

Перельмутер А.В.

ПРОВЕРКА УСТОЙЧИВОСТИ

**Постановка задач и приемы
решения с использованием SCAD**

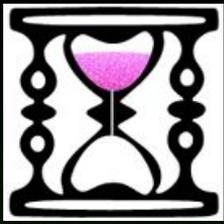
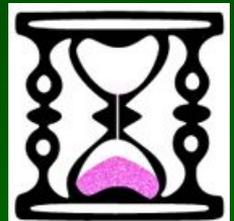


Схема изложения:

1. Общие сведения и немного теории
2. Проверка общей устойчивости здания
3. Выпучивание вспомогательных элементов
4. О расчетных длинах
5. Применение оболочечных элементов
6. Проверка устойчивости стенки резервуара
7. Проверка устойчивости железобетонной оболочки



1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И НЕМНОГО ТЕОРИИ



Проверка устойчивости равновесия в эйлеровом смысле сводится к анализу уравнений состояния системы в окрестности положения равновесия, когда перемещения получают малые возмущения δZ

$$[K - \lambda K_N] \delta Z = 0.$$

Здесь K – матрица жесткости; K_N – геометрическая матрица жесткости («толкающая») зависящая от продольных сил N ; λ – параметр интенсивности нагружения.



Условие потери устойчивости

$$[\mathbf{K} - \lambda \mathbf{K}_N] \delta \mathbf{Z} = \mathbf{0}, \quad \delta \mathbf{Z} \neq \mathbf{0}$$

может быть выполнено если параметр λ обретет такое значение λ^* , что $\det[\mathbf{K} - \lambda^* \mathbf{K}_N] \delta \mathbf{Z} = \det \mathbf{K}(\lambda^*) = 0$.

Умножая слева на $\delta \mathbf{Z}^T$ переходим к энергетической формулировке:

$$\delta \mathbf{Z}^T \mathbf{K}(\lambda^*) \delta \mathbf{Z} = 0$$

$$\delta \mathbf{Z}^T \mathbf{K}_1(\lambda^*) \delta \mathbf{Z} > 0, \quad \delta \mathbf{Z}^T \mathbf{K}_2(\lambda^*) \delta \mathbf{Z} < 0$$



Удерживающая часть

Толкающая часть



Если в момент потери устойчивости системы в целом продольное усилие в каком-то элементе (критическое) было равно N^* , то по формуле

$$L_0 = \pi(EJ / N^*)^{1/2}.$$

вычисляется расчетная длина по Ясинскому, т.е. длина такого шарнирно опертого стержня, который теряет устойчивость при том значении продольной силы N^* , при котором происходит потеря устойчивости рассматриваемой системы.



В комплексе SCAD проверка устойчивости равновесия выполняется в классическом Эйлеровом смысле для упругой системы.

Режим проверки устойчивости может дать ответ на три вопроса:

- каков коэффициент запаса устойчивости, т.е. во сколько раз нужно увеличить нагрузку, чтобы произошла потеря устойчивости;**
- какова форма потери устойчивости;**
- чему равны расчетные длины стержневых элементов.**

Кроме того имеется возможность увидеть энергетическую картину и понять какие части системы относятся к толкающим, а какие – к удерживающим.



Проверка общей устойчивости системы

Вид расчета

- Коэффициент устойчивости
- Формы потери устойчивости
- Свободные длины стержней

Параметры

Верхняя граница поиска:

Точность вычислений:

Проверка устойчивости

- По загрузениям
- По комбинациям загрузений
- Для всех загрузений
- Для указанных загрузений

Список загрузений (комбинаций)

1 6

Удаление данных ОК Отмена Справка

Если коэффициент запаса превышает эту величину, то его поиск прекращается

Кроме заказанных здесь результатов в протоколе будет указан элемент, на котором реализуется «местная» потеря устойчивости при полностью нулевом собственном векторе (неподвижных узлах системы)



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

1. Результат проверки имеет глобальный характер, т.е. полагается, что система в целом либо устойчива, либо неустойчива.

2. Если фактическое значение коэффициента запаса не найдено (оно выше заданной границы поиска), то формы потери устойчивости не определяются



2. ПРОВЕРКА ОБЩЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЗДАНИЯ



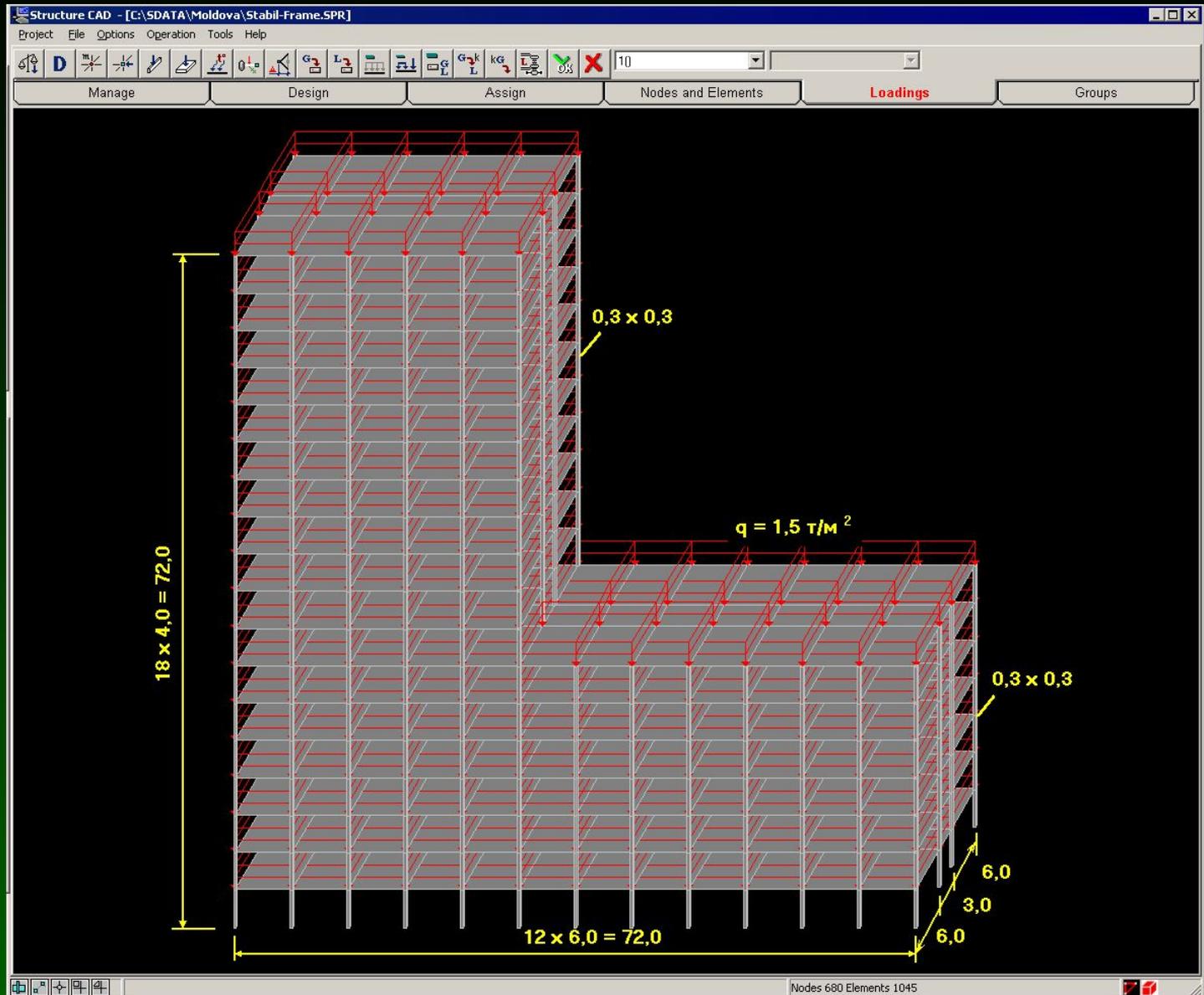
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При проверке общей устойчивости высотных зданий до сих пор используется методика Ханджи, разработанная более 35 лет тому назад с использованием ряда упрощений для ручного счета. Она пригодна только для зданий простой параллелепипедной конфигурации.

Комплекс SCAD позволяет выполнить такую проверку для сооружения произвольной формы.

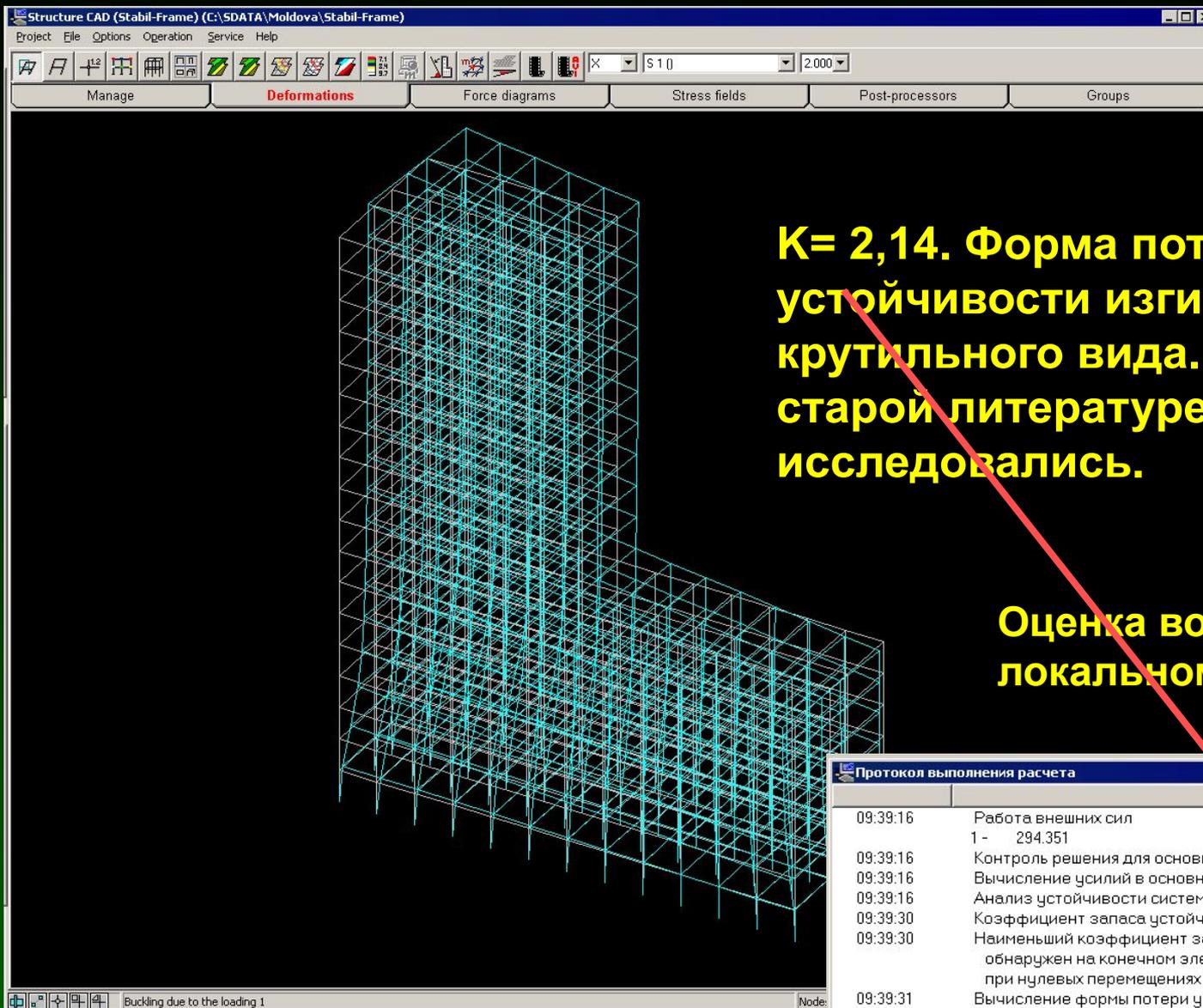


РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ



Проверка устойчивости

ОБЩАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЗДАНИЯ



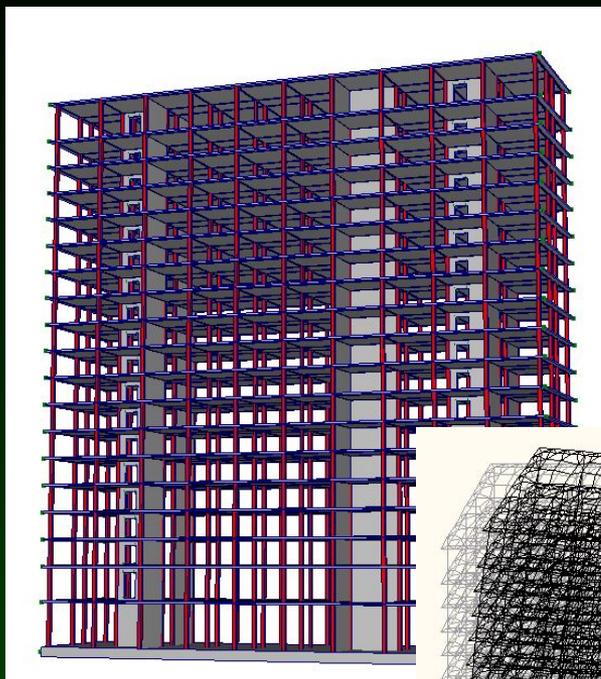
K= 2,14. Форма потери устойчивости изгибно-крутильного вида. Такие формы в старой литературе не исследовались.

Оценка возможностей по локальному выпучиванию

Протокол выполнения расчета	
09:39:16	Работа внешних сил
1 -	294.351
09:39:16	Контроль решения для основной схемы.
09:39:16	Вычисление усилий в основной схеме.
09:39:16	Анализ устойчивости системы для загрузки 1.
09:39:30	Коэффициент запаса устойчивости системы 2.139080.
09:39:30	Наименьший коэффициент запаса местной потери устойчивости обнаружен на конечном элементе номер 505 и равен 9.513218 при нулевых перемещениях и углах поворота всех узлов расчетной схемы.
09:39:31	Вычисление формы потери устойчивости системы для загрузки 1.
09:39:32	Определение свободных длин стержневых элементов.
09:39:32	ЗАДАНИЕ ВЫПОЛНЕНО
	Затраченное время : 0.30 мин.

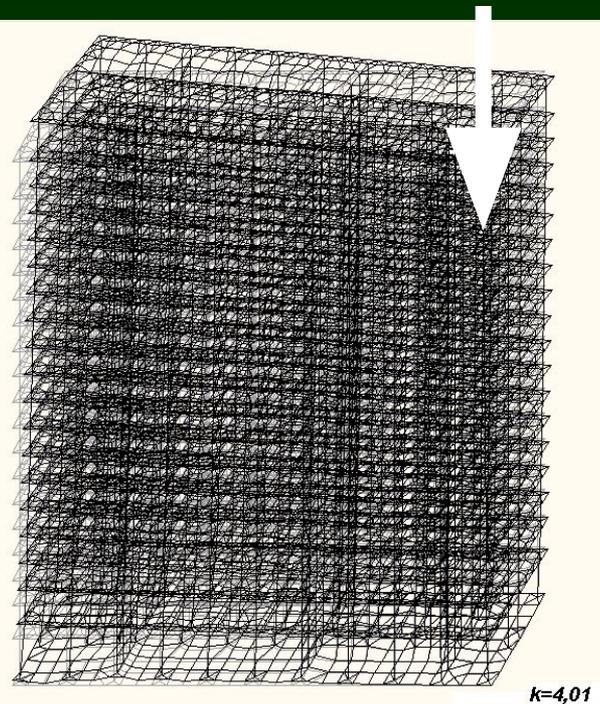
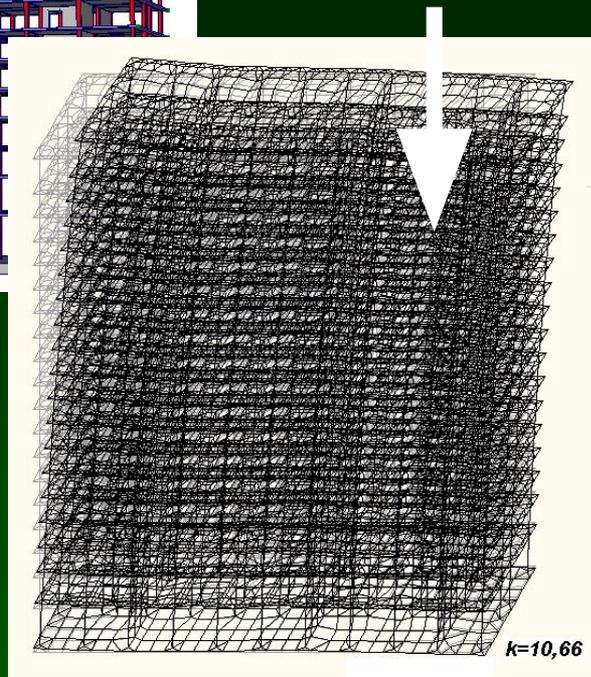


СОПОСТАВЛЕНИЕ С ТРАДИЦИОННОЙ ОЦЕНКОЙ



Расчет по программе СКАД дал значение $k=10,66$. Расхождение объясняется учетом изгибной жесткости перекрытий, которые стесняют деформацию тонкостенного стержня.

