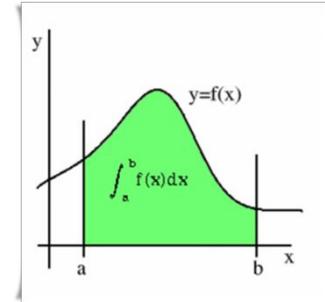
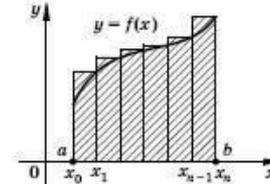


История возникновения интеграла



$$\begin{aligned} \int dx &= C \\ \int a dx &= ax + C \\ \int \frac{1}{x} dx &= \ln|x| + C, x \neq 0 \\ \int \frac{1}{x^2} dx &= -\frac{1}{x} + C \\ \int \frac{1}{x^2 + a^2} dx &= \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \\ \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx &= \arcsin \frac{x}{a} + C \\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx &= \operatorname{arccosh} \frac{x}{a} + C \\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx &= \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C \\ \int \frac{1}{\sin x} dx &= -\operatorname{ctg} x + C \\ \int \operatorname{sh} x dx &= \operatorname{ch} x + C \\ \int \operatorname{ch} x dx &= \operatorname{sh} x + C \\ \int \operatorname{th} x dx &= \ln|\operatorname{ch} x| \\ \int \operatorname{csch} x dx &= \ln|\operatorname{th} \frac{x}{2}| \\ \int e^x dx &= e^x + C \\ \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C \\ \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} &= \arcsin \frac{x}{a} + C \\ \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} &= \operatorname{arccosh} \frac{x}{a} + C \\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx &= \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C \\ \int \frac{1}{\sin x} dx &= -\operatorname{ctg} x + C \\ \int \operatorname{sh} x dx &= \operatorname{ch} x + C \\ \int \operatorname{ch} x dx &= \operatorname{sh} x + C \\ \int \operatorname{th} x dx &= \ln|\operatorname{ch} x| \\ \int \operatorname{csch} x dx &= \ln|\operatorname{th} \frac{x}{2}| \\ \int \sin x dx &= -\cos x + C \\ \int \cos x dx &= \sin x + C \\ \int \operatorname{tg} x dx &= -\ln|\cos x| + C \\ \int \operatorname{ctg} x dx &= \ln|\sin x| + C \\ \int \sec x dx &= \ln|\sec x + \operatorname{tg} x| + C \\ \int \operatorname{csc} x dx &= -\ln|\csc x + \operatorname{ctg} x| + C \end{aligned}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

1. Введение



Древняя Греция,
примерно
1800 год до н. э.

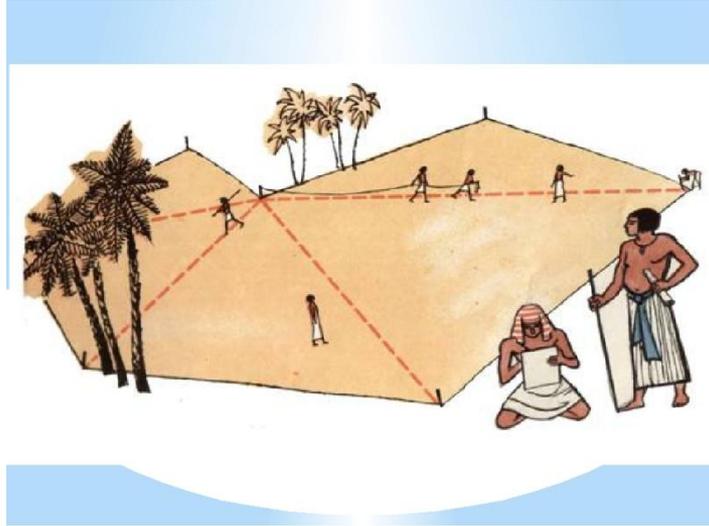
Московский математический папирус

Около 1850 г. до н. э.,

- Весь текст папируса в 1930 году в книге был разбит Василием Васильевичем Струве на 25 задач, к каждой из которых составитель привёл решение.
- Большинство задач Московского математического папируса посвящены практическим проблемам, связанным с применением геометрии.

