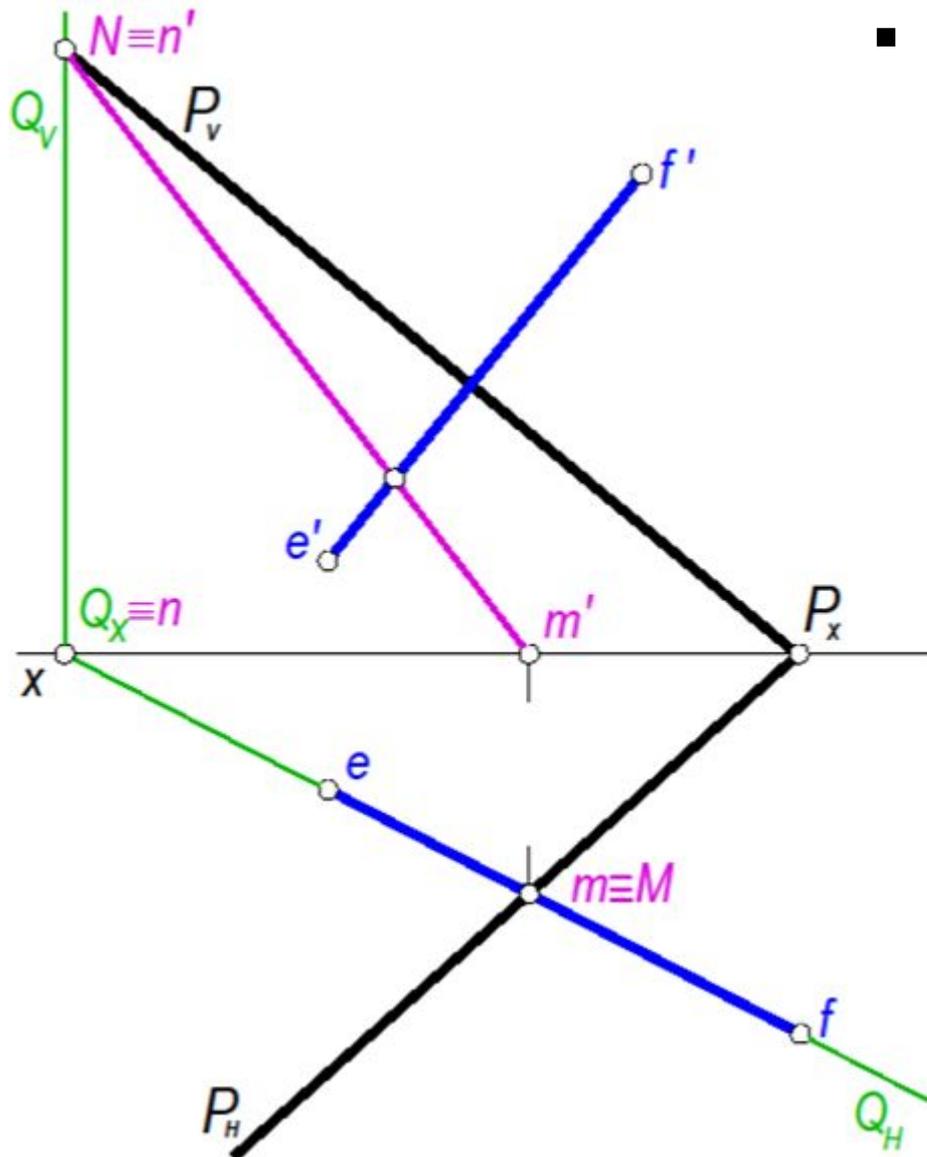
- Определяем точку пересечения горизонтальных следов  $P_H$  и  $Q_H - M(m, m')$

## Решение задачи

- Определяем точку пересечения фронтальных следов  $P_v$  и  $Q_v - N(n', n)$



## Решение задачи

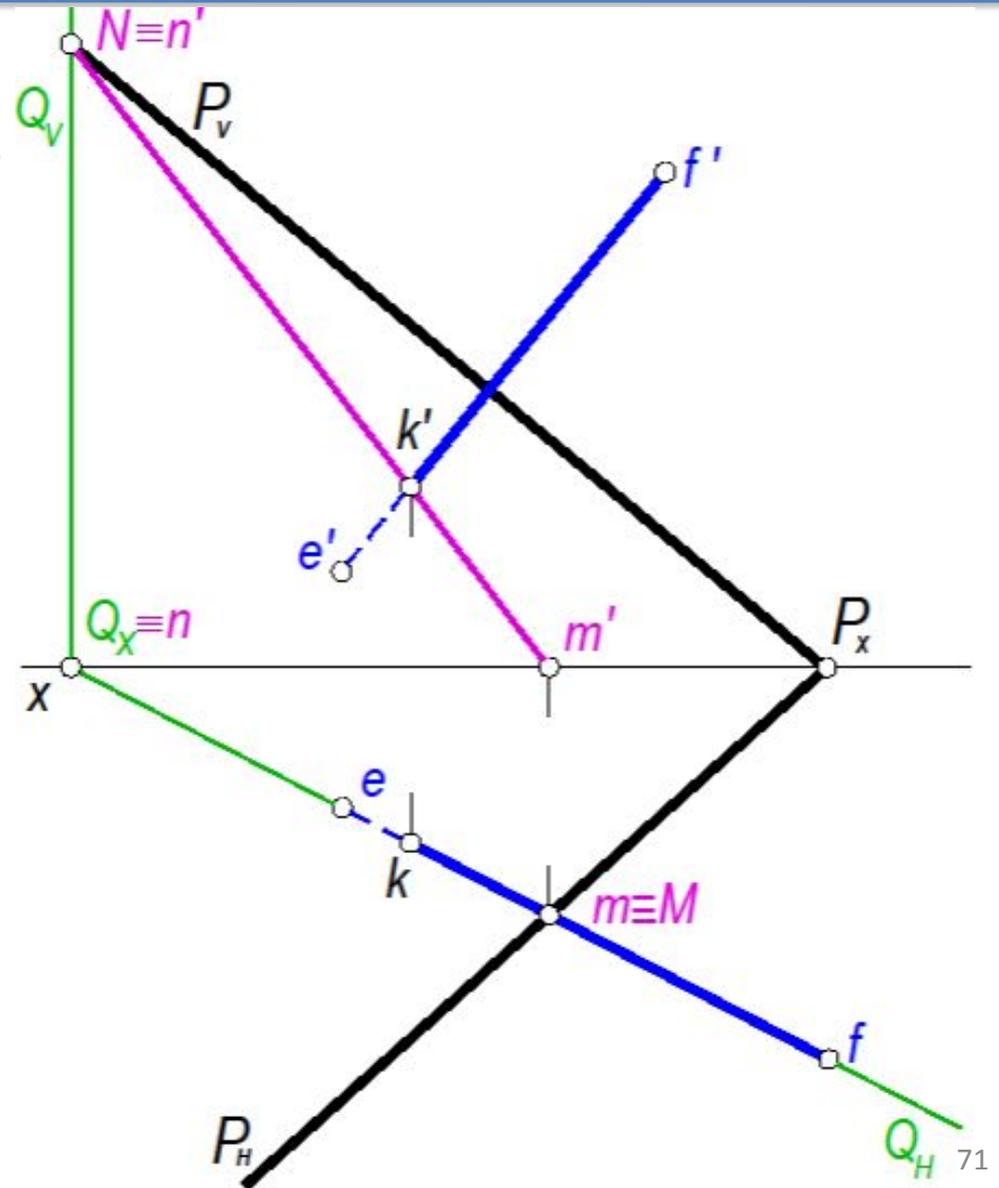


- Соединяя одноименные проекции точек, получаем фронтальную  $m'n'$  и горизонтальную  $mn$  проекции линии пересечения плоскостей  $P$  и  $Q$



## Решение задачи

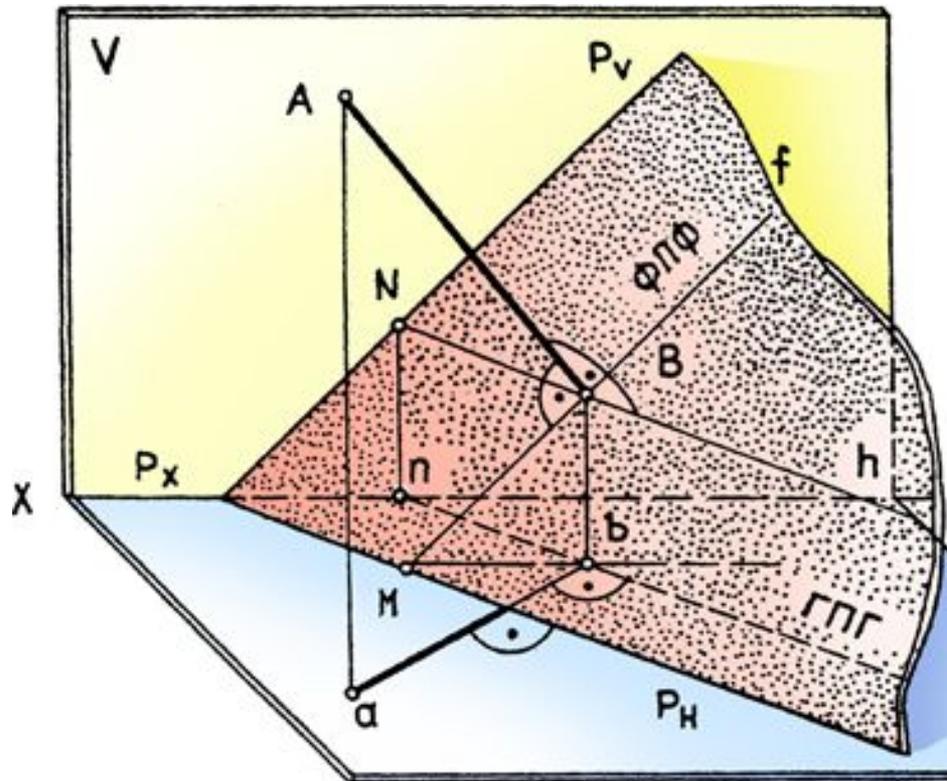
- Определяем видимость прямой  $EF$  относительно плоскости  $P$



