

**Решение заданий  
повышенной  
сложности по  
теме «Статика».**

В разделе механики «**Статика**» изучаются условия **равновесия тела или системы тел.**

Состояние механической системы называется *равновесным*, если все точки системы покоятся по отношению к выбранной системе отсчета.

Если система покоится относительно инерциальной системы отсчета, то такое равновесие называется **абсолютным**, если система покоится относительно неинерциальной системы отсчета, то равновесие – **относительное**.

## Схема оценивания заданий 29-32

**Условие равновесия материальной точки.**

Первое условие равновесия – равновесие материальной точки.

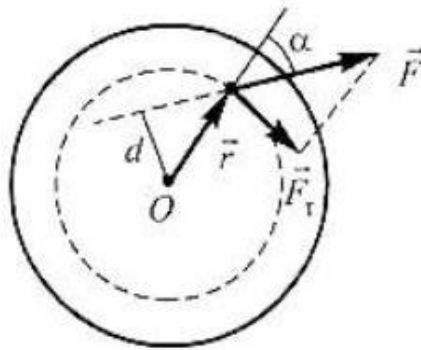
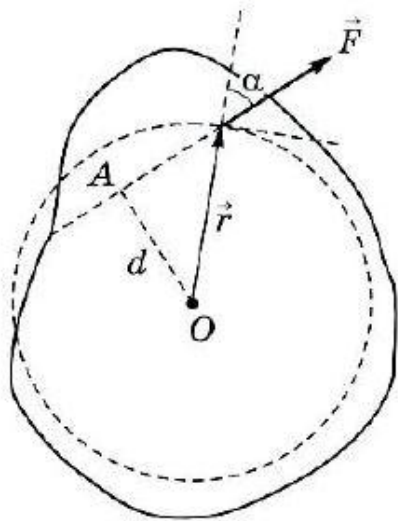
$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

## Условие равновесия тела, имеющего неподвижную ось вращения.

Момент силы – произведение силы на плечо.

Плечо силы – это кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы (отрезок  $d$ ).

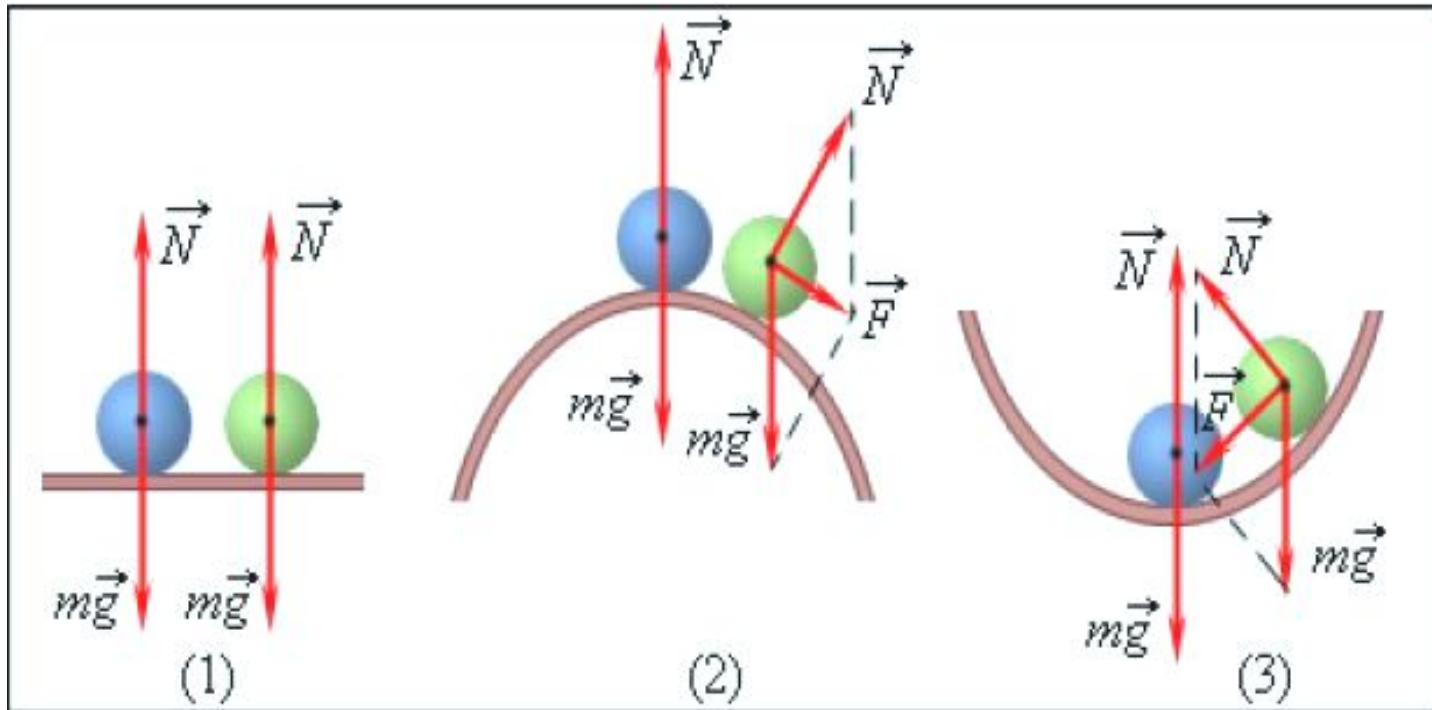
$$M = Fd = Fr \sin \alpha = F_{\tau} r$$



