



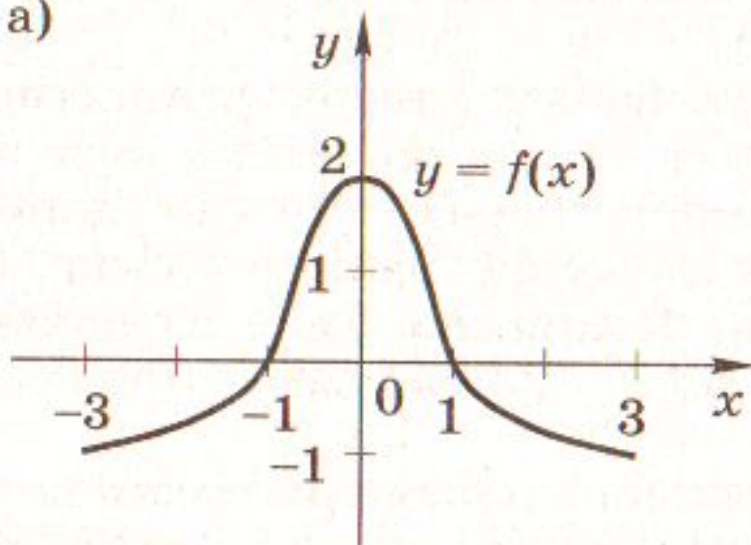
Степенная функция, её свойства и график.

*Холодные числа, внешне сухие формулы
математики полны внутренней красоты
и жара сконцентрированной в них мысли.*

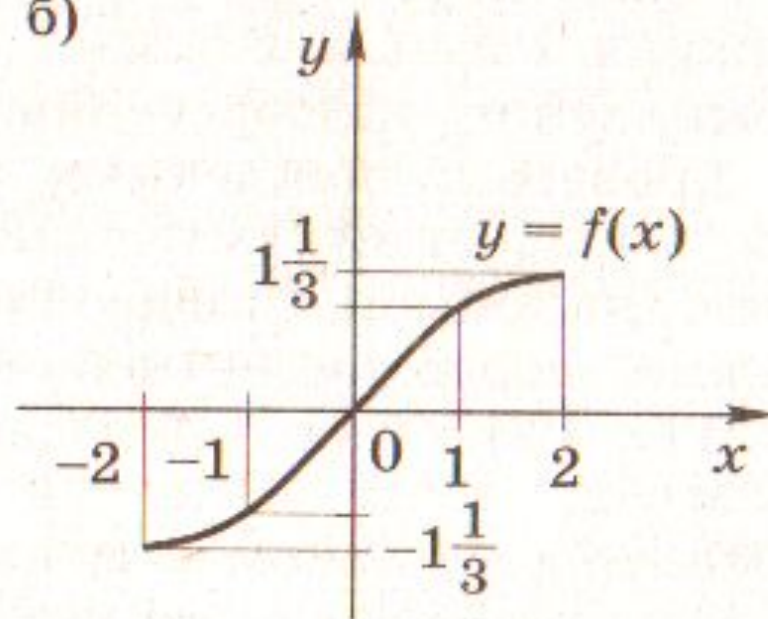
А. Д. Александров

Устно:

а)

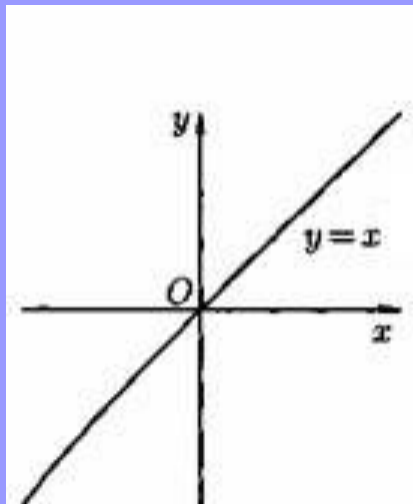


б)