Если перекрытия присоединены шарнирно, то $k=4,01$

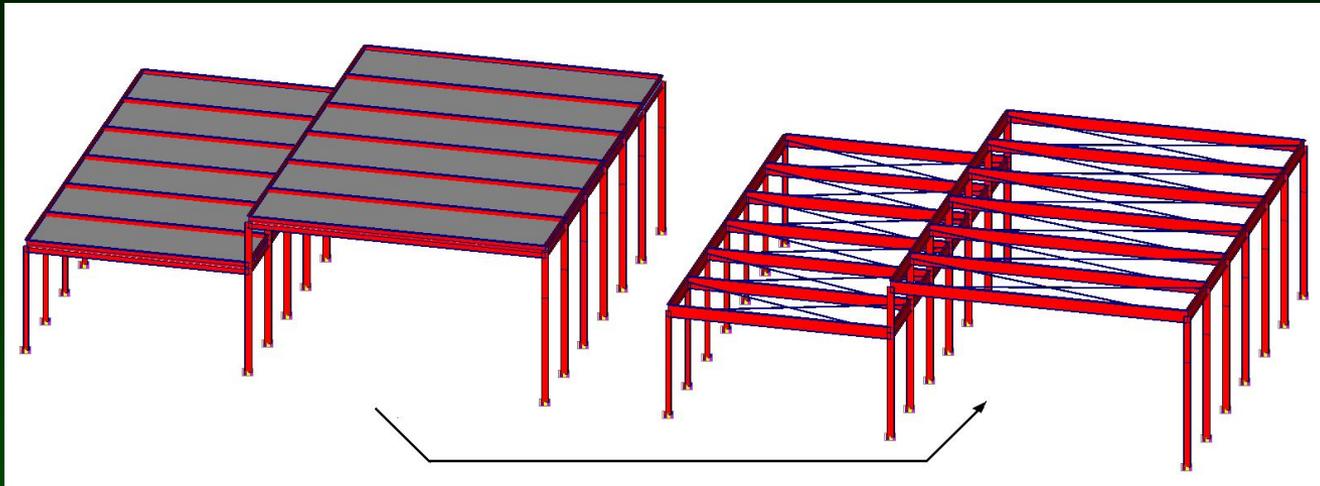


3. ВЫПУЧИВАНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ



МОДИФИКАЦИЯ СХЕМЫ

В расчетной практике часто используется прием замены некоторой подсистемы другой конструкцией с аналогичными статико-кинематическими характеристиками.

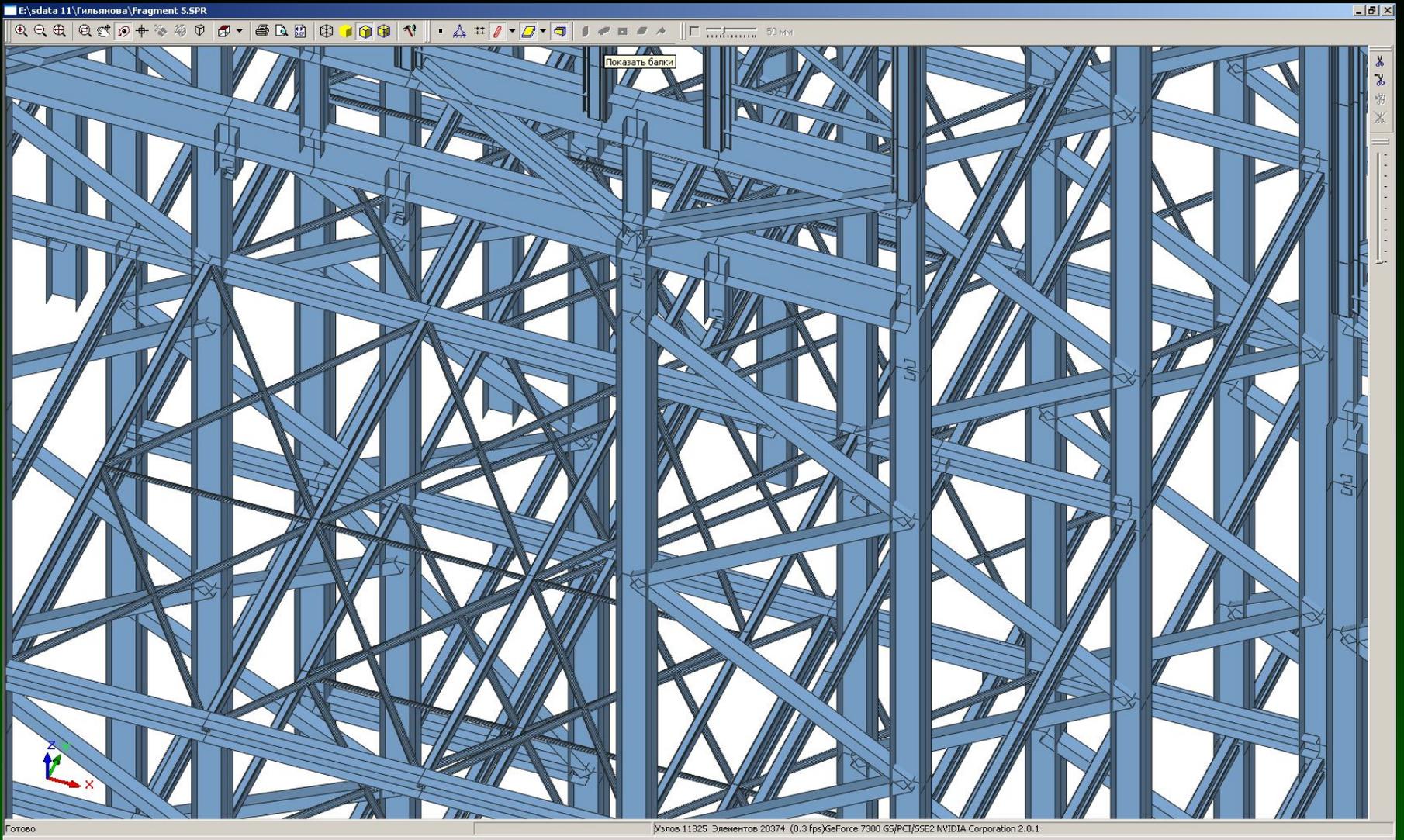


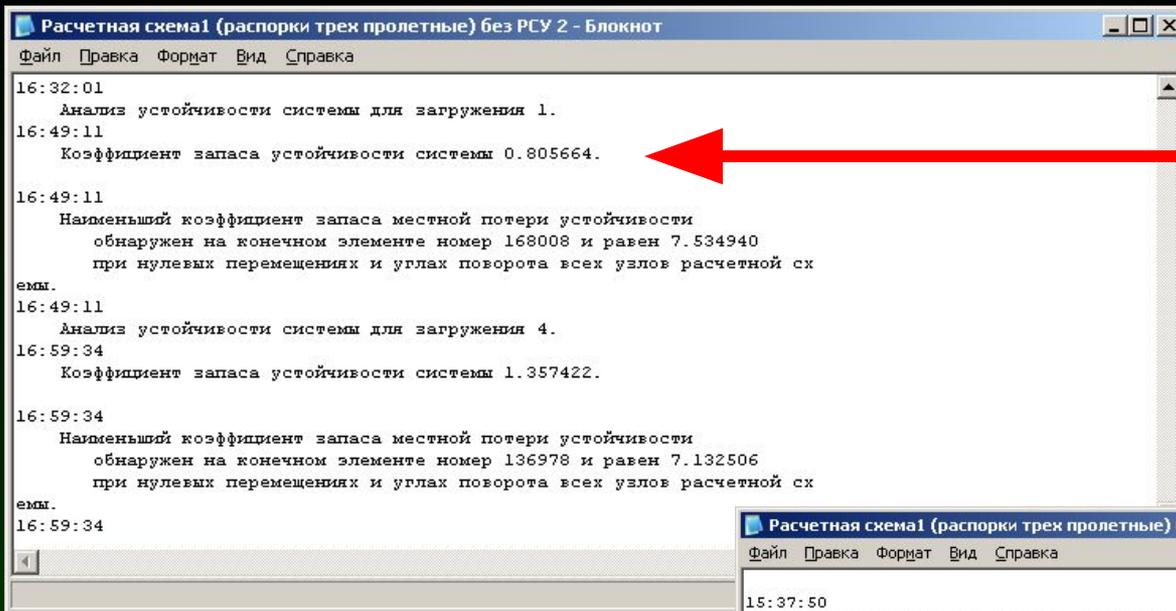
При решении задач устойчивости здесь следует проявлять осторожность и внимательно анализировать результат.



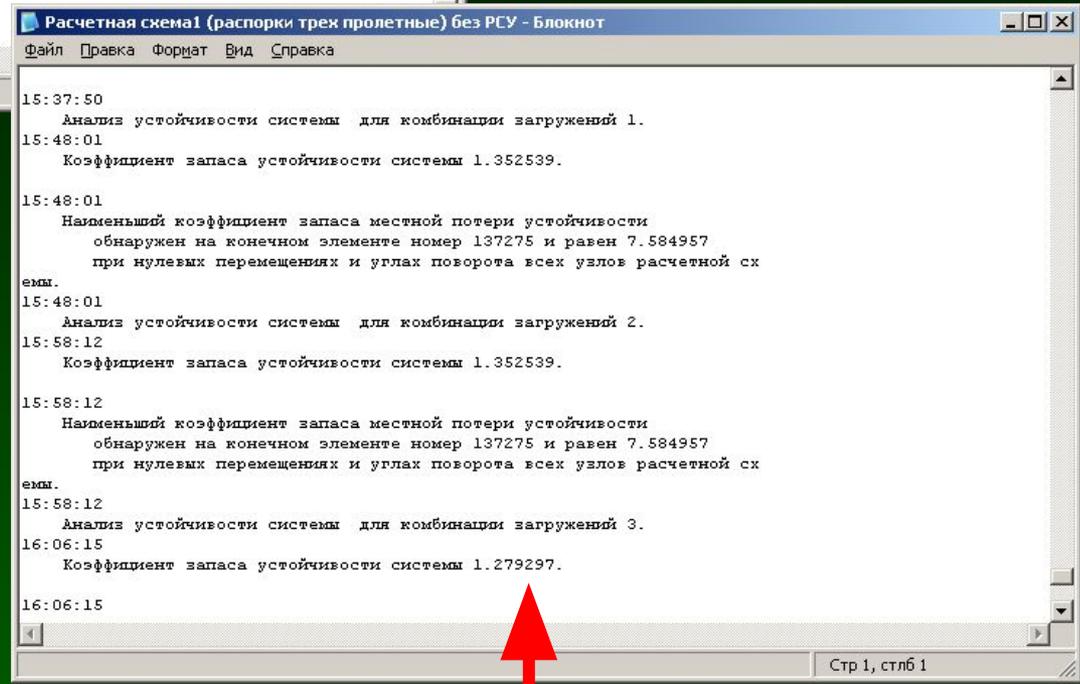
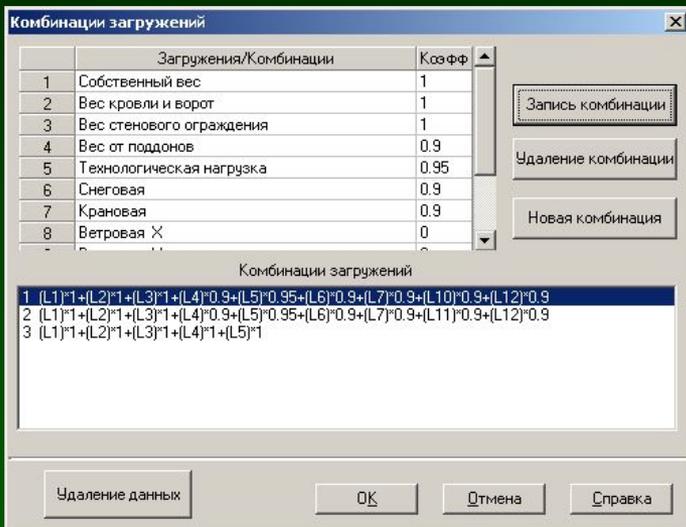
Пример анализа устойчивости потерпевшего аварию складского здания в Домодедовском районе Московской области.





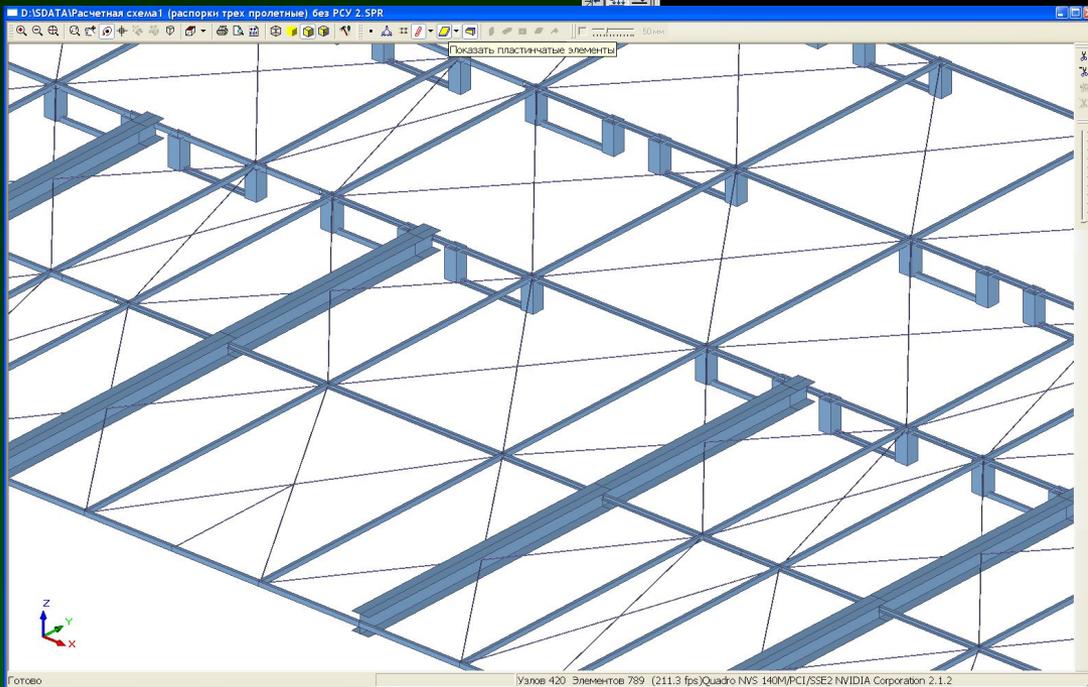
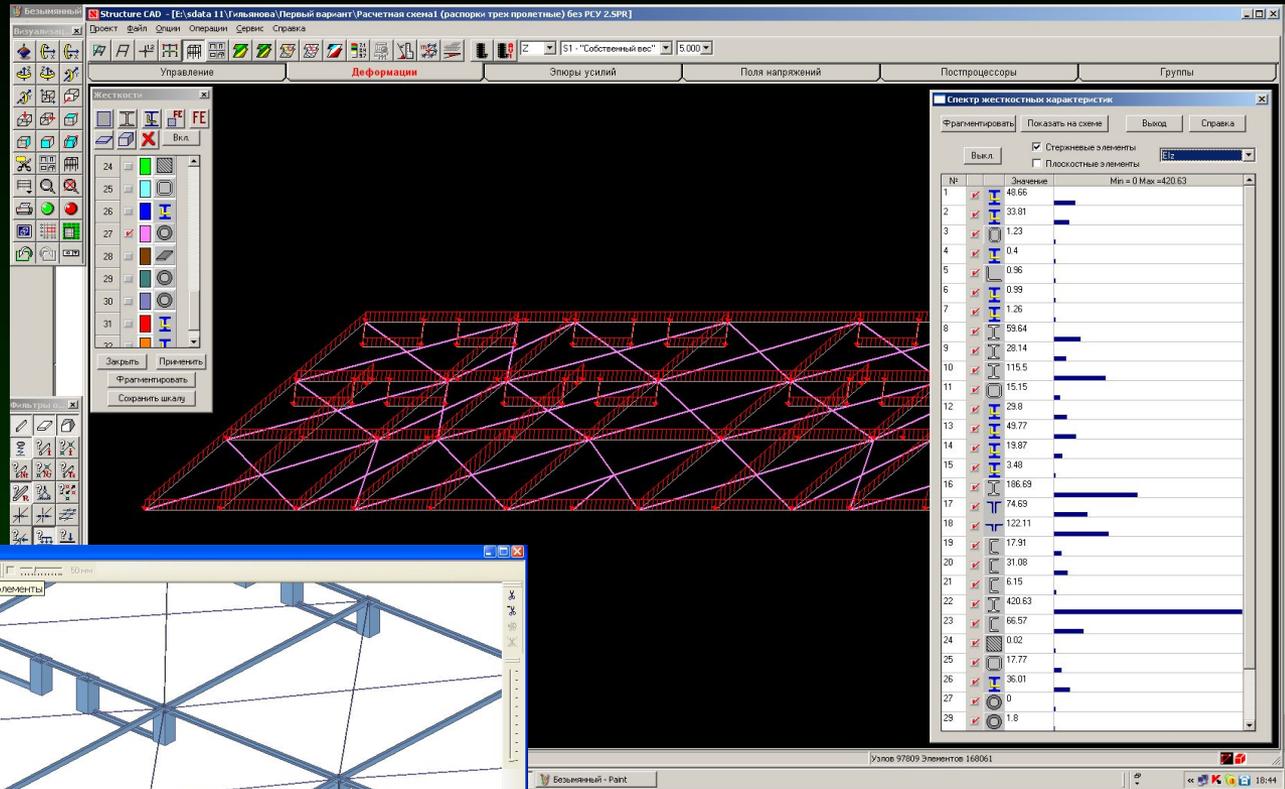


При имитации покрытия крестовыми связями $k=0,2$ даже от действия собственного веса.