$$\sum_i M_i = 0.$$

## Типы равновесия тела

Положение равновесия бывает *безразличным, неустойчивым и устойчивым.*



## Определение центра тяжести и центра масс

**Центр тяжести** – это точка приложения результирующей всех сил тяжести, действующих на каждую частицу (элементарную массу) тела при любом его положении.

Любое тело можно представить состоящим из множества частиц массой  $m_i$ , где  $i$  – номер частицы.

**Центр масс** – это точка твердого тела или системы тел, которая движется так же, как и материальная точка, масса которой равна массе тела или системы и на которую действует та же результирующая сила, что и на твердое тело (систему тел).

Теорема о центре масс:

$$m\vec{a}_{\text{цм}} = \sum \vec{F}_i$$

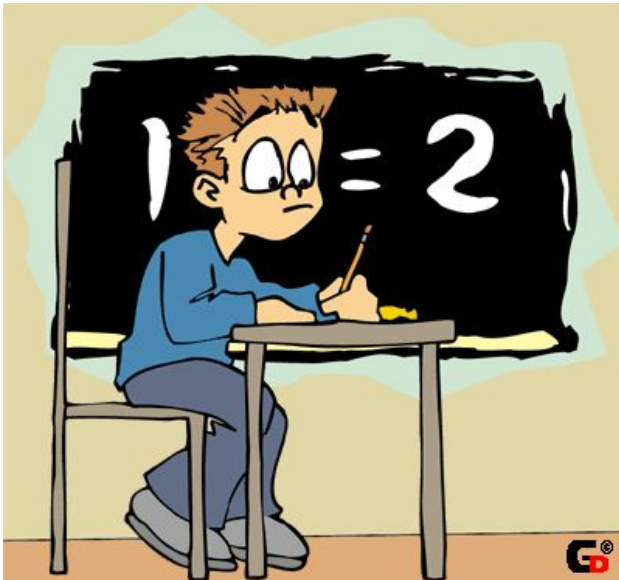
Положение центра масс всей системы или всего тела можно определить по формулам:

$$x_{\text{ц.м.}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{m}$$

$$y_{\text{ц.м.}} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} = \frac{\sum_i m_i y_i}{m},$$

$$z_{\text{ц.м.}} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} = \frac{\sum_i m_i z_i}{m}.$$

