

Преобразование тригонометрических выражений



Алгебра - 10 класс

Часть 2



Учитель математики
МОУ "Оленовская школа №2
Волновахского района"
Прохоренко Ирина Ивановна



Формулы двойного аргумента



$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\operatorname{ctg} 2x = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x}$$



Пример 1

Доказать тождество: $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$

$$\text{Л.ч.} = 1 + \sin 2x = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x =$$

$$= \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = (\sin x + \cos x)^2 = \text{П.ч.}$$



Пример 2

Сократить дробь: $\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$

$$\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} =$$

$$= \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\cos x - \sin x) \cdot (\cos x + \sin x)} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}$$



Пример 3

Вычислить: $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Пример 4

Доказать тождество: $tgx + ctgx = \frac{2}{\sin 2x}$

$$\begin{aligned} \text{Л.ч.} = tgx + ctgx &= \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \cdot \sin x} = \\ &= \frac{1}{\cos x \cdot \sin x} = \frac{2}{2 \cos x \cdot \sin x} = \frac{2}{\sin 2x} = \text{П.ч.} \end{aligned}$$



Пример 5

Зная, что $\cos x = \frac{3}{5}$, $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$, вычислить $\cos 2x$:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \left(\frac{3}{5} \right)^2 - \left(-\frac{4}{5} \right)^2 = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{7}{25}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x + \frac{9}{25} = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\sin^2 x = \frac{16}{25}$$

$$\sin x = -\frac{4}{5}$$



Формулы понижения степени.



$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$



Пример 1

Зная, что $\cos x = \frac{-5}{13}$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, вычислите $\cos \frac{x}{2}$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2} = \frac{1 - \frac{5}{13}}{2} = \frac{8}{13} : 2 = \frac{8}{13} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{13}$$

$$\cos \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{4}{13}}$$

$$\cos \frac{x}{2} = -\frac{2}{\sqrt{13}}$$



Домашнее задание



- § 29 выучить, № 500,501,502,503,504

Желаю удачи!!!