2. Исторические предпосылки возникновения интегрального исчисления

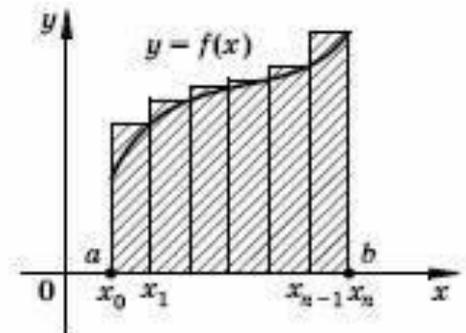
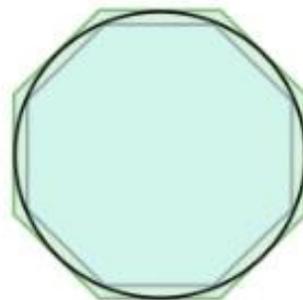
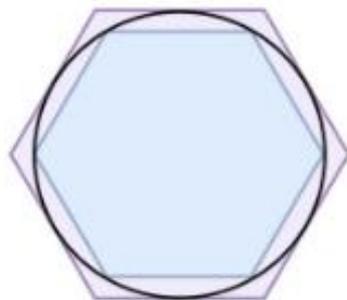
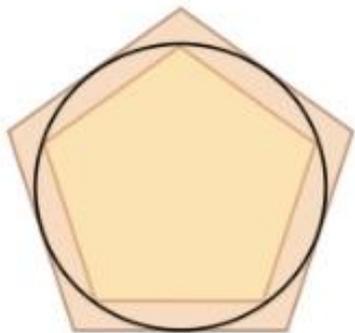
Потребность измерять физические и геометрические величины, например, измерить длину кривой, вычислить площади фигур, объёмы тел.



3. Первые методы интегрирования и их



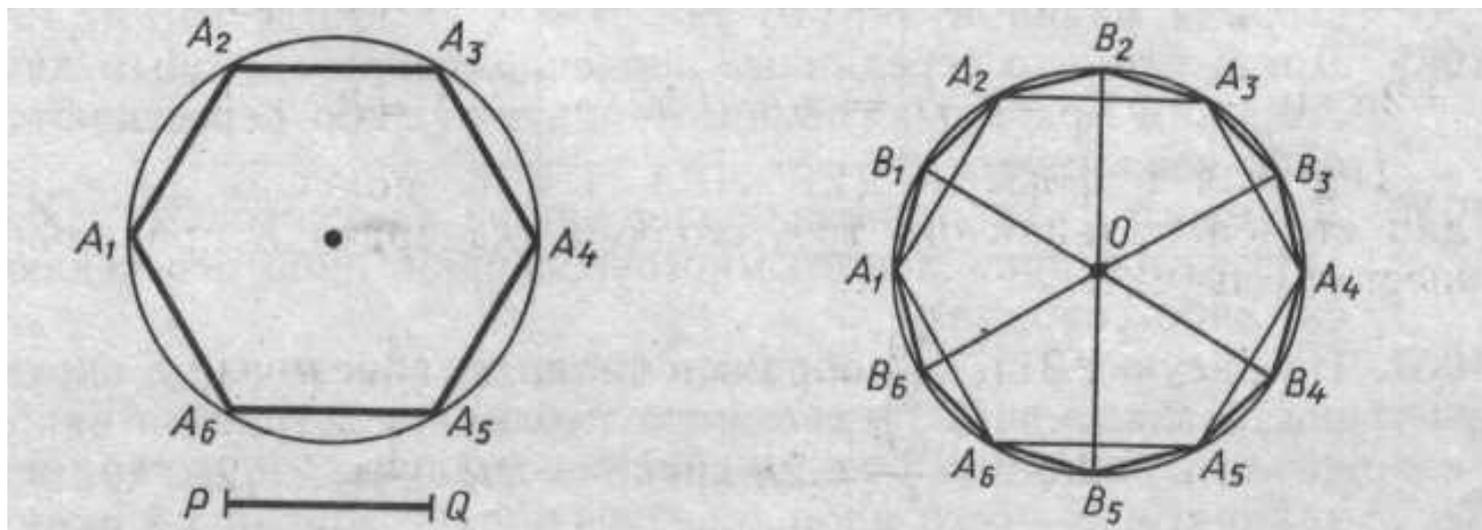
Древнегреческий математик, механик и астроном Евдокс Книдский (408-355 года до н.э.) – ИЗОБРЕТАТЕЛЬ ИНТЕГРАЛА.



Вычисление площади круга при помощи других фигур — «методом исчерпывания»



«Метод исчерпывания» получил дальнейшее развитие в работах древнегреческого математика, физика и инженера Архимеда (287 - 212 года до н.э.) для расчёта площади сегмента параболы и приближенного расчёта площади круга.





