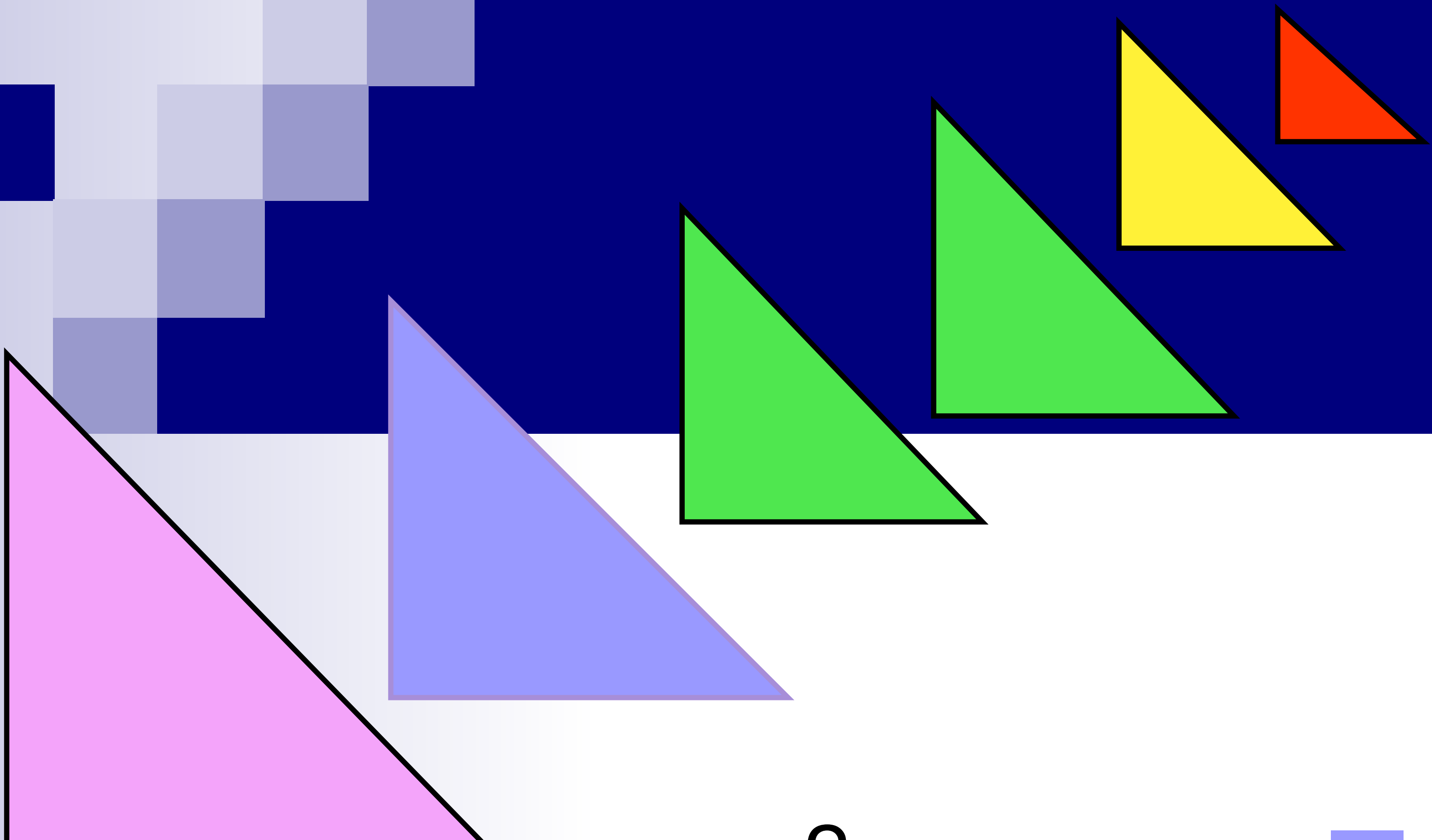
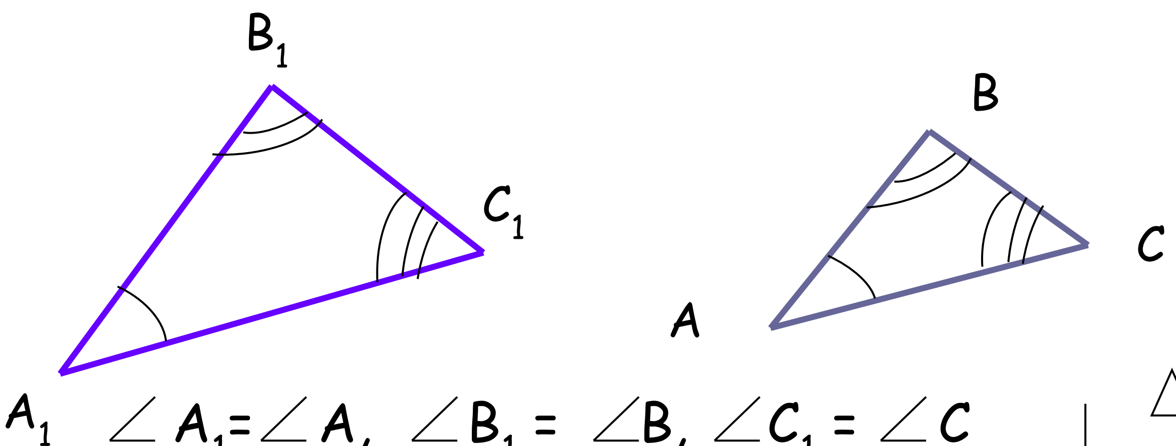
Подобные треугольники



