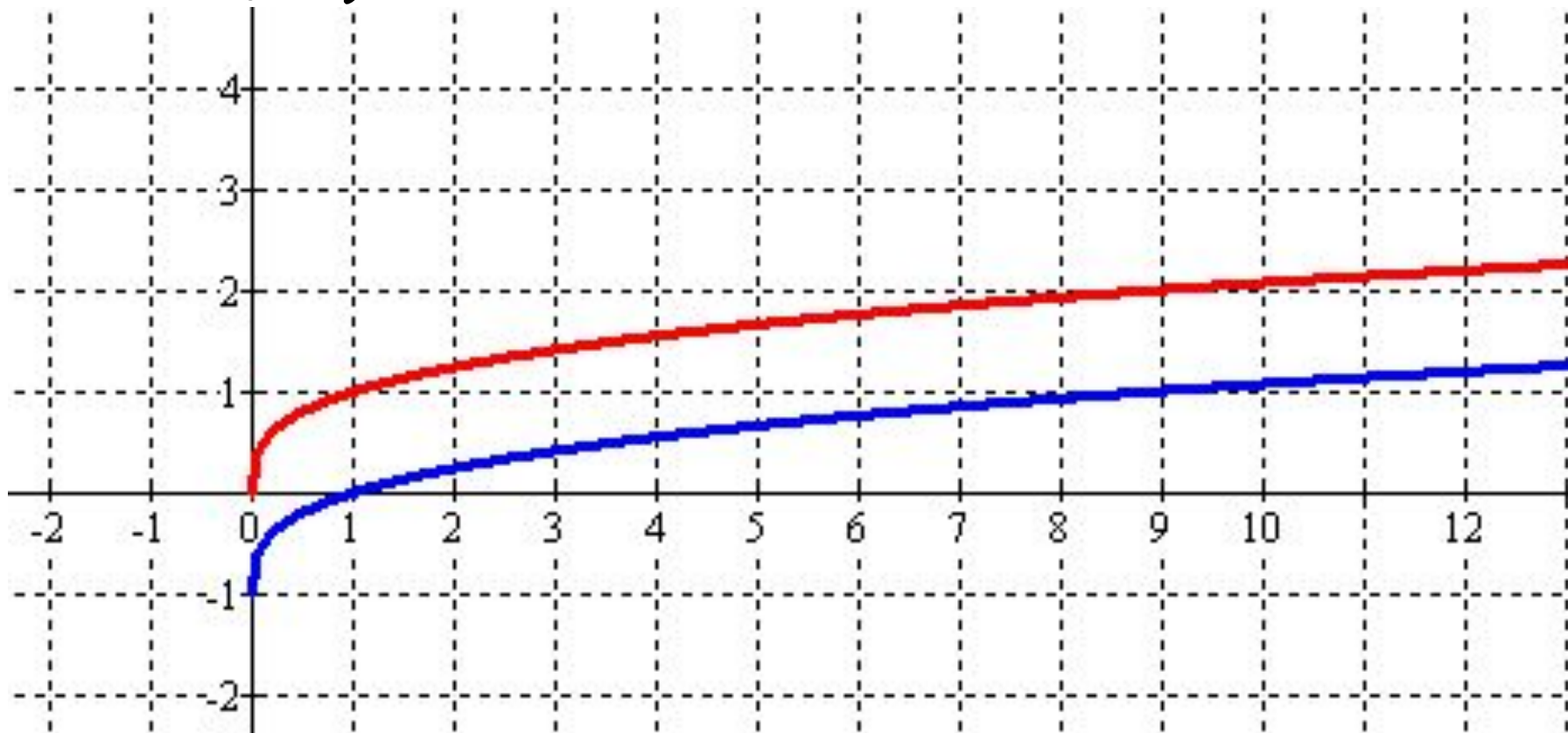


Взаимно обратные функции

