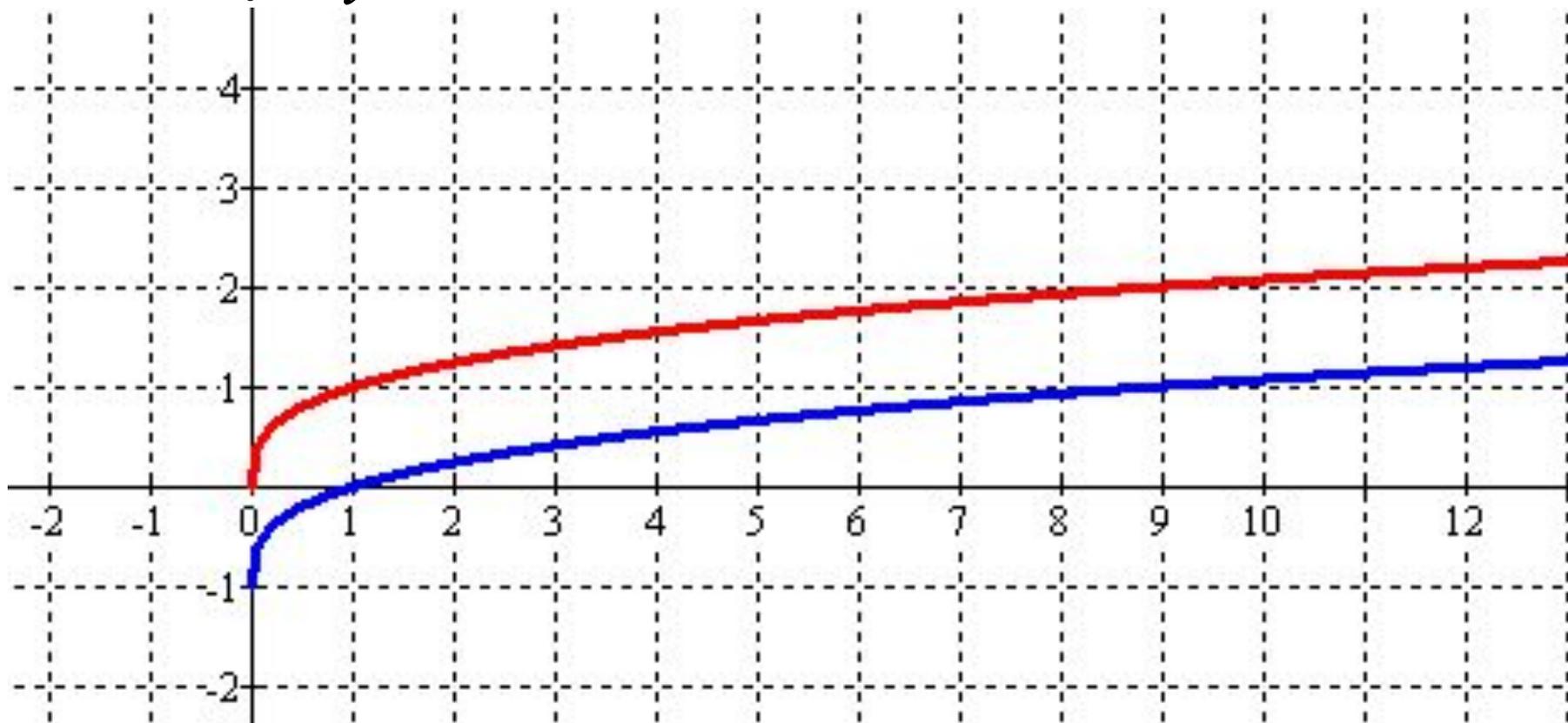


# Взаимно обратные функции

Векслер Е. В. 