2урок

Подобные треугольники

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$\angle A_1 = \angle A, \quad \angle B_1 = \angle B, \quad \angle C_1 = \angle C$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$

$$\frac{AB}{A1B1} = \frac{BC}{B1C1} = \frac{AC}{A1C1} = \frac{1}{к}$$

$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$

K – коэффициент подобия

$\frac{1}{к}$- коэффициент подобия

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.

Решить задачу 1.

- два треугольника подобны: $\Delta QPF \sim \Delta KVN$.
- Не рисуя треугольники, напиши правильное отношение сторон треугольников.
- $\frac{\quad}{KV} = \frac{\quad}{KN} = \frac{\quad}{VN}$

Решить задачу 2.

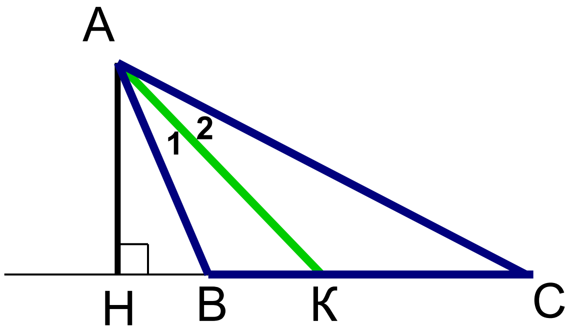
Отрезки CA, EF и XZ, LM по парам — пропорциональные отрезки. CA= 2 см, EF= 8 см и LM= 48 см.

Вычисли длину отрезка XZ.

Пропорциональные отрезки

(свойство биссектрисы)

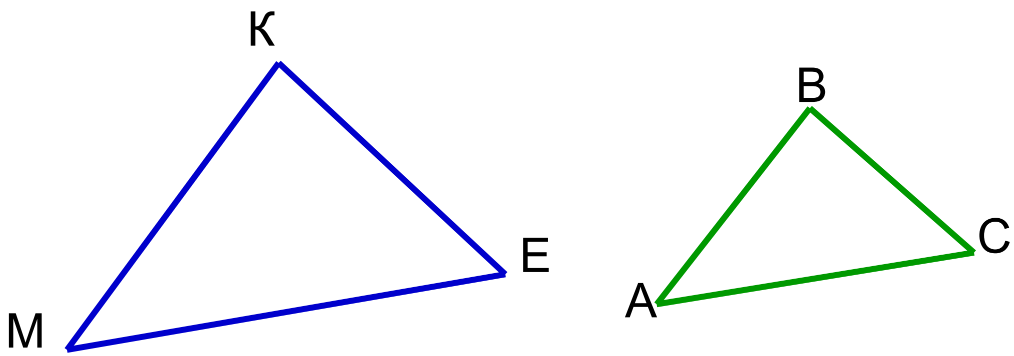
Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.