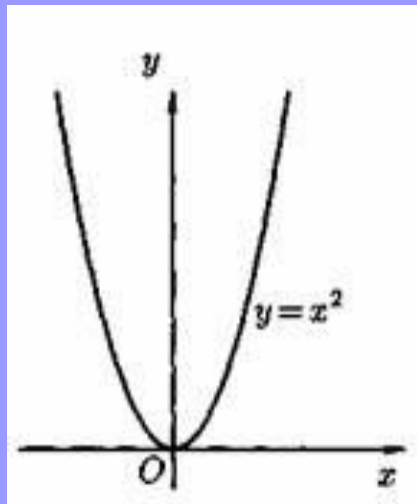


*Функция вида $y=x^p$,
где p – заданное действительное число
называется степенной.*

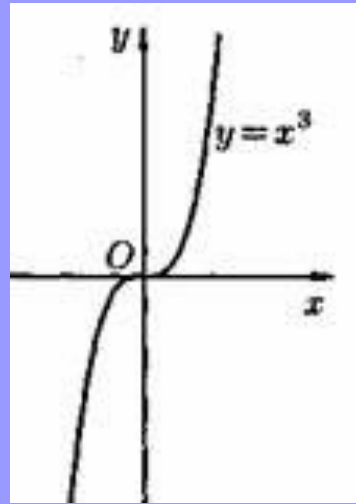
$$y = x, p = 1$$



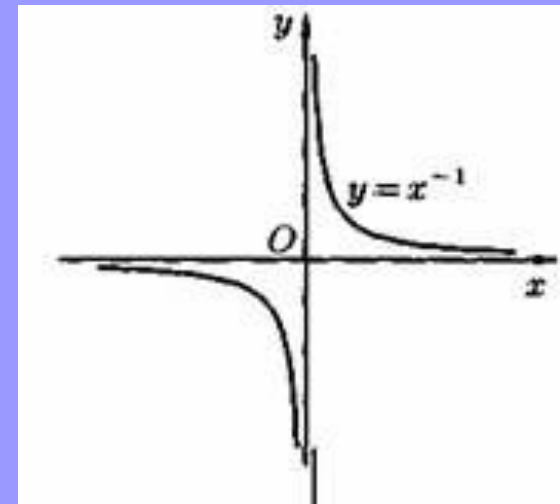
$$y = x^2, p = 2$$



$$y = x^3, p = 3$$

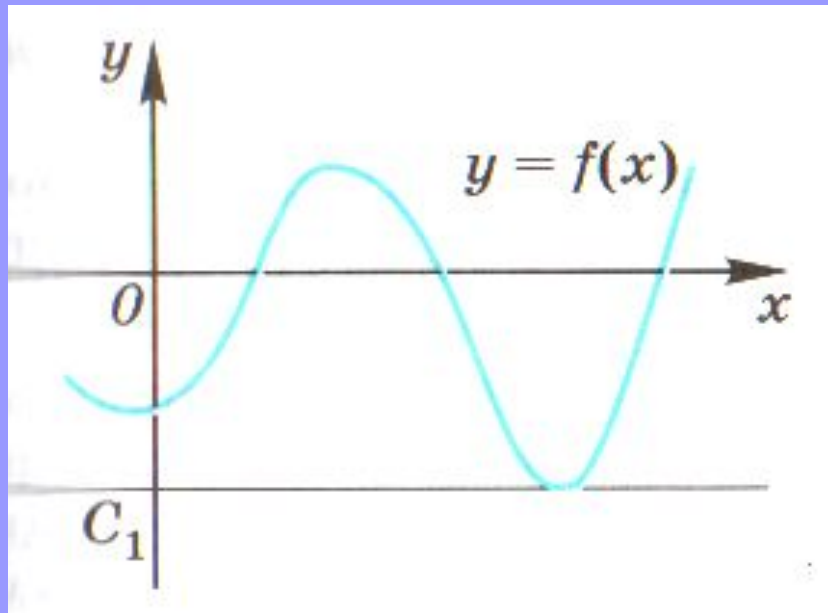


$$y = \frac{1}{x}, p = -1$$



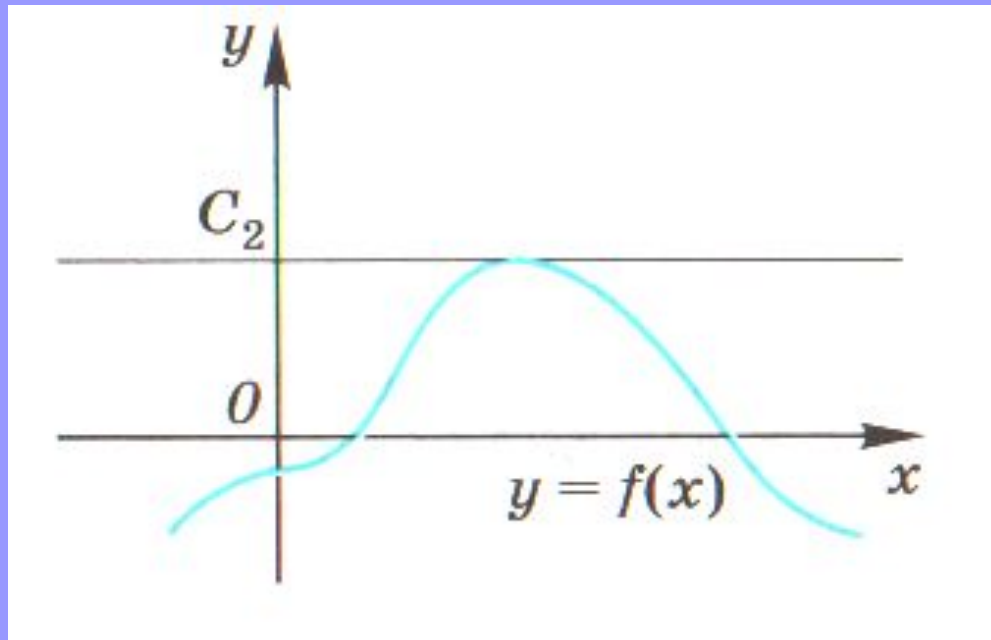
Определение