2009-2010

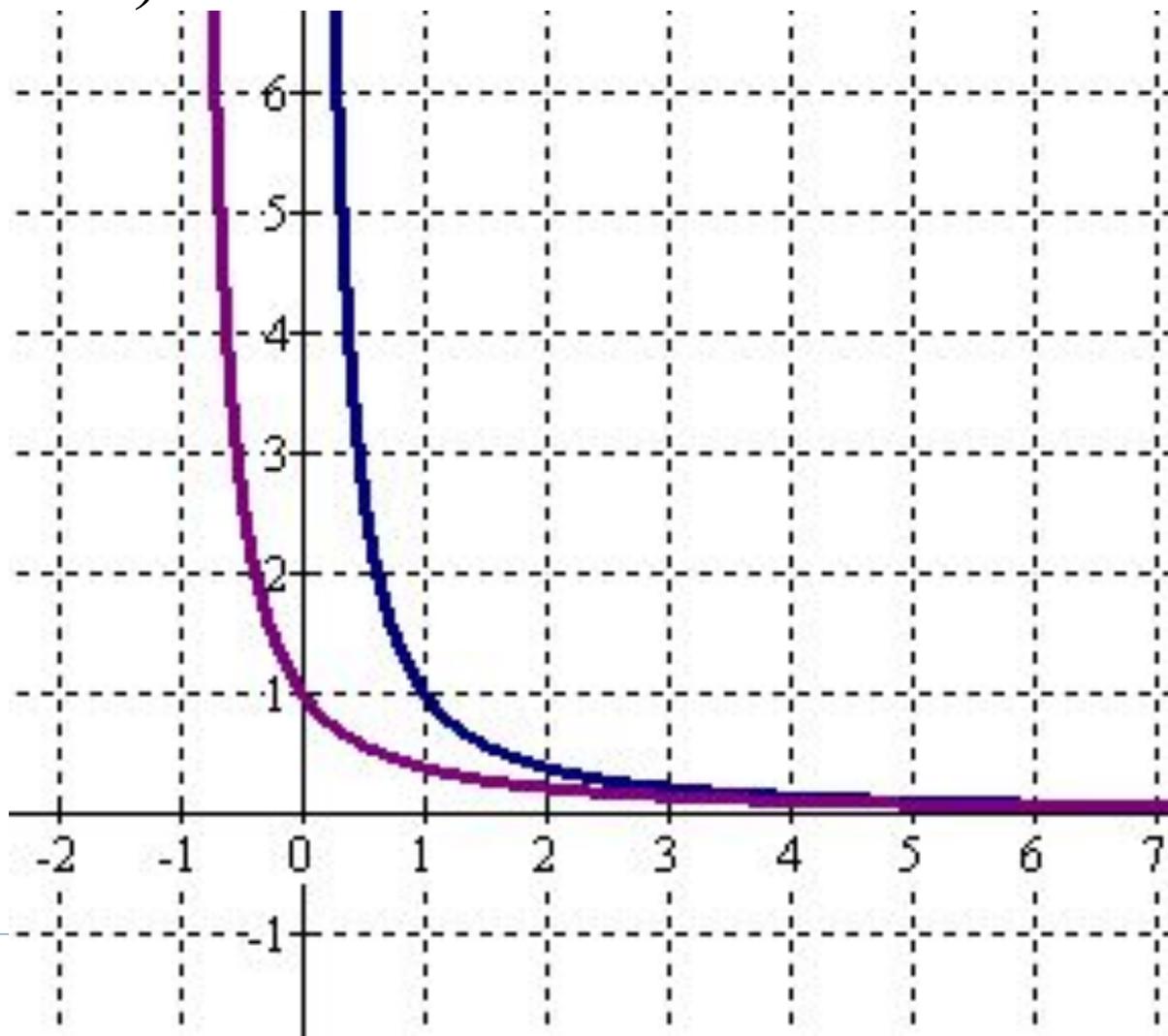
# № 128 ( Домашняя работа)