## Взаимное расположение прямой и плоскости

### Прямая линия, перпендикулярная плоскости

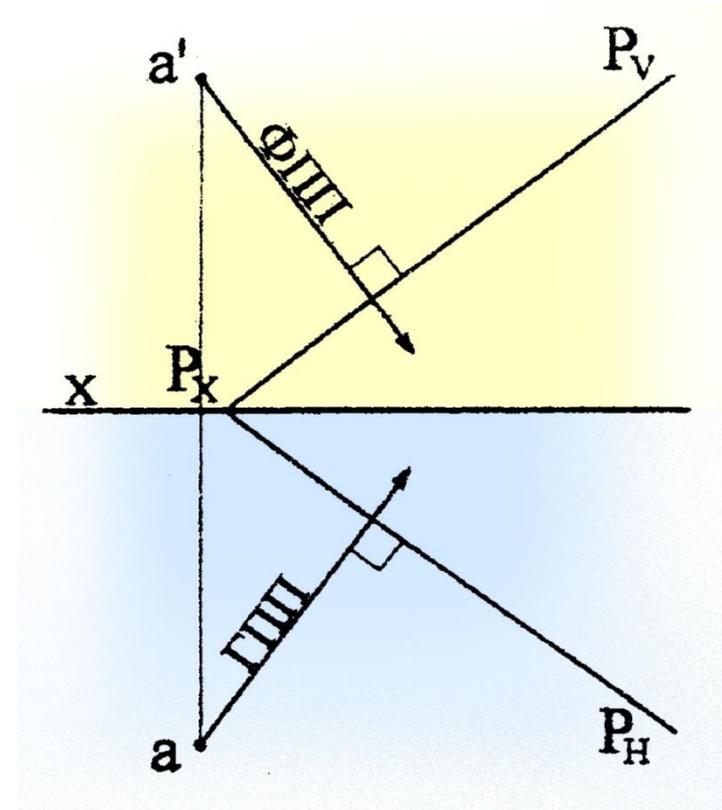
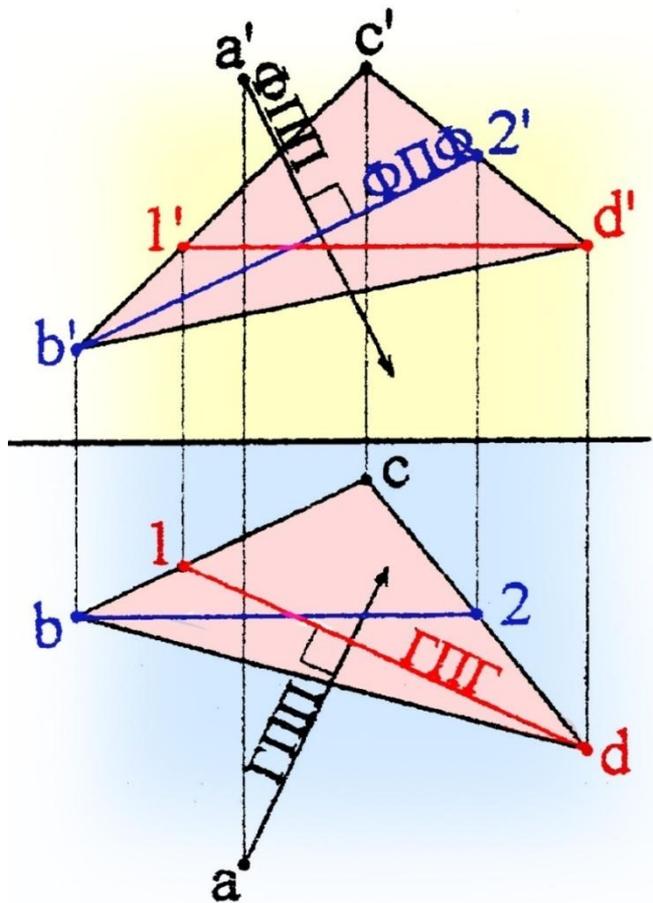
- **Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым лежащим в этой плоскости**



**Горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали (ГПГ) плоскости, а фронтальная проекция – фронтальной проекции фронтали (ФПФ) этой плоскости**

## Взаимное расположение прямой и плоскости

### Проекция прямой, перпендикулярной плоскости



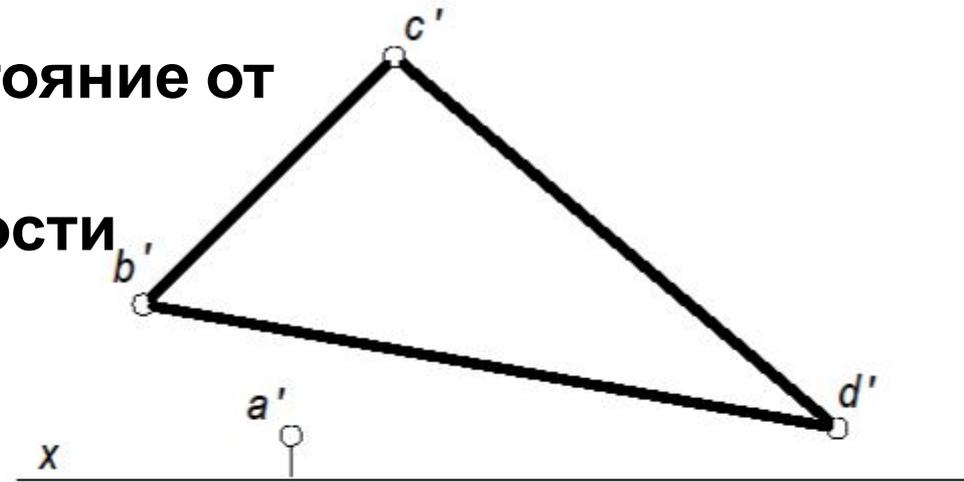
**Если проекции прямой перпендикулярны одноименным проекциям соответствующих главных линий плоскости, то такая прямая**

## Решение задачи

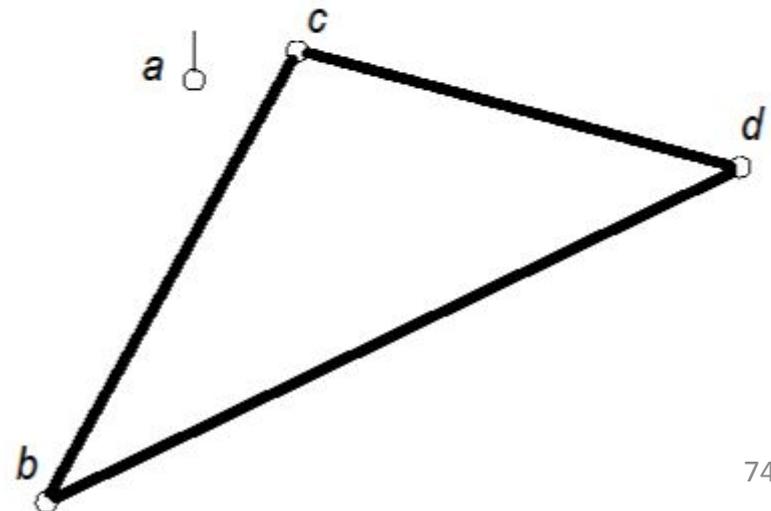
### Расстояние от точки до плоскости

**Задача:** Определить расстояние от  
точки

**A** до заданной плоскости



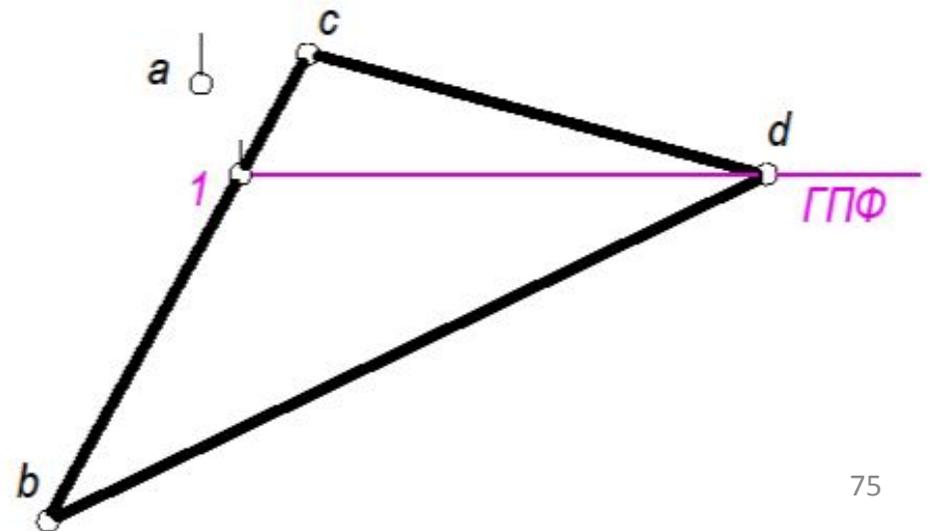
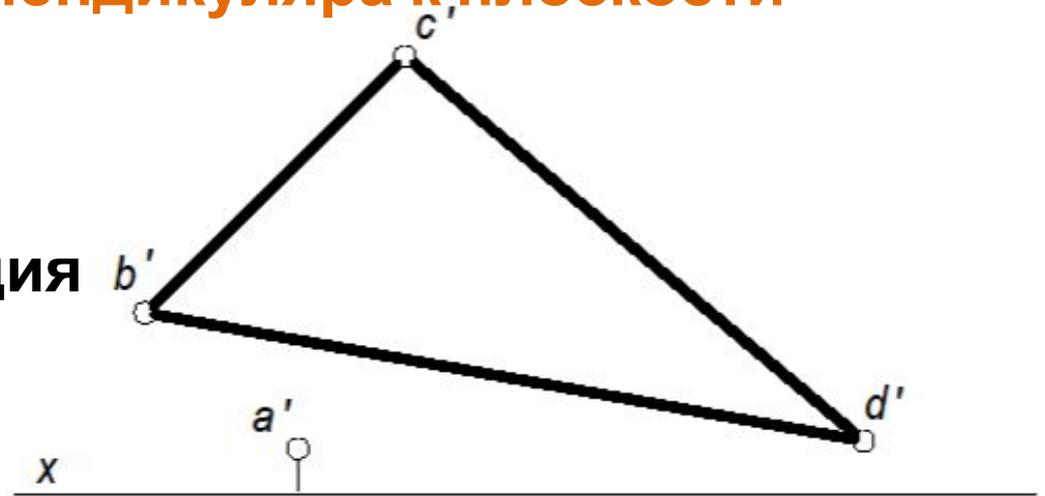
Расстояние от точки до  
плоскости определяется  
длиной перпендикуляра,  
опущенного из точки на  
плоскость



