Тема: Активные цепи с обратными связями.

Кафедра Радиоэлектроники.

Преподаватель:
Лазаренко
Сергей Валерьевич.

Учебные вопросы:

1. Виды обратной связи.

2. Основные характеристики и свойства цепей с обратной связью.

3. Общие сведения об устойчивости.

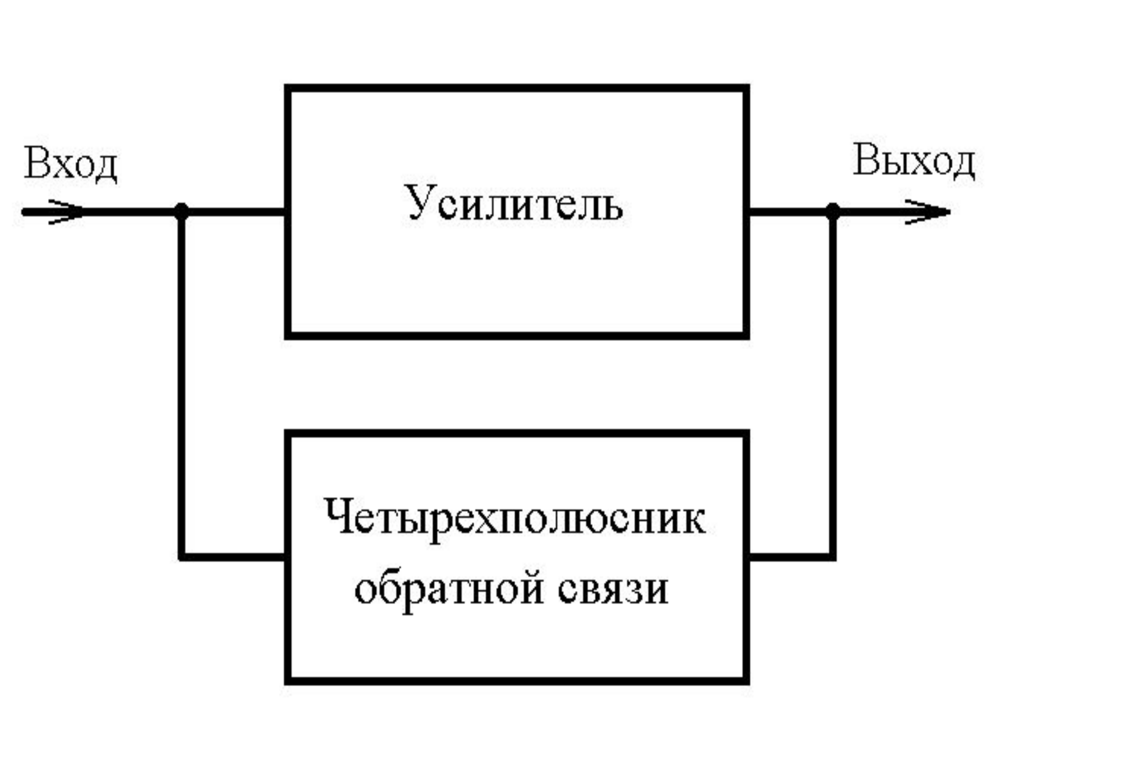
4. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.

5. Критерий устойчивости Найквиста.

