

# Пробный ЕГЭ. Вариант 1.

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 1110 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ .

Для какого **наименьшего положительного** целого числа  $A$  формула

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 56 = 0) \rightarrow (x \& 20 \neq 0)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 56 = 0) \rightarrow (x \& 20 \neq 0)) =$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(x \& A = 0) + (x \& 56 \neq 0) + (x \& 20 \neq 0) = 1$$

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 56 = 0) \rightarrow (x \& 20 \neq 0)) =$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(x \& A = 0) + (x \& 56 \neq 0) + (x \& 20 \neq 0) = 1$$

При каких  $x$  значение  $A$  критично?

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких  $x$   $(x \& 56 = 0)$  и  $(x \& 20 = 0)$ ?

$$56 = 32 + 16 + 8$$

$$20 = 16 + 4$$

1	1	1	0	0	0
x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0	=0	=0			

	1	0	1	0	0
	x4	x3	x2	x1	x0
	=0		=0		

				1	1
x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0	=0	=0	=0		

При  $x = 00, 01, 10,$

11

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких  $x$   $(x \& 56 = 0)$  и  $(x \& 20 = 0)$ ?

При  $x = 00, 01, 10, 11$ .

Для этих  $x$  надо найти наименьшее

$$A: x \& A = 0$$

$$A = 100(2) = 4(10).$$

# Этапы решения

1. Упрощаем выражение до минимального количества слагаемых.
2. Находим такие  $X$ , при которых все слагаемые, кроме содержащего  $A$ , ложны.
3. Находим  $A$ , которое делает истинным это слагаемое для всех найденных  $X$ .

## Пробный ЕГЭ. Вариант 2.

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 11102 \& 01012 = 01002 = 4$ .

Для какого **наименьшего положительного** целого числа  $A$  формула

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 14 = 0) \rightarrow (x \& 75 \neq 0)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 14 = 0) \rightarrow (x \& 75 \neq 0)) =$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(x \& A = 0) + (x \& 14 \neq 0) + (x \& 75 \neq 0) = 1$$

При каких  $x$  значение  $A$  критично?

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 14 \neq 0)} + \underline{(x \& 75 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ



$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 14 \neq 0)} + \underline{(x \& 75 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких  $x$   $(x \& 14 = 0)$  и  $(x \& 75 = 0)$ ?

$$14 = 8 + 4 + 2$$

$$75 = 64 + 8 + 2 + 1$$

1	1	1	0
x3	x2	x1	x0
=0	=0	=0	

1	0	0	1	0	1	1
x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0			=0		=0	=0

	1	1				
x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0
=0			=0	=0	=0	=0

При  $x = 110000, 100000, 10000, 0$

$$(x \& A = 0) + \underline{(x \& 56 \neq 0)} + \underline{(x \& 20 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких  $x$   $(x \& 56 = 0)$  и  $(x \& 20 = 0)$ ?

При  $x = 110000, 100000, 10000, 0$ .

Для этих  $x$  надо найти наименьшее

**положительное  $A$ :  $x \& A = 0$**

$A = 1$ .

# ЕГЭ олимпиада. Районный тур

**Вар. 1603.** Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 11102 \& 01012 = 01002 = 4$ .

Для какого **наименьшего неотрицательного** целого числа  $A$  формула

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 19 \neq 0) \rightarrow (x \& 38 = 0)) \vee (x \& 19 \neq 0)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

$$((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 19 \neq 0) \rightarrow (x \& 38 = 0)) \vee (x \& 19 \neq 0)$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(((x \& A = 0) + (x \& 19 \neq 0)) \rightarrow (x \& 38 = 0)) \vee (x \& 19 \neq 0)$$

$$\neg(A + B) = \neg A * \neg B$$

$$(x \& A \neq 0) * (x \& 19 = 0) + (x \& 38 = 0) + (x \& 19 \neq 0)$$

$$A * B + \neg B = (A + \neg B) * (B + \neg B) = (A + \neg B) * 1 = A + \neg B$$

$$(x \& A \neq 0) + (x \& 19 \neq 0) + (x \& 38 = 0)$$

$$(x \& A \neq 0) + \underline{(x \& 19 \neq 0)} + \underline{(x \& 38 = 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких  $x$   $(x \& 19 = 0)$  и  $(x \& 38 \neq 0)$ ?

$$19 = 16 + 2 + 1$$

$$38 = 32 + 4 + 2$$

1	0	0	1	1
x4	x3	x2	x1	x0
=0			=0	=0

1	0	0	1	1	0
x5	x4	x3	x2	x1	x0
≠0			≠0	≠0	

1			1		
x5	x4	x3	x2	x1	x0
≠0	=0		≠0	=0	=0

При  $x = 100100, 100000, 100.$

$$(x \& A \neq 0) + \underbrace{(x \& 19 \neq 0)}_{\text{ЛОЖЬ}} + \underbrace{(x \& 38 = 0)}_{\text{ЛОЖЬ}} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких  $x$   $(x \& 19 = 0)$  и  $(x \& 38 \neq 0)$ ?

При  $x = 100100, 100000, 100$ .

Для всех этих  $x$  надо найти  
наименьшее неотрицательное  $A$ :  $x \& A$   
 $\neq 0$

$$A = 100100(2) = 36(10).$$

# ЕГЭ олимпиада. Районный тур

**Вар. 1604.** Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 11102 \& 01012 = 01002 = 4$ .

Для какого **наименьшего неотрицательного** целого числа  $A$  формула

$$(x \& A \neq 0) \vee ((x \& 12 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 45 \neq 0))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

$$(x \& A \neq 0) \vee ((x \& 12 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 45 \neq 0))$$

$$A \rightarrow B = \neg A + B$$

$$(x \& A \neq 0) + (((x \& 12 \neq 0) + (x \& A \neq 0)) \rightarrow (x \& 45 \neq 0))$$

$$\neg(A + B) = \neg A * \neg B$$

$$(x \& A \neq 0) + (x \& 12 = 0) * (x \& A = 0) + (x \& 45 \neq 0)$$

$$\neg A + B * A = (\neg A + B) * (\neg A + A) = (\neg A + B) * 1 = \neg A + B$$

$$(x \& A \neq 0) + (x \& 12 = 0) + (x \& 45 \neq 0)$$



$$(x \& A \neq 0) + \underline{(x \& 12 = 0)} + \underline{(x \& 45 \neq 0)} = 1$$

ЛОЖЬ

ЛОЖЬ

При каких  $x$   $(x \& 12 \neq 0)$  и  $(x \& 45 = 0)$ ?

$$12 = 8 + 4$$

$$45 = 32 + 8 + 4 + 1$$

1	1	0	0
$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$
$\neq 0$	$\neq 0$		

1	0	1	1	0	1
$x_5$	$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$
$= 0$		$= 0$	$= 0$		$= 0$

$x_5$	$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$
$= 0$		$= 0$	$= 0$		$= 0$

При любых  $x$  выражение истинно.