$$2) \quad y = x^{\frac{1}{\pi}} - 1$$



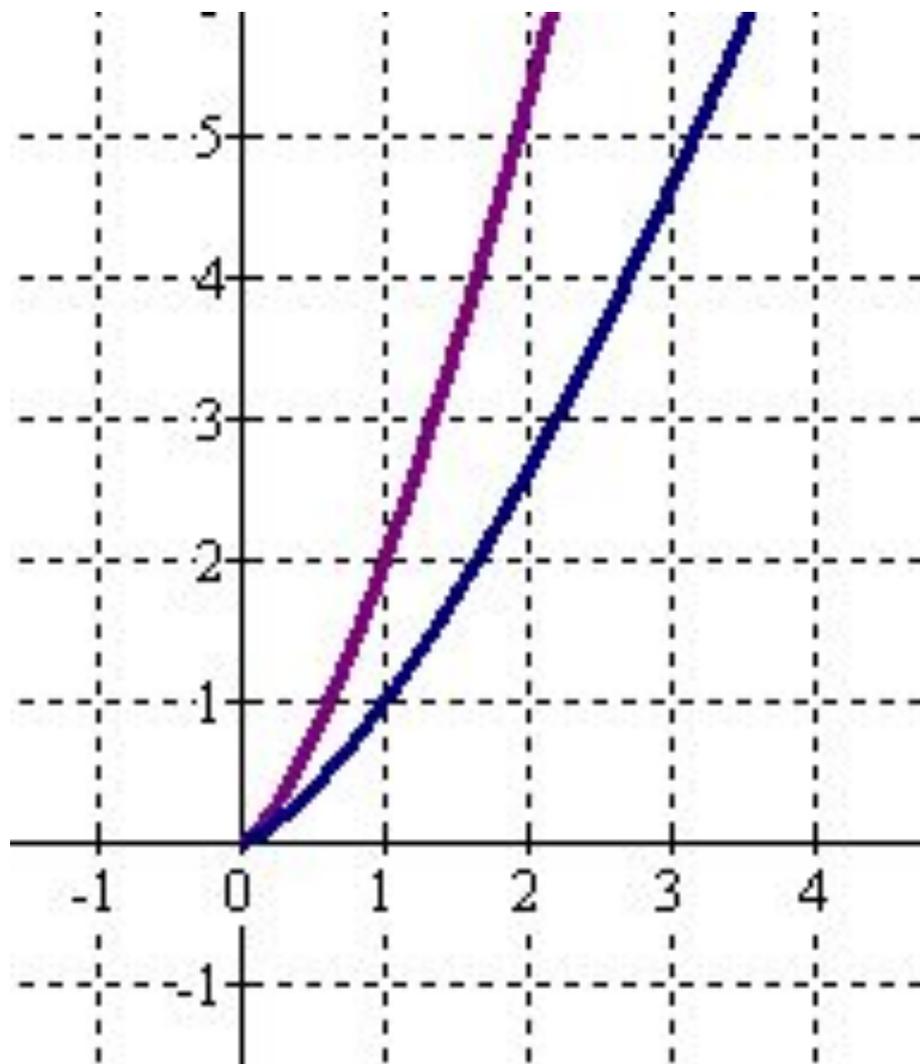
# № 128 ( Домашняя работа)

$$4) y = (x + 1)^{-\sqrt{2}}$$



# № 128 ( Домашняя работа)

6)  $y = \frac{2}{x^{\sqrt{2}}}$



## Проверочная работа

### 1 вариант

1. Изобразить схематически график функции и указать ее область определения и множество значений

$$y = x^6$$

$$y = x^{\frac{1}{2}}$$

$$y = x^{-3}$$

### 2 вариант

1. Изобразить схематически график функции и указать ее область определения и множество значений

