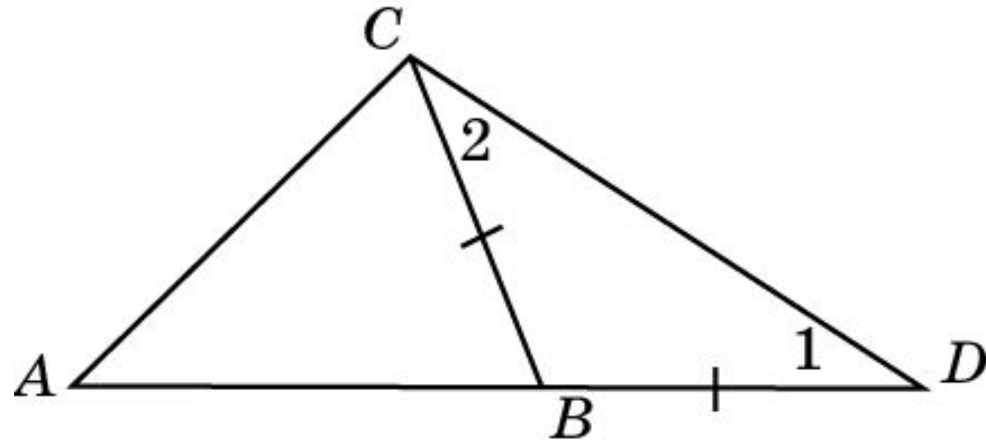
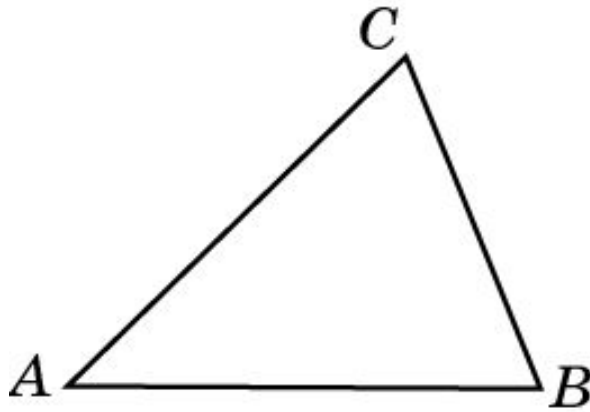


Теорема 1

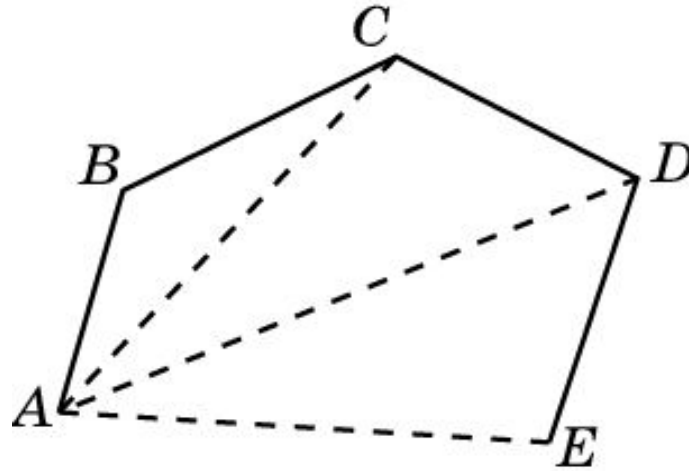
Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.



Доказательство. Рассмотрим треугольник ABC . Отложим на продолжении стороны AB отрезок BD , равный стороне BC . Треугольник BDC - равнобедренный. Поэтому $\angle 1 = \angle 2$. Угол 2 составляет часть угла ACD . Следовательно, $\angle 2 < \angle ACD$. Таким образом, в треугольнике ACD угол C больше угла D . Воспользуемся тем, что в треугольнике против большего угла лежит большая сторона. Получим неравенство $AD > AC$. Но $AD = AB + BD = AB + BC$. Следовательно, имеем неравенство $AB + BC > AC$, или $AC < AB + BC$, означающее, что сторона AC треугольника меньше суммы двух других сторон.

Теорема 2

Длина отрезка, соединяющего концы ломаной, не превосходит длины самой ломаной.