Функция $y = f(x)$, определенная на множестве X , называется ограниченной снизу на множестве X , если существует число C_1 , такое, что для любого $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \geq C_1$



Определение

Функция $y = f(x)$, определенная на множестве X , называется ограниченной сверху на множестве X , если существует число C_2 , такое, что для любого $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \leq C_2$



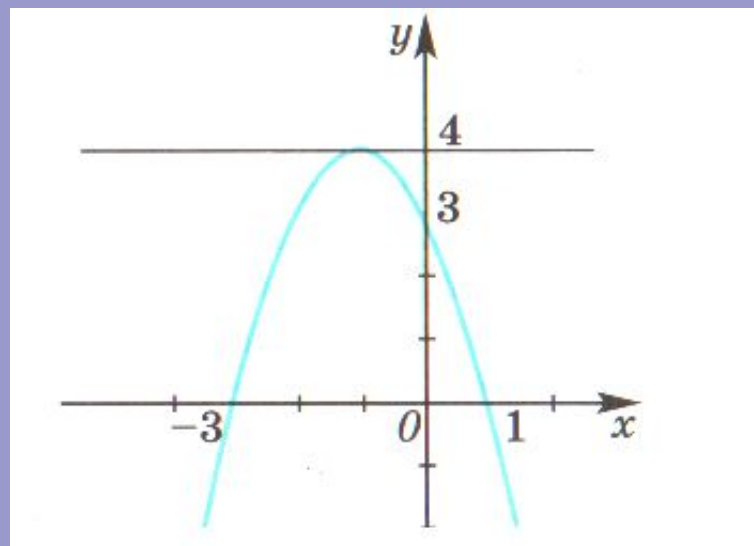
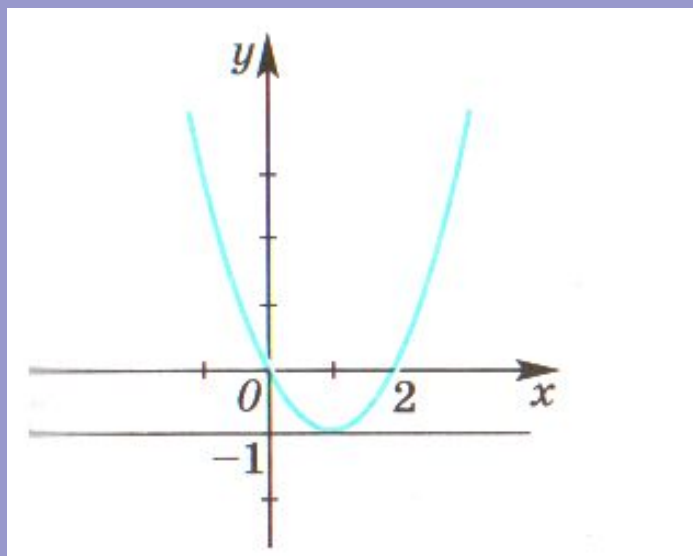
Например:

1) функция $y = x^2 - 2x$ является ограниченной снизу,

т. к. $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \geq -1$;

2) функция $y = -x^2 - 2x + 3$ ограничена сверху,

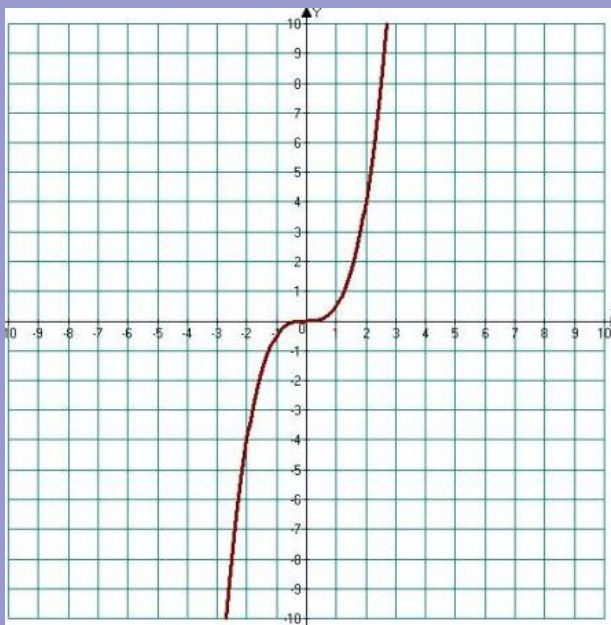
т. к. $-x^2 - 2x + 3 = 4 - (x+1)^2 \leq 4$