## Решение задачи

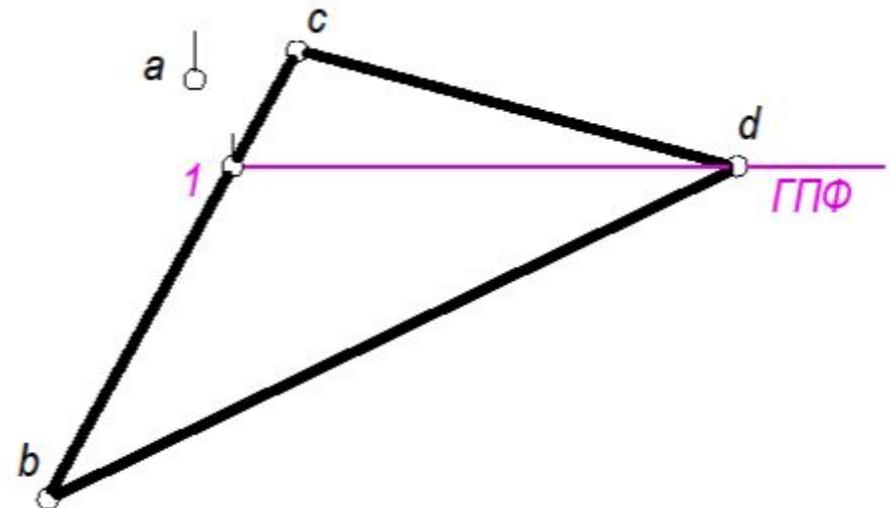
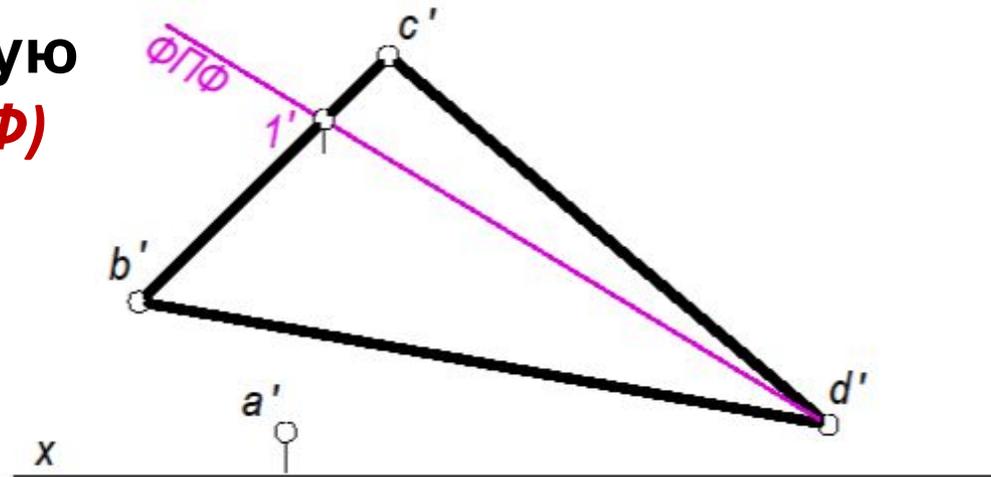
### Построение перпендикуляра к плоскости

- Строим фронталь плоскости :  
горизонтальная проекция фронтали (ГПФ) параллельна оси  $Ox$

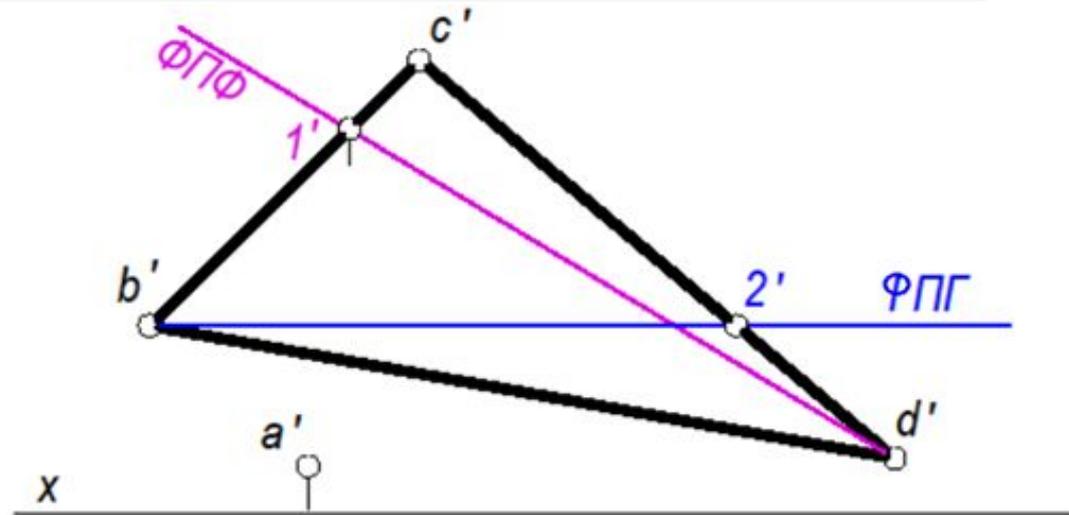


## Решение задачи

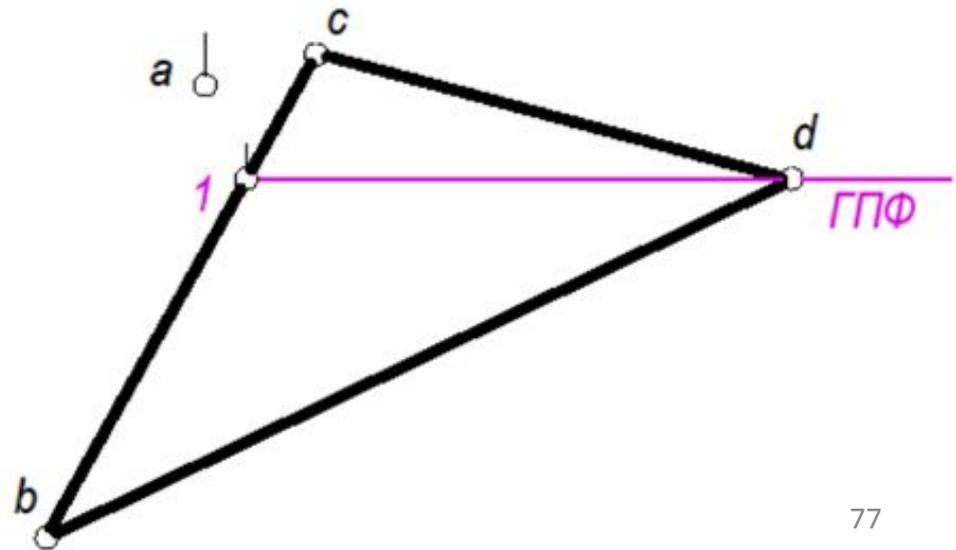
- Достраиваем фронтальную проекцию фронтали (ФПФ)



## Решение задачи

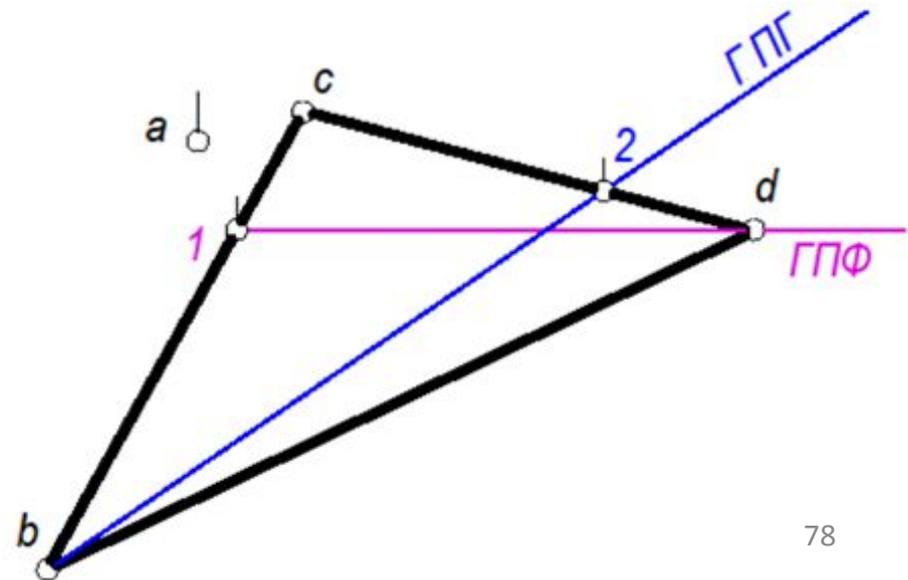
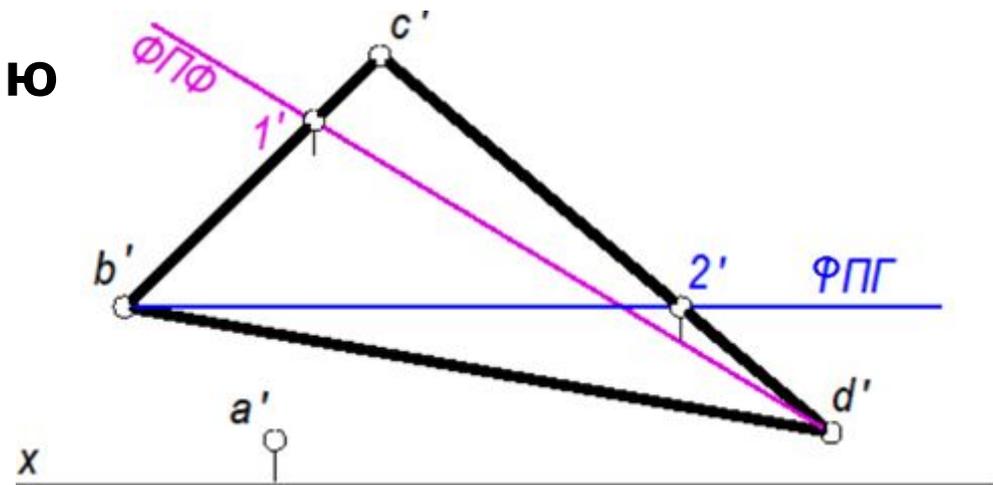


- Строим горизонталь плоскости - фронтальная проекция горизонтали ( $\Phi\Pi\Gamma$ ) параллельна оси  $Ox$

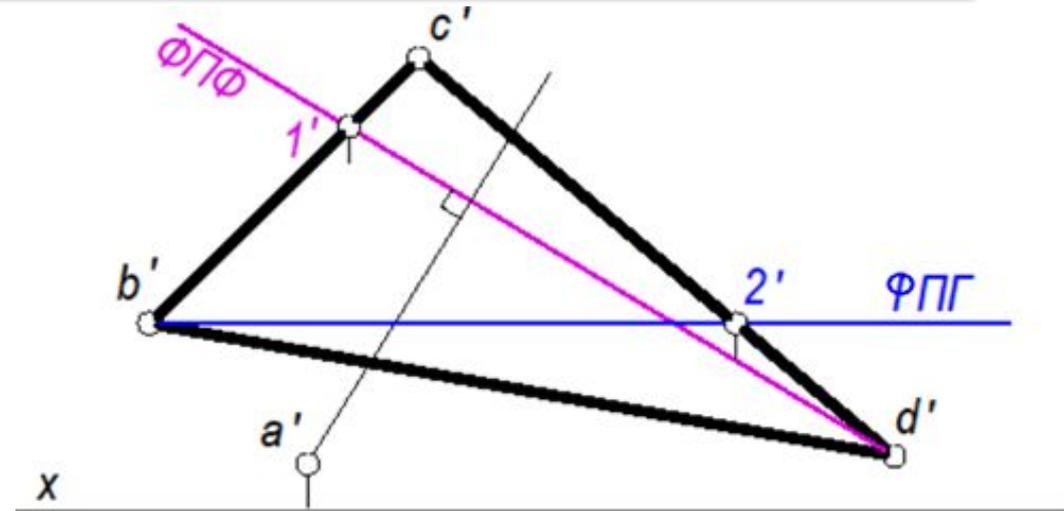
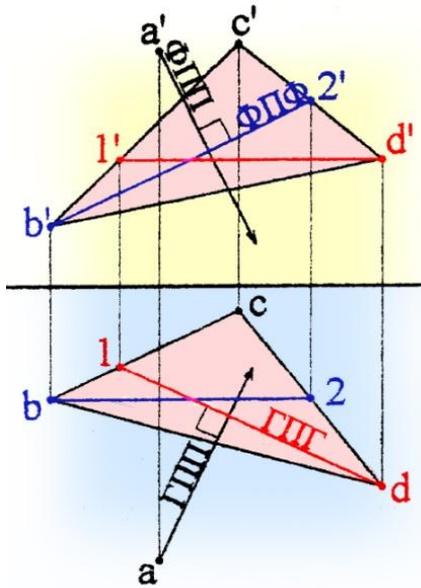