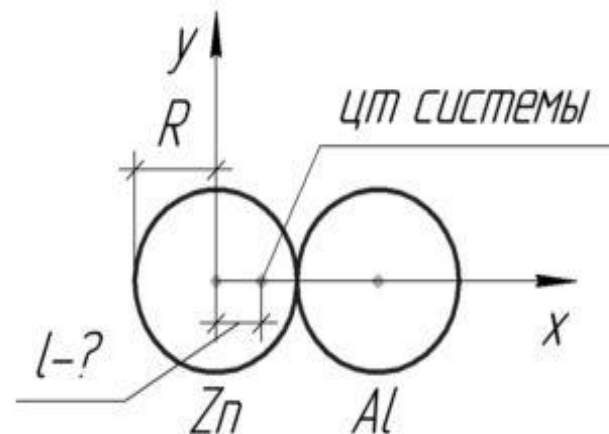
# Решение задач





1. Два шара, алюминиевый и цинковый, одинакового объема и радиуса 10 см, скреплены в точке касания. На каком расстоянии от центра цинкового шара находится центр тяжести системы?

$$x_{\text{цт}} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i g x_i}{\sum_{i=1}^n m_i g}$$

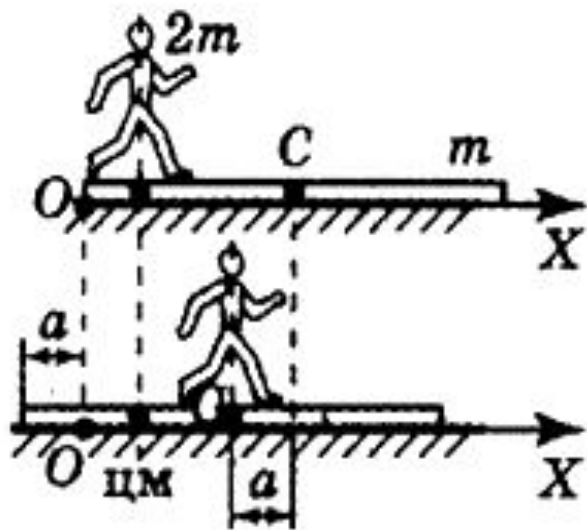


$$x_{\text{цт}} = \frac{m_{\text{Al}} \cdot g \cdot 2R + m_{\text{Zn}} \cdot g \cdot 0}{m_{\text{Al}} \cdot g + m_{\text{Zn}} \cdot g}$$

$$l = x_{\text{цт}}$$

$$l = \frac{\rho_{\text{Al}} \cdot 2R}{\rho_{\text{Al}} + \rho_{\text{Zn}}}$$

2. На гладкой горизонтальной поверхности лежит однородная доска массой  $m$  и длиной  $L$ . Человек, масса которого  $2m$ , переходит с одного конца доски на её середину. На сколько при этом сместится доска?



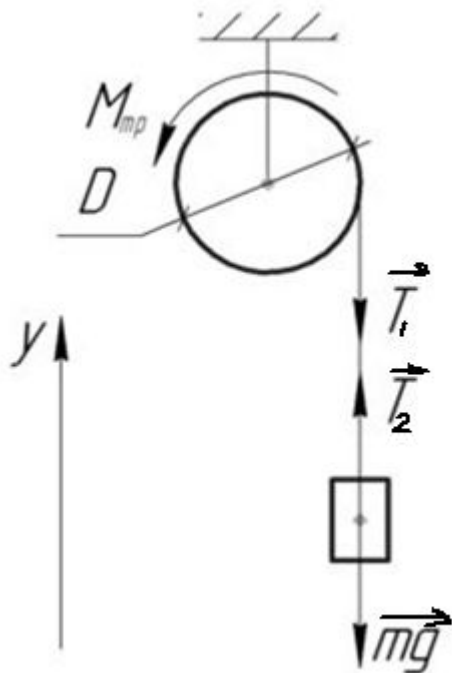
$$x_{\text{ЦМ}} = \frac{x_q 2m + x_c m}{3m} = \frac{(L/2)m}{3m} = \frac{L}{6}.$$

$$x'_{\text{ЦМ}} = \frac{x'_q 2m + x'_c m}{3m} = \frac{(L/2 - a)2m + (L/2 - a)m}{3m} =$$

$$= \frac{3(L/2 - a)m}{3m} = \frac{L}{2} - a.$$

$$x_{\text{ЦМ}} = x'_{\text{ЦМ}} \Rightarrow \frac{L}{6} = \frac{L}{2} - a \Rightarrow a = \frac{L}{2} - \frac{L}{6} = \frac{1}{3}L.$$

3. На барабан лебедки диаметра 20 см намотан трос. К тросу подвесили груз массы 20 кг. Если этот груз стал опускаться с постоянной скоростью, то чему равен момент сил трения относительно оси барабана?