Отказ от такой замены дал $k=1,27$





Проверка устойчивости



ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ

Если в расчетную схему были включены вспомогательные элементы для сбора нагрузок (как правило – малой жесткости), то при проверке устойчивости они могут показать очень малую величину коэффициента запаса за счет локального выпучивания.

Удалите такие элементы из расчетной схемы и задайте нагрузку другим способом, если вы хотите использовать режим проверки устойчивости.



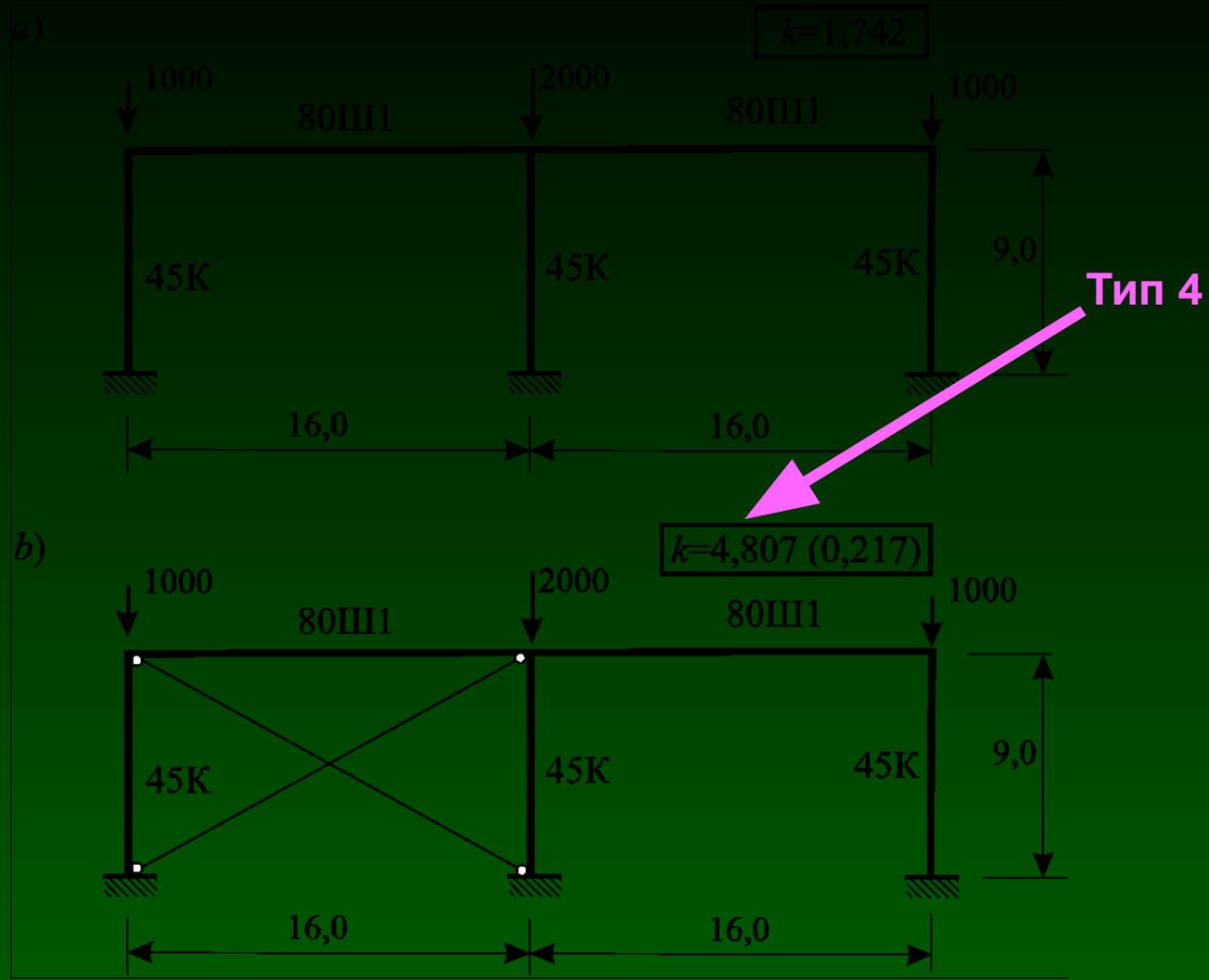
ПОЛЕЗНЫЙ ПРАКТИЧЕСКИЙ ПРИЕМ

Локальное выпучивание связей может исказить ожидаемые результаты расчета. Ведь конструктор может заведомо ориентироваться на то, что некоторые элементы системы выключаются из работы, что, например, имеет место при использовании гибких крестовых связей.

В тех случаях, когда требуется проигнорировать возможность локальной потери устойчивости некоторого элемента его следует специально задать с повышенной изгибной жесткостью или задать ему тип 4 .



ПРИМЕР РАСЧЕТА



4. О РАСЧЕТНЫХ ДЛИНАХ



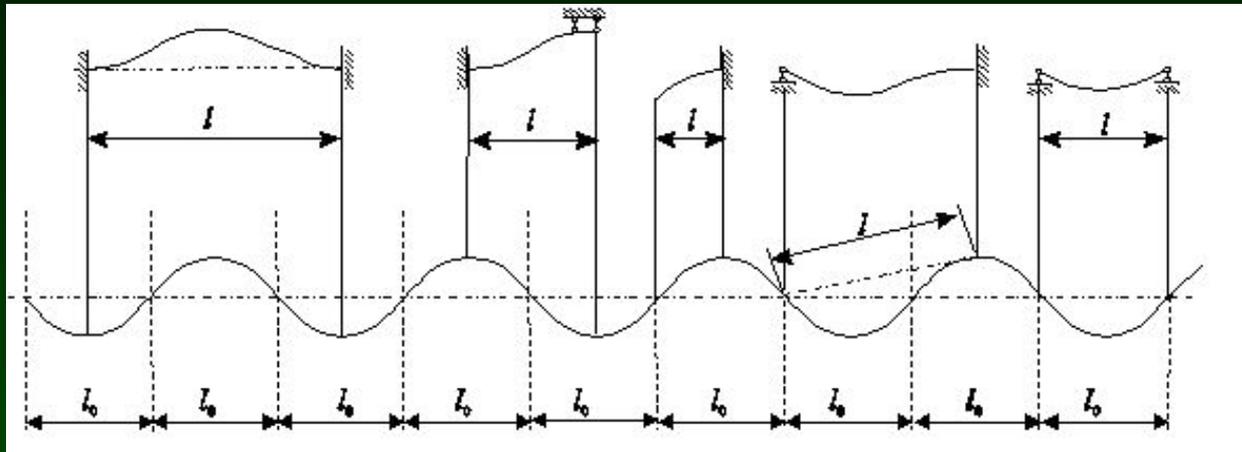
РОЛЬ РАСЧЕТНОЙ ДЛИНЫ

Детальный неупругий анализ обычно относят к стандартному элементу расчетной схемы в виде прямого стержня с шарнирно опертыми концами. Предполагается, что все отличия такого стандартизированного объекта от фактического элемента содержатся только в формулировке граничных условий и эти отличия учитываются «правильным» назначением расчетной длины.



ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Было замечено, что формы потери устойчивости можно рассматривать как различные участки дуги одной и той же синусоиды

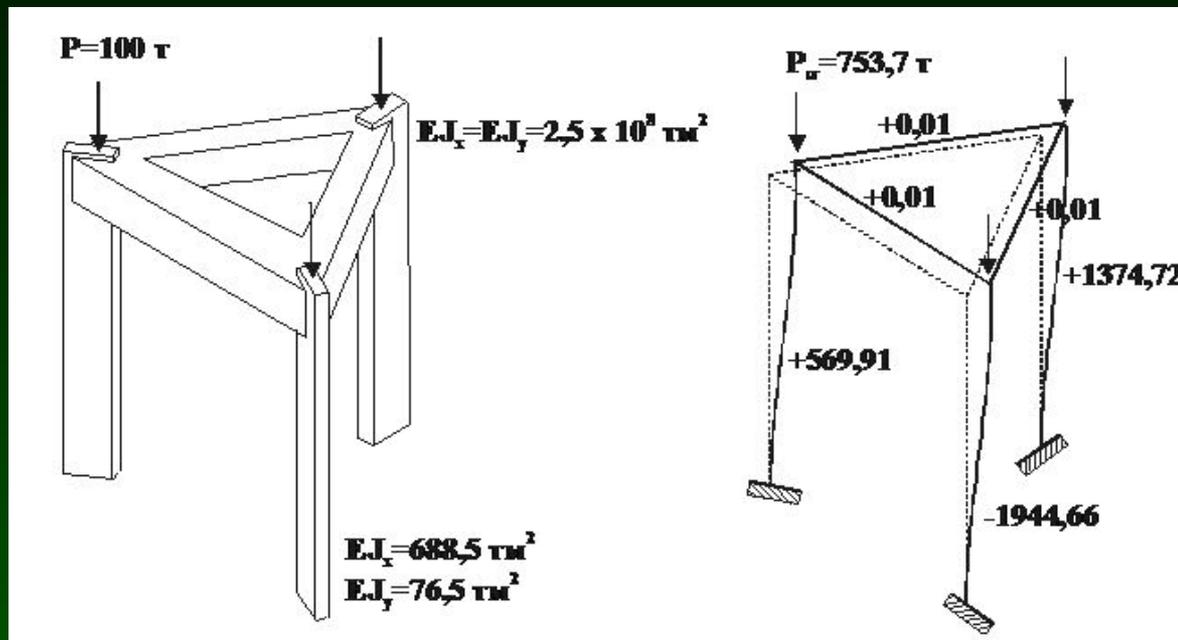


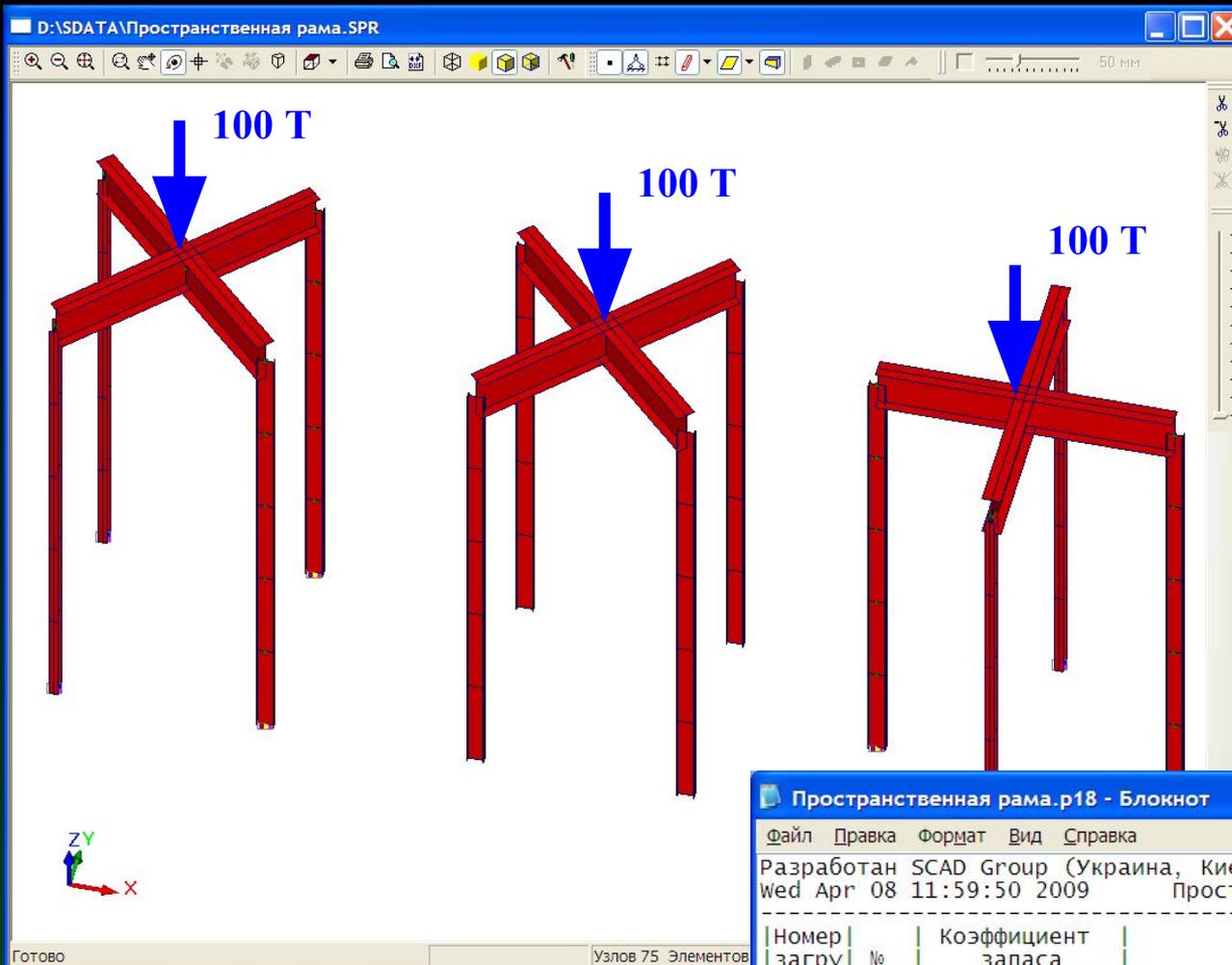
Но все это относится только к плоским схемам деформирования. Только для них расстояния между точками перегиба изогнутой оси можно принимать в качестве расчетной длины.