$$y = x^5$$

$$y = x^{\frac{1}{3}}$$

$$y = x^{-2}$$



# Проверочная работа

## 1 вариант

### 2. Сравнить

$$3,1^{7,2} \text{ и } 4,5^{7,2}$$

$$(2\sqrt{3})^{-0,3} \text{ и } (4\sqrt{2})^{-0,3}$$

## 2 вариант

### 2. Сравнить

$$3,1^{-7,2} \text{ и } 4,5^{-7,2}$$

$$(2\sqrt{3})^{0,3} \text{ и } (4\sqrt{2})^{0,3}$$



# Взаимно обратные функции

---

Выразить

переменную  $r$  из формулы  $S = \pi r^2$

переменную  $a$  из формулы  $P = 2(a + b)$

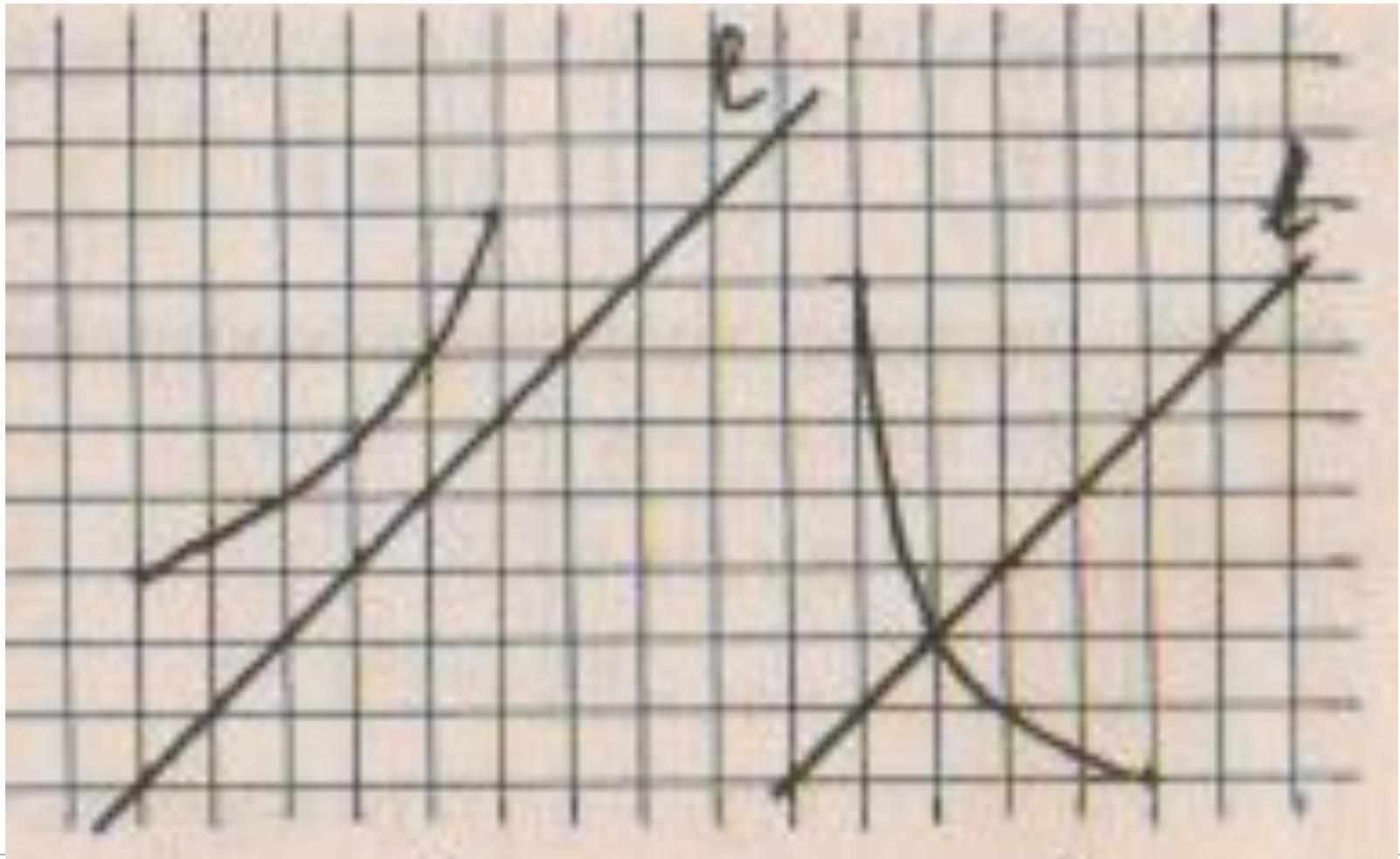
переменную  $V$  из формулы  $a = \frac{V - V_0}{t}$

переменную  $A$  из формулы  $N = \frac{A}{t}$



Как построить фигуру, симметричную относительно некоторой прямой? Перечертите по клеточкам и выполните осевую симметрию.

---



**Прямая** Задача.

$$y = f(x), y - ?$$

Найти значение **y** при заданном значении **x**.

Дано:  $y = 2x + 3$

Найти:  $y(5)$

Решение:

$$y(5) = 2 \cdot 5 + 3 = 13$$

Ответ:  $y(5) = 13$

**Обратная** Задача.

$$y = f(x), x - ?$$

Найти значение **x** при заданном значении **y**.

Дано:  $y = 2x + 3, y(x) = 42$

Найти:  $x$

Решение:

$$42 = 2x + 3$$

$$2x = 39$$

$$x = 19,5$$

Ответ:  $y(19,5) = 42$



Если функция  $y = f(x)$  принимает каждое своё значение  $y$  только при одном значении  $x$ , то эту функцию называют обратной.

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2 + \frac{1}{x}$$

$$y = x^3$$

$$y = x^2$$


$$x_1 = \sqrt{y}$$

$$x \geq 0$$

$$x_2 = -\sqrt{y}$$

$$x \leq 0$$

каждому  $y$  из множества значений функции соответствует одно определённое число  $x$  из области её определения,

Функцию  $y = f(x)$  называют **обратимой**, если каждое своё значение она принимает только при одном значении  $x$ .



# Понятие обратной функции.

---

- Обратная функция — функция, обращающая зависимость, выражаемую данной функцией.



# Теорема 1.

---

- Если функция  $y = f(x)$  монотонна на промежутке  $X$ , то она обратима.

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2 + \frac{1}{x}$$

$$y = x^3$$



Дано:  $y = \frac{1}{x-2}$

Найти функцию, обратную данной  $y = f^{-1}(x)$ .