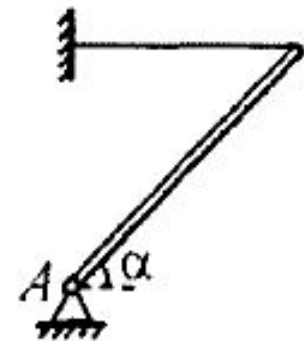
$$T_1 \cdot \frac{D}{2} - M_{\text{тр}} = 0$$

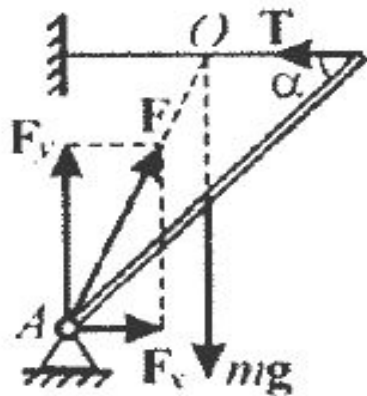
$$T_2 = mg$$

По 3 закону Ньютона  $T_1 = T_2$

$$M_{\text{тр}} = mg \cdot \frac{D}{2}$$

4. Тонкий однородный стержень укреплен на шарнире в точке  $A$  и удерживается горизонтальной нитью. Масса стержня  $1$  кг, угол его наклона к горизонту  $\alpha = 45^\circ$ . Найти модуль  $F$  силы реакции шарнира. Ускорение свободного падения принять равным  $10$  м/с<sup>2</sup>.





По 1 закону Ньютона

$$F_x = T \text{ и } F_y = mg$$

Правило моментов относительно т.А

$$mg \frac{l}{2} \cos \alpha = T l \sin \alpha,$$

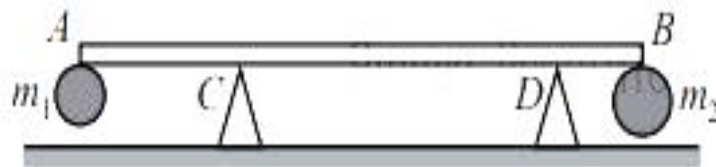
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = mg \sqrt{1 + \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2 \alpha} \approx 11 \text{ Н.}$$



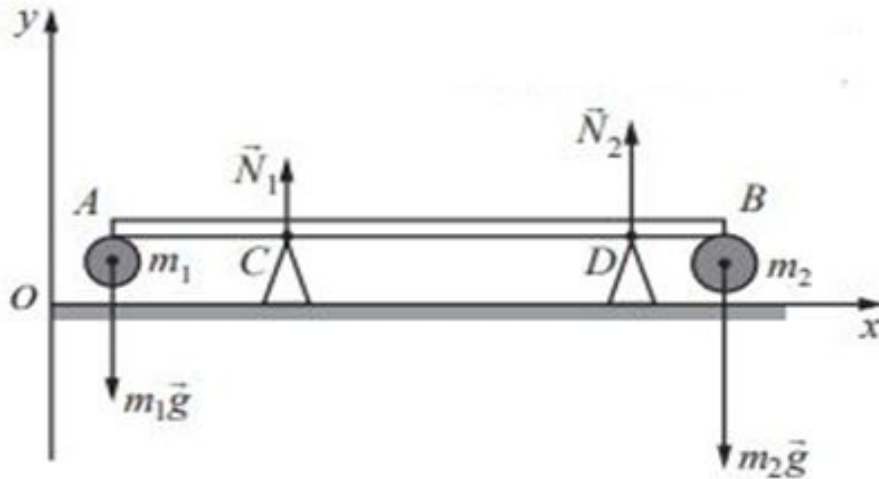
5. Два небольших шара массами  $m_1 = 0,2 \text{ кг}$  и  $m_2 = 0,3 \text{ кг}$  закреплены на концах невесомого стержня АВ, расположенного горизонтально на опорах С и D (см рис). Расстояние между опорами  $l = 0,6 \text{ м}$ , а расстояние АС равно  $0,2 \text{ м}$ .