Векслер Е. В. 2009-2010

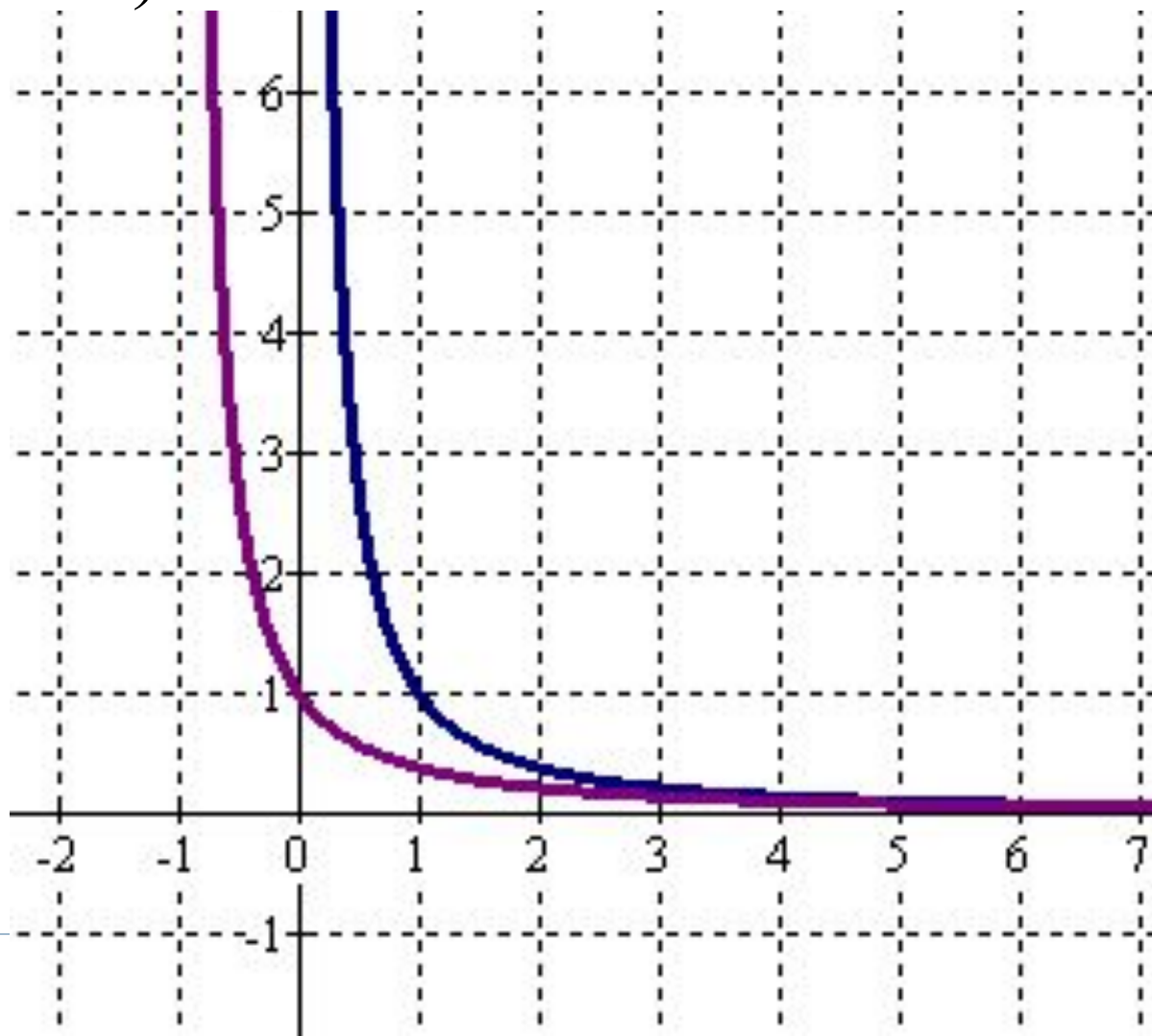
№ 128 (Домашняя работа)