НЕСТЫКОВКИ

В пространственных схемах изогнутая ось стержня даже будучи плоской кривой может не принадлежать ни одной из главных плоскостей инерции





**Что дают
развороты
главных осей**

**Меняется форма потери
устойчивости и свободные
длины**

Пространственная рама.p18 - Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

Разработан SCAD Group (Украина, Киев)
Wed Apr 08 11:59:50 2009 Пространственная основная схема 18.000

Номер загрузки	№	Коэффициент запаса устойчивости системы	КОММЕНТАРИЙ
1	1	0.19531	имя:1
2	1	0.17089	имя:2
3	1	.078125	имя:3

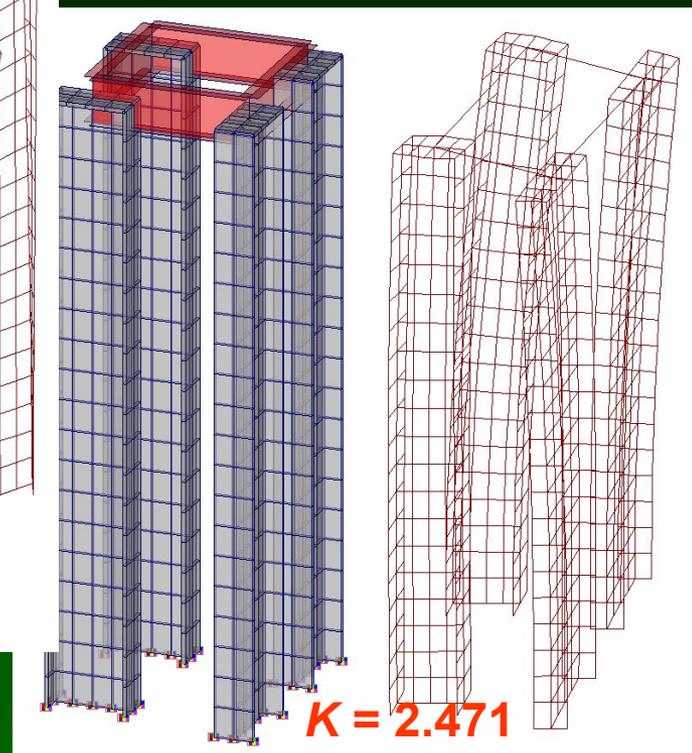
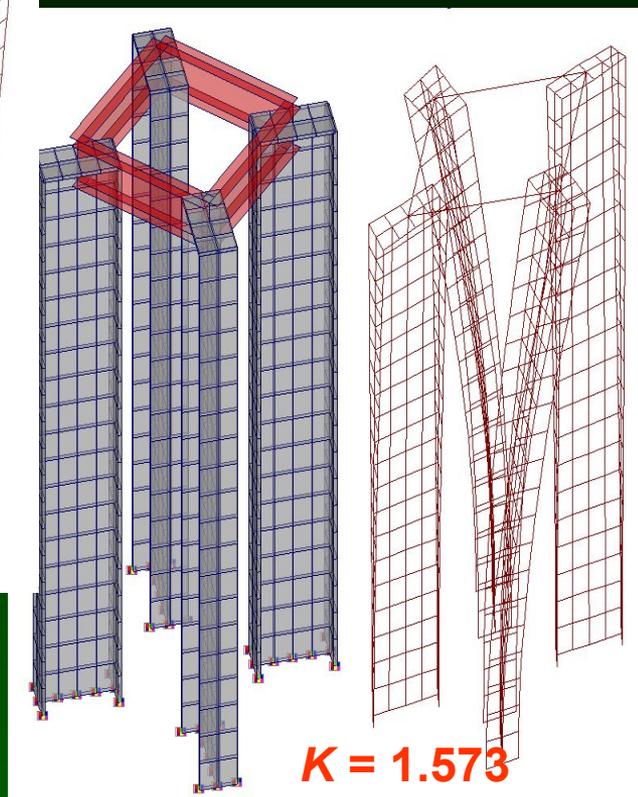
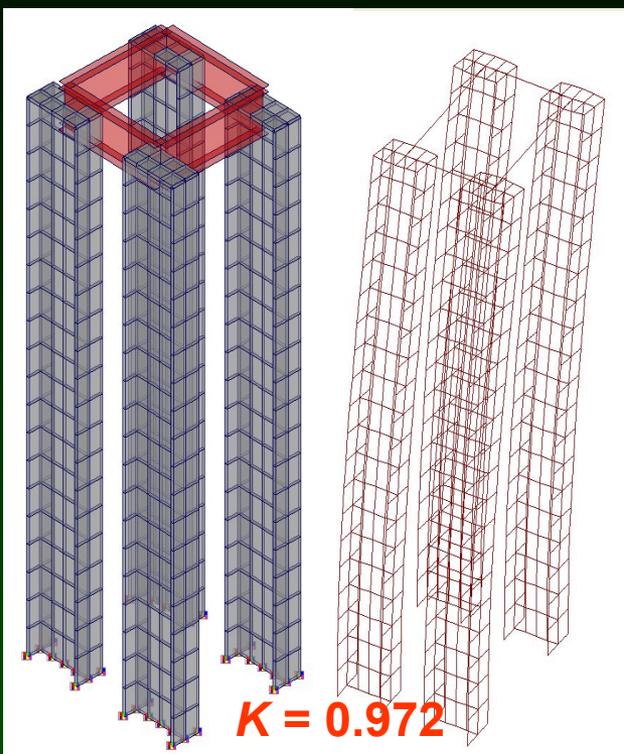
Интервал поиска коэффициентов запаса устойчивости 0 - 20.000
Точность - 0.010000

Проверка устойчивости



НЕСТЫКОВКИ ПРОДОЛЖАЮТСЯ

Казалось бы, что нужно делать два расчета: один с $EI_x = \infty$, а другой с $EI_y = \infty$. Но и этот прием не может учесть закручивание стержня.



ПРОВЕРКА ГИБКОСТИ - ПРОБЛЕМА

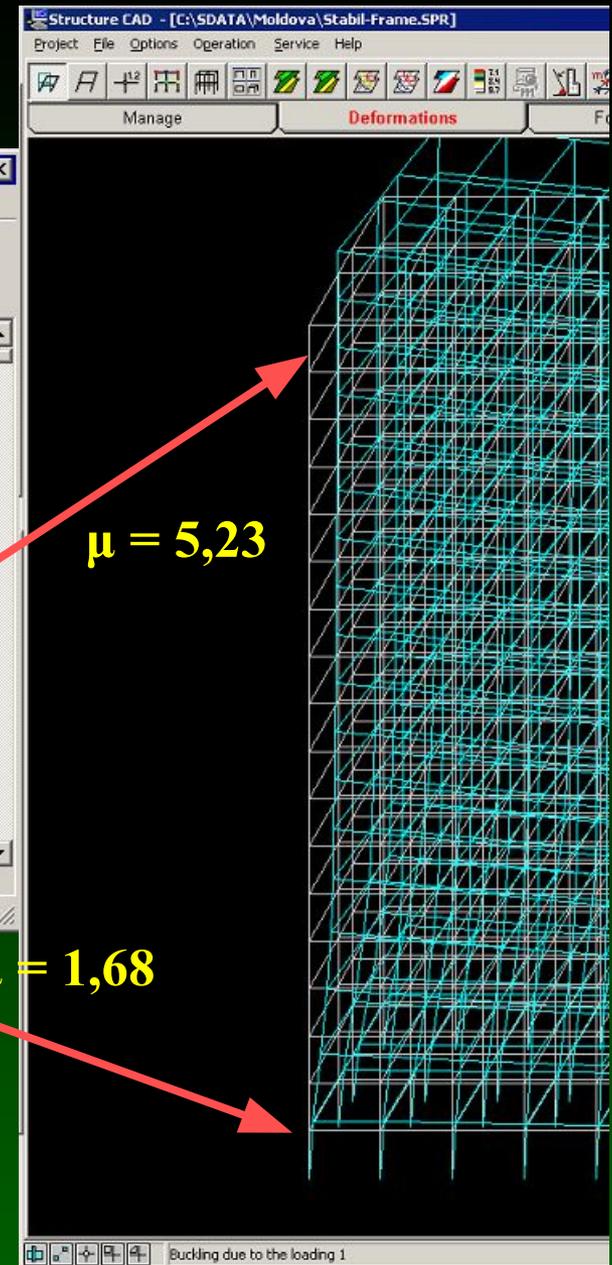
Stabil-Frame.P19 - WordPad

Разработан SCAD Group (Украина, Киев)
Wed Sep 11 09:47:16 2002 Stabil-Frame основная схема 19.0001

С В О Б О Д Н Ы Е Д Л И Н Ы Э Л Е М Е Н Т О В

005_	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	1	14	27	40	53	66	79	92	105	118	131
	14	27	40	53	66	79	92	105	118	131	144
1 - (2.139081)											
LY	6.726	6.893	7.082	7.292	7.527	7.793	8.095	8.439	8.833	9.296	9.847
LZ	6.726	6.893	7.082	7.292	7.527	7.793	8.095	8.439	8.833	9.296	9.847
005_	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
	144	157	170	183	196	209	222	2	15	28	41
	157	170	183	196	209	222	235	15	28	41	54
1 - (2.139081)											
LY	10.51	11.35	12.44	13.92	16.12	19.85	28.91	5.016	5.158	5.314	5.485
LZ	10.51	11.35	12.44	13.92	16.12	19.85	28.91	5.016	5.158	5.314	5.485

For Help, press F1



$\mu = 5,23$

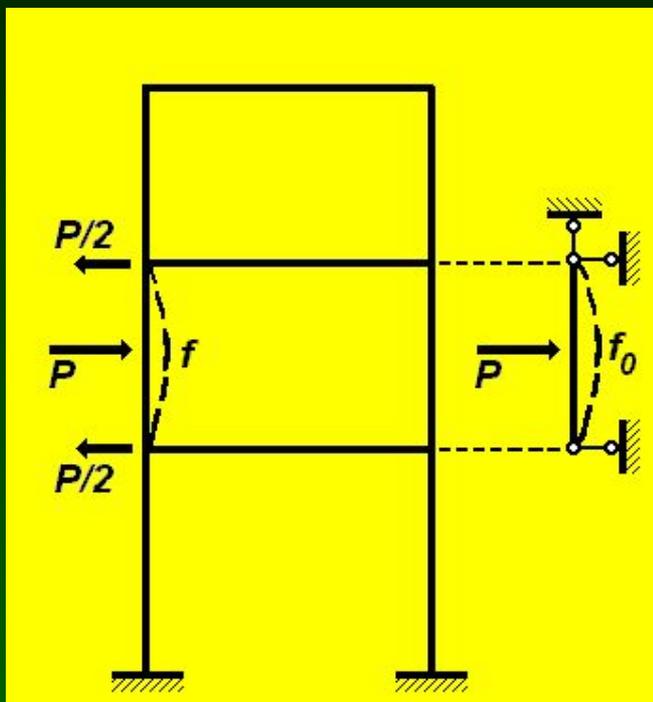
$\mu = 1,68$

Наличие недогруженных элементов приводит к большим расчетным длинам. Их использование для проверки устойчивости закономерно, но проверку гибкости проводить не рекомендуется.



ПРОВЕРКА ГИБКОСТИ - РЕШЕНИЕ

Ограничение предельной гибкости ориентировано на регулирование местной деформативности стержня под действием случайных поперечных нагрузок. Приближенный способ такого учета был предложен еще в 1975 году А.Р. Ржаницыным.



Уравнивая стрелки прогиба в стержне рамы и в шарнирном стержне с гибкостью λ получим приведенную гибкость рамного стержня λ_p как

$$\lambda_p = \lambda[(1 - 1/k)(f/f_0)]^{1/2}$$

k – коэффициент запаса общей устойчивости.



ПЕССИМИСТИЧЕСКИЙ ВЫВОД

У подхода, основанного на использовании понятия расчетной длины, по сути, нет ясного теоретического обоснования. Однако много задач по этому методу получают вполне удовлетворительное решение, а его всеобщее присутствие в нормах проектирования не опорочено отказами и авариями конструкций.

По этому поводу в одной интернет-публикации сказано: «Чем же можно объяснить столь широкое распространение данной методики? Во-первых, отсутствием альтернативы. Во-вторых, виртуозным умением проектировщиков трактовать нормы в свою пользу, обеспечивая при этом необходимую надежность работы конструкций».



5. ПРИМЕНЕНИЕ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ



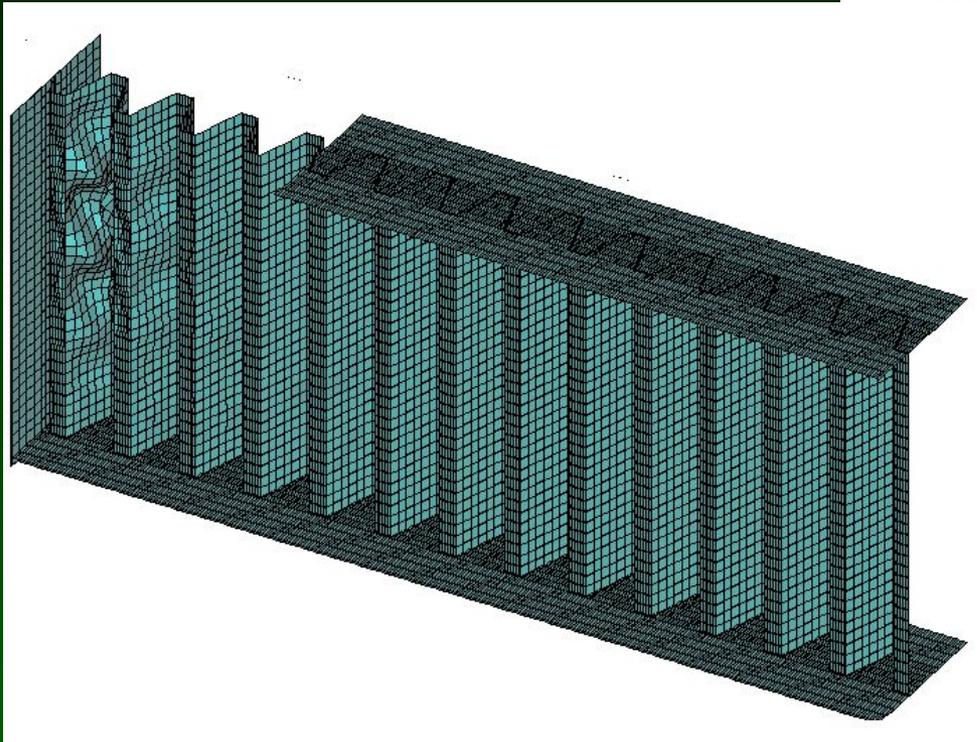
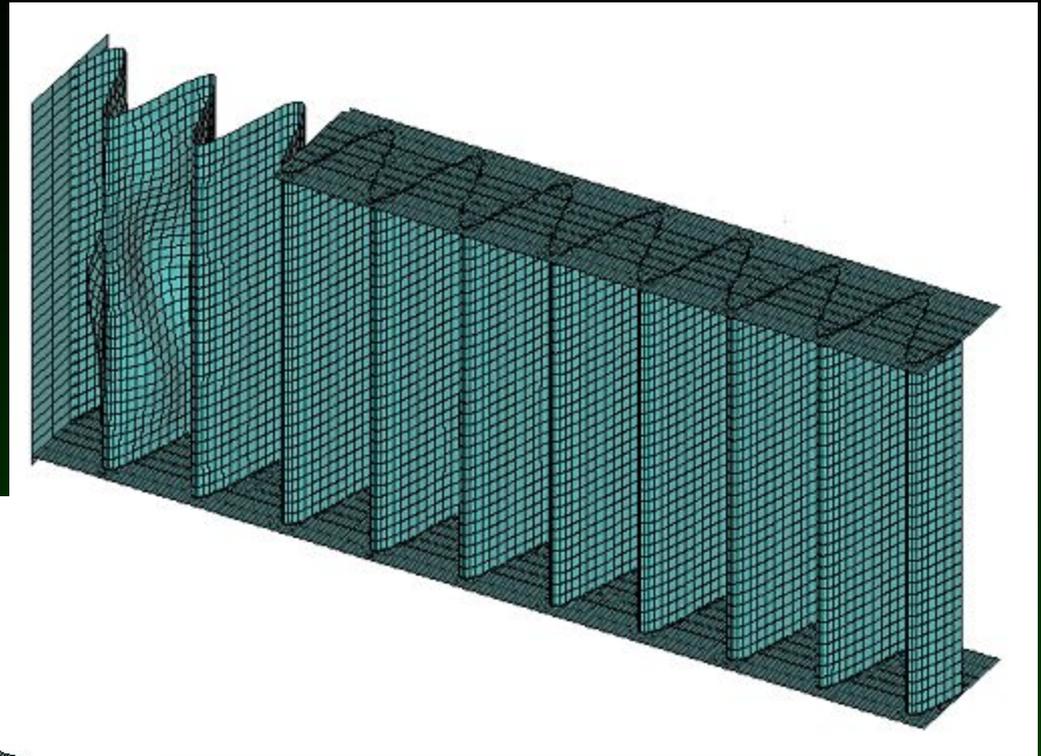
При проектировании высоких составных балок возникает проблема оценки устойчивости плоской формы изгиба и местной устойчивости. Рекомендации СНиП II-23-81* не всегда пригодны, например, для балок переменной высоты или для балок с гофрированной стенкой.

В этом случае можно воспользоваться такой возможностью SCAD, как оценка устойчивости систем, составленных из оболочечных элементов.