Чему равна длина стержня  $L$ , если сила давления стержня на опору D в 2 раза больше, чем на опору С? Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на систему «стержень-шары»



По 1 закону Ньютона

$$N_1 + N_2 - m_1g - m_2g = 0$$

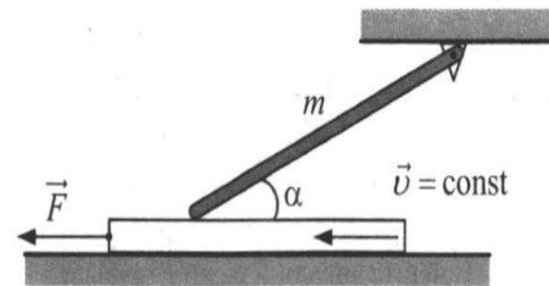


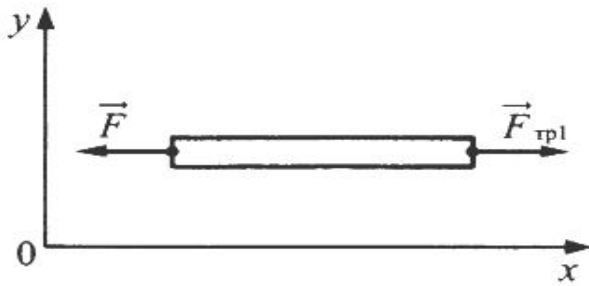
Правило моментов относительно т.А

$$N_1x + N_2(l + x) - m_2gL :$$

Здесь  $x = AC$  :

6. Однородный тонкий стержень массой  $m=1\text{кг}$  одним концом шарнирно прикреплен к потолку, а другим концом опирается на массивную горизонтальную доску, образуя с ней угол  $\alpha=30^\circ$ . Под действием горизонтальной силы  $F$  доска движется поступательно влево с постоянной скоростью (см рис). Стержень при этом неподвижен. Найдите  $F$ , если коэффициент трения стержня по доске  $\mu=0,2$ . Трением доски по опоре и трением в шарнире пренебречь.

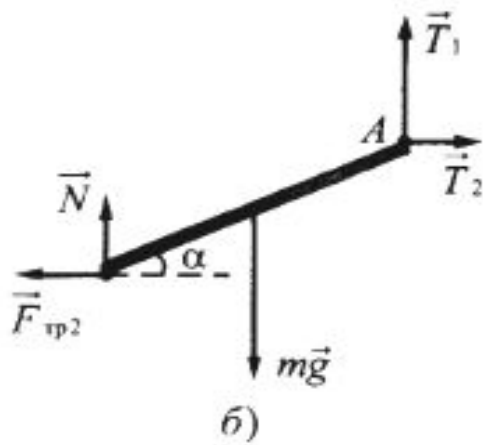




Для доски по 1 закону Ньютона

$$F_{\text{тр1}} - F = 0.$$

Для стержня.



По третьему закону Ньютона  $\vec{F}_{\text{тр2}} = -\vec{F}_{\text{тр1}}$ , поэтому

$$F_{\text{тр2}} = F_{\text{тр1}} = F.$$

Правило моментов относительно т.А

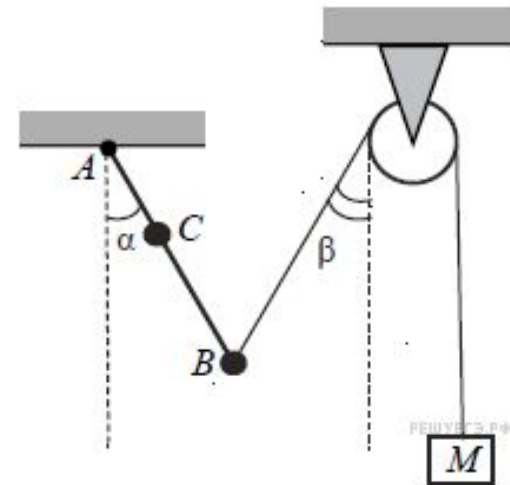
$$mg \frac{L}{2} \cos \alpha - F_{\text{тр2}} L \sin \alpha - NL \cos \alpha = 0.$$