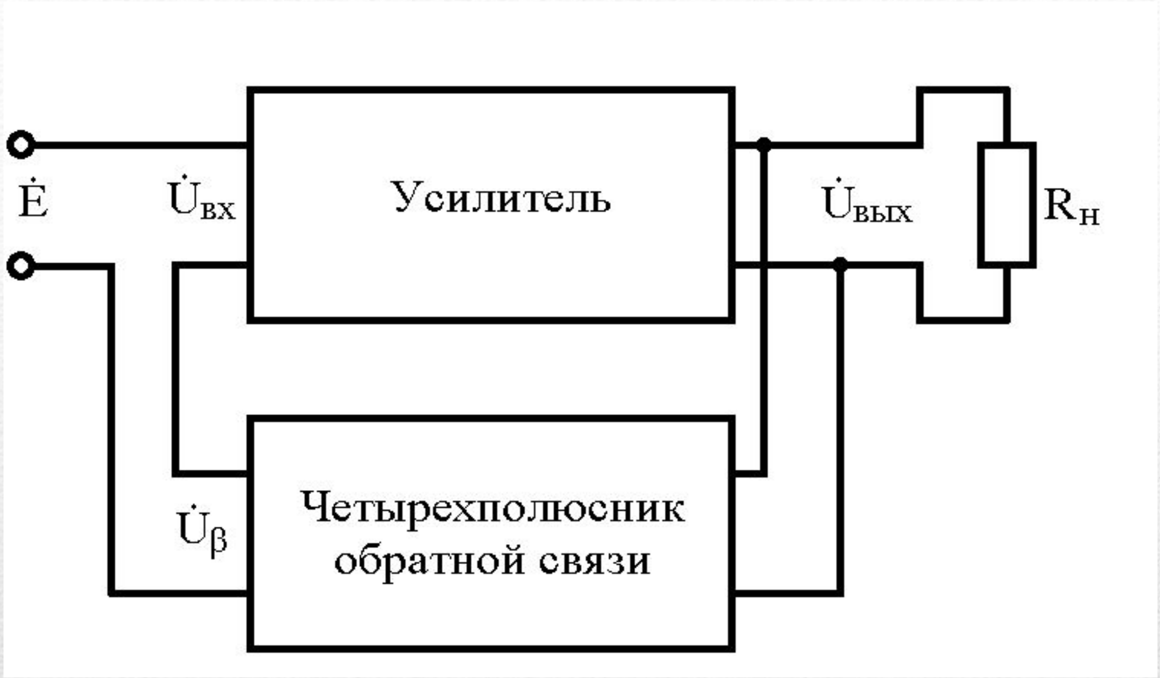
1. Виды обратной связи.

Обратной связью (ОС) в общем случае называется явление передачи отклика системы, возникающего в результате какого-либо внешнего воздействия, обратно на ее вход. Понятие "обратная связь" широко используется в самых различных видах систем: технических, кибернетических, экономических, биологических и т.п.

Рассмотрим обратную связь в более узком смысле, применительно к радиотехническим цепям, в которых она используется для улучшения различных характеристик этих цепей, а также для осуществления автоколебательных режимов работы.



На схеме обозначено:



$\dot{E}$ - напряжение на входе всей цепи с ОС;

$\dot{U}_{вых}$ - напряжение на выходе цепи с ОС;

$\dot{U}_{\beta}$ - напряжение на выходе четырехполюсника обратной связи (ЧОС);

$\dot{K}(\omega)=\dot{U}_{вых}/\dot{U}_{вх}$ - коэффициент усиления усилителя при разомкнутой цепи ОС;

$\dot{\beta}(\omega)=\dot{U}_{\beta}/\dot{U}_{вых}$ - коэффициент передачи ЧОС;

$\dot{U}_{вх}$ - напряжение на входе усилителя.

Особенностью схемы является то, что часть выходного сигнала, зависящая от величины $\dot{\beta}(\omega)$, подается обратно на вход и вместе с входным сигналом $\dot{E}$ образует входное напряжение усилителя $\dot{U}_{вх}$. Эта обратная подача напряжения придает цепи с ОС свойства, существенно отличающие ее от цепи без ОС.

Основной интерес представляет передаточная функция (коэффициент передачи) всей цепи в целом $\dot{K}_{ос}(\omega) = \dot{U}_{вых} / \dot{E}$. Для определения этой функции воспользуемся следующими очевидными соотношениями:

$$\dot{U}_{\beta} = \dot{\beta}(\omega) \cdot \dot{U}_{вых} \qquad \dot{U}_{вх} = \dot{E} + \dot{U}_{\beta} = \dot{E} + \dot{\beta}(\omega) \cdot \dot{U}_{вых}$$

Тогда $\dot{U}_{вых} = \dot{K}(\omega) \cdot \dot{U}_{вх} = \dot{E} + \dot{U}_{\beta} = \dot{K}(\omega) \cdot [\dot{E} + \dot{\beta}(\omega) \cdot \dot{U}_{вых}]$