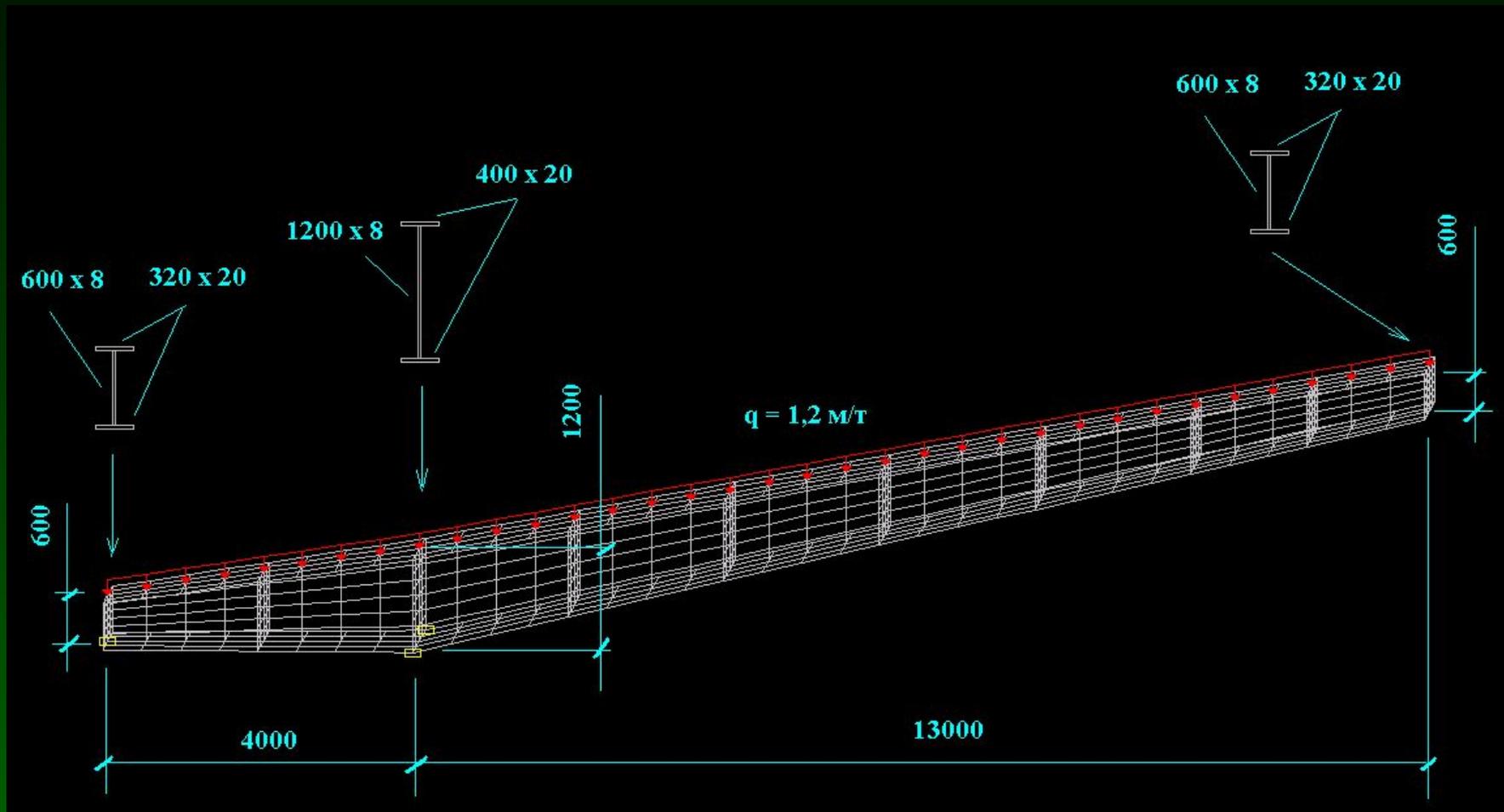
ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

**М.Лазнюк выполнил
детальное исследование
устойчивости
гофрированных стенок
стальных балок.**



ПРИМЕР РАСЧЕТА - СОЗДАНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ

Балочная конструкция заменяется набором плоских оболочечных конечных элементов, например, таким образом:

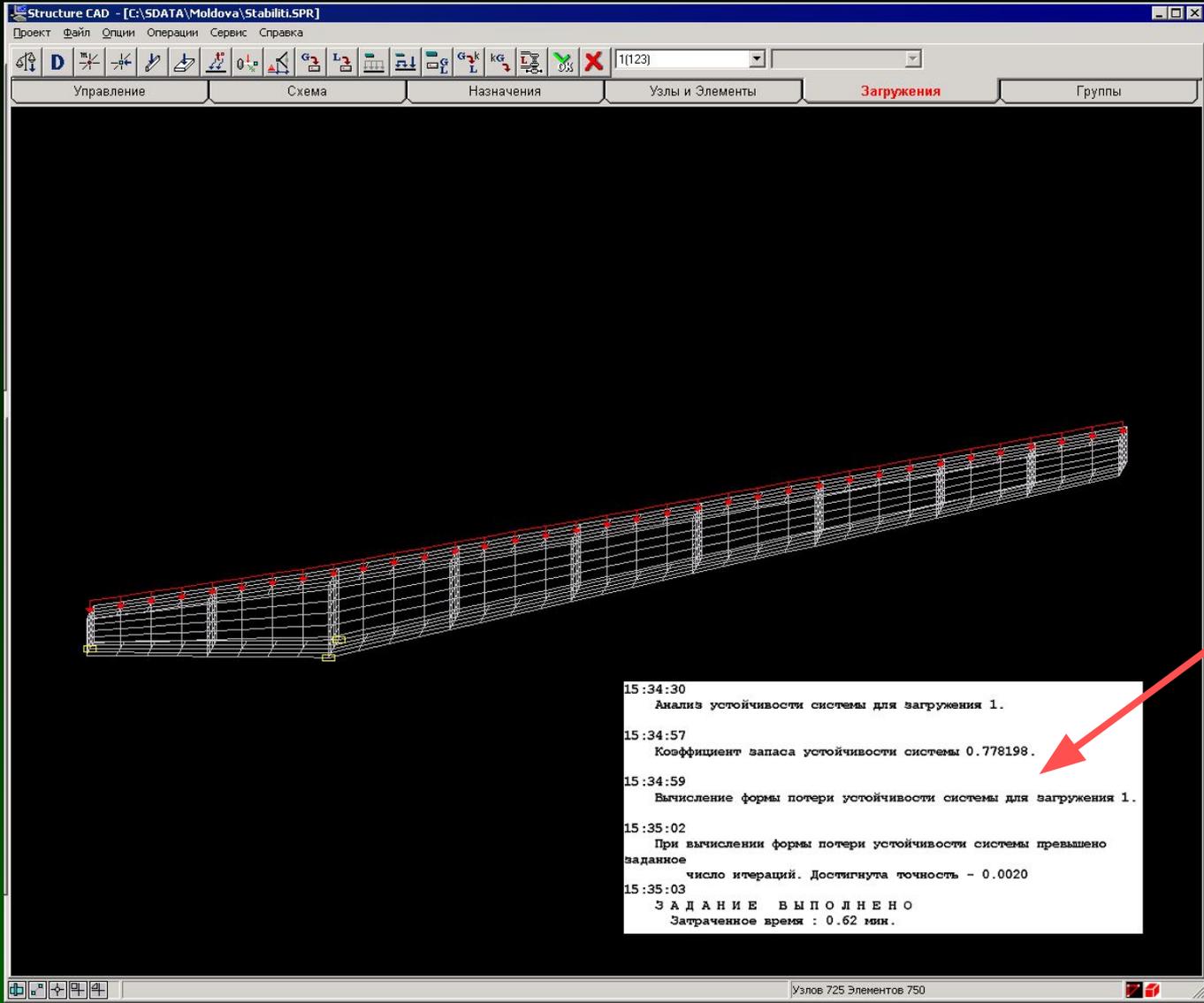


Основные проблемы.

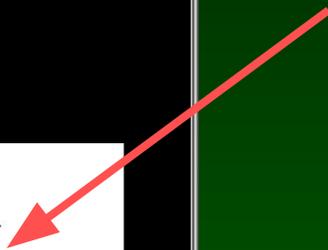
1. **Необходимое число дроблений стенки и пояса** — **следует исходить из того, что ожидаемая форма потери устойчивости (включая и локальные эффекты) должна быть хорошо представлена конечноэлементной моделью.** Лучше перестараться и предусмотреть достаточно мелкий шаг сетки. Наилучшей проверкой является сопоставление решения с результатом, полученным на сгущенной сетке.
2. **Аккуратное моделирование внешних раскреплений** — **необходимо продумать, являются ли раскрепляющие элементы жесткими, чтобы их можно было представить в виде узловых связей.** Если есть сомнения, то лучше установить податливые связи.



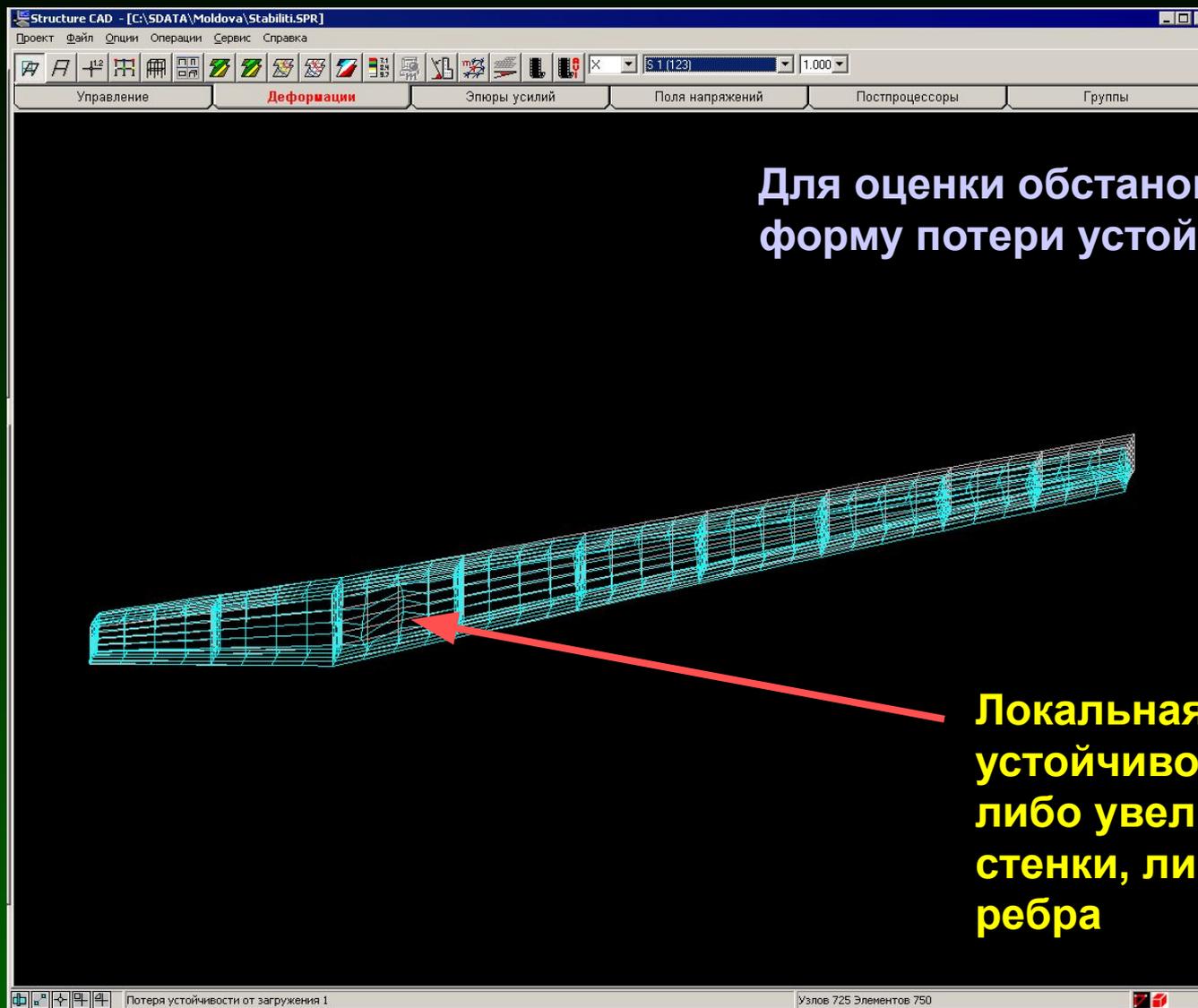
РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕРВОГО РАСЧЕТА – КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПАСА



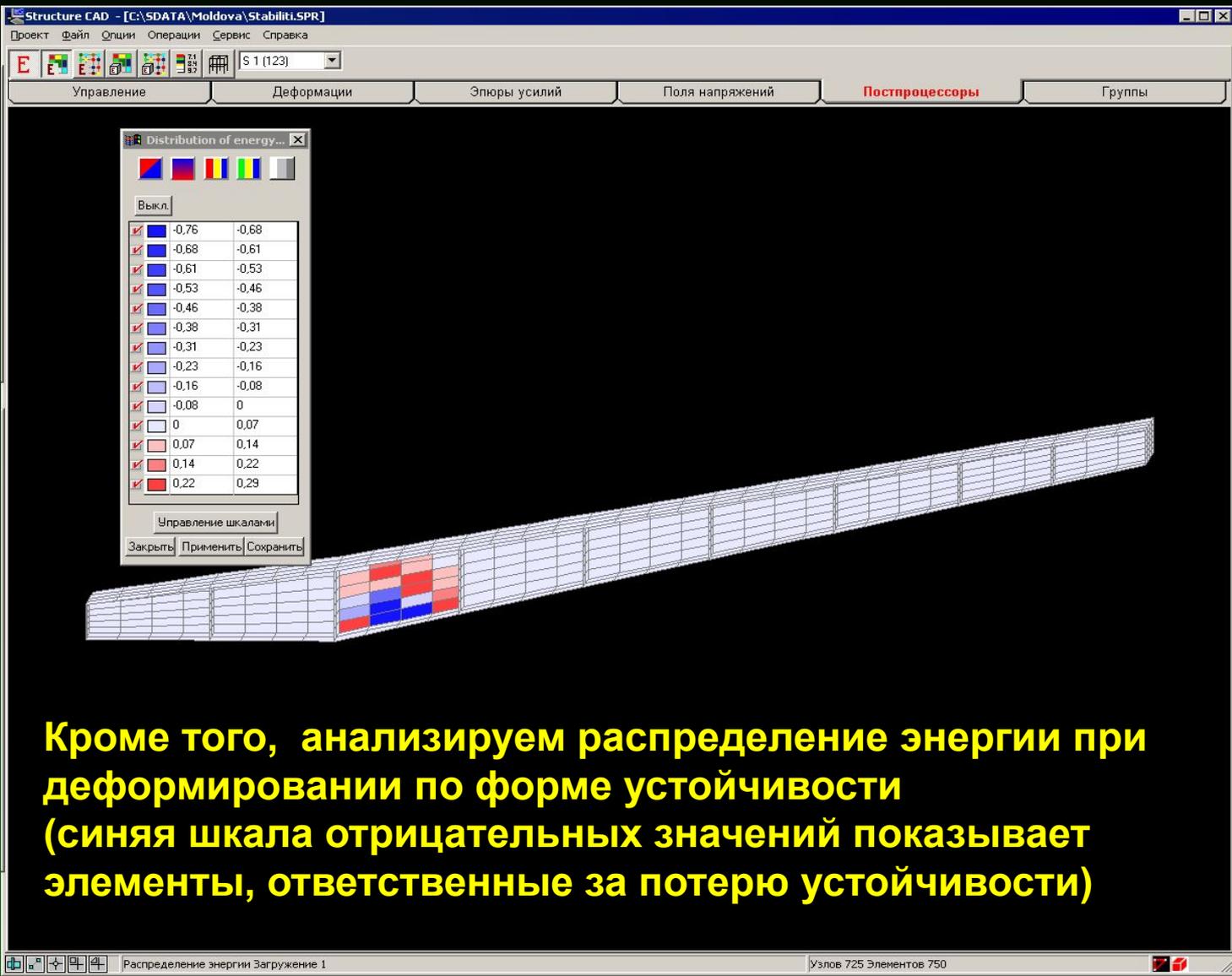
$K = 0,778 < 1,5$



РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕРВОГО РАСЧЕТА – ФОРМА ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ



РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕРВОГО РАСЧЕТА – АНАЛИЗ ЭНЕРГИИ



Кроме того, анализируем распределение энергии при деформировании по форме устойчивости (синяя шкала отрицательных значений показывает элементы, ответственные за потерю устойчивости)

РЕЗУЛЬТАТЫ ВТОРОГО РАСЧЕТА – КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПАСА

Дополнительное ребро

$K = 0,801 < 1,5$

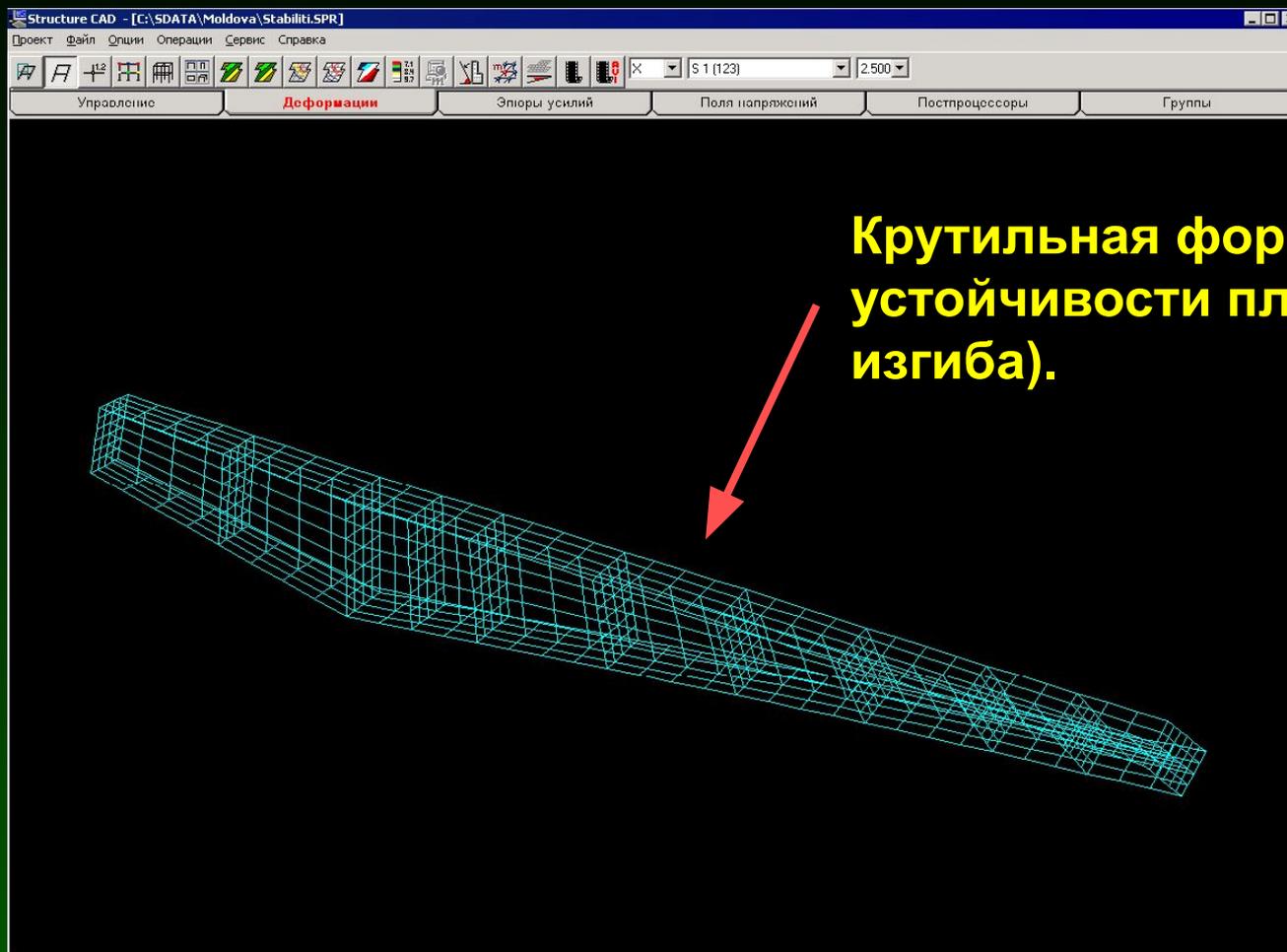
```
15:53:56
Анализ устойчивости системы для нагружения 1.
15:54:28
Коэффициент запаса устойчивости системы 0.80108
15:54:31
Вычисление формы потери устойчивости системы для нагружения 1.
15:54:34
При вычислении формы потери устойчивости системы превышено
заданное
число итераций. Достигнута точность - 0.0119
15:54:35
ЗАДАНИЕ ВЫПОЛНЕНО
Загруженное время : 0.73 мин.
```

Отметка элементов

Узлов 745 Элементов 774



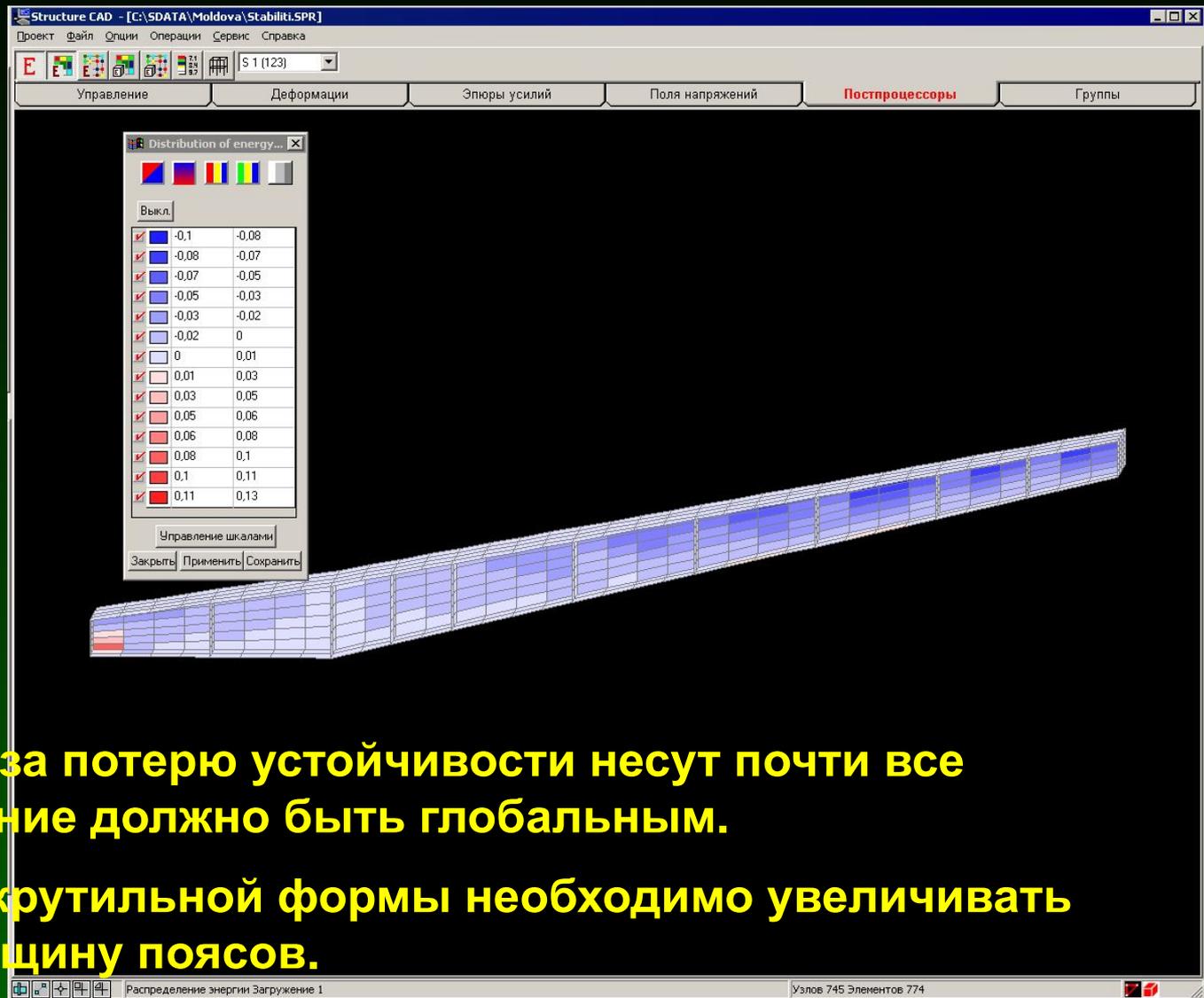
РЕЗУЛЬТАТЫ ВТОРОГО РАСЧЕТА – ФОРМА ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ



Крутильная форма (потеря устойчивости плоской формы изгиба).



РЕЗУЛЬТАТЫ ВТОРОГО РАСЧЕТА – АНАЛИЗ ЭНЕРГИИ

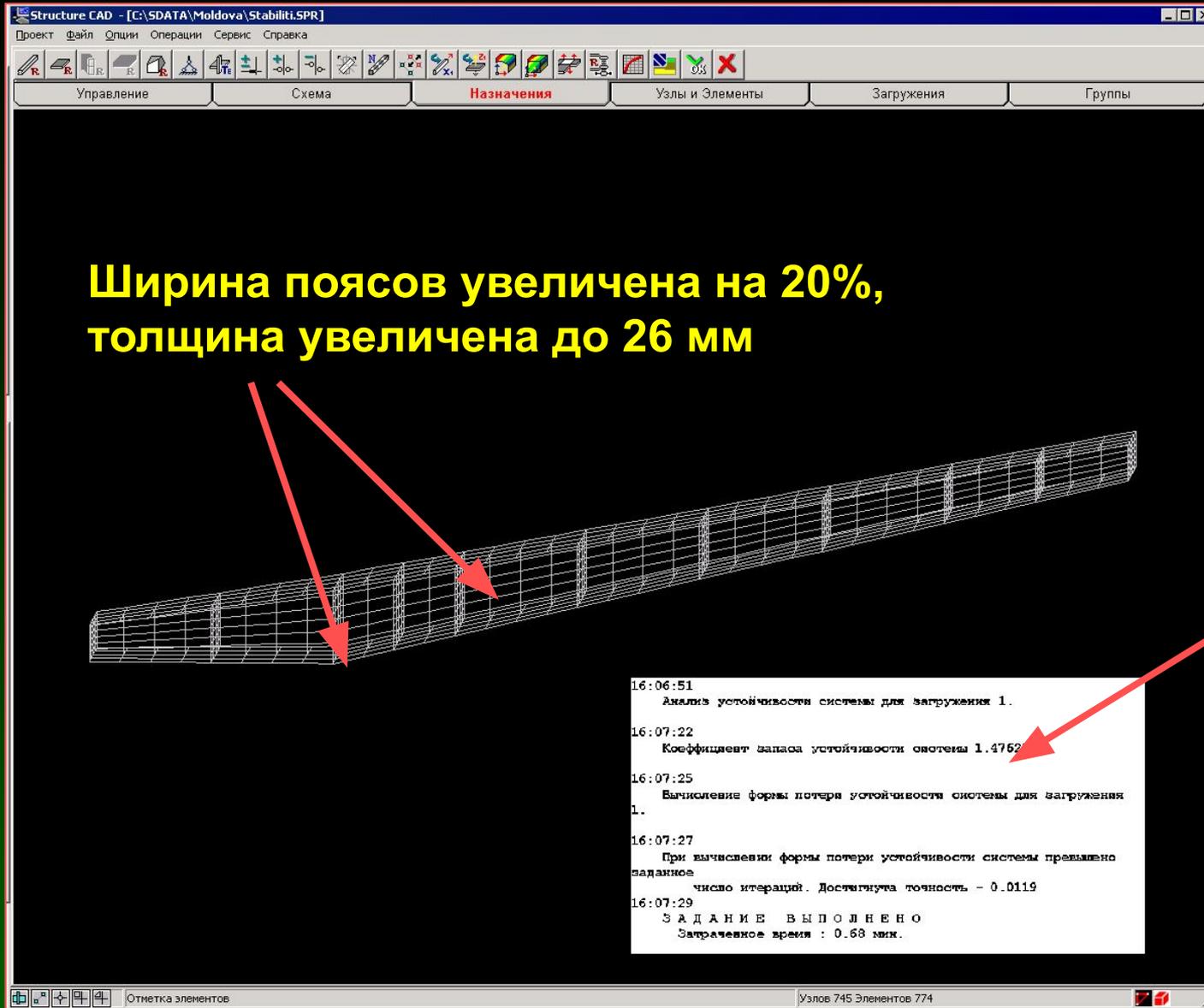


Ответственность за потерю устойчивости несут почти все элементы - усиление должно быть глобальным.

Для исключения крутильной формы необходимо увеличивать ширину и/или толщину поясов.



РЕЗУЛЬТАТЫ ТРЕТЬЕГО РАСЧЕТА – КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПАСА



Structure CAD - [C:\SDATA\Moldova\Stabiliti.SPR]

Проект Файл Опции Операции Сервис Справка

Управление Схема Назначения Узлы и Элементы Загружения Группы

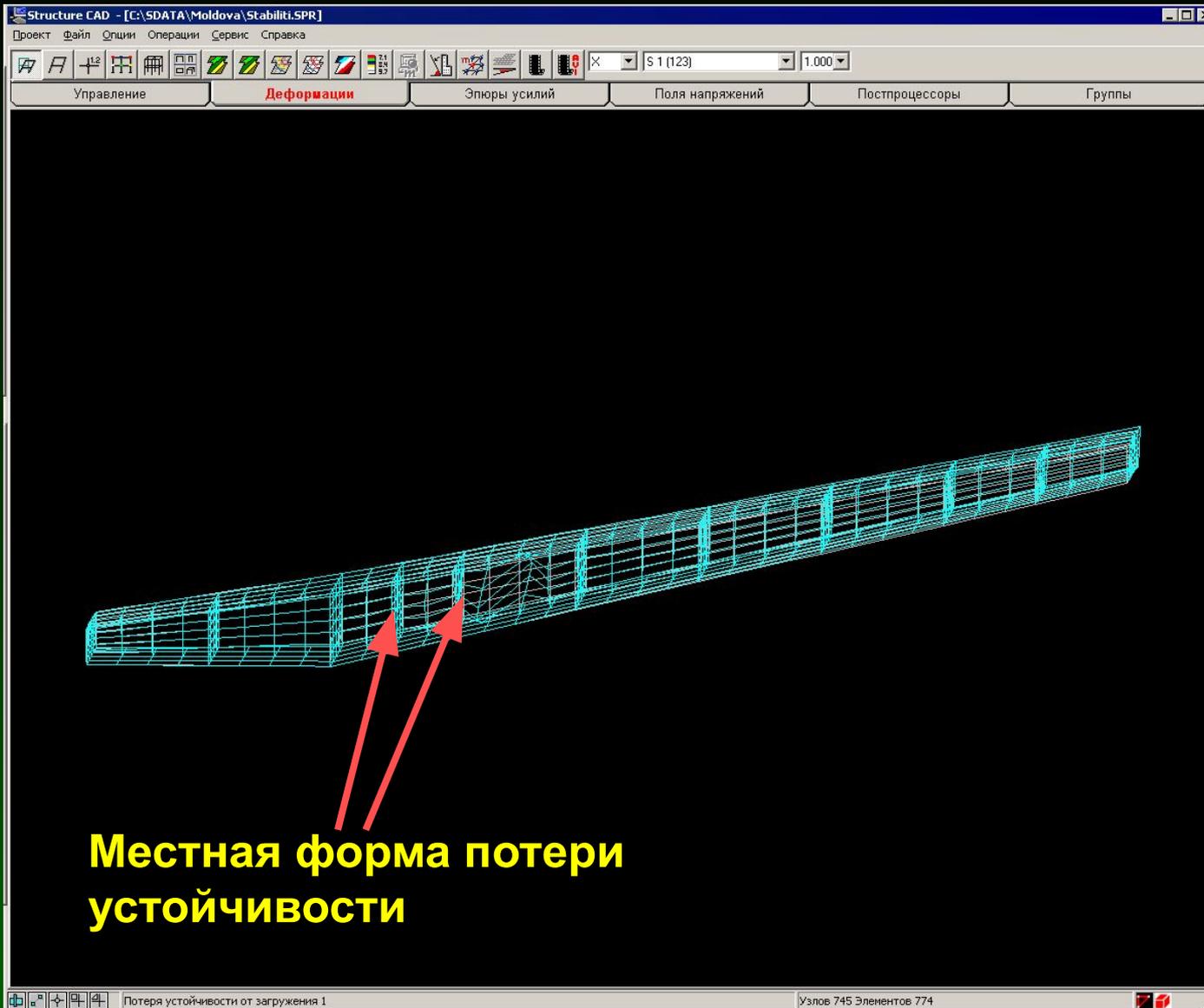
**Ширина поясов увеличена на 20%,
толщина увеличена до 26 мм**