$$2) \quad y = x^{\frac{1}{\pi}} - 1$$



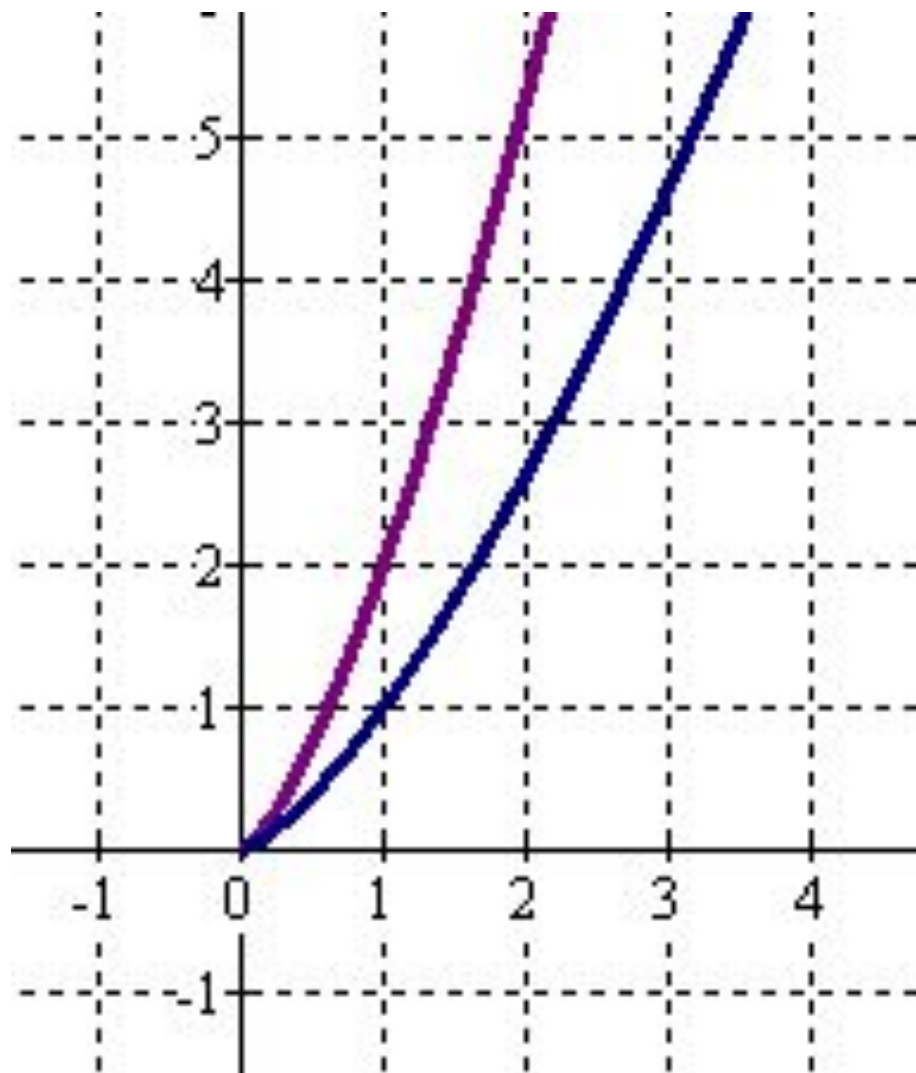
№ 128 (Домашняя работа)

$$4) y = (x + 1)^{-\sqrt{2}}$$



№ 128 (Домашняя работа)

6) $y = \frac{2}{x^{\sqrt{2}}}$



Проверочная работа

1 вариант

1. Изобразить схематически график функции и указать ее область определения и множество значений

$$y = x^6$$

$$y = x^{\frac{1}{2}}$$

$$y = x^{-3}$$

2 вариант

1. Изобразить схематически график функции и указать ее область определения и множество значений