## Решение задачи

- Достраиваем горизонтальную проекцию горизонтали (ГПГ)



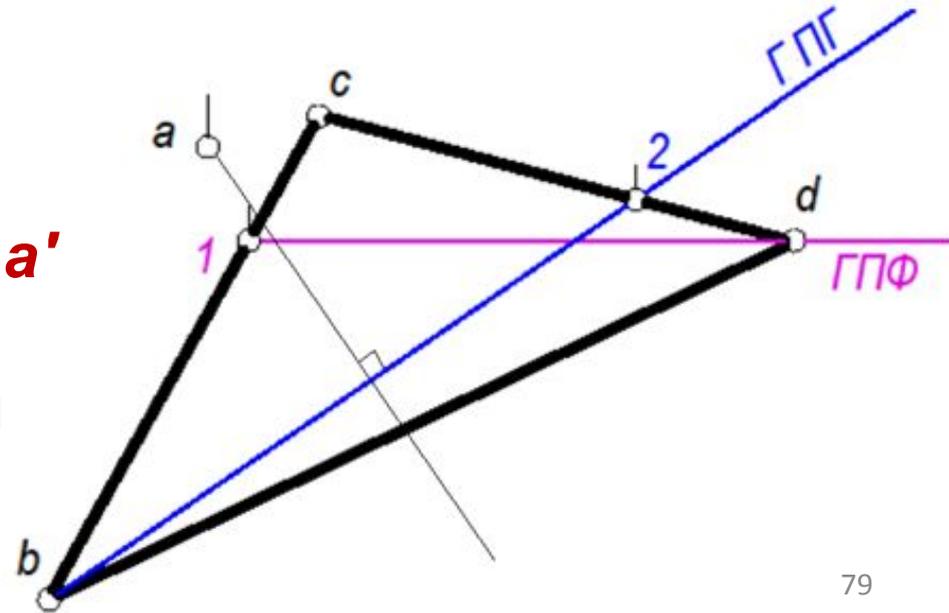
## Решение задачи



- Задаем направление перпендикуляра: через проекции точки  $a$  и  $a'$  проводим прямые перпендикулярно к  $ГПГ$  и

$ФПФ$

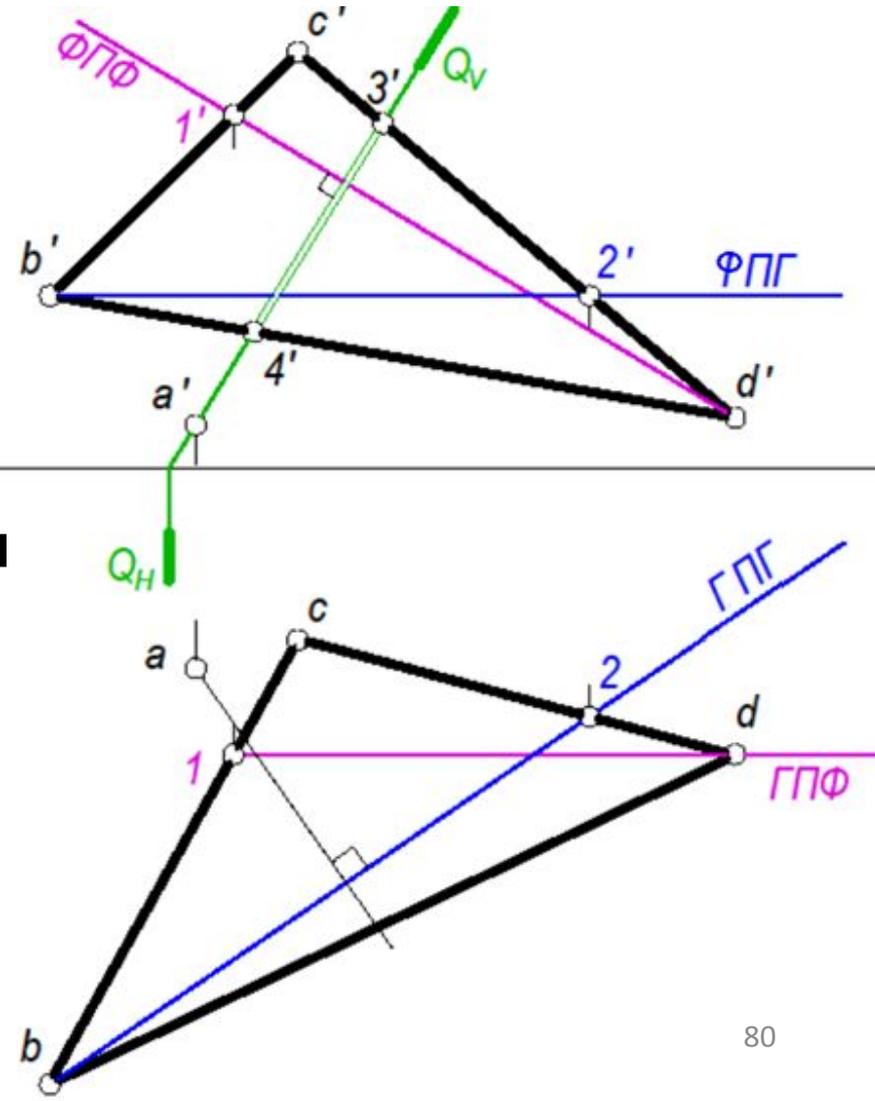
$ГПГ$   $r$   $ГПГ$   
 $ФПГ$   $r$   $ФПФ$



## Решение задачи

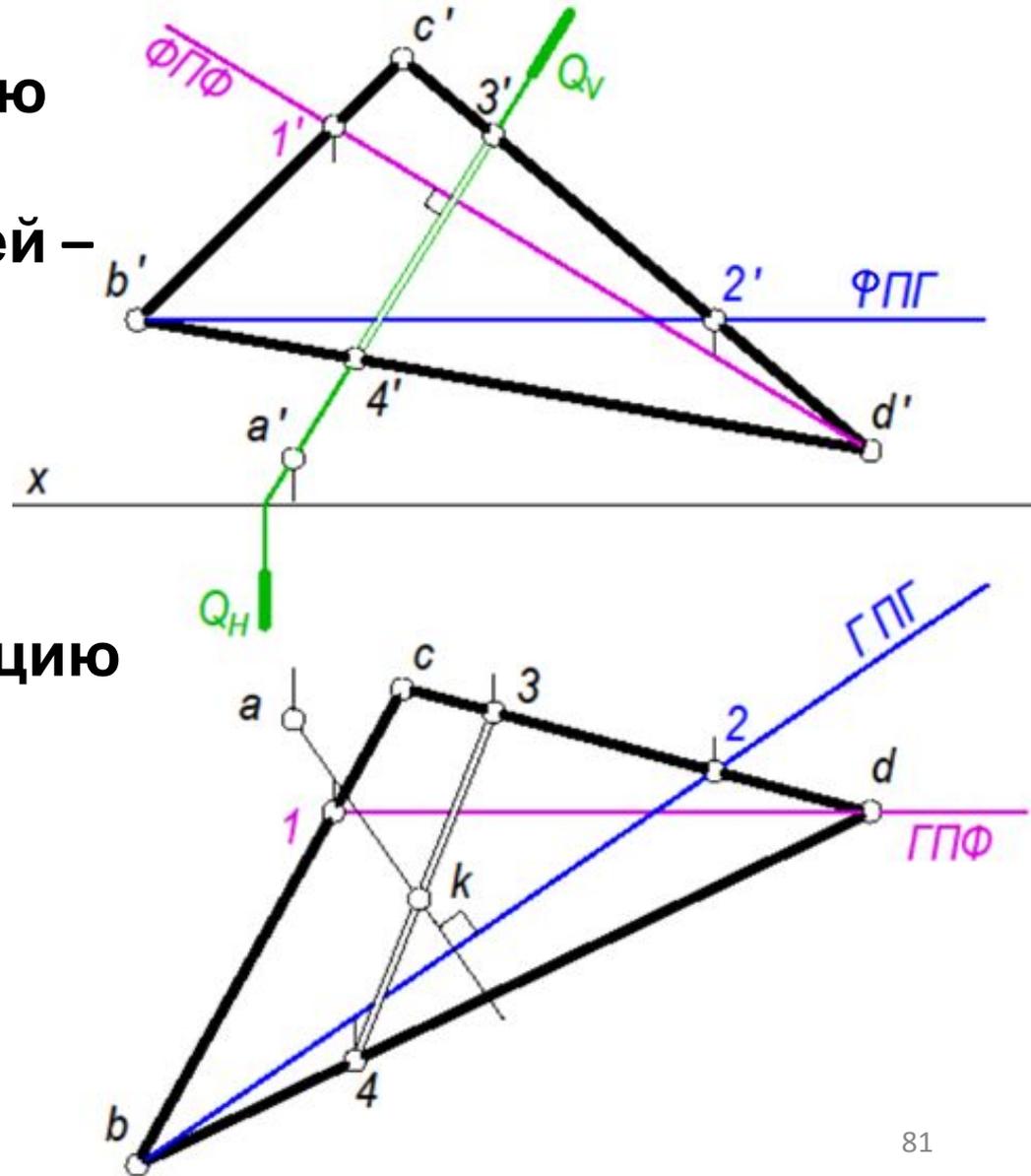
### Определение точки пересечения перпендикуляра с плоскостью

- Перпендикуляр заключаем во вспомогательную (фронтально проецирующую) плоскость
- **О**пределяем фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей **3'4'**