$K = 1,476 < 1,5$

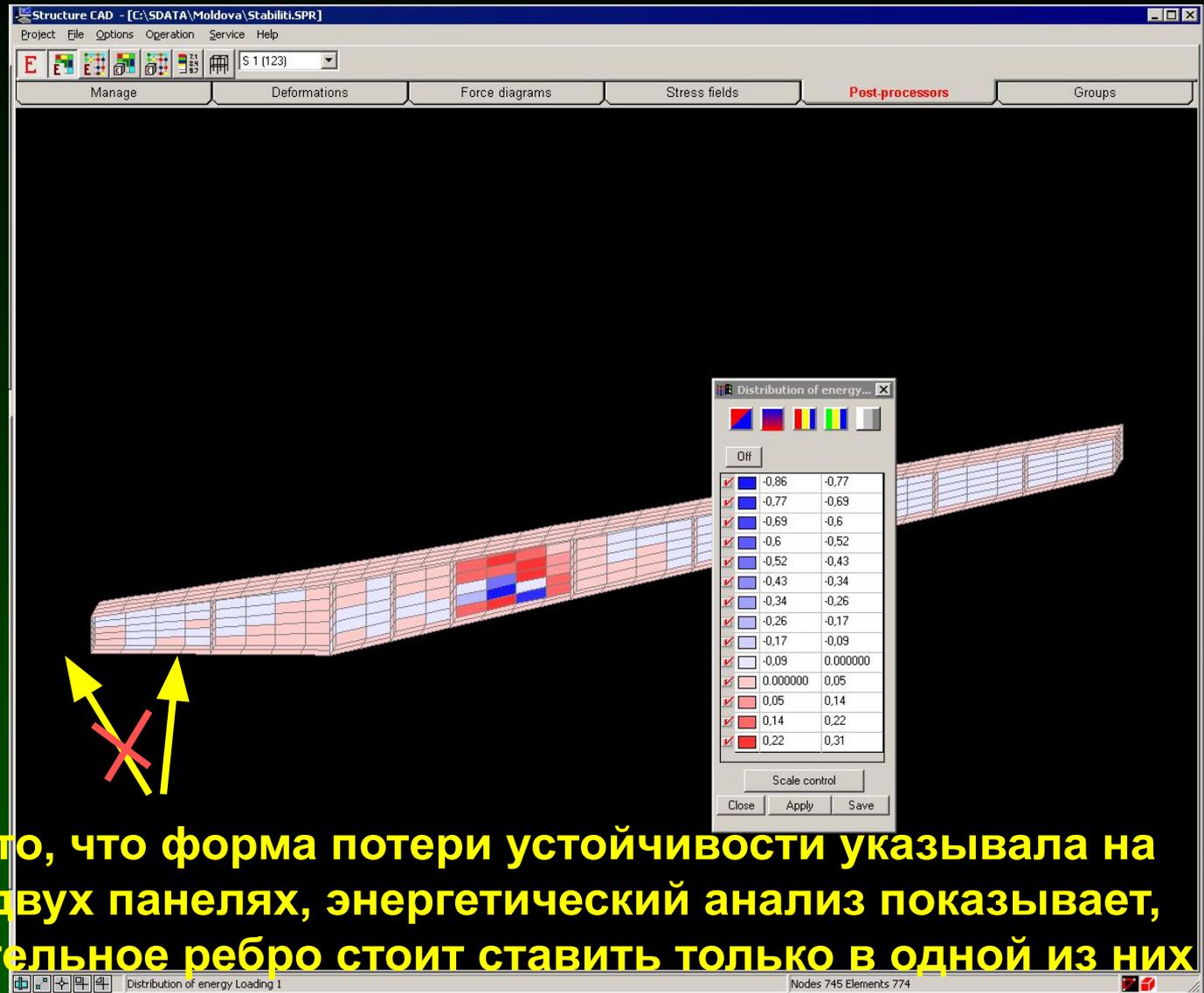
```
16:06:51
Анализ устойчивости системы для загрузки 1.
16:07:22
Коэффициент запаса устойчивости системы 1.4762
16:07:25
Вычисление формы потери устойчивости системы для загрузки
1.
16:07:27
При вычислении формы потери устойчивости системы превышено
заданное
число итераций. Достигнута точность - 0.0119
16:07:29
ЗАДАНИЕ ВЫПОЛНЕНО
Затраченное время : 0.68 мин.
```

Отметка элементов Узлов 745 Элементов 774

РЕЗУЛЬТАТЫ ТРЕТЬЕГО РАСЧЕТА – ФОРМА ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ



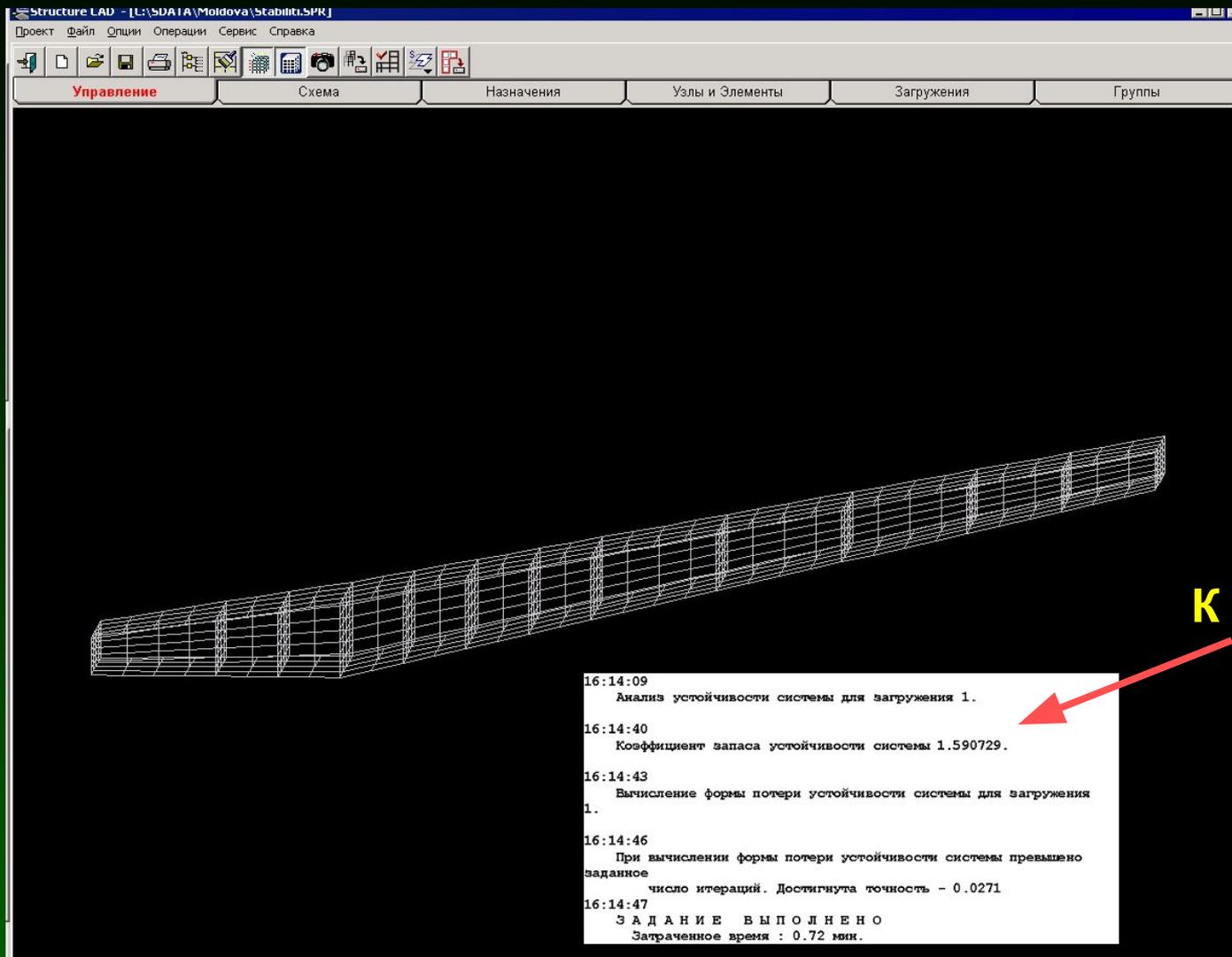
РЕЗУЛЬТАТЫ ТРЕТЬЕГО РАСЧЕТА – АНАЛИЗ ЭНЕРГИИ



Несмотря на то, что форма потери устойчивости указывала на проблемы в двух панелях, энергетический анализ показывает, что дополнительное ребро стоит ставить только в одной из них



РЕЗУЛЬТАТЫ ЧЕТВЕРТОГО РАСЧЕТА – КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПАСА



The screenshot displays the Structure LAD software interface. At the top, the title bar reads "Structure LAD - [L:\SDATA\Moldova\Stabiliti.SPR]". Below it is a menu bar with "Проект", "Файл", "Опции", "Операции", "Сервис", and "Справка". A toolbar contains various icons for file operations and analysis. Below the toolbar is a tabbed interface with tabs for "Управление", "Схема", "Назначения", "Узлы и Элементы", "Загружения", and "Группы". The main workspace shows a 3D wireframe model of a long, cylindrical structure, possibly a bridge or tunnel, with a grid of nodes and elements. In the bottom right corner, a log window displays the following text:

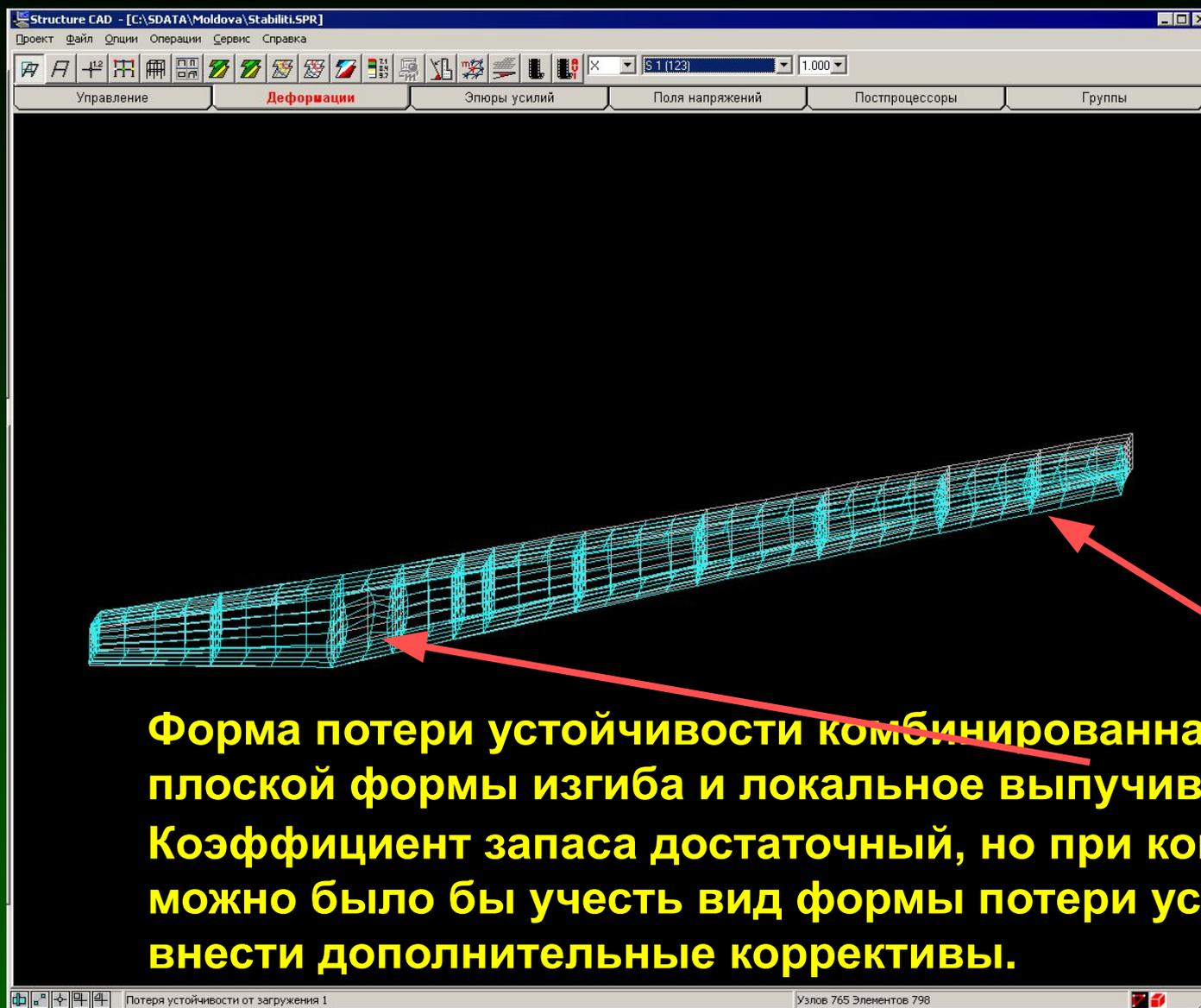
```
16:14:09
Анализ устойчивости системы для загрузки 1.
16:14:40
Коэффициент запаса устойчивости системы 1.590729.
16:14:43
Вычисление форм потери устойчивости системы для загрузки
1.
16:14:46
При вычислении форм потери устойчивости системы превышено
заданное
число итераций. Достигнута точность - 0.0271.
16:14:47
ЗАДАНИЕ ВЫПОЛНЕНО
Затраченное время : 0.72 мин.
```

A red arrow points from the text "Коэффициент запаса устойчивости системы 1.590729." in the log to the text "K = 1,59 > 1,5 !" on the right side of the image.

K = 1,59 > 1,5 !



РЕЗУЛЬТАТЫ ЧЕТВЕРТОГО РАСЧЕТА – ФОРМА ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ



Форма потери устойчивости комбинированная – нарушение плоской формы изгиба и локальное выпучивание стенки. Коэффициент запаса достаточный, но при конструировании можно было бы учесть вид формы потери устойчивости и внести дополнительные коррективы.



6. ПРОВЕРКА УСТОЙЧИВОСТИ СТЕНКИ РЕЗЕРВУАРА

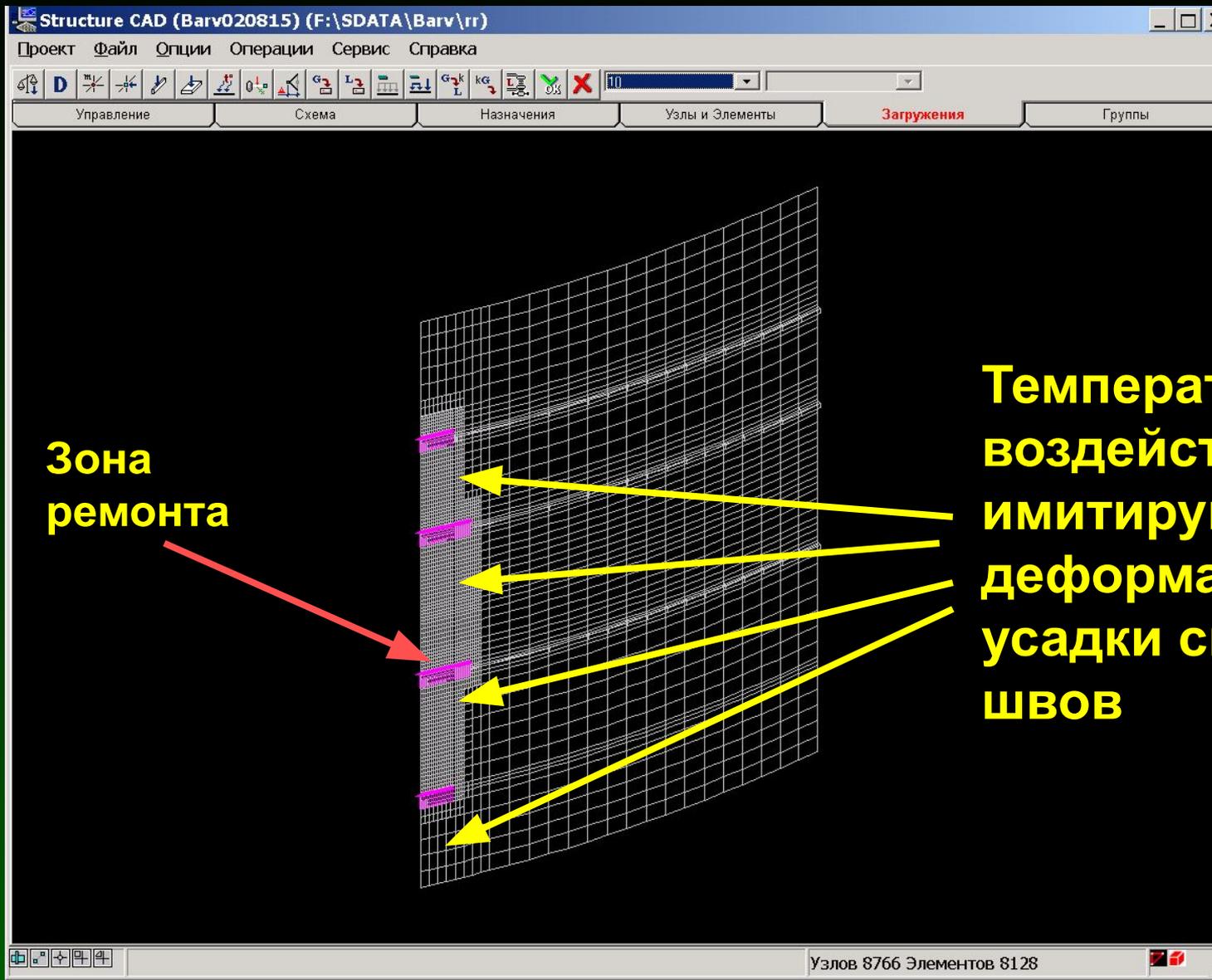


ДЕЙСТВИЕ ВАКУУМА

Для тонкостенных стальных листовых конструкций проверка устойчивости с использованием элементов оболочечного типа попросту не имеет альтернативы.