$$y = x^5$$

$$y = x^{\frac{1}{3}}$$

$$y = x^{-2}$$



Проверочная работа

1 вариант

2. Сравнить

$$3,1^{7,2} \text{ и } 4,5^{7,2}$$

$$(2\sqrt{3})^{-0,3} \text{ и } (4\sqrt{2})^{-0,3}$$

2 вариант

2. Сравнить

$$3,1^{-7,2} \text{ и } 4,5^{-7,2}$$

$$(2\sqrt{3})^{0,3} \text{ и } (4\sqrt{2})^{0,3}$$



Взаимно обратные функции

Выразить

переменную r из формулы $S = \pi r^2$

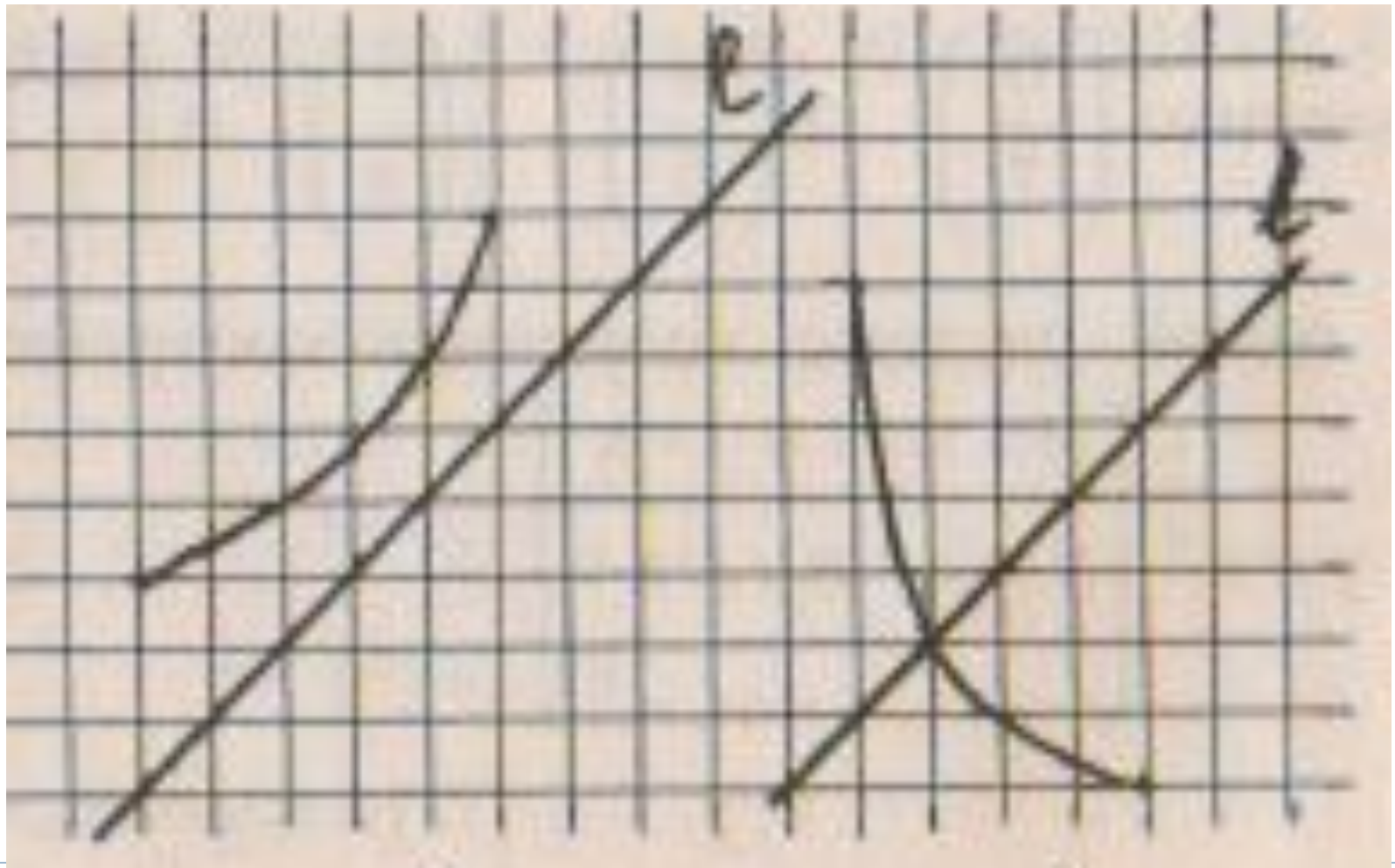
переменную a из формулы $P = 2(a + b)$

переменную V из формулы $a = \frac{V - V_0}{t}$

переменную A из формулы $N = \frac{A}{t}$



Как построить фигуру, симметричную относительно некоторой прямой? Перечертите по клеточкам и выполните осевую симметрию.



Прямая Задача.

$$y = f(x), y - ?$$

Найти значение **y** при заданном значении **x**.

Дано: $y = 2x + 3$

Найти: $y(5)$

Решение:

$$y(5) = 2 \cdot 5 + 3 = 13$$

Ответ: $y(5) = 13$

Обратная Задача.

$$y = f(x), x - ?$$

Найти значение **x** при заданном значении **y**.

Дано: $y = 2x + 3, y(x) = 42$

Найти: x

Решение:

$$42 = 2x + 3$$

$$2x = 39$$

$$x = 19,5$$

Ответ: $y(19,5) = 42$




Если функция $y = f(x)$ принимает каждое своё значение y только при одном значении x , то эту функцию называют обратной.

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2 + \frac{1}{x}$$

$$y = x^3$$

$$y = x^2$$


$$x_1 = \sqrt{y}$$

$$x \geq 0$$

$$x_2 = -\sqrt{y}$$

$$x \leq 0$$

каждому y из множества значений функции соответствует одно определённое число x из области её определения,

Функцию $y = f(x)$ называют **обратимой**, если каждое своё значение она принимает только при одном значении x .



Понятие обратной функции.

- Обратная функция — функция, обращающая зависимость, выражаемую данной функцией.



Теорема 1.

- Если функция $y = f(x)$ монотонна на промежутке X , то она обратима.

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2 + \frac{1}{x}$$

$$y = x^3$$



Дано: $y = \frac{1}{x-2}$

Найти функцию, обратную данной $y = f^{-1}(x)$.