Решая последнее уравнение относительно $\dot{U}_{вых}$, получим

$$\dot{U}_{вых} = \frac{\dot{K}(\omega)}{1 - \dot{K}(\omega) \cdot \dot{\beta}(\omega)} \cdot \dot{E}$$

откуда $$\dot{K}_{ос}(\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{E}} = \frac{\dot{K}(\omega)}{1 - \dot{K}(\omega) \cdot \dot{\beta}(\omega)} \qquad (1)$$

Функцию $\dot{K}_{ос}(\omega)$ иногда называют комплексным коэффициентом передачи замкнутой цепи, а произведение $\dot{K}(\omega) \cdot \dot{\beta}(\omega)$ - комплексным коэффициентом передачи разомкнутой цепи.

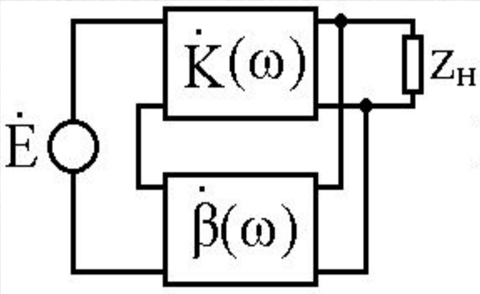
Сопоставление $\dot{K}_{OC}(\omega)$ с $\dot{K}(\omega)$ позволяет определить знак обратной связи. Если на заданной частоте ω

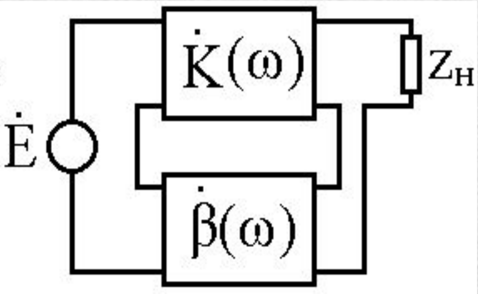
$$\left|1-\dot{K}(\omega)\cdot\dot{\beta}(\omega)\right|>1$$

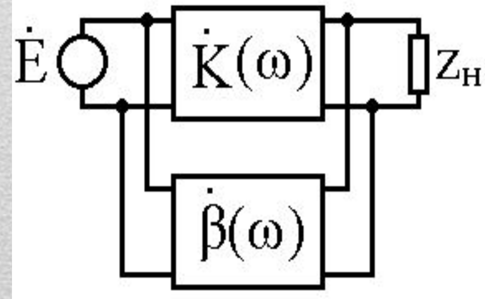
то введение ОС уменьшает модуль коэффициента передачи цепи и, следовательно, амплитуду выходного сигнала - в цепи наблюдается ООС. Если имеет место обратное неравенство

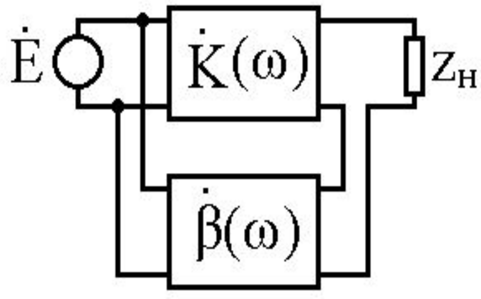
$$\left|1-\dot{K}(\omega)\cdot\dot{\beta}(\omega)\right|<1$$ то в цепи наблюдается ПОС.

По способу снятия напряжения на ЧОС различают ОС по напряжению и ОС по току. Схема с ОС по напряжению характеризуется тем, что выход усилителя, вход ЧОС и нагрузка соединены параллельно, т.е. напряжение ОС пропорционально выходному напряжению. При ОС по току эти элементы цепи соединены последовательно, т.е. напряжение ОС пропорционально току.









2. Основные характеристики и свойства цепей с обратной связью.