Решение:

$$\frac{1}{x-2} = y$$

$$x-2 = \frac{1}{y}$$

$$x = 2 + \frac{1}{y} \quad \Longrightarrow \quad y = 2 + \frac{1}{x}$$

Ответ:  $f^{-1}(x) = 2 + \frac{1}{x}$

Дано:  $v(t) = v_0 - gt$       Обратимая функция

Найти:  $t(v) = - ?$

Решение:

$$v_0 - gt = v$$

$$gt = v_0 - v$$

$$t = \frac{v_0 - v}{g} \quad , \text{ т.е. } \quad t(v) = \frac{v_0 - v}{g}$$

Обратная функция к  $v(t)$



# Свойства обратных функций.

1. Область определения обратной функции  $f^{-1}$  совпадает с множеством значений исходной  $f$ , а множество значений обратной функции  $f^{-1}$  совпадает с областью определения исходной функции  $f$ :

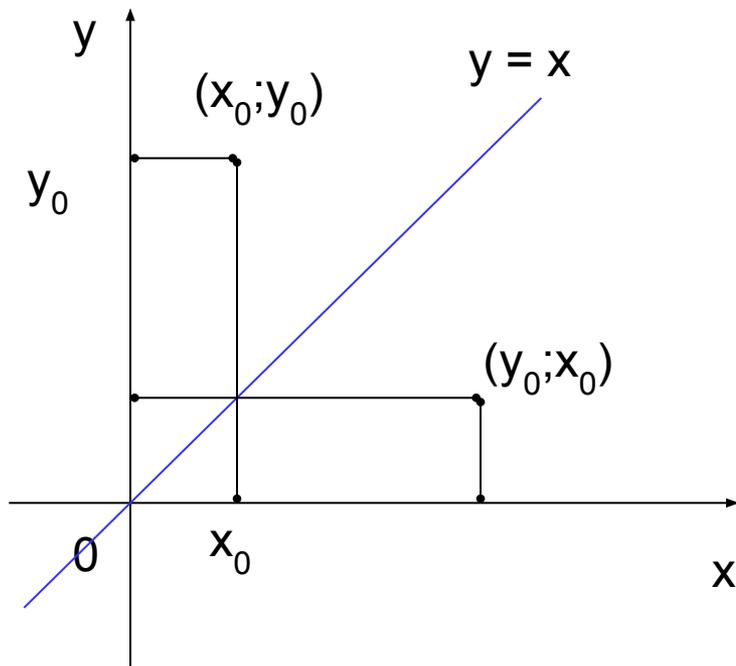
$$D(f^{-1}) = E(f), E(f^{-1}) = D(f).$$

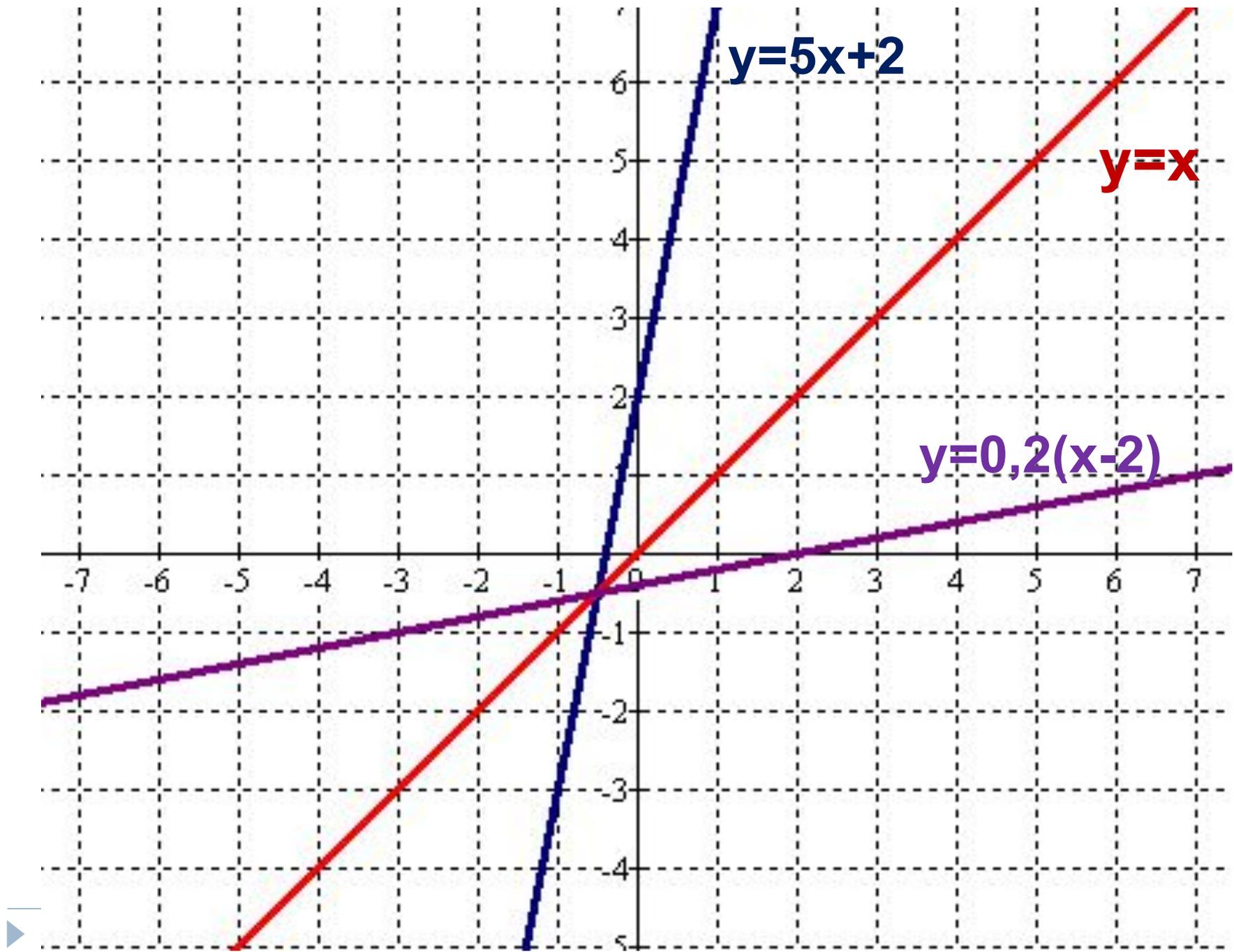
2. Монотонная функция является обратимой:  
если функция  $f$  возрастает, то обратная к ней функция  $f^{-1}$  также возрастает;  
если функция  $f$  убывает, то обратная к ней функция  $f^{-1}$  также убывает.