Решение:

$$\frac{1}{x-2} = y$$

$$x-2 = \frac{1}{y}$$

$$x = 2 + \frac{1}{y} \quad \Longrightarrow \quad y = 2 + \frac{1}{x}$$

Ответ: $f^{-1}(x) = 2 + \frac{1}{x}$

Дано: $v(t) = v_0 - gt$ Обратимая функция

Найти: $t(v) = - ?$

Решение:

$$v_0 - gt = v$$

$$gt = v_0 - v$$

$$t = \frac{v_0 - v}{g} \quad , \text{ т.е. } \quad t(v) = \frac{v_0 - v}{g}$$

Обратная функция к $v(t)$



Свойства обратных функций.

1. Область определения обратной функции f^{-1} совпадает с множеством значений исходной f , а множество значений обратной функции f^{-1} совпадает с областью определения исходной функции f :

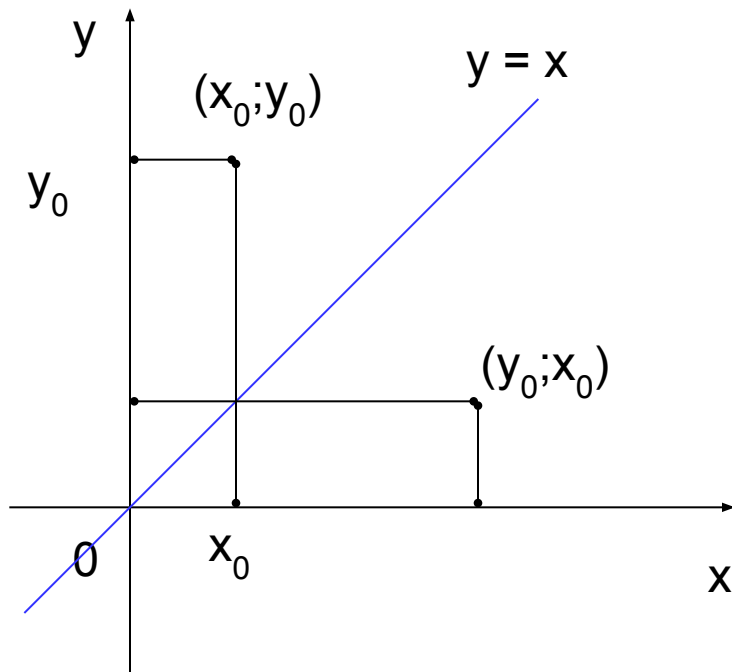
$$D(f^{-1}) = E(f), E(f^{-1}) = D(f).$$

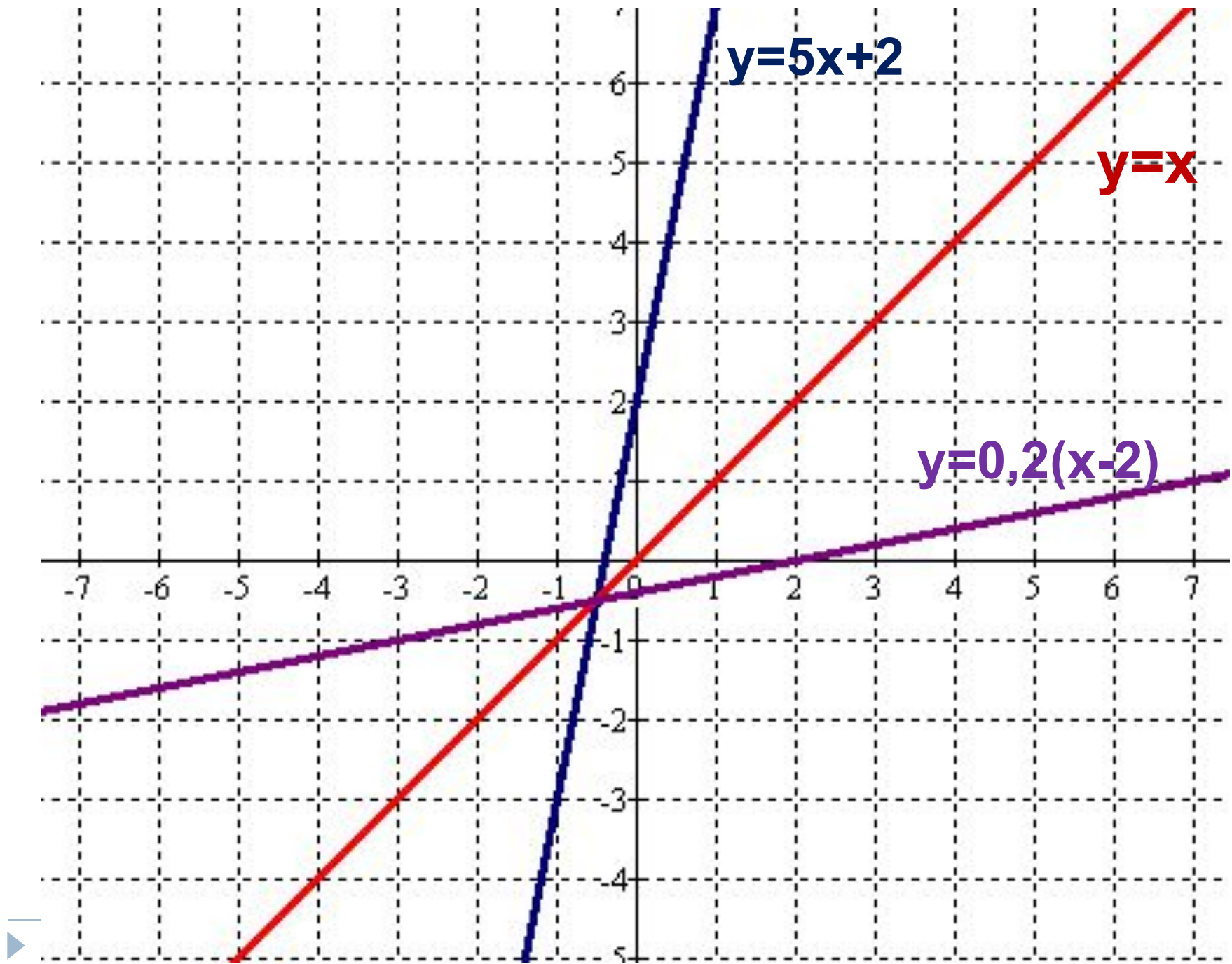
2. Монотонная функция является обратимой:
если функция f возрастает, то обратная к ней функция f^{-1} также возрастает;
если функция f убывает, то обратная к ней функция f^{-1} также убывает.