РАСЧЕТНАЯ СХЕМА



**Зона
ремонта**

**Температурные
воздействия,
имитирующие
деформацию
усадки сварных
швов**

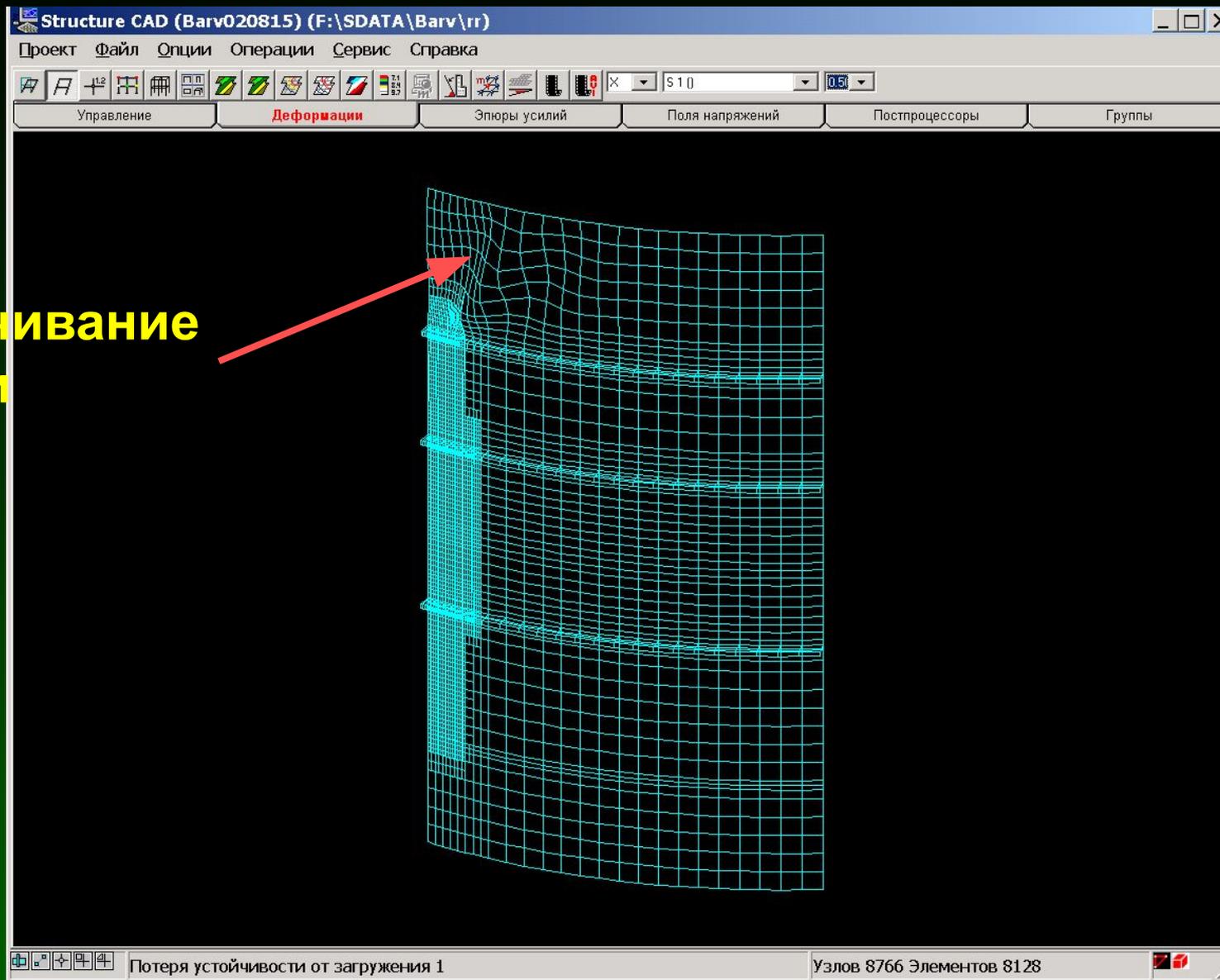
Узлов 8766 Элементов 8128



Проверка устойчивости

ФОРМА ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

Выпучивание
стенки



Проверка устойчивости

7. ПРОВЕРКА УСТОЙЧИВОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБОЛОЧКИ



Была проверена гипотеза о потере устойчивости, как о причине аварии СОК «Трансвааль-Парк»

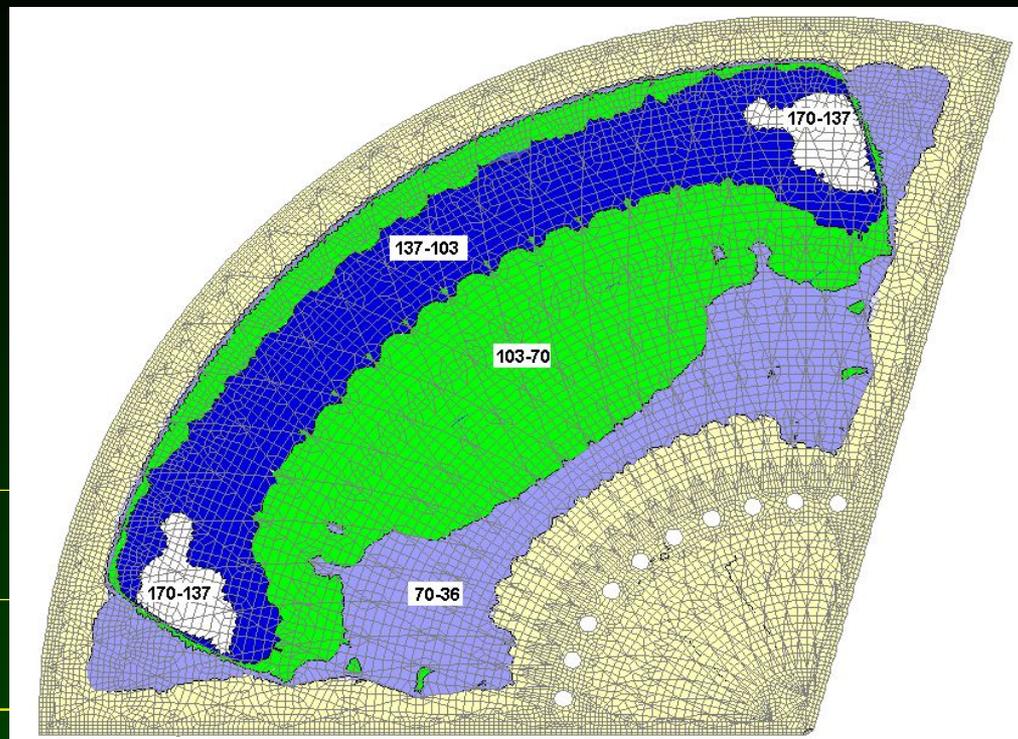
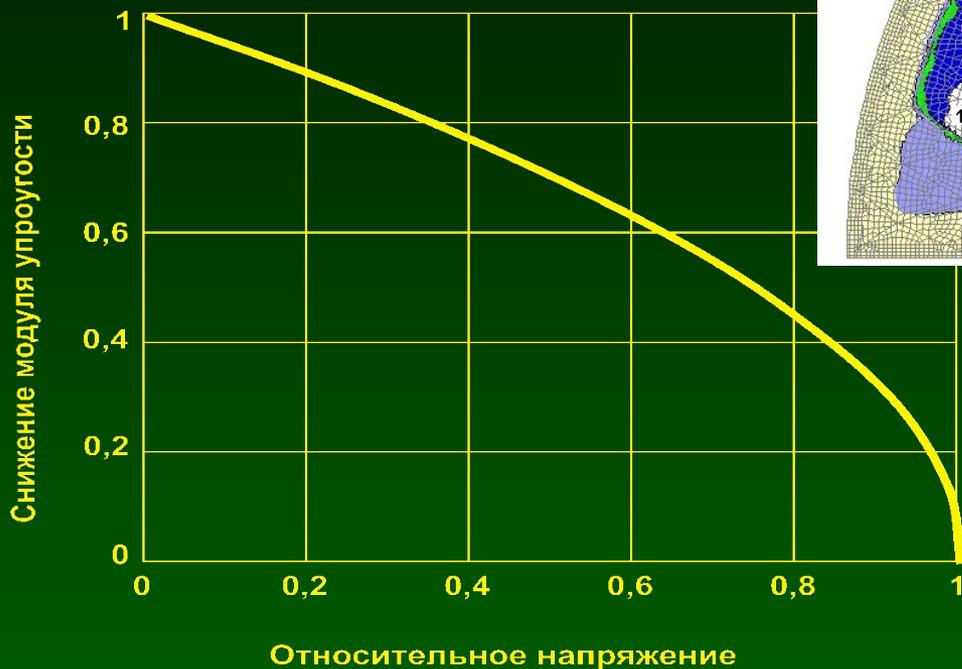


Основные проблемы были связаны с моделированием упругих свойств бетона и с учетом влияния ползучести. Оба эти фактора учитывались приближенно.



МОДУЛЬ УПРУГОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА – ВЛИЯНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ

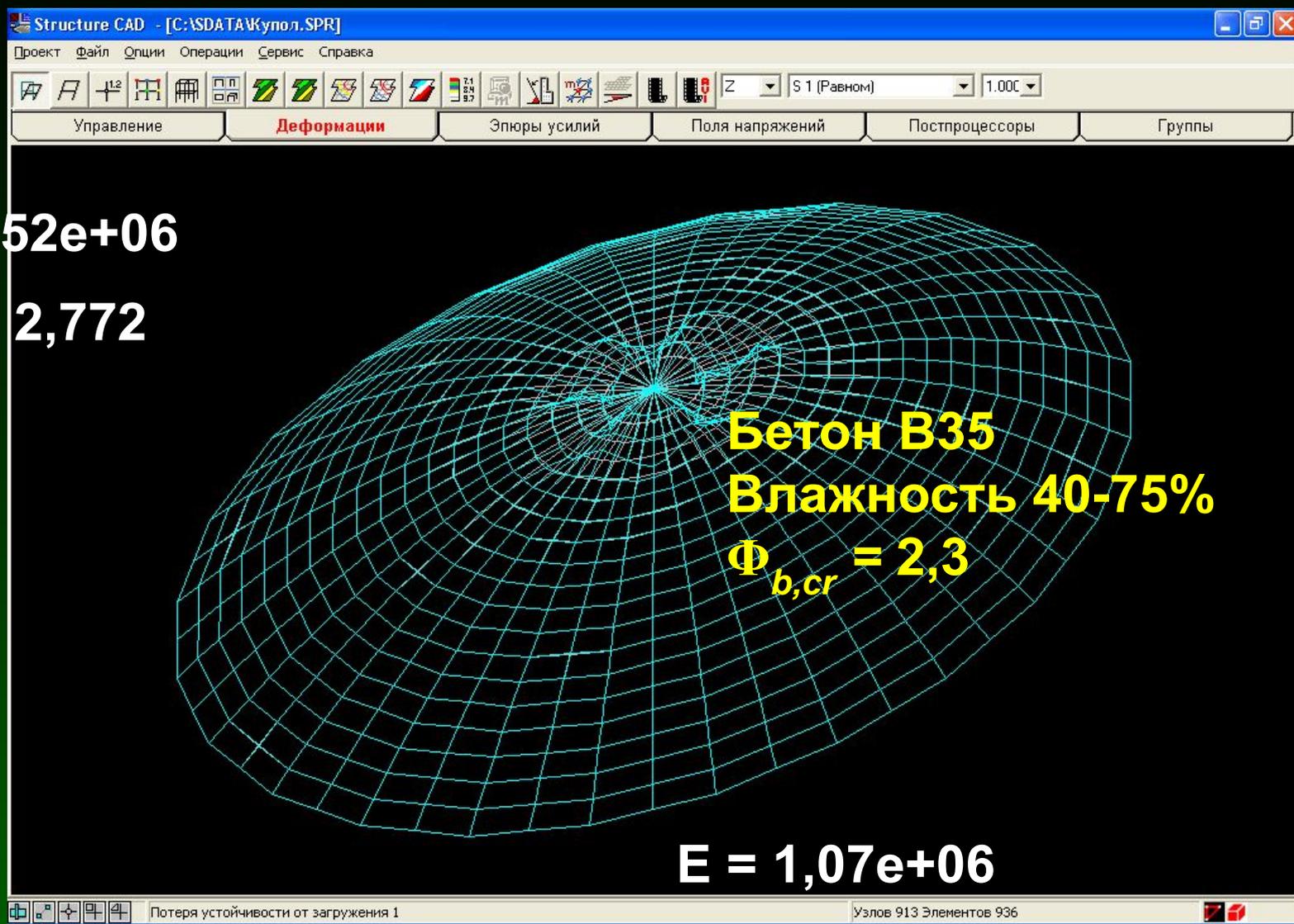
Разбивка на зоны по уровню напряжений



ПРИМИТИВНЫЙ УЧЕТ ПОЛЗУЧЕСТИ

$$E = 3,52e+06$$

$$K_{уст} = 2,772$$



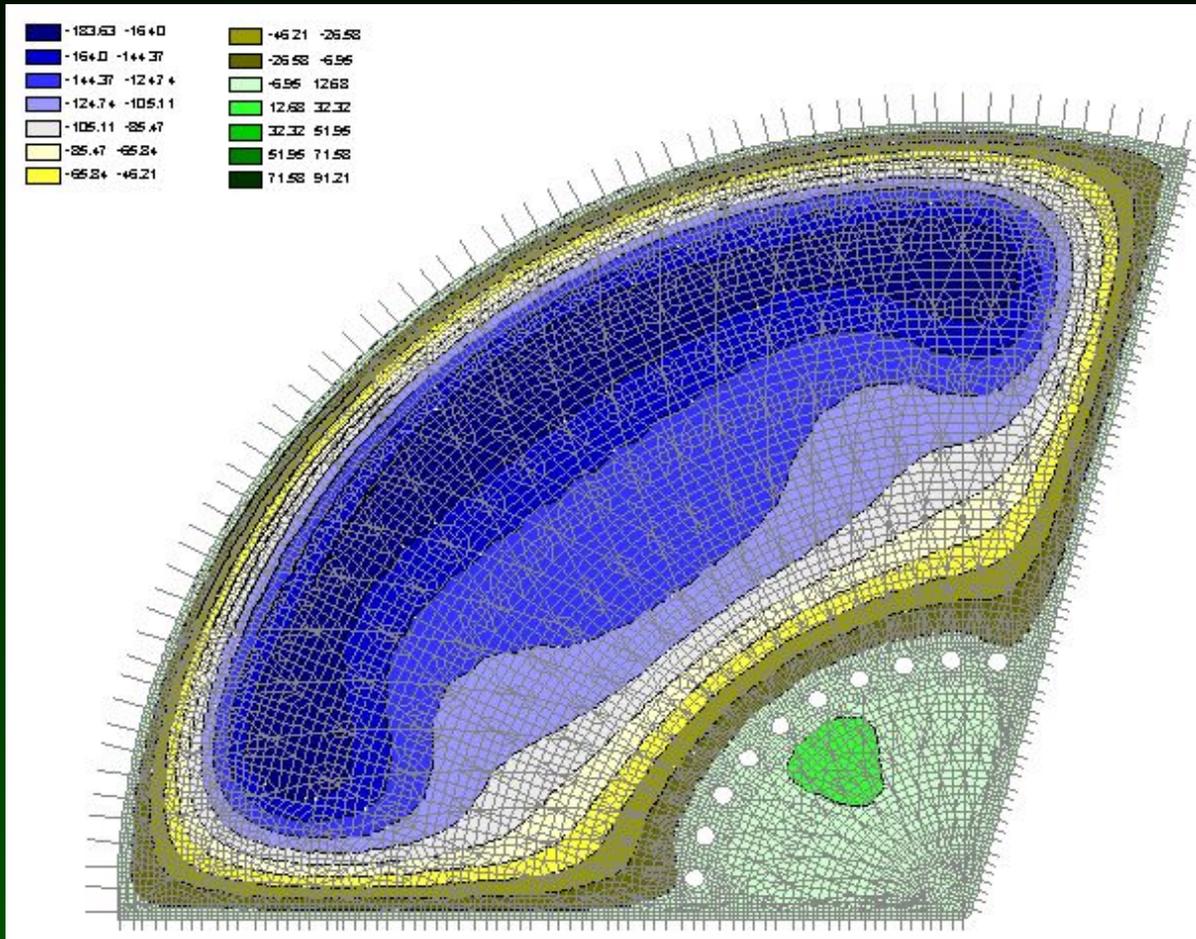
$$K_{уст} = 0,842$$

Проверка устойчивости



ИЗМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ – ВЛИЯНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ

Необратимые прогибы, вызванные ползучестью



Оказалось, что коэффициент запаса устойчивости равен 0,637 (!).



Есть ли вопросы?