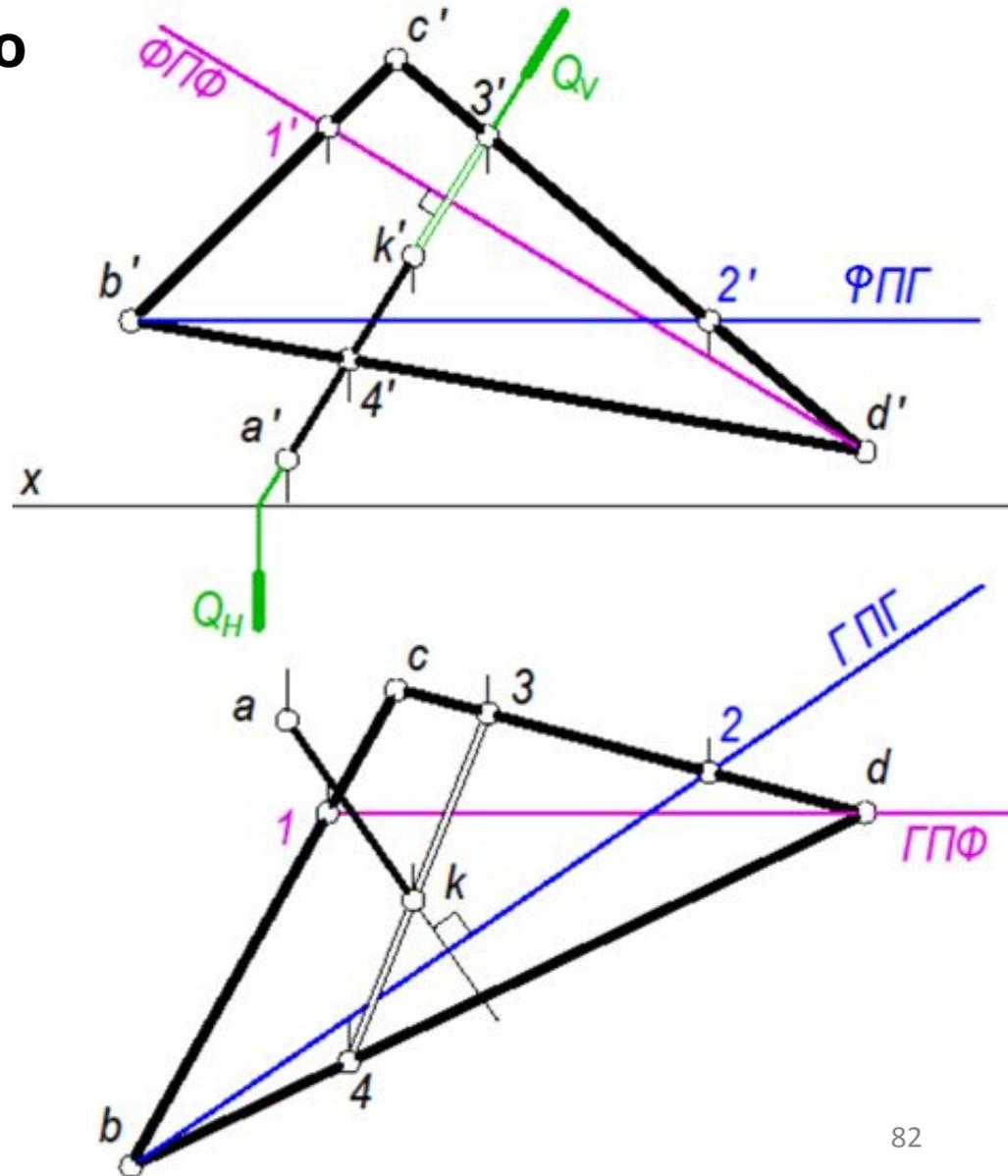
## Решение задачи

- Строим горизонтальную проекцию линии пересечения плоскостей – прямую **3 4**
- Определяем горизонтальную проекцию точки пересечения перпендикуляра с плоскостью – точку **к**



## Решение задачи

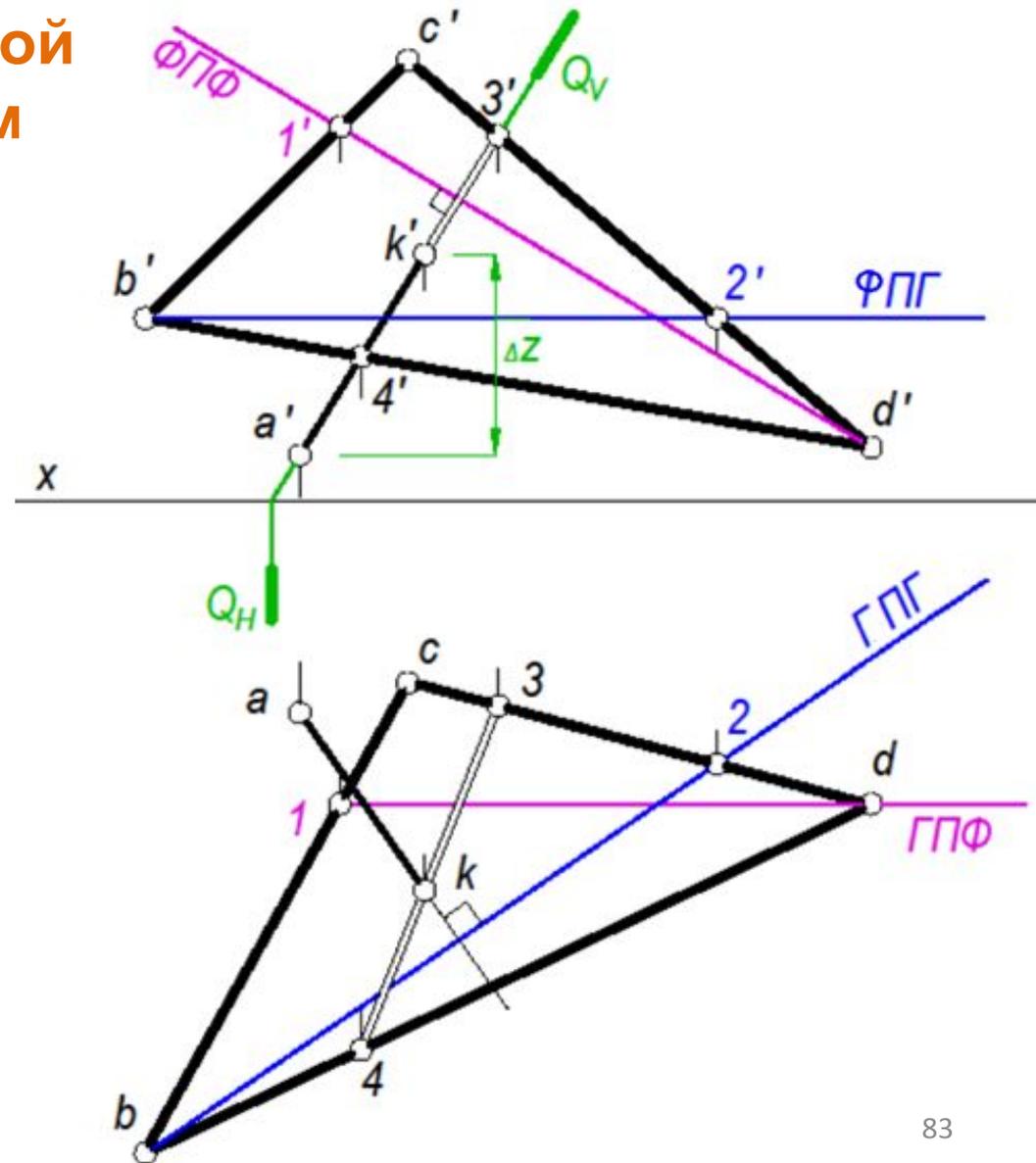
- Достроив фронтальную проекцию  $k'$ , получаем проекции перпендикуляра ( $ak$ ,  $a'k'$ )



## Решение задачи

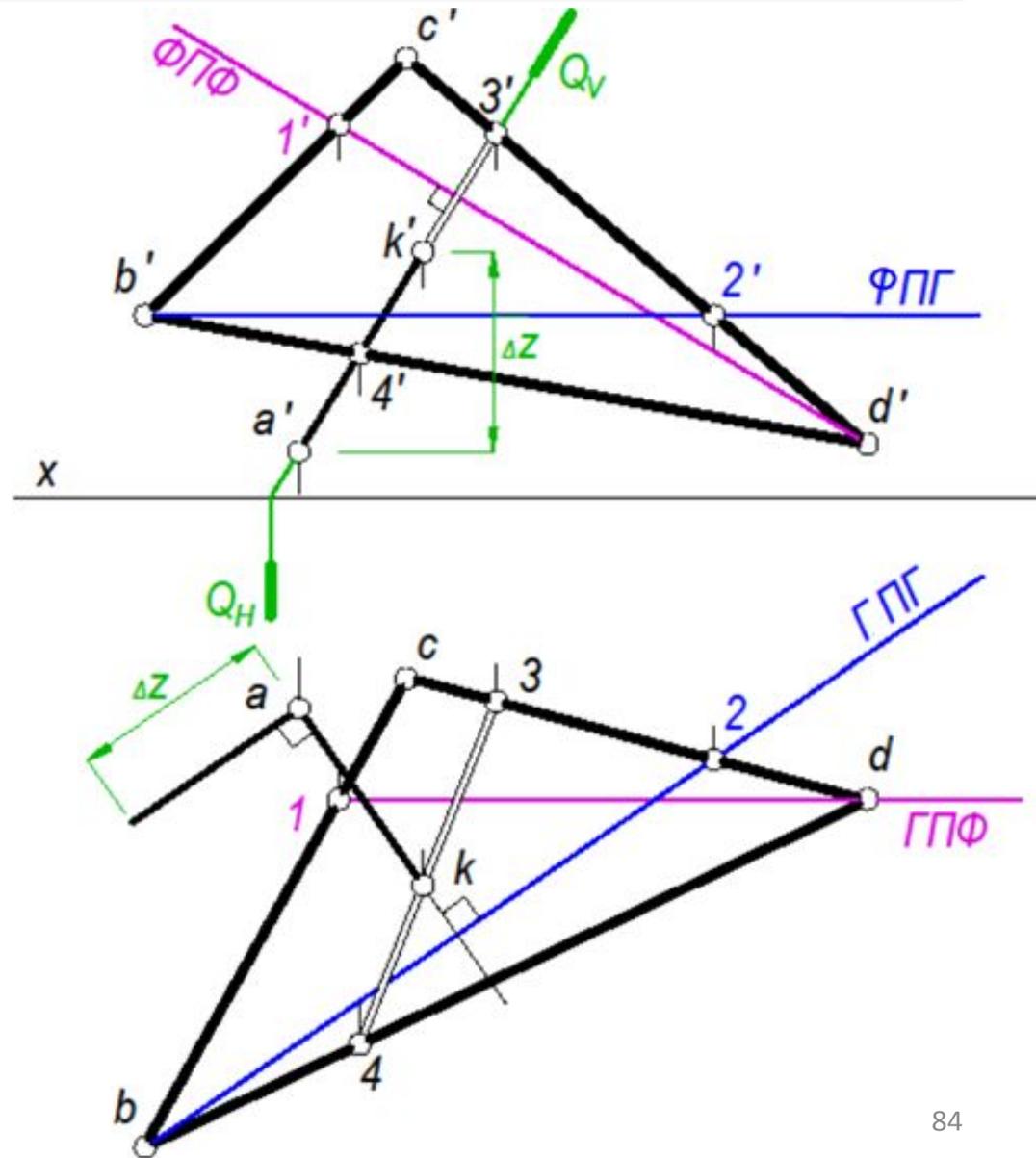
Определение натуральной  
величины АК способом  
прямоугольного  
треугольника

