# Уравнение плоскости

# Проверка готовности.

| | |
|---|---|
| Какой алфавит используют для обозначения плоскости? | Греческий, латинский |
| Сколько точек достаточно, чтобы обозначить плоскость? | 3 (аксиома А1) |
| Как обозначают плоскость? | α, (ABC) |
| Как могут располагаться плоскости по отношению друг к другу? | Параллельно, пересекаться, совпадать |

# Общее уравнение плоскости

$$Ax+By+Cz+D=0$$

где A, B, C, D – числовые коэффициенты

# Уравнения координатных плоскостей

$x = 0$, плоскость $Oyz$

$y = 0$, плоскость $Oxz$

$z = 0$, плоскость $Oxy$

# Особые случаи уравнения:

- $D = 0 \Rightarrow Ax+By+Cz = 0$

  плоскость проходит через начало координат.
- $A = 0 \Rightarrow By + Cz + D = 0$

  плоскость параллельна оси Ox.
- $B = 0 \Rightarrow Ax + Cz + D = 0$

  плоскость параллельна оси Oy.
- $C = 0 \Rightarrow Ax+By+D = 0$

  плоскость параллельна оси Oz.

# Особые случаи уравнения:

- $A = B = 0 \Rightarrow Cz + D = 0$

  плоскость параллельна плоскости Oxy.

- $A = C = 0 \Rightarrow By + D = 0$

  плоскость параллельна плоскости Oxz.

- $B = C = 0 \Rightarrow Ax + D = 0$

  плоскость параллельна плоскости Oyz.

# Особые случаи уравнения:

- $A = D = 0 \Rightarrow By + Cz = 0$

  плоскость проходит через ось Ox.

- $B = D = 0 \Rightarrow Ax + Cz = 0$

  плоскость параллельна оси Oy.

- $C = D = 0 \Rightarrow Ax + By = 0$

  плоскость параллельна оси Oz.

# Две плоскости в пространстве:

$\alpha: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

$\beta: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

- совпадают, если существует такое число k, что

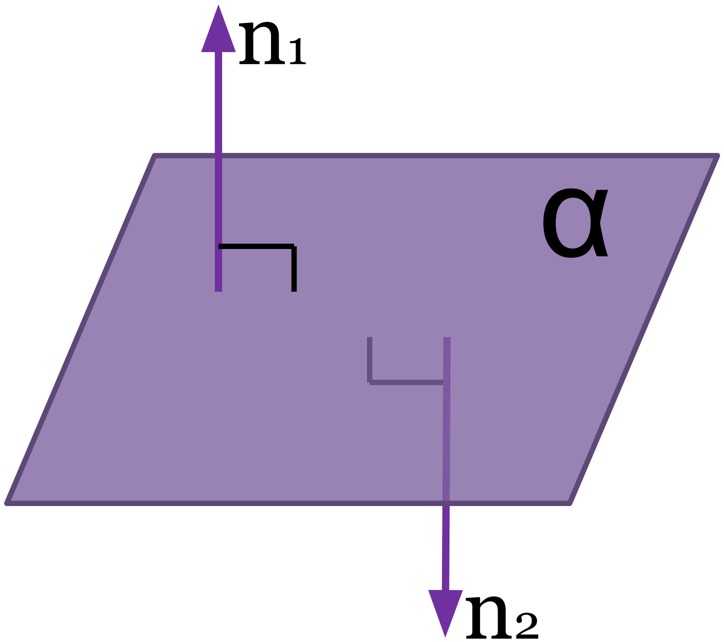
$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases}$$

- параллельны, если существует такое число k, что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$$

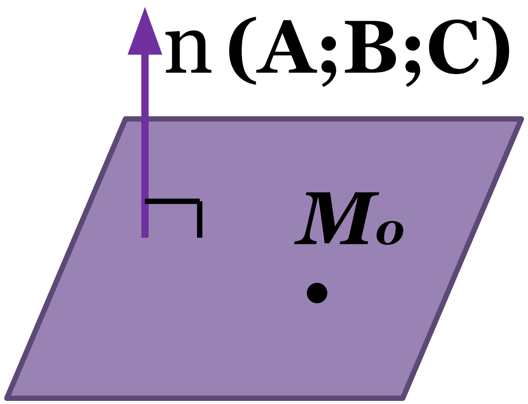
- В остальных случаях плоскости пересекаются.

# Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору




Итак, пусть $\alpha$ произвольная плоскость в пространстве. Всякий перпендикулярный ей ненулевой вектор называется ***вектором нормали*** к этой плоскости.

# Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору




$M_0\ (x_0; y_0; z_0)$

Если известна какая-нибудь точка плоскости *Mo* и какой-нибудь вектор нормали к ней, то через заданную точку можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данному вектору. Общее уравнение плоскости будет иметь вид:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Чтобы получить **уравнение плоскости**, имеющее приведённый вид, возьмём на плоскости произвольную **точку *M(x;y;z)***. Эта точка принадлежит плоскости только в том случае, когда **вектор перпендикулярен вектору** (рис), а для этого, необходимо и достаточно, чтобы скалярное произведение этих векторов было равно нулю, т.е.

$$\boxed{\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0}$$

Вектор задан по условию. Координаты вектора найдём по формуле :

$$\boxed{\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)}$$

Теперь, используя формулу скалярного произведения векторов , выразим скалярное произведение в координатной форме:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

**Пример 1.** Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0\ (2; -3; 1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n}(5; 1; -4)$.

**Решение:** Используем формулу

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

***Ответ: $5x + y - 4z - 3=0$***

# Домашнее задание

- **Решить задачу:** В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ сторона основания равна 4, и диагональ боковой грани равна 5. Написать уравнение плоскостей $A_1B_1E$ и плоскости основания призмы.

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