Доказательство. Рассмотрим, например, ломаную $ABCDE$. Заменяем соседние стороны AB и BC на отрезок AC . При этом длина ломаной уменьшится или, по крайней мере, не увеличится. Будем и дальше заменять соседние стороны ломаной на отрезки, пока не дойдем до отрезка, соединяющего начало и конец ломаной. При этом каждый раз длина ломаной не будет увеличиваться. Значит, длина отрезка, соединяющего концы ломаной, не превосходит длины всей ломаной.

Упражнение 1

Можно ли построить треугольник со сторонами: а) 13 см, 2 см, 8 см; б) 1 м, 0,5 м, 0,5 м?

Ответ: а), б) Нет.

Упражнение 2

Могут ли стороны треугольника относиться как: а) $1 : 2 : 3$; б) $2 : 3 : 6$; в) $1 : 1 : 2$?

Ответ: а), б), в) Нет.

Упражнение 3

В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 25 см, а другая 10 см. Какая из них является основанием?

Ответ: 10 см.

Упражнение 4

Найдите сторону равнобедренного треугольника, если две другие стороны равны: а) 6 см и 3 см; б) 8 см и 2 см.

Ответ: а) 6 см; б) 8 см.

Упражнение 5

В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 12 см, а другая – 5 см. Найдите периметр данного треугольника.

Ответ: 29 см.

Упражнение 6

Периметр равнобедренного треугольника равен 20 см. Одна из сторон больше другой в два раза. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ: 4 см, 8 см, 8 см.

Упражнение 7

Периметр равнобедренного треугольника равен 25 см, разность двух сторон равна 4 см, а один из его внешних углов острый. Найдите стороны треугольника.

Ответ: 11 см, 7 см, 7 см.

Упражнение 8

В треугольнике ABC $AC = 3,8$ см, $AB = 0,6$ см.
Длина стороны BC выражается целым числом.
Найдите его.

Ответ: 4 см.

Упражнение 9

В каких пределах может изменяться периметр P треугольника, если две его стороны равны a и b ($a < b$)?

Ответ: $2b < P < 2(a + b)$.

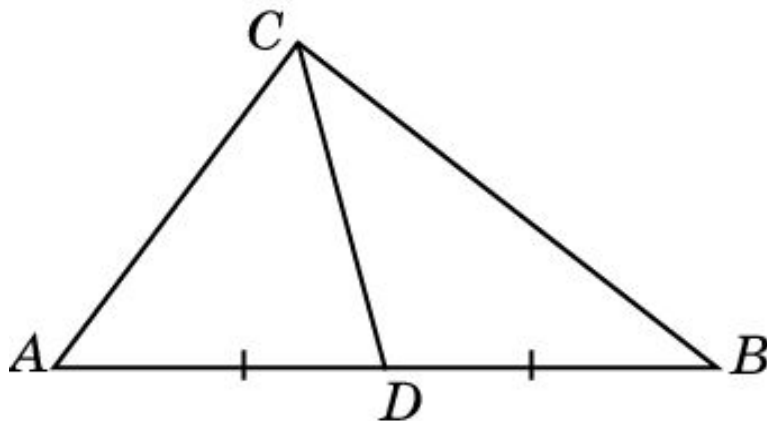
Упражнение 10

Для точек A, B, C, D на плоскости выполняются равенства $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $CD = 5$ см и неравенство $AC + BD \leq 2$ см. Найдите AD .

Ответ: 4 см.

Упражнение 11

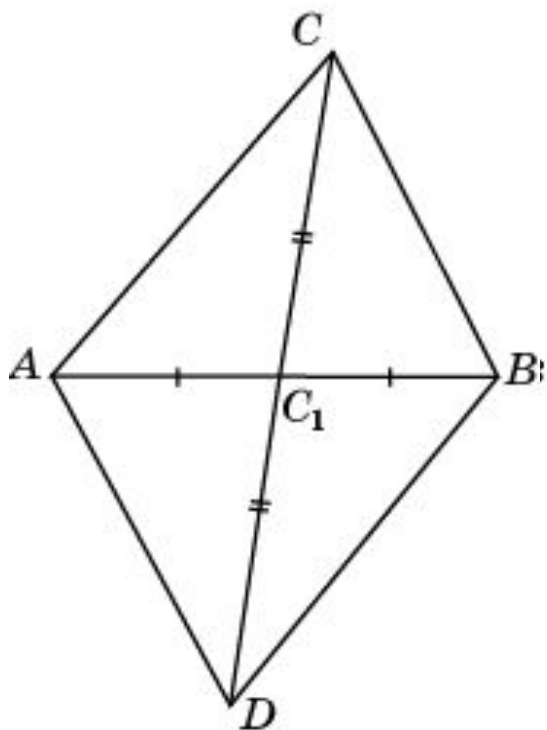
Докажите, что медиана треугольника меньше его полупериметра.