- Находим  
разность  
координат  $\Delta Z$



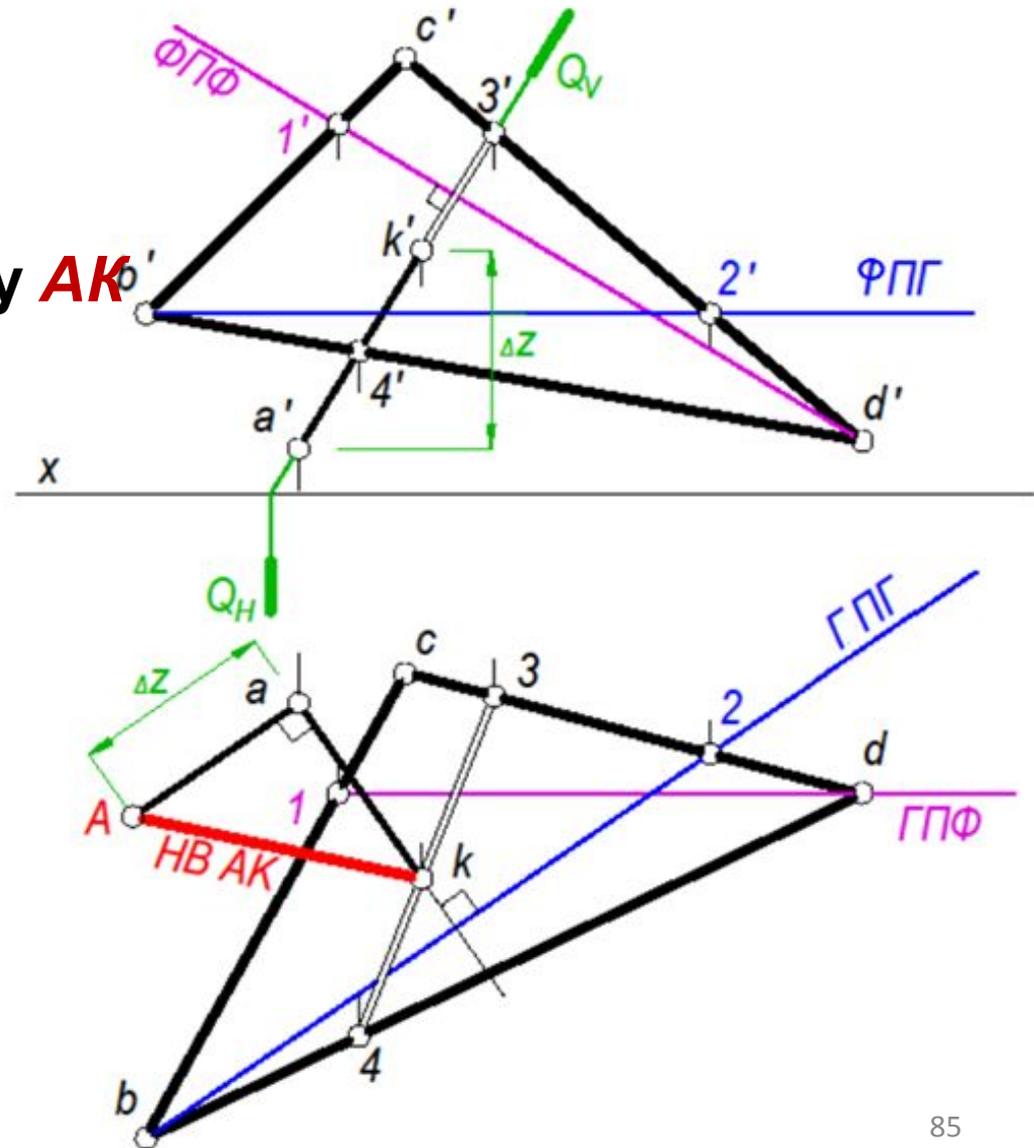
## Решение задачи

- Строим перпендикуляр к отрезку  $ak$  длиной  $\Delta Z$



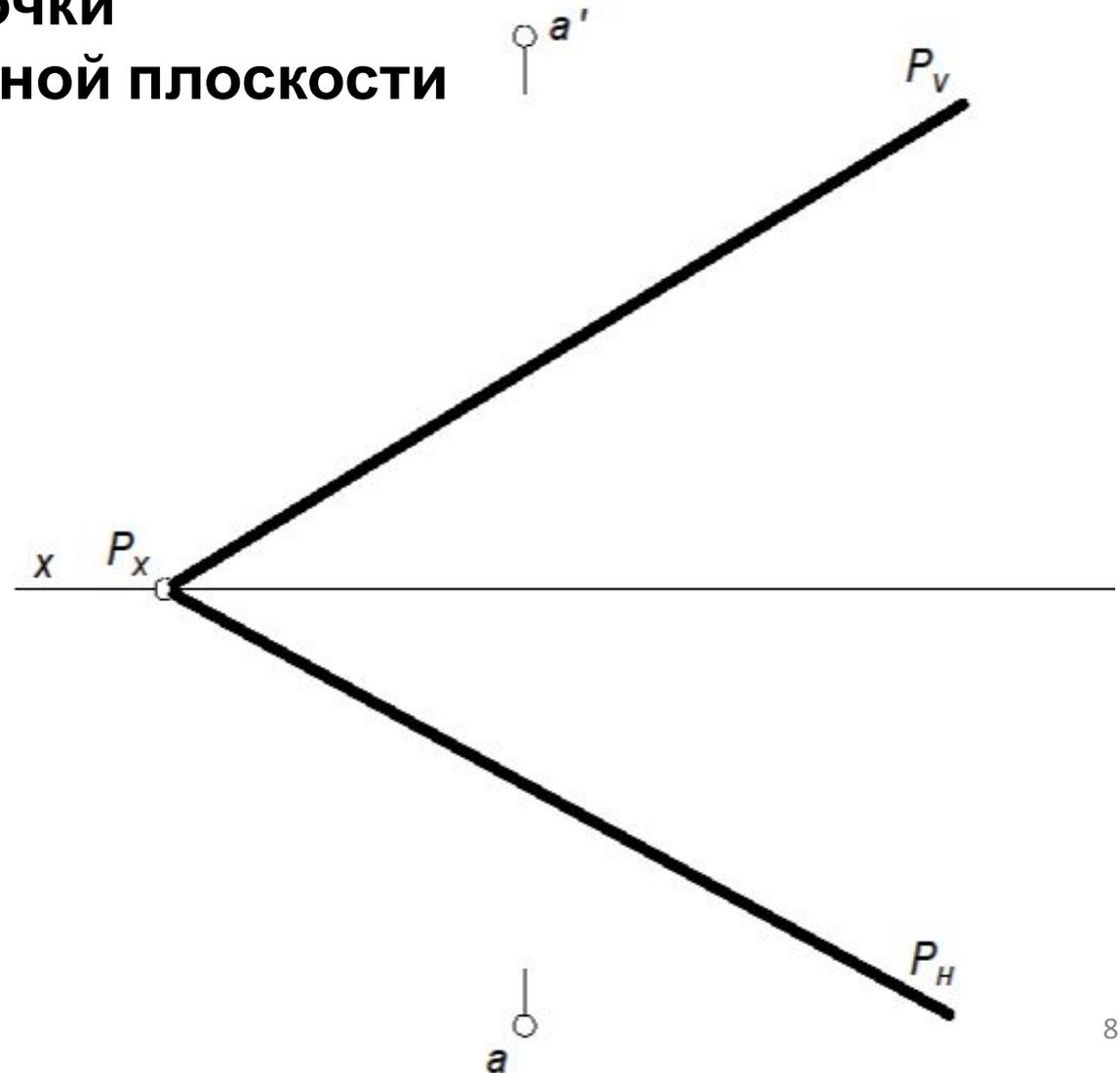
## Решение задачи

- Строим гипотенузу прямоугольного треугольника - натуральную величину **AK**



## Решение задачи

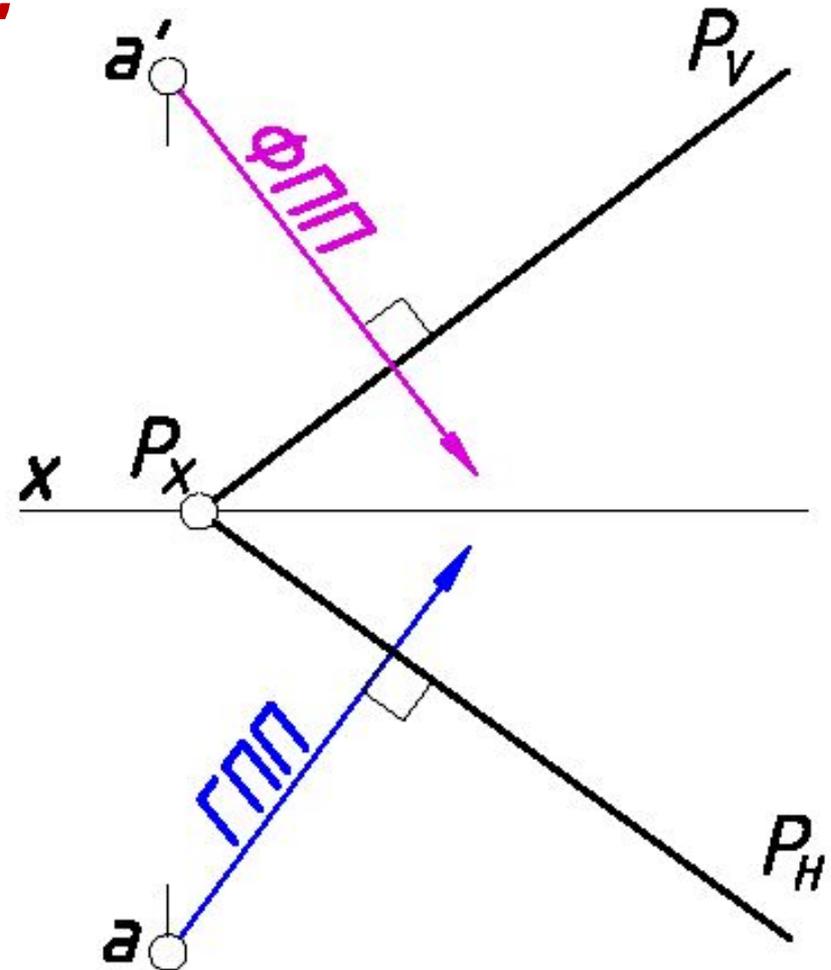
**Задача:** Определить расстояние от  
точки  
**A** до заданной плоскости