Огромный шаг вперед в развитии интегрального исчисления был сделан в XI веке в Ираке арабским ученым, математиком, механиком, физиком и астрономом Ибн ал-Хайсамом (965-1039)

Нахождение суммы последовательности
квадратов натуральных чисел

справедлива формула

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

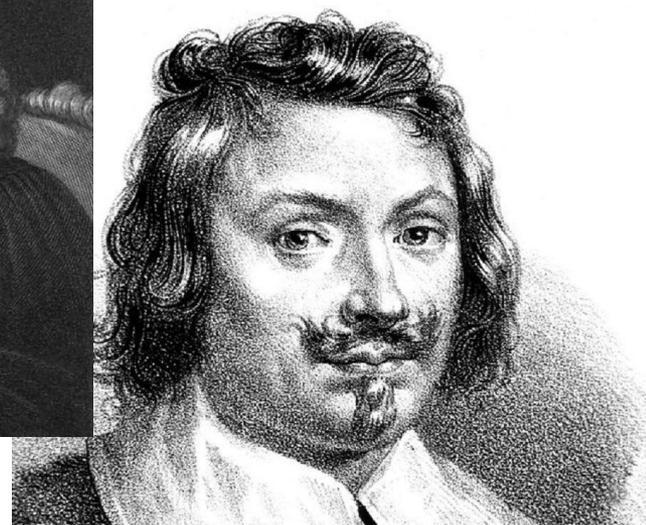
доказательство можно провести по индукции

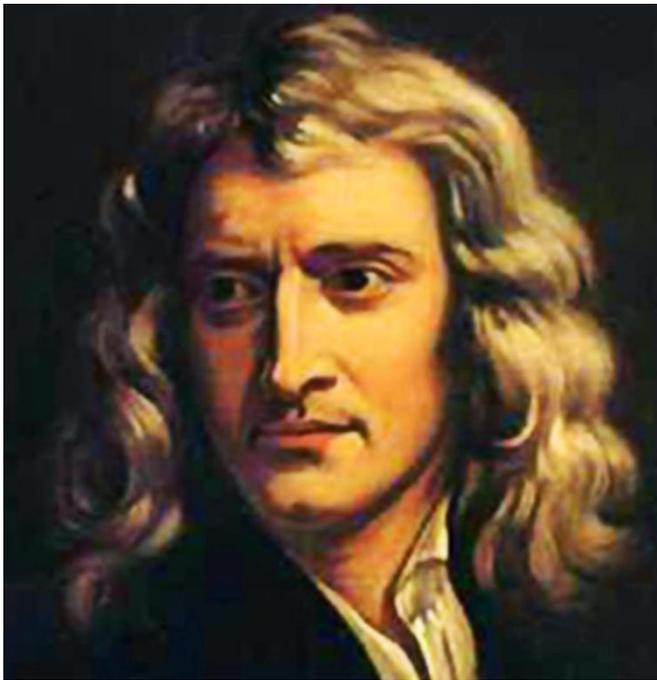
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2;$$

$$\int_0^a \sqrt{x} dx$$

Итальянский математик Бонавентура Кавальери (1598 - 1647), французский математик Пьера де Ферма (1601 - 1665): основы современного интегрального исчисления.

Английский математик и физик Исаака Барроу (1630 - 1677) и итальянский математика и физик Торричелли (1608 - 1647): первые намеки на связь между интегрированием и дифференцированием.





Исаака НЬЮТОН



Готфрид Вильгельм фон Лейбниц



Швейцарский учёный
Иоганн Бернулли развил теорию
интегрального исчисления .



Российский учёный Леонард Эйлер.
«Интегральное исчисление»

4. Обозначение интегрирования

$$\int_a^b f(x) dx$$

Термин “интеграл” придумал швейцарский математик Бернулли.

Обозначение неопределённого интеграла буквой "длинная s" - немецкий ученый Лейбниц.

Термин «определённый интеграл» - французский учёный Лаплас.

Обозначение определённого интеграла, с указанием пределов интегрирования - французский математик Фурье.

5. Выво

д

Древнегреческие ученые заложили основу методов интегрирования, позволивших в дальнейшем создать и развить теорию интегрального исчисления и ее применения.

Задачи, решаемые с использованием понятия интеграла, решаются быстрее и точнее, чем без него.