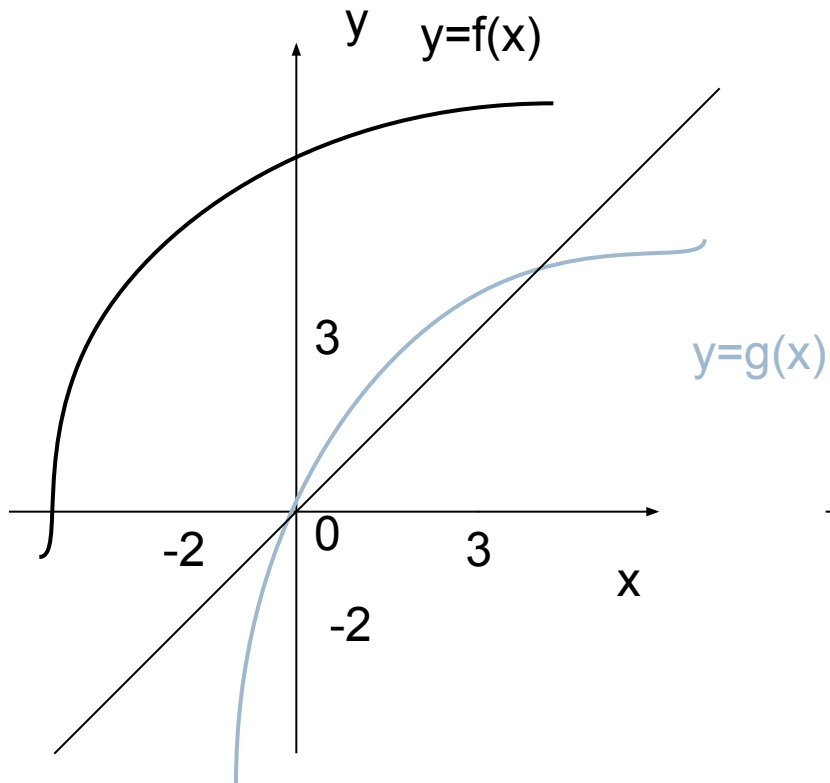


Свойства обратных функций.

3. Если функция имеет обратную, то график обратной функции симметричен графику данной функции относительно прямой $y = x$.