## Решение задачи

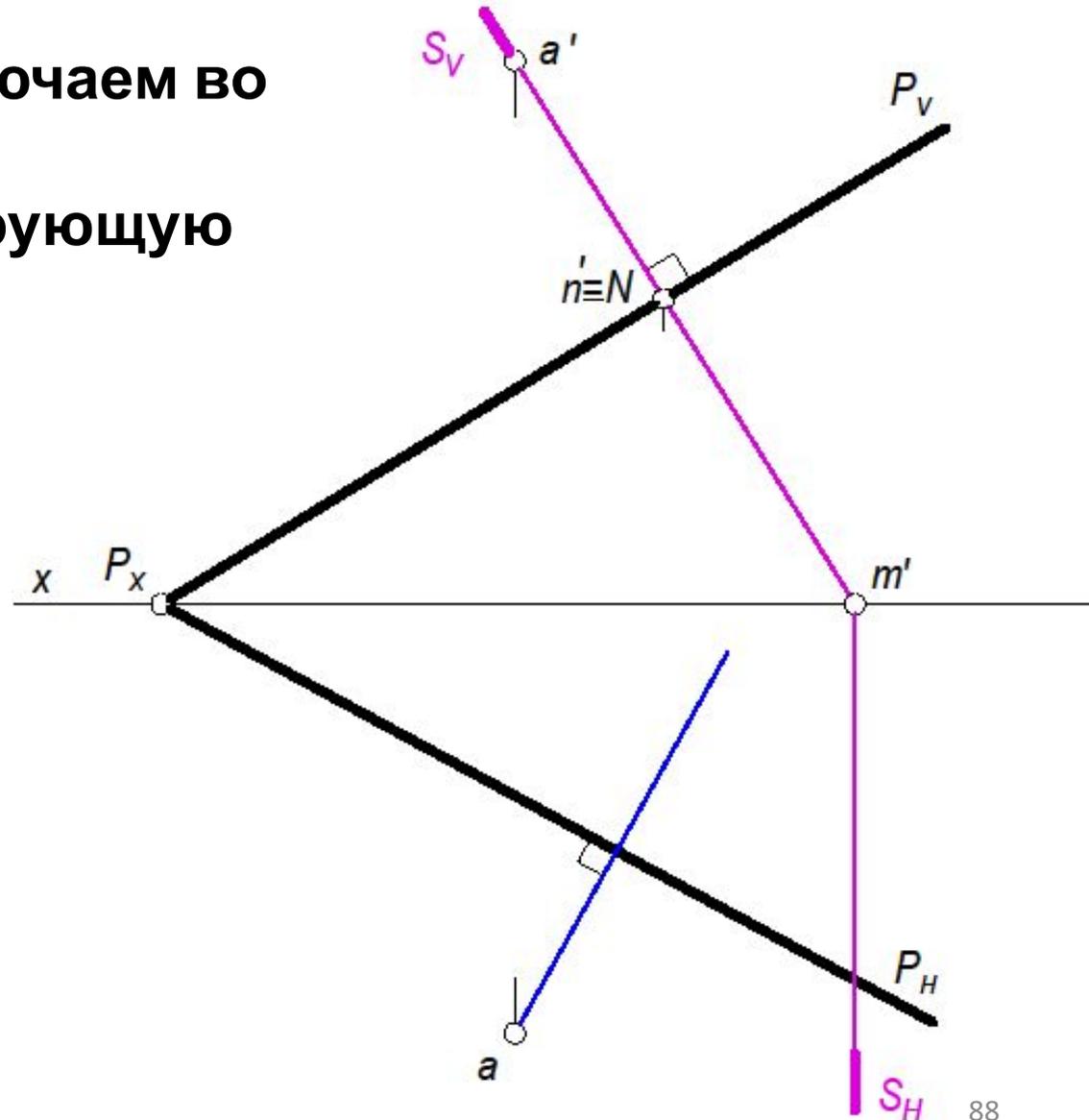
- Через проекции точки  $a$  и  $a'$  проводим проекции перпендикуляра к плоскости:

$\Phi ПП \perp P_V$   
 $\Gamma ПП \perp P_H$



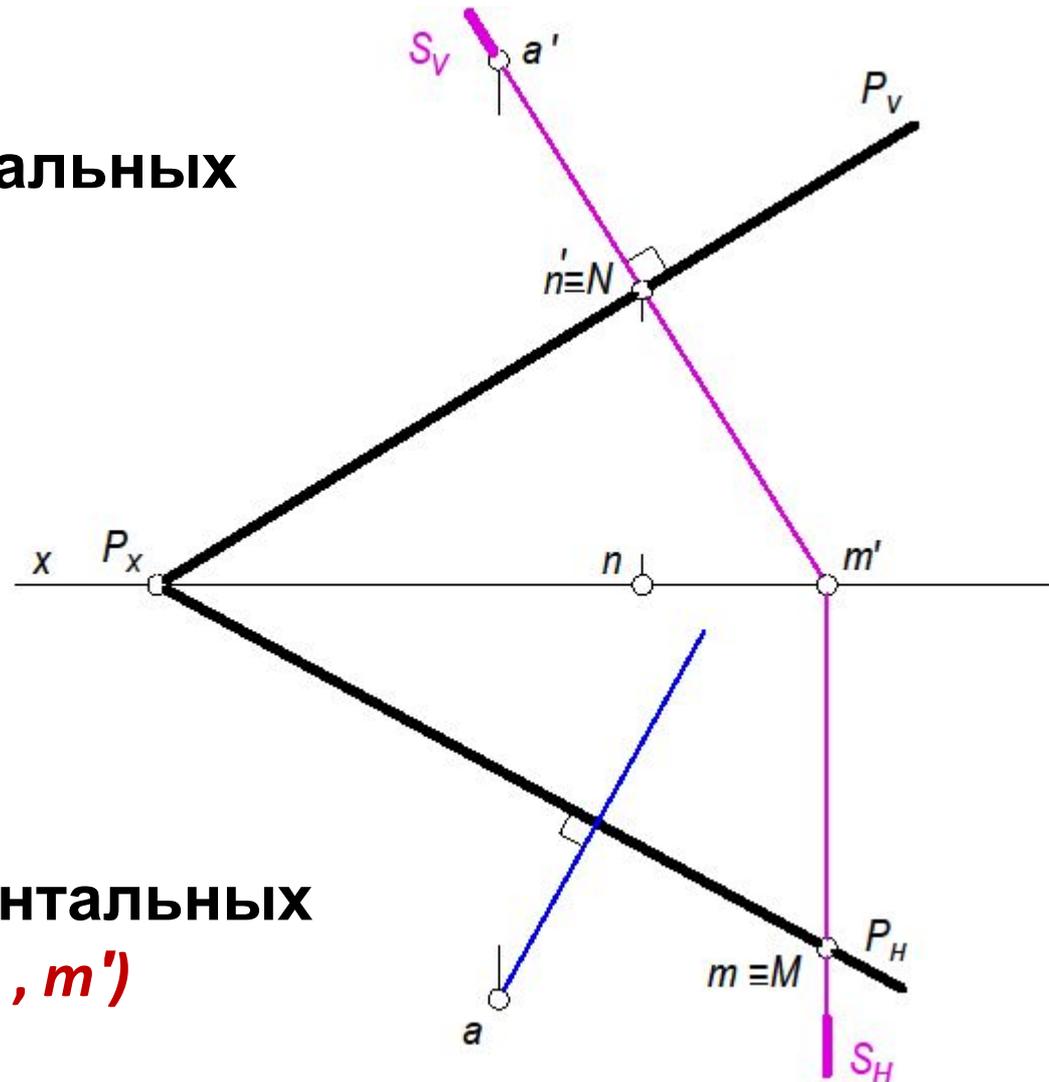
## Решение задачи

- Перпендикуляр заключаем во вспомогательную фронтально проецирующую плоскость  $S$



## Решение задачи

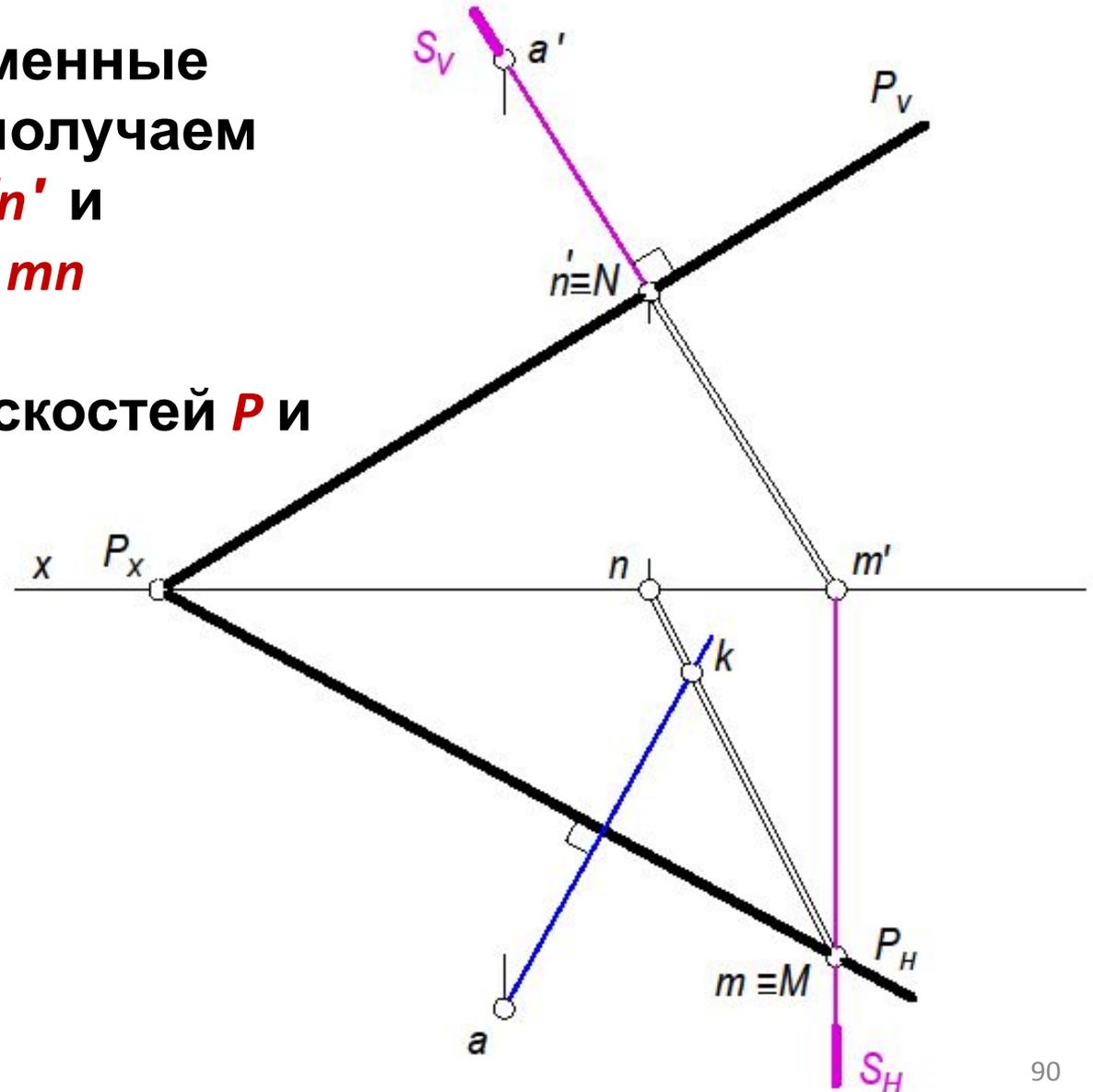
- Определяем точку пересечения фронтальных следов  $P_V$  и  $S_V$  –  $N(n', n)$



- Определяем точку пересечения горизонтальных следов  $P_H$  и  $S_H$  –  $M(m, m')$