Рассмотрим действие ООС в усилителях. Оно проявляется в том, что:
- повышается стабильность коэффициента усиления при изменении питающих напряжений, величины нагрузки, смене ламп и транзисторов;
- уменьшаются линейные (частотные и фазовые) искажения, вносимые усилителем, повышается его широкополосность;
- снижается уровень нелинейных искажений и собственных помех усилителя, что приводит к увеличению его динамического диапазона;
- возрастает входное и уменьшается выходное сопротивление усилителя, что способствует лучшему согласованию усилителей при их каскадном соединении;
- уменьшаются переходные искажения, в частности, уменьшается время установления напряжения, спада и т.д.;
- уменьшаются фазовые сдвиги между входными и выходными сигналами, влияющие как на запаздывание сигнала во времени, так и на его форму.

Вопрос о стабилизации коэффициента усиления легко решить, продифференцировав по K основное соотношение для цепей с ОС (1). При этом для упрощения расчетов будем полагать все величины вещественными

$$\frac{dK_{oc}}{dK} = \frac{1-\beta K+\beta K}{(1-\beta K)^2} = \frac{K}{1-\beta K}\cdot\frac{1}{1-\beta K}\cdot\frac{1}{K} = \frac{K_{oc}}{K}\cdot\frac{1}{1-\beta K}$$

откуда находим относительное изменение коэффициента усиления цепи с обратной связью

$$\frac{dK_{oc}}{K_{oc}} = \frac{1}{1-\beta K}\cdot\frac{dK}{K}$$

Для отрицательной ОС $\beta K<0$ и $$\frac{dK_{oc}}{K_{oc}} = \frac{1}{1+\beta K}\cdot\frac{dK}{K}$$

Отсюда следует, что относительная нестабильность коэффициента усиления при ООС уменьшается в $(1+\beta K)$ раз. При очень глубокой ООС K_{OOC} вообще очень мало зависит от K, т.к. при $\beta K>>1$

$$K_{oc} \approx \frac{1}{\beta(\omega)}$$

Уменьшение линейных искажений в усилителе с ООС связано с выравниванием его АЧХ и ФЧХ за счет ООС. Действительно, при *βK>>1*

$$K_{oc} \approx \frac{1}{\beta(\omega)}$$

и при *β=const* (частотно-независимая ОС) отрешится к постоянной величине.

Наличие ОС в усилителе существенно изменяет его входное сопротивление. Для источника сигнала усилитель представляет собой нагрузку с сопротивлением

$$z_{BX\,OC} = \frac{\dot{E}}{\dot{I}_{BX}} = \frac{\dot{E}\cdot z_{BX}}{\dot{U}_{BX}} = \frac{\dot{E}\cdot z_{BX}}{\dot{E}+\dot{U}_{\beta}} = \frac{\dot{E}\cdot z_{BX}}{\dot{E}+\beta \dot{U}_{BЫX}}$$

Где $z_{вх}$ - входное сопротивление собственно усилителя;

$z_{вх\ oc}$ - входное сопротивление усилителя с ОС.

После несложных преобразований получаем:

$$z_{BX\,OC} = z_{BX}\frac{1}{1+\dot{\beta}\dot{K}_{OC}} = z_{BX}\frac{1}{1+\dot{\beta}\cdot\dfrac{\dot{K}}{1-\dot{\beta}\dot{K}}} = z_{BX}(1-\dot{\beta}\dot{K})$$

При ООС и вещественных *K* и *β:* $\quad z_{BX\,OC} = z_{BX}(1+\beta K)$

3. Общие сведения об устойчивости.

Общий вопрос об устойчивости, т.е. о том, могут или не могут в данной цепи возбудиться автоколебания, решается на основании некоторых общих признаков, выражаемых при помощи так называемых критериев устойчивости.

Если выполняется условие $\lim\limits_{t\to\infty} x_{св}(t) = 0$ то цепь устойчива,

если $\lim\limits_{t\to\infty} x_{св}(t) = \infty$ то цепь неустойчива.

Свободная составляющая отклика находится как решение однородного дифференциального уравнения

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0 \qquad (1)$$

Где x - искомые напряжения или токи в цепи;

$a_0, a_1, ...a_n$ - действительные числа, зависящие от параметров цепи.

Решение этого уравнения, как известно, имеет вид:

$$x = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{p_i t} \qquad (2)$$

Где A_i - постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий;

p_i - корни характеристического уравнения.

4. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.