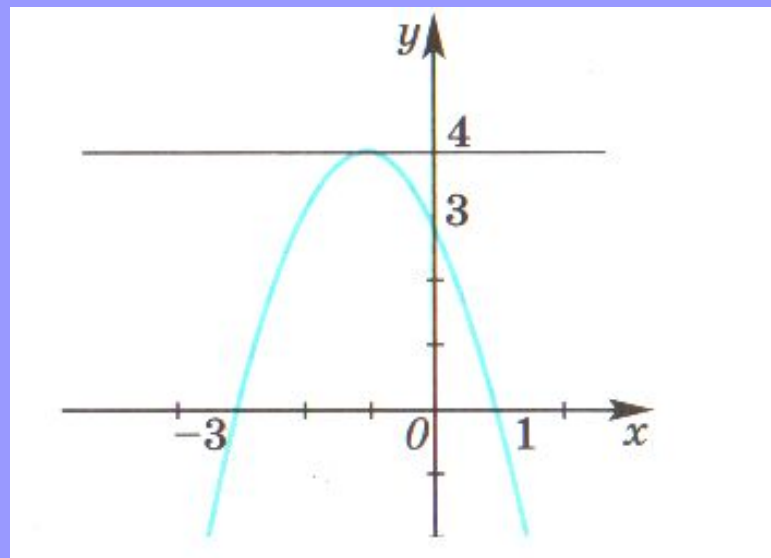
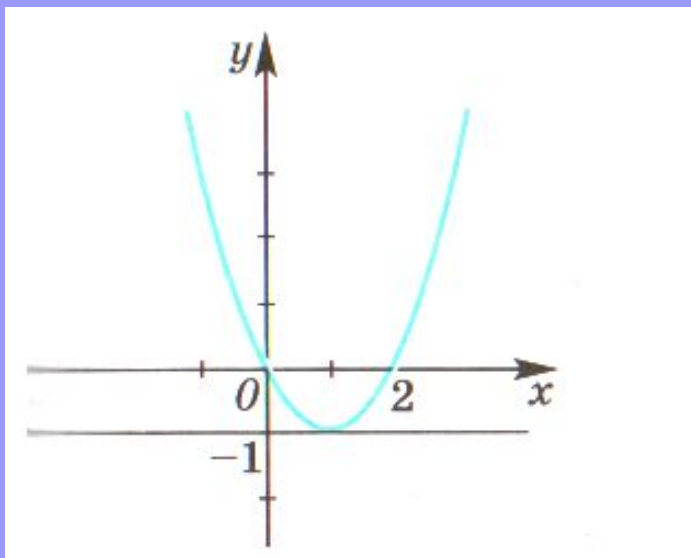
Функцию, ограниченную и сверху и снизу, на множестве X , называют ограниченной на этом множестве.

Функция $y = f(x)$ является ограниченной на множестве X тогда и только тогда, когда существует число $C > 0$, такое, что для любого $x \in X$ выполняется неравенство $|f(x)| \leq C$.

Функция $y = f(x)$, $x \in X$ называется неограниченной, если для любого $C > 0$ найдется значение $x_c \in X$, такое, что $|f(x_c)| > C$.



Если существует такое значение x_0 из области определения X функции $y = f(x)$, что для любого x из этой области справедливо неравенство $f(x) \geq f(x_0)$, то говорят, что функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение $y_0 = f(x_0)$ при $x = x_0$.



Если существует такое значение x_0 из области определения X функции $y = f(x)$, что для любого x из этой области справедливо неравенство $f(x) \leq f(x_0)$, то говорят, что функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение $y_0 = f(x_0)$ при $x = x_0$.

Свойства степенной функции при различных значениях p .

1. Показатель $p = 2n$ – четное натуральное число.

$y = x^{2n}$, где n – натуральное число.

Свойства :

1) Область определения – все действительные числа,
т. е. множество R ;

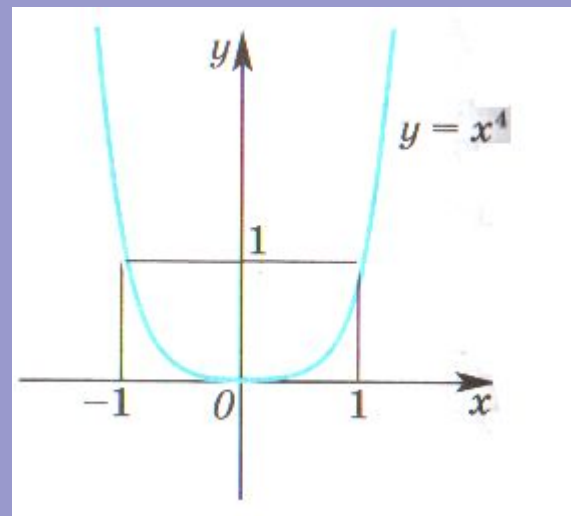
2) Множество значений – все неотрицательные числа,
т. е. $y \geq 0$;

3) Функция $y = x^{2n}$ четная, т. к. $(-x)^{2n} = x^{2n}$;

4) Функция является убывающей на промежутке $x \leq 0$
и возрастающей на промежутке $x \geq 0$;

5) Функция ограничена снизу (так как $x^{2n} \geq 0$
для любого $x \in R$;

6) Функция принимает наименьшее значение $y = 0$ при $x = 0$,
так как $f(x) = x^{2n} \geq 0$ при $x \in R$ и $f(0) = 0$.