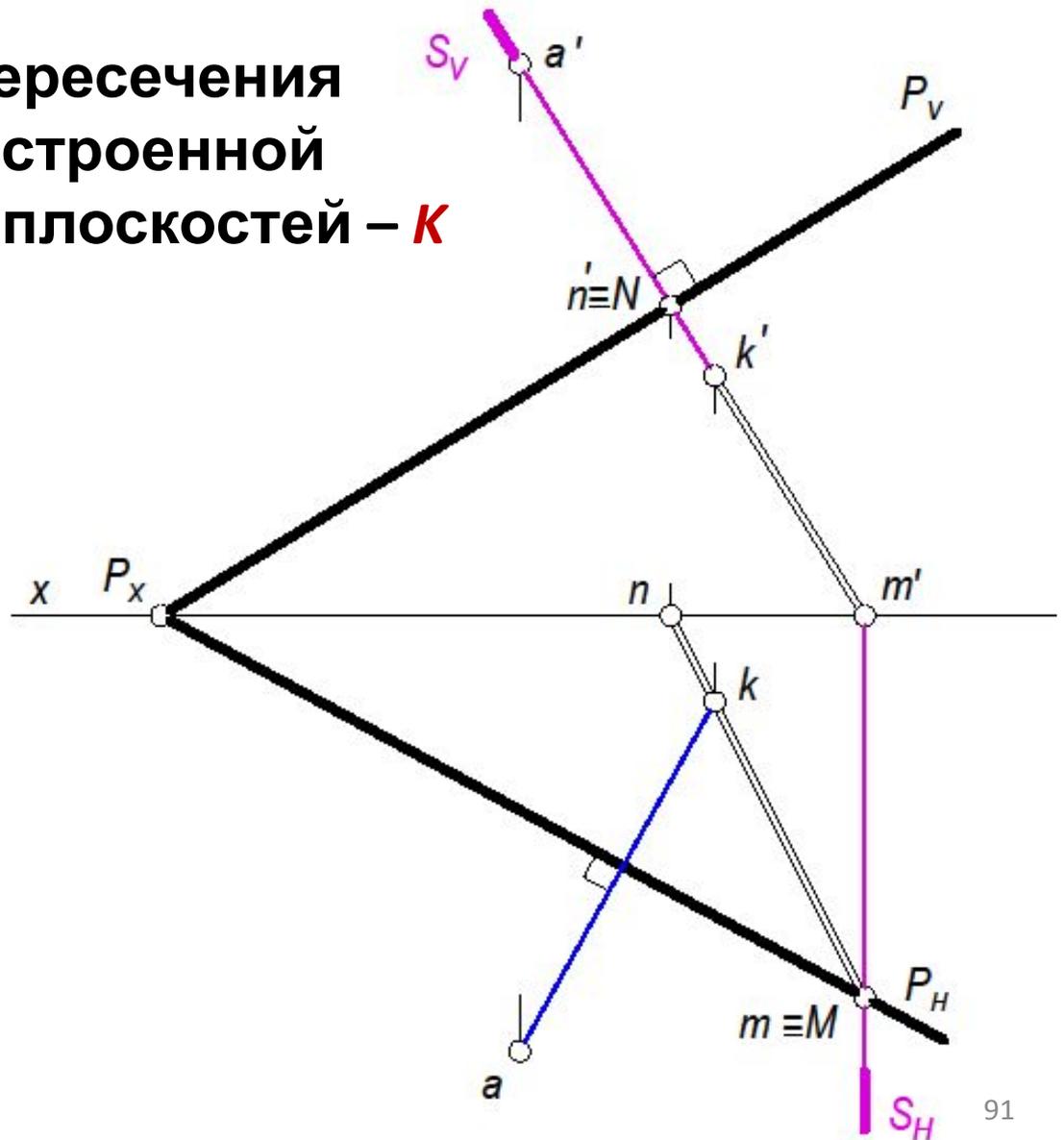
## Решение задачи

- Соединяя одноименные проекции точек, получаем фронтальную  $m'n'$  и горизонтальную  $mn$  проекции линии пересечения плоскостей  $P$  и  $S$



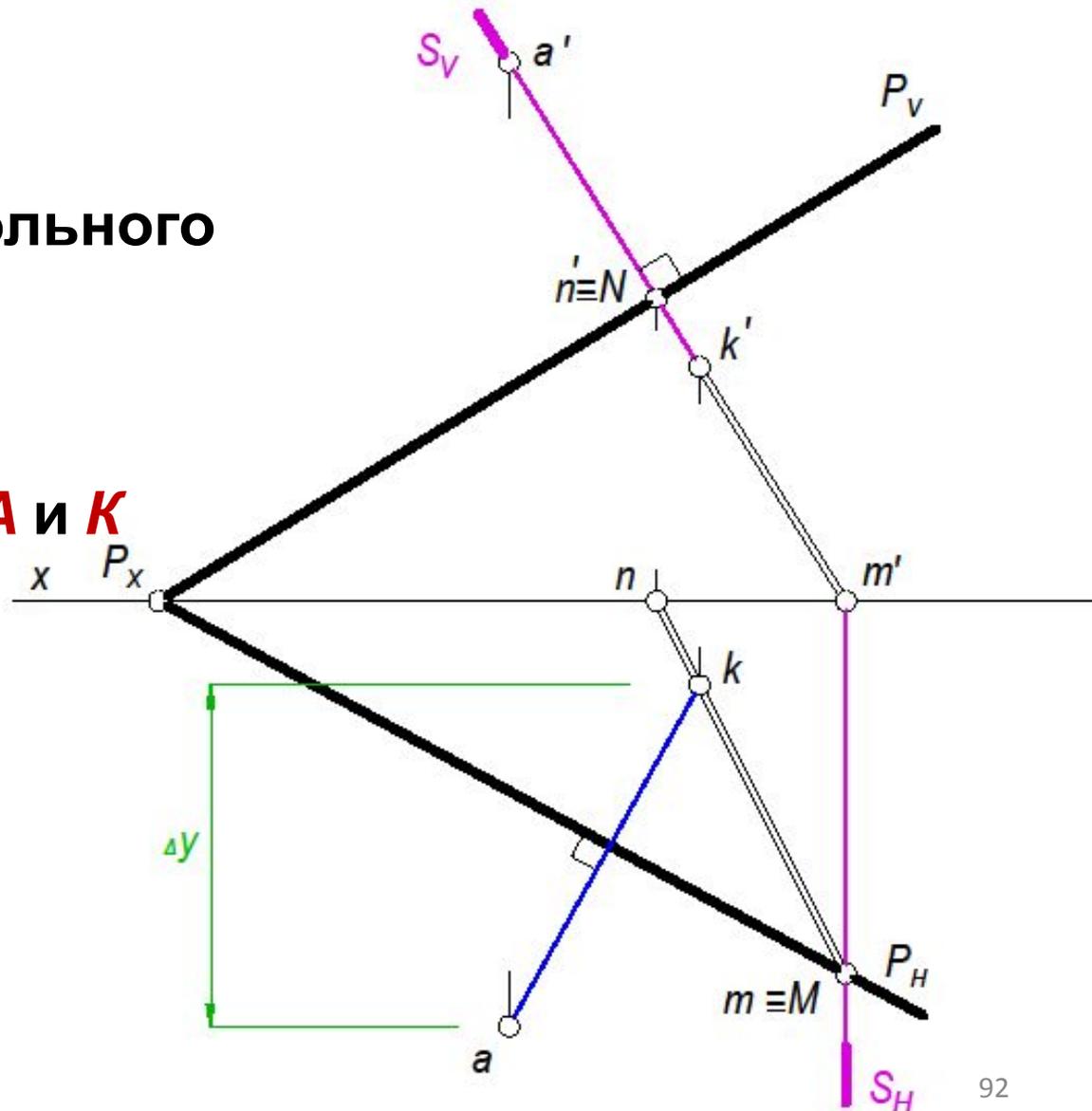
## Решение задачи

- Определяем точку пересечения перпендикуляра с построенной линией пересечения плоскостей –  $K$  ( $k, k'$ )



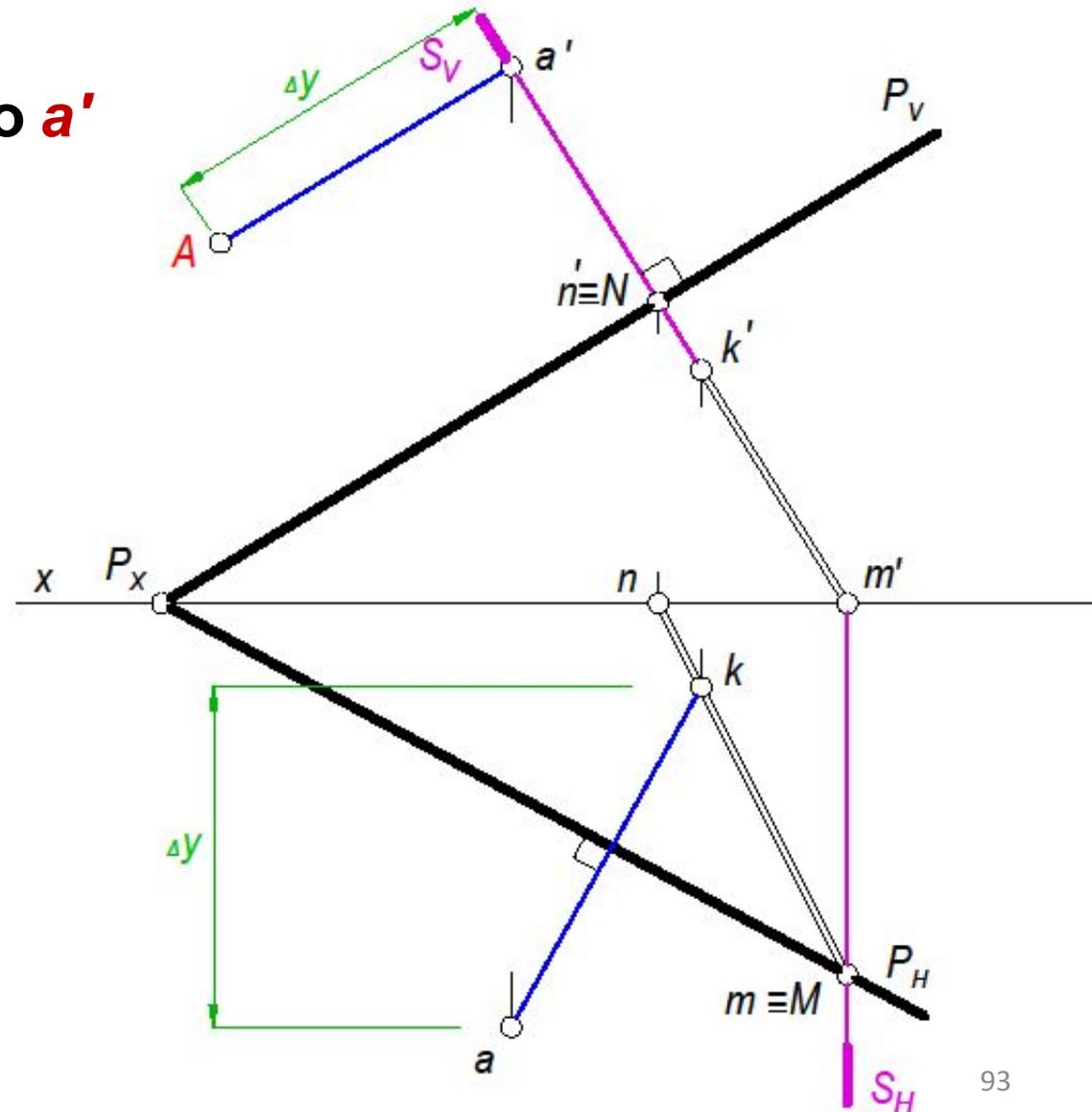
## Решение задачи

- Определяем **НВ**  
перпендикуляра  
способом прямоугольного  
треугольника:
- Измеряем разность  
координат  
 $\Delta Y$  между точками **A** и **K**



## Решение задачи

- Откладываем  $\Delta Y$   
перпендикулярно  $a'$   
 $k'$



## Решение задачи

- Находим натуральную величину перпендикуляра **AK**