В общем виде определитель Гурвица записывается так:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \ldots\ldots\ldots 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} \ldots\ldots\ldots & 0 \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_0 & & 0 \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots a_3 & a_1 & 0 \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}$$

Диагональные миноры образуется путем отбрасывания нижних строк и правых столбцов и имеет вид:

$$\Delta_1 = a_{n-1} \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$$

Условия устойчивости цепей n-го порядка представляет собой систему детерминантных неравенств:

$$\Delta_1 > 0; \Delta_{n2} > 0; \ldots; \Delta_n > 0$$

Из алгебры известно, что уравнение (2) можно представить в виде:

$$a_n(p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n)=0 \qquad (3)$$

Отрицательные действительные корни p_1=-a_1, p_2=-a_2,...,p_n=-a_n дадут в уравнении (3) сомножители следующего вида:

$$(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)\dots(p+\alpha_n)=0 \qquad (4)$$

Пара комплексно-сопряженных корней p_k=-a_k+$j\beta_k$, p_{k+1}=-a_k-$j\beta_k$ с отрицательными действительными частями дает сомножители вида

$$(p+\alpha_k-j\beta_k)(p+\alpha_k+j\beta_k)=(p+\alpha_k)^2+\beta_k^2 \qquad (5)$$

Несложный анализ показывает, что необходимое условие устойчивости - положительность всех коэффициентов дифференциального уравнения - является и достаточным только для цепей первого и второго порядка.

Критерий Рауса-Гурвица особенно удобен для проверки устойчивости цепей с заданными параметрами, т.е. с известным дифференциальным уравнением цепи. Применение его в общем случае ограничено рядом присущих ему недостатков:

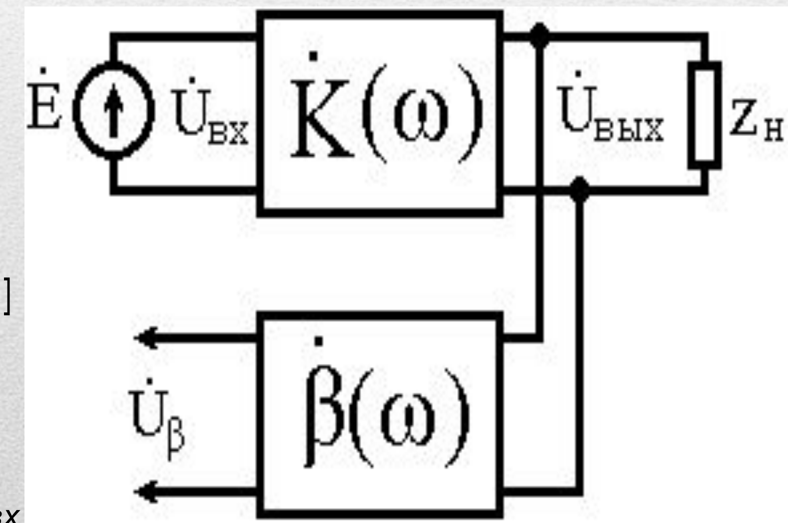
1. Критерий Рауса-Гурвица требует знания всех коэффициентов дифференциального уравнения цепи с замкнутой ОС, что крайне неудобно при экспериментальных исследованиях цепей, так как обычно характеристики цепей определяются из испытаний разомкнутой цепи.
2. Критерий Рауса-Гурвица позволяет только определить устойчива цепь или неустойчива. Однако он не позволяет определить, как следует изменить параметры цепи, чтобы сделать ее устойчивой (или неустойчивой).
3. Применение критерия Рауса-Гурвица для цепей высокого порядка связано со значительными математическими трудностями, особенно если необходимо получить буквенный результат.

5. Критерий устойчивости Найквиста.

Критерий Найквиста определяет условия, которым должны удовлетворять частотные характеристики разомкнутой цепи для того, чтобы эта же цепь с замкнутой цепью ОС была устойчивой. Достоинством критерия Найквиста по сравнению с другими критериями является возможность исследования устойчивости цепей по их экспериментально снятым частотным характеристикам, не имея дифференциальных уравнений цепей.