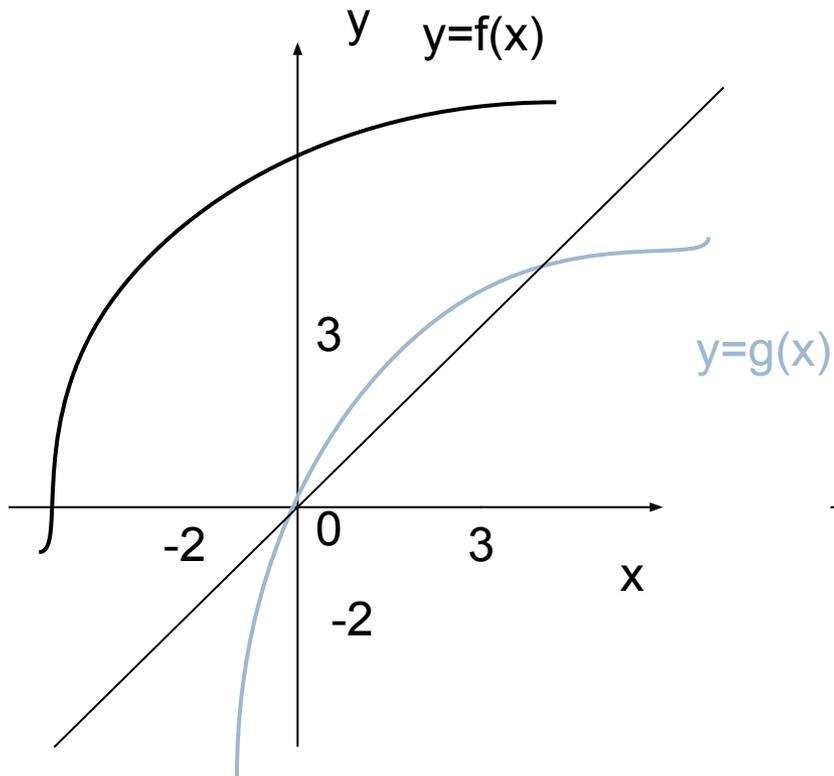


# Свойства обратных функций.

3. Если функция имеет обратную, то график обратной функции симметричен графику данной функции относительно прямой  $y = x$ .