Свойства степенной функции при различных значениях p .

2. Показатель $p = 2n - 1$ – нечетное натуральное число.

$y = x^{2n-1}$, где n – натуральное число.

Свойства :

1) Область определения – все действительные числа,

т. е. множество R ;

2) Множество значений – множество R ;

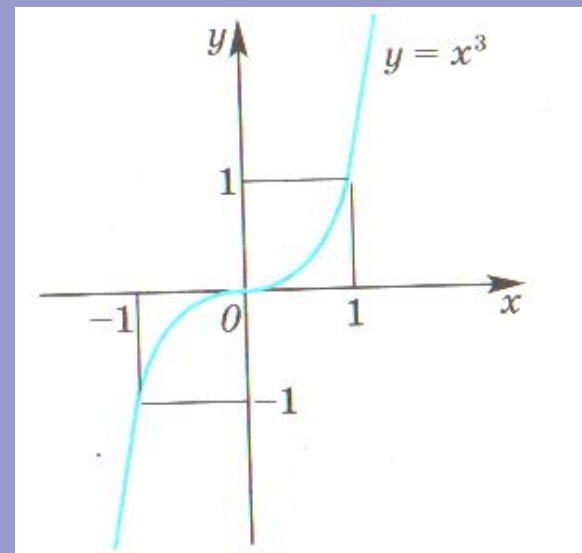
3) Функция $y = x^{2n-1}$ нечетная, т. к. $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$;

4) Функция является возрастающей на всей

действительной оси;

5) Функция не является ограниченной ни сверху ни снизу;

6) Функция не принимает ни наименьшего, ни наибольшего значений.



Свойства степенной функции при различных значениях p .

3. Показатель $p = -2n$, где n – натуральное число.

$y = x^{-2n}$, где n – натуральное число.

Свойства :

1) Область определения – множество R , кроме $x = 0$;

2) Множество значений – множество

положительных чисел $y > 0$;

3) Функция $y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$ четная, т. к. $\frac{1}{(-x)^{2n}} = \frac{1}{x^{2n}}$;

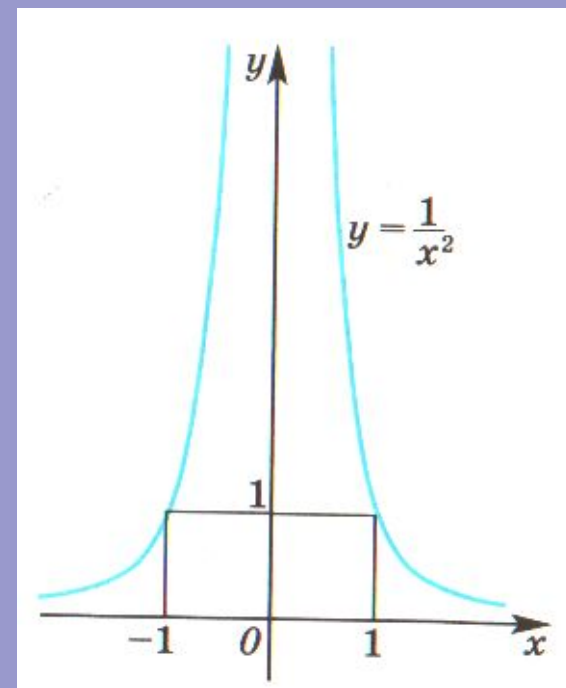
4) Функция является возрастающей на промежутке $x < 0$

и убывающей на промежутке $x > 0$;

5) Функция ограничена снизу: $y > 0$;

6) Функция не принимает ни наименьшего,

ни наибольшего значений.



Свойства степенной функции при различных значениях p .

4. Показатель $p = -(2n-1)$, где n – натуральное число.

$y = x^{-(2n-1)}$, где n – натуральное число.