Решение: Пусть в треугольнике ABC CD – медиана. Тогда $CD < AC + AD$ и $CD < BC + BD$. Следовательно, $2CD < AB + BC + AC$.

Упражнение 12

Докажите, что медиана треугольника меньше полусуммы сторон, между которыми она заключается.

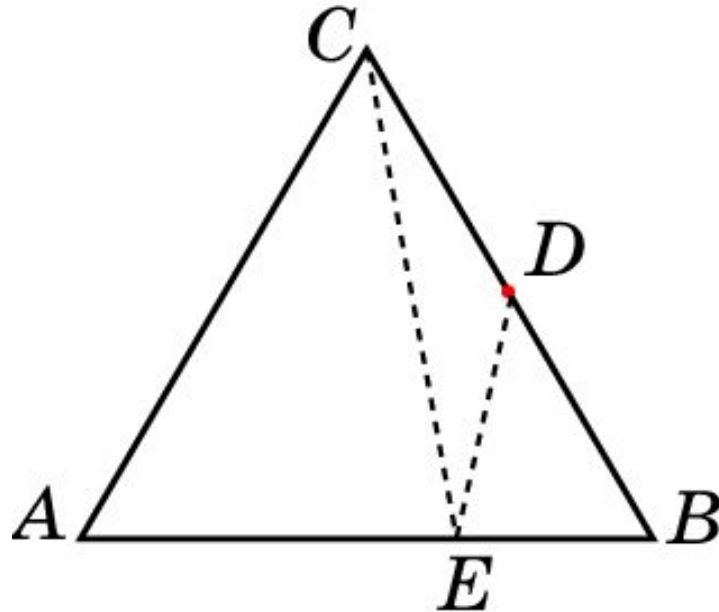


Решение: Пусть CC_1 – медиана треугольника ABC . Отложим на продолжении этой медианы отрезок C_1D , равный CC_1 .

В четырехугольнике $ACBD$ $AD = BC$. Воспользуемся тем, что каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон. Тогда $CD < AC + AD$, следовательно, $2CC_1 < AC + BC$, или $CC_1 < \frac{AC + BC}{2}$

Упражнение 13

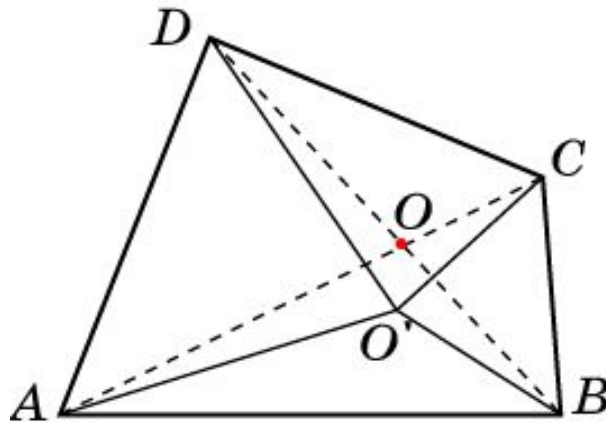
Пусть ABC – треугольник, D – точка на стороне BC . На прямой AB найдите такую точку E , для которой разность $CE - DE$ наибольшая.



Ответ: Вершина B .

Упражнение 14

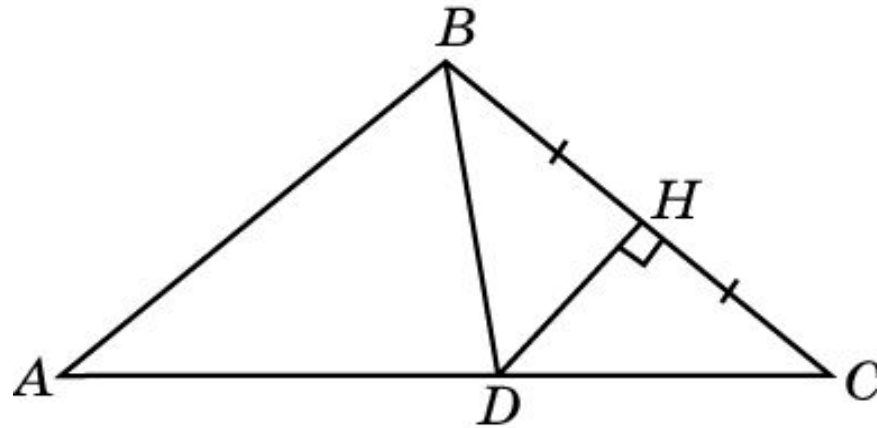
Внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$ найдите точку O , сумма расстояний от которой до вершин четырехугольника наименьшая.