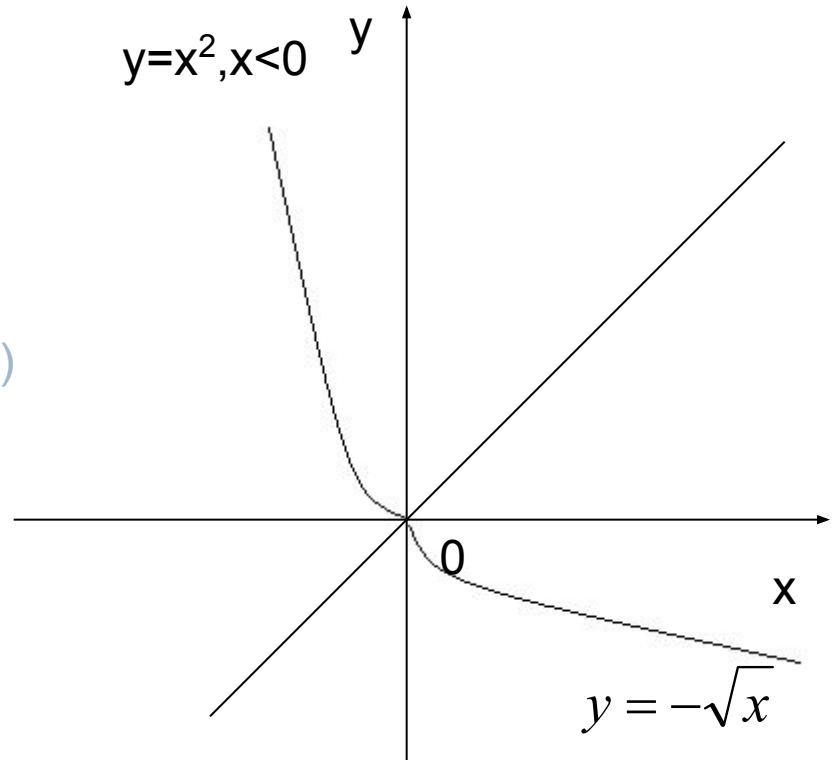






1. $D(f)=\mathbb{R}$
2. $E(f)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

1. $D(g)=\mathbb{R}$
2. $E(g)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

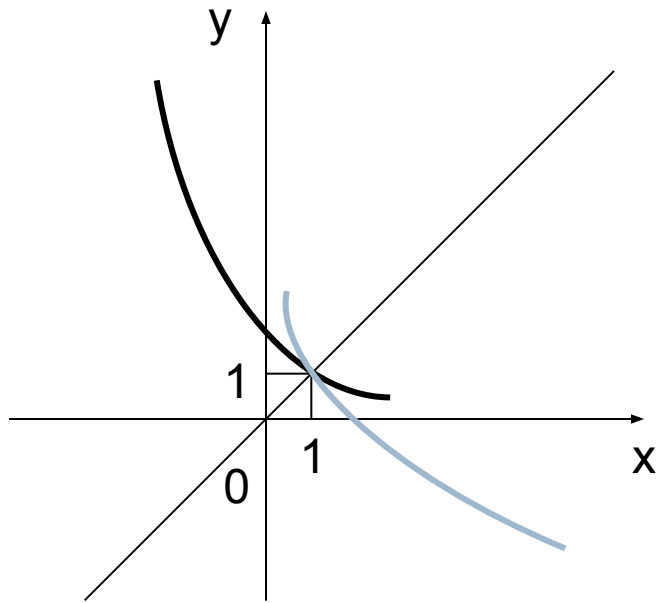


1. $D(y)=(-\infty; 0]$
2. $E(y)=[0; +\infty)$
3. убывающая

1. $D(y)=[0; +\infty)$
2. $E(y)=(-\infty; 0]$
3. убывающая



Построить график функции, обратной данной.