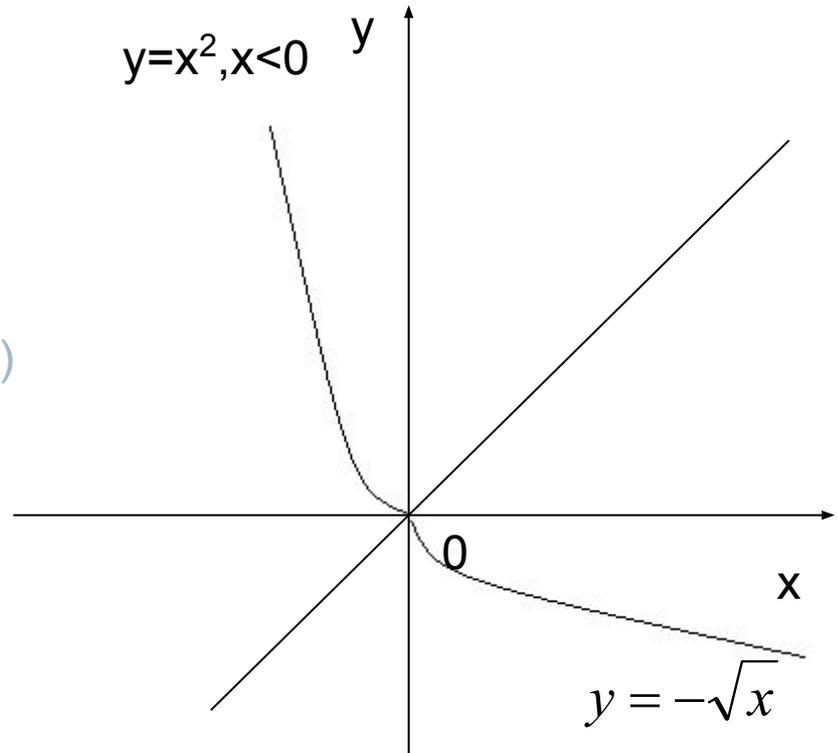






1.  $D(f)=\mathbb{R}$
2.  $E(f)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

1.  $D(g)=\mathbb{R}$
2.  $E(g)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

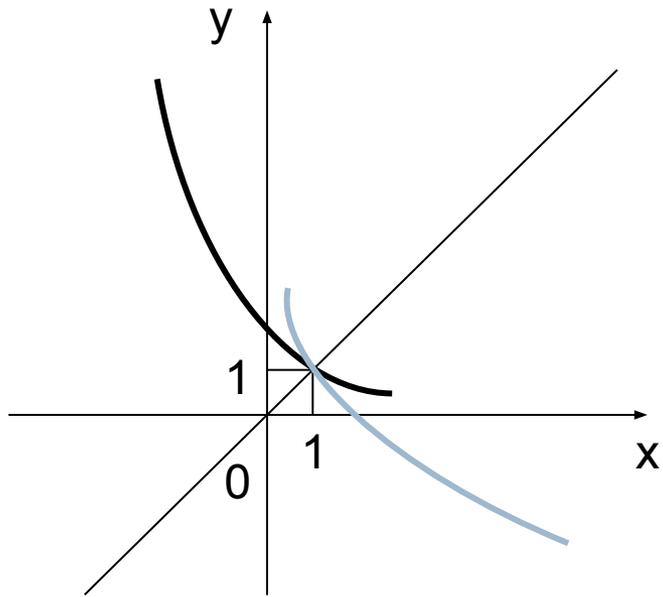


1.  $D(y)=(-\infty; 0]$
2.  $E(y)=[0; +\infty)$
3. убывающая

1.  $D(y)=[0; +\infty)$
2.  $E(y)=(-\infty; 0]$
3. убывающая



Построить график функции, обратной данной.