Ответ: Точка пересечения диагоналей. Для любой другой точки O' сумма расстояний от нее до вершин будет больше.

Упражнение 15

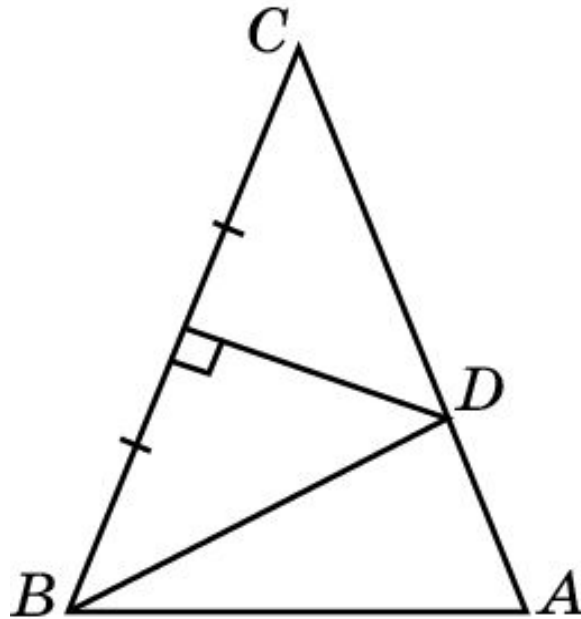
В равнобедренном треугольнике ABC через середину боковой стороны $BC = 8$ см проведен перпендикуляр, пересекающий основание в точке D , которая соединена с вершиной B . Найдите основание AC данного треугольника, если периметр треугольника ABD равен 20 см.



Ответ: 12 см.

Упражнение 16

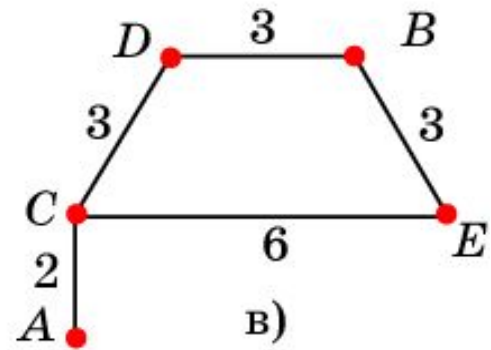
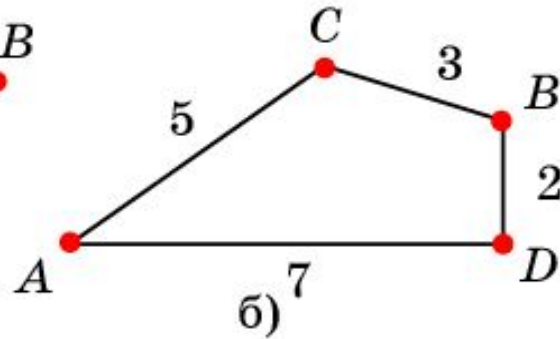
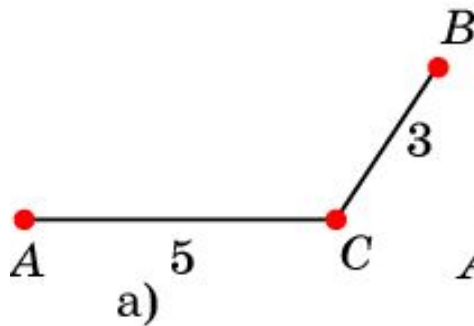
В равнобедренном треугольнике ABC через середину боковой стороны $BC=14$ см проведен перпендикуляр, пересекающий другую боковую сторону AC в точке D , которая соединена с вершиной B . Найдите основание AB , если периметр треугольника ABD равен 21 см.



Ответ: 7 см.

Упражнение 17

На рисунке изображены стержни, соединенные шарнирами, которые могут свободно двигаться. Для каждой конструкции найдите наибольшее и наименьшее расстояния, на которые можно раздвинуть концы A и B .



Ответ: а) 8, 2; б) 8, 5; в) 8, 1.