

Система счисления

совокупность приемов
наименования и записи
чисел. Знаки, используемые
при записи чисел,
называются цифрами.

Позиционные

Величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции.

1 2 3 4 5
6 7 8 9
10 11 12

Непозиционные

От положения цифры в записи числа не зависит величина, которую она обозначает

I II III IV
V VI VII VIII
IX X

Запись чисел в позиционных система

- Количество используемых цифр называется основанием системы счисления.
- Место каждой цифры в числе называется позицией.

$$N_p = \pm(a_{k-1} * p^{k-1} + a_{k-2} * p^{k-2} + \dots + a_0 * p^0 + a_{-1} * p^{-1} + \dots + a_{-m} * p^{-m})$$

p – основание системы счисления;

a_i – цифры, принадлежащие алфавиту системы счисления;

k – позиция в целой части;

m – позиция в дробной части.

Перевод в десятичную систему счисления

все слагаемые в развернутой форме недесятичного числа представить в десятичной системе и вычислить полученное выражение по правилам десятичной арифметики

Число	Перевод
101_2	$1*2^2+0*2^1+1*2^0=9_{10}$
1217_8	$1*8^3+2*8^2+1*8^1+7*8^0=655_{10}$
$5D8_{16}$	$5*16^2+13*16^1+8*10^0=1496_{10}$
232_4	$2*4^2+3*4^1+2*4^0=46_{10}$

Перевод из десятичной системы счисления

Перевод целой части

- число делится на новое основание;
- полученный остаток запоминается или записывается (это будет цифра младшего разряда);
- целая часть полученного частного снова делится на основание;
- опять запоминается полученный остаток (это будет цифра следующего разряда) и т.д.

Перевод дробной части

- дробная часть числа умножается на основание;
- запоминается или записывается цифра результата, переносимая в целую часть;
- оставшаяся дробная часть числа умножается на основание;
- снова фиксируется цифра результата, переносимая в целую часть, и т. д.

Пример перевода из десятичной системы счисления

Переведем число 75 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную:

в двоичную

75		2
74		37
1		1

↙

37		2
36		18
1		0

↙

18		2
18		9
0		1

↙

9		2
8		4
1		0

↙

4		2
4		2
0		0

↙

2		2
2		1
0		0

↙

1		2
1		0
1		1

↙

в восьмеричную

75		8
72		9
3		3

↙

9		8
8		1
1		0

↙

1		8
0		0
1		1

↙

в шестнадцатеричную

75		16
64		4
11		0

(B₁₆) ↙

11		16
8		0
4		0

Ответ: $75_{10} = 1001011_2 = 113_8 = 4B_{16}$

Выполнение основных арифметических операций в различных системах счисления

Арифметические операции во всех позиционных системах счисления выполняются по одним и тем же хорошо известным правилам.

Правила выполнения арифметических операций в десятичной системе хорошо известны - это сложение, вычитание, умножение столбиком и деление уголком. Эти правила применимы и ко всем другим позиционным системам счисления. Только таблицами сложения и умножения надо пользоваться особыми для каждой системы.

Таблицы сложения в двоичной и восьмиричной системах счисления

+	0	1
0	0	1
1	1	10

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Пример сложения

Сложим 15_{10} и 6_{10}

Десятичная:

$$15_{10} + 6_{10}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

21

$5+6=11=10+1$
 $1+1=2$

Двоичная:

$$11111_2 + 110_2$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 1111 \\ + 0110 \\ \hline \end{array}$$

10101

$1+0=1$
 $1+1=2=10$
 $1+1+1=3=11$
 $1+1=2=10$

Восьмеричная:

$$17_8 + 6_8$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 17 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

25

$7+6=13=8+5$
 $1+1=2$

Ответ: $15+6=21_{10}=10101_2=25_8$

Таблицы умножения в двоичной и восьмиричной системах счисления

*	0	1
0	0	0
1	0	1

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	12	13
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	11	25	34	43	52	61

Пример умножения

Умножим 15_{10} и 12_{10}

Десятичная

$$15_{10} \cdot 12_{10}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 12 \\ \hline + 30 \\ 15 \\ \hline 180 \end{array}$$

Двоичная

$$1111_2 \cdot 1100_2$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1100 \\ \hline + 1111 \\ 1111 \\ \hline 10110100 \end{array}$$

Восьмеричная:

$$17_8 \cdot 14_8$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 14 \\ \hline + 74 \\ 17 \\ \hline 264 \end{array}$$

Ответ: $15 \cdot 12 = 180_{10} = 10110100_2 = 264_8$