Свойства :

1) Область определения – множество R , кроме $x = 0$;

2) Множество значений – множество R , кроме $y = 0$;

3) Функция $y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}$ нечетная,

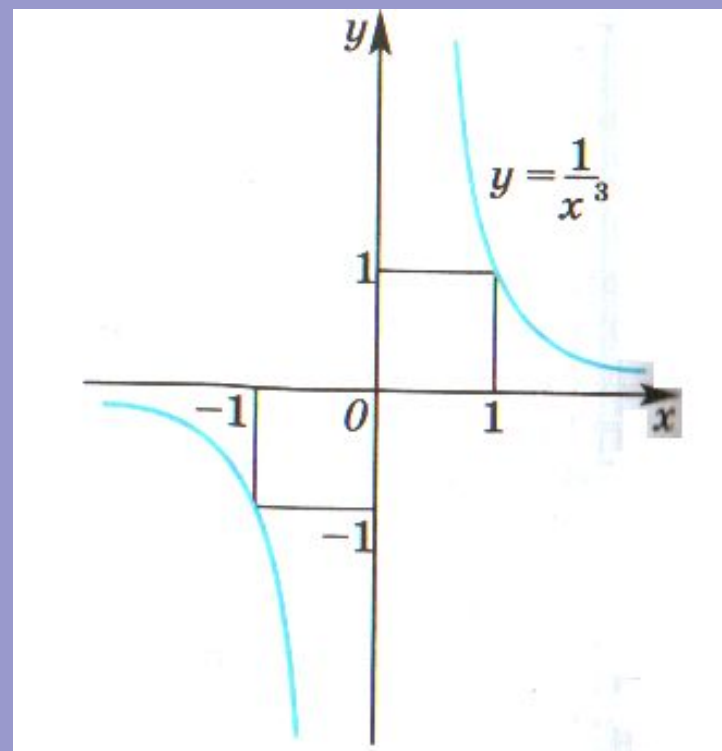
$$\text{т. к. } \frac{1}{(-x)^{2n-1}} = -\frac{1}{x^{2n-1}};$$

4) Функция является убывающей

на промежутках $x < 0$ и $x > 0$;

5) Функция не является ограниченной;

6) Функция не принимает ни наименьшего, ни наибольшего значений.



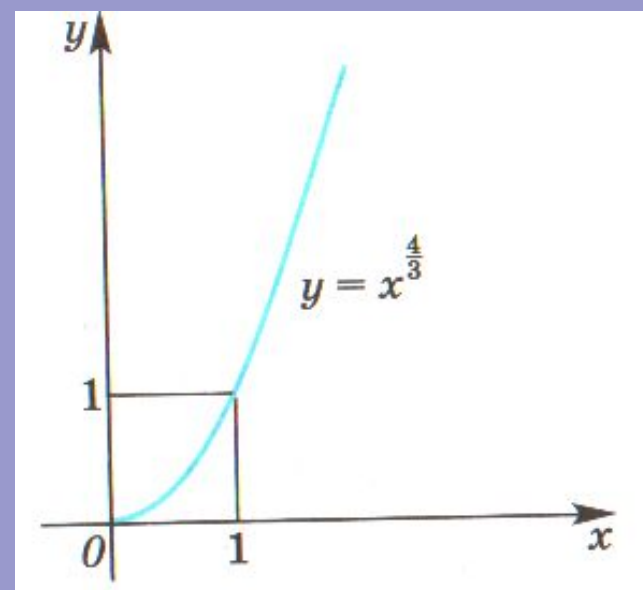
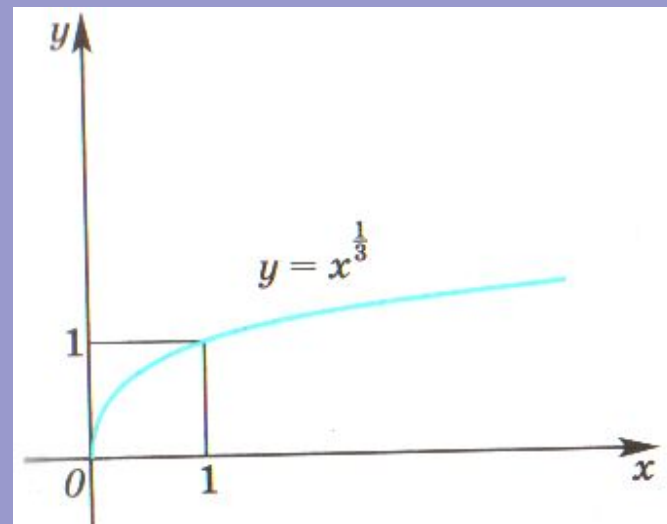
Свойства степенной функции при различных значениях p .