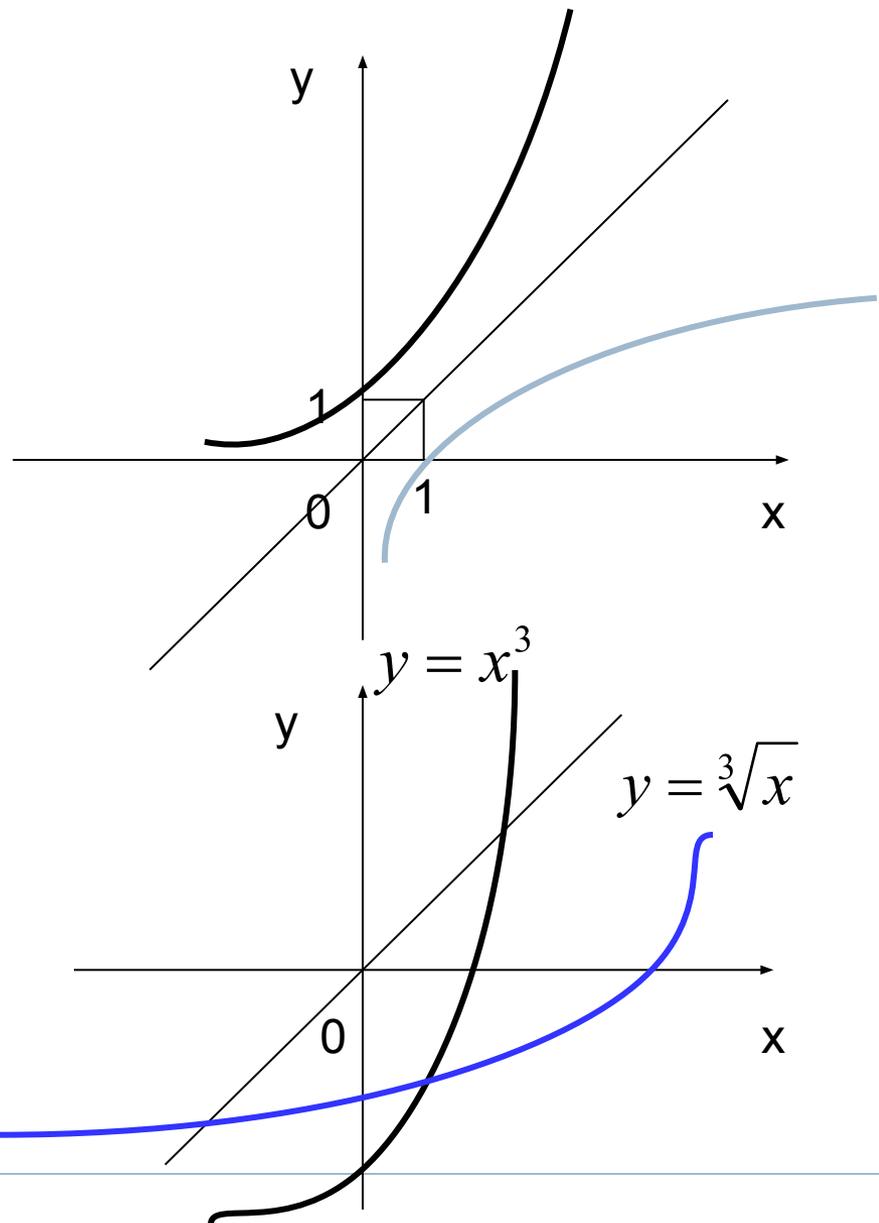


Дано:  $y = x^3$

Построить график функции, обратной к данной.

Решение:  $x^3 = y$

$$x = \sqrt[3]{y} \rightarrow y = \sqrt[3]{x}$$



Найдите функции, обратные данным. Укажите их область определения и множество значений

$$y = 5x + 2$$

1.  $D(y)=\mathbb{R}$   $E(y)=\mathbb{R}$
2. возрастающая

$$y = \frac{1}{5}x - 1$$

1.  $D(y)=\mathbb{R}$   $E(y)=\mathbb{R}$
2. возрастающая

$$y = \frac{1}{x}$$

1.  $D(y) \quad x > 0$
2.  $E(y) \quad y > 0$
3. убывающая

$$y = \frac{1}{x}$$

1.  $D(y) \quad x > 0$
2.  $E(y) \quad y > 0$
3. убывающая

$$y = 7x^3$$

1.  $D(y)=\mathbb{R}$
2.  $E(y)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

$$y = \sqrt[3]{\frac{x}{7}}$$

1.  $D(y)=\mathbb{R}$
2.  $E(y)=\mathbb{R}$
3. возрастающая



# Найдите функции, обратные данным. Укажите их область определения и множество значений

---

$$y = x^2 - 1$$

1.  $D(y)=\mathbb{R}$     $E(y): y \geq -1$

2. При  $x \geq 0$     $y^{-1} = \sqrt{x+1}$   
возрастающая

3. При  $x \leq 0$     $y^{-1} = -\sqrt{x+1}$   
убывающая

1.  $D(y) \quad x \geq -1$

$E(y) \quad y \geq 0$

2. возрастающая

1.  $D(y) \quad x \geq -1$

$E(y) \quad y \leq 0$

2. убывающая

---



# Найдите функции, обратные данным. Укажите их область определения и множество значений

---

$$y = x^6$$

1.  $D(y)=\mathbb{R}$      $E(y): y \geq 0$

2. При  $x \geq 0$   
возрастающая

$$y^{-1} = \sqrt[6]{x}$$

3. При  $x \leq 0$   
убывающая

$$y^{-1} = -\sqrt[6]{x}$$

1.  $D(y) \quad x \geq 0$

$E(y) \quad y \geq 0$

2. возрастающая

1.  $D(y) \quad x \geq 0$

$E(y) \quad y \leq 0$

2. убывающая

---