Разомкнем в усилителе цепь ОС. Тогда коэффициент передачи схемы с разомкнутой обратной связью, очевидно, равен

$$\dot{K}_p(\omega) = \frac{\dot{U}_\beta}{\dot{U}_{вх}} = \dot{K}(\omega)\dot{\beta}(\omega) = K(\omega)\beta(\omega)\cdot e^{j[\varphi_K + \varphi_\beta]}$$



Параметры усилителя и четырехполюсника ОС могут быть подобраны так, чтобы $\dot{U}_\beta = \dot{U}_{вх}$

Тогда при замкнутой цепи ОС в схеме возможно существование колебаний даже при отсутствии источника внешнего возбуждения.

Очевидно, что равенство $\dot{U}_{\beta} = \dot{U}_{вх}$ выполняется при условии:

$$\dot{K}_{p}(\omega) = \dot{K}(\omega)\dot{\beta}(\omega) = 1 \qquad (6)$$

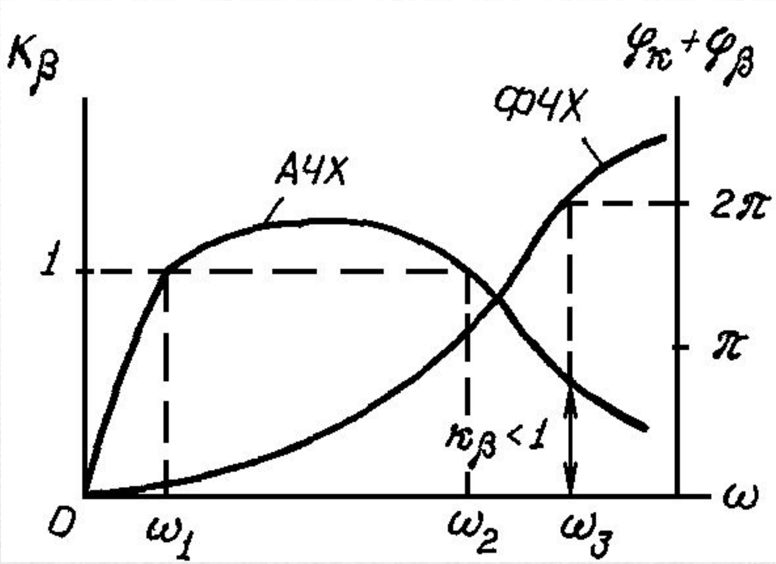
Соотношение (6) называют условием стационарности автоколебательного процесса генератора. С учетом комплексности величин *β(ω)* и *K(ω)* последнее равенство распадается на два:

$$K(\omega)\beta(\omega) = 1 \qquad \varphi_{K}(\omega)\varphi_{\beta}(\omega) = 0,\, 2\pi,\, 4\pi,\, ... \qquad (7)$$

Первое условие определяет необходимую глубину ОС схемы, второе - сдвиг фаз ПОС, т.е. связь, поддерживающую внешнее воздействие.

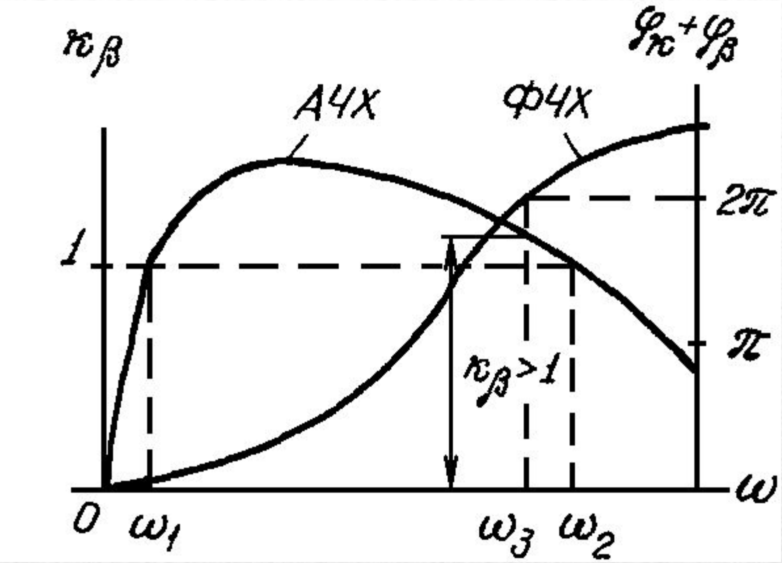
Если при изменения частоты ω от 0 до ∞ фазовый сдвиг $|\varphi_k(\omega)+\varphi_\beta(\omega)|$ не достигает величины $n_* 2\Pi$, то цепь с замкнутой ОС устойчива при любой величине $\beta(\omega)_* K(\omega)$. С другой стороны, если на любой частоте $\beta(\omega)_* K(\omega)<1$, то цепь устойчива при любой ФЧХ. Система неустойчива, если имеются частоты, на которых одновременно выполняются два условия:

$$\begin{cases} \beta(\omega)\cdot K(\omega) > 1 \\ \varphi_k(\omega) + \varphi_\beta(\omega) = n\cdot 2\pi \end{cases}$$



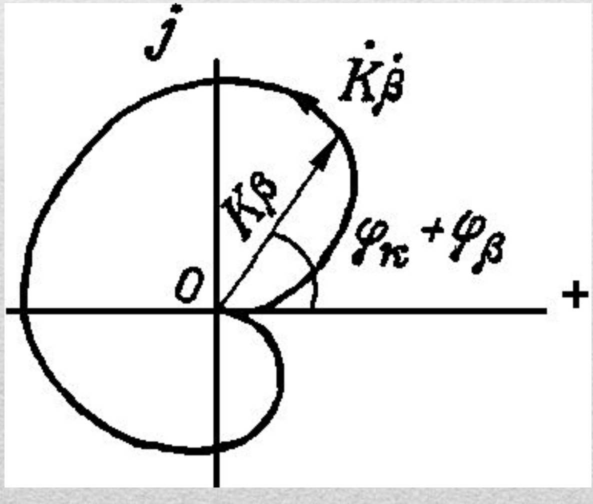
K_β
$\varphi_K+\varphi_\beta$
ФЧХ
АЧХ
1
2π
π
$K_\beta<1$
0
ω_1
ω_2
ω_3
ω

1а.



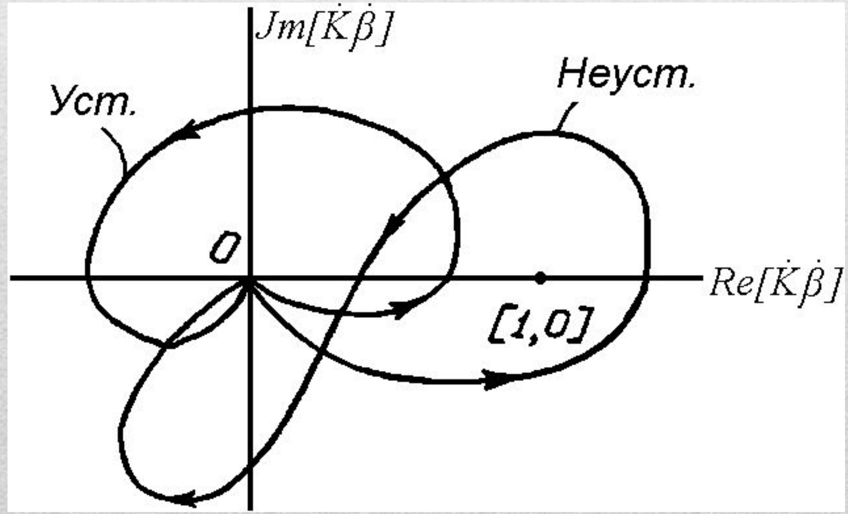
K_β
$\varphi_K+\varphi_\beta$
АЧХ
ФЧХ
1
2π
π
$K_\beta>1$
0
ω_1
ω_3
ω_2
ω

1б.



j
$\dot{K}\dot{\beta}$
$K\beta$
$\varphi_K+\varphi_\beta$
0
+

2.



$Jm[\dot{K}\dot{\beta}]$
Уст.
Неуст.
0
$Re[\dot{K}\dot{\beta}]$
[1,0]

3.