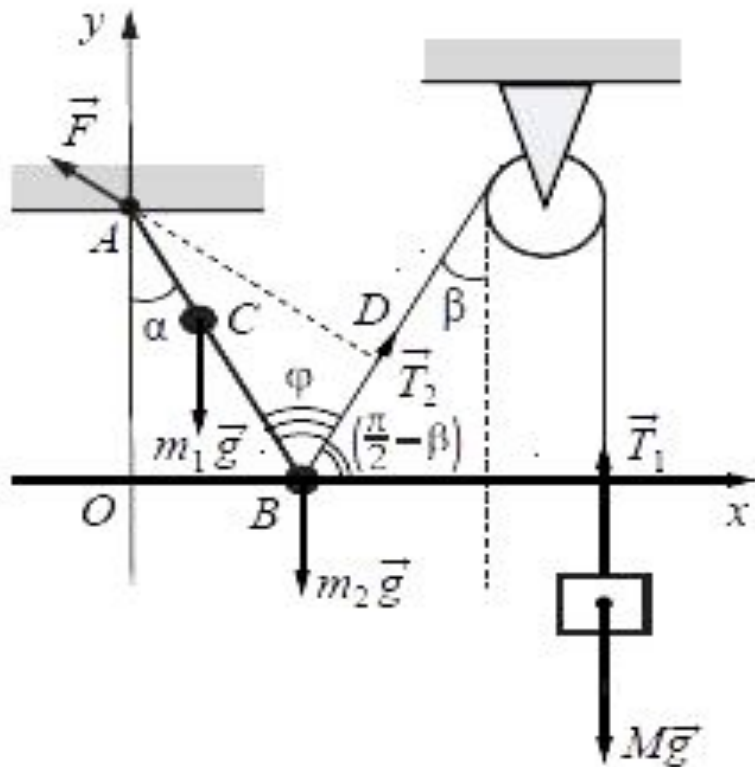
$$mg \cos \alpha - 2\mu N \sin \alpha - 2N \cos \alpha = 0$$

$$N = \frac{mg}{2(1 + \mu \operatorname{tg} \alpha)}.$$

$$\text{Отсюда: } F = F_{\text{тр2}} = \mu N = \frac{\mu mg}{2(1 + \mu \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{0,2 \cdot 1 \cdot 10}{2 \left( 1 + 0,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)} \approx 0,9 \text{ Н.}$$

7. Невесомый стержень  $AB$  с двумя малыми грузиками массами  $m_1 = 200$  г и  $m_2 = 100$  г, расположенными в точках  $C$  и  $B$  соответственно, шарнирно закреплён в точке  $A$ . Груз массой  $M = 100$  г подвешен к невесомому блоку за невесомую и нерастяжимую нить, другой конец которой соединён с нижним концом стержня, как показано на рисунке. Вся система находится в равновесии, если стержень отклонён от вертикали на угол  $\alpha$  и нить составляет угол с вертикалью, равный  $\beta$ . Расстояние  $AC = b = 25$  см. Определите длину  $l$  стержня  $AB$ . Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на груз  $M$  и стержень.





Для груза М по 1 закону Ньютона

$$T_1 - Mg = 0$$

Поскольку нить невесома, то  $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$ .

Для стержня правило моментов относительно т.А

$$m_1 g \cdot b \sin \alpha + m_2 g \cdot l \sin \alpha - T \cdot AD = 0$$

$$AD = l \sin \phi = l \sin(\alpha + \beta)$$

$$l = \frac{m_1 \cdot b \sin \alpha}{M \sin(\alpha + \beta) - m_2 \sin \alpha} = \frac{200 \cdot 25 \cdot \frac{1}{2}}{100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 100 \cdot \frac{1}{2}} \approx 68,3 \text{ см}$$