$\triangle$ ABC, AK – биссектриса.

$$\frac{BK}{AB} = \frac{KC}{AC}$$

Теорема 1. **Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$

Доказательство:

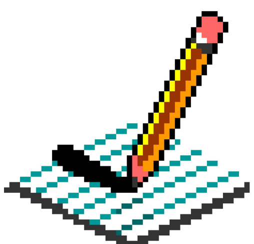
Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

$$\frac{MK}{AB} = \frac{KE}{BC} = \frac{ME}{AC} = K,$$

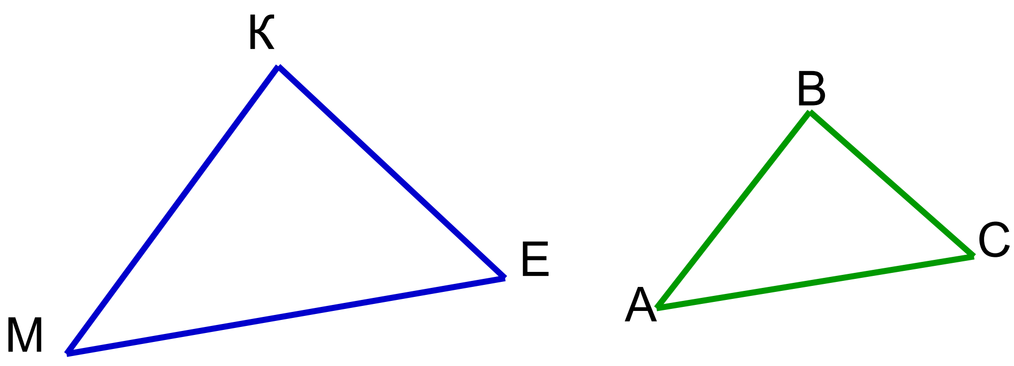
Значит, $MK = k \cdot AB$, $KE = k \cdot BC$, $ME = k \cdot AC$.

$$P_{MKE} = MK + KE + ME = k \cdot AB + k \cdot BC + k \cdot AC = k \cdot (AB + BC + AC) = k \cdot P_{ABC}.$$

Значит, $P_{MKE} : P_{ABC} = k$.



Теорема 2. **Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.**



Дано: $\triangle$ МКЕ ~ $\triangle$ АВС,

К – коэффициент подобия.

Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$

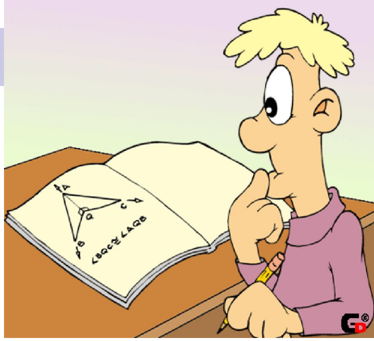
Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle$МКЕ ~ $\triangle$АВС, k – коэффициент подобия, то

$\angle M = \angle A$, $\dfrac{MK}{AB} = \dfrac{ME}{AC} = k$, значит, МК = k·АВ, МЕ = k·АС.

$$\frac{S_{MKE}}{S_{ABC}} = \frac{MK \cdot ME}{AB \cdot AC} = \frac{k \cdot AB \cdot k \cdot AC}{AB \cdot AC} = k^2$$

Реши задачи



1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

24 см

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна 9 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

81 см^2

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна 32 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

8 см^2

4. Площади двух подобных треугольников равны 12 см^2 и 48 см^2. Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

8 см

Решение задачи

Площади двух подобных треугольников равны 50 дм^2 и 32 дм^2, сумма их периметров равна 117 дм. Найдите периметр каждого треугольника.

Дано: $\triangle$ ABC, $\triangle$ PEK подобны, S_{ABC} = 50 дм^2, S_{PEK} = 32 дм^2, $P_{ABC} + P_{PEK}$ = 117дм.

Найти: P_{ABC}, P_{PEK}

Решение:

Т. к. по условию треугольники ABC и PEK подобны, то:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PEK}} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16} = K^2. \qquad \text{Значит, } k = \frac{5}{4}$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = K, \qquad \frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = \frac{5}{4} = 1{,}25 \qquad \text{Значит, } P_{ABC} = 1{,}25\ P_{PEK}$$

Пусть P_{PEK} = x дм, тогда P_{ABC} = 1,25 x дм

Т. к. по условию $P_{ABC} + P_{PEK}$ = 117дм, то 1,25 x + x = 117, x = 52.

Значит, P_{PEK} = 52 дм, P_{ABC} = 117 – 52 = 65 (дм).

Ответ: 65 дм, 52 дм.