5. Показатель p – положительное действительное

нецелое число. $y = x^p$

Свойства:

- 1) Область определения – множество неотрицательных чисел, $x \geq 0$;
- 2) Множество значений – множество неотрицательных чисел, $y \geq 0$;
- 3) Функция не является ни четной, ни нечетной;
- 4) Функция является возрастающей на промежутке $x \geq 0$;
- 5) Функция ограничена снизу: $y \geq 0$;
- 6) Функция принимает наименьшее, значение $y = 0$ при $x = 0$.



Свойства степенной функции при различных значениях p .

6. Показатель p – отрицательное действительное нецелое число. $y = x^p$

Свойства :

1) Область определения – множество положительных чисел, $x > 0$;

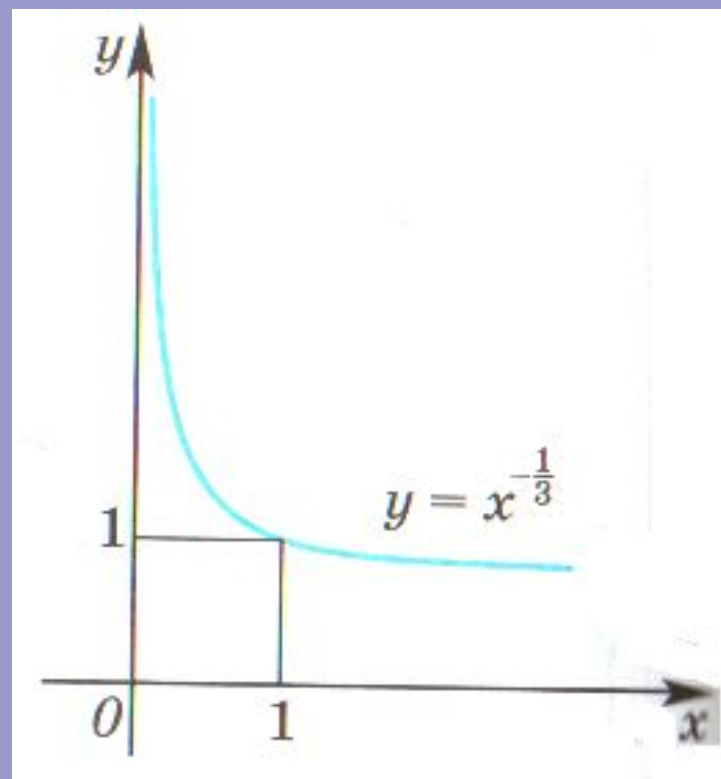
2) Множество значений – множество положительных чисел, $y > 0$;

3) Функция не является ни четной, ни нечетной;

4) Функция является ,убывающей на промежутке $x > 0$;

5) Функция ограничена снизу: $y > 0$;

6) Функция не принимает ни наименьшего, ни наибольшего значений.



Домашнее задание

§ 1 Стр. 166 – 172

№ 1 (2; 4)

2 (2)

3 (2)



Свойства степенной функции $y = x^p$ при различных значениях p .

Показатель p –

– четное натуральное число

– нечетное натуральное число

– четное отрицательное число

– нечетное отрицательное число

– положительное действительное нецелое число

– отрицательное действительное нецелое число

Домашнее задание

§ 1 Стр. 166 – 174

№ 5 (2; 4; 6)

4 (2; 4)

6 (2; 4)

8 (2)