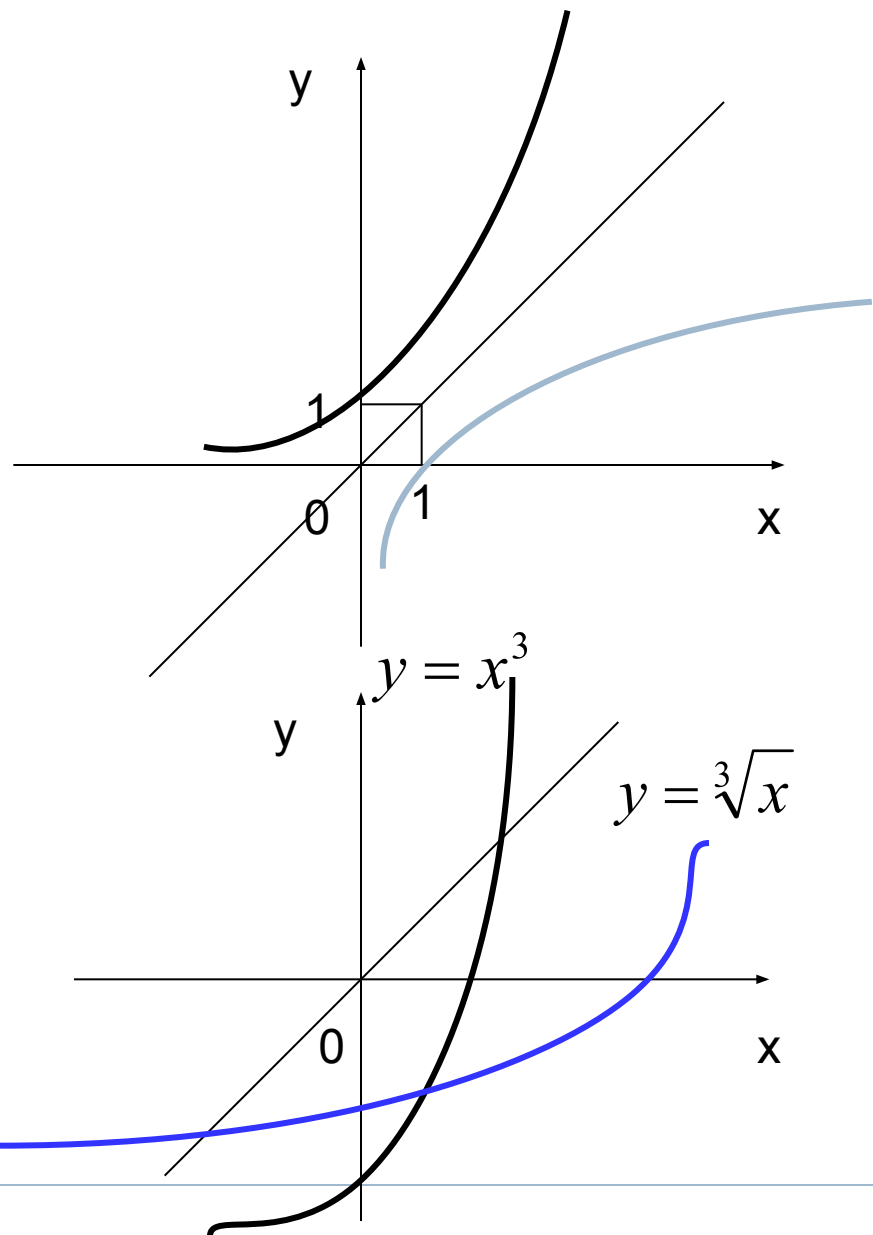


Дано: $y = x^3$

Построить график функции, обратной к данной.

Решение: $x^3 = y$

$$x = \sqrt[3]{y} \rightarrow y = \sqrt[3]{x}$$



Найдите функции, обратные данным. Укажите их область определения и множество значений

$$y = 5x + 2$$

1. $D(y)=\mathbb{R}$ $E(y)=\mathbb{R}$
2. возрастающая

$$y = \frac{1}{5}x - 1$$

1. $D(y)=\mathbb{R}$ $E(y)=\mathbb{R}$
2. возрастающая

$$y = \frac{1}{x}$$

1. $D(y) \quad x > 0$
2. $E(y) \quad y > 0$
3. убывающая

$$y = \frac{1}{x}$$

1. $D(y) \quad x > 0$
2. $E(y) \quad y > 0$
3. убывающая

$$y = 7x^3$$

1. $D(y)=\mathbb{R}$
2. $E(y)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

$$y = \sqrt[3]{\frac{x}{7}}$$

1. $D(y)=\mathbb{R}$
2. $E(y)=\mathbb{R}$
3. возрастающая



Найдите функции, обратные данным. Укажите их область определения и множество значений

$$y = x^2 - 1$$

1. $D(y)=\mathbb{R}$ $E(y): y \geq -1$

2. При $x \geq 0$ $y^{-1} = \sqrt{x+1}$
возрастающая

3. При $x \leq 0$ $y^{-1} = -\sqrt{x+1}$
убывающая

1. $D(y) \quad x \geq -1$

$E(y) \quad y \geq 0$

2. возрастающая

1. $D(y) \quad x \geq -1$

$E(y) \quad y \leq 0$

2. убывающая



Найдите функции, обратные данным. Укажите их область определения и множество значений

$$y = x^6$$

1. $D(y)=\mathbb{R}$ $E(y): y \geq 0$

2. При $x \geq 0$
возрастающая

$$y^{-1} = \sqrt[6]{x}$$

3. При $x \leq 0$
убывающая

$$y^{-1} = -\sqrt[6]{x}$$

1. $D(y) \quad x \geq 0$

$E(y) \quad y \geq 0$

2. возрастающая

1. $D(y) \quad x \geq 0$

$E(y) \quad y \leq 0$

2. убывающая

