

## **Лекция 1-2.**

**Динамика сооружений. Основные понятия. Динамические нагрузки.**

**Методы расчета**

### **Содержание**

**1. Виды нагрузок.**

**2. Степень динамической свободы.**

**3. Свободные и вынужденные колебания упругих систем.**

# **Динамические нагрузки. Степень свободы. Свободные и вынужденные колебания упругих систем**

**Динамические нагрузки это нагрузки, при действии которых массам сооружения сообщаются ускорения, играющие существенную роль и возникающими силами инерции пренебрегать нельзя.**

**Перемещения, возникающие от динамической нагрузки, переменны во времени. Как и в статике, в динамике существуют 2 типа расчета:**

- 1. Проверочный расчет – определение максимальных напряжений и деформаций, вызванных в данном сооружении заданной динамической нагрузкой;**
- 2. Проектировочный расчет – подбор таких размеров сооружения, которые обеспечивают малые напряжения и деформации при заданных динамических нагрузках.**

# Виды динамических нагрузок

1. Периодическая, создаваемая стационарными машинами и механизмами с движущимися частями. Например, электродвигатели, турбогенераторы, станки и др. Нагрузки этого вида почти не зависят от свойств конструкции, на которые они действуют, но являются основным источником колебаний этих конструкций. Если периодическая нагрузка изменяется по закону синуса или косинуса, то соответствующие колебания называются гармоническими или вибрационными.
2. Импульсивная и ударная нагрузка, создаваемая падающими грузами и падающими частями силовых установок (молотов, копров и др.). Эти нагрузки характеризуются небольшой продолжительностью действия и зависят от упругих и инерционных свойств конструкций, воспринимающих удар.
3. Подвижная, положение которой в пролетах сооружения изменяется во времени, например, нагрузка от подвижного состава железных дорог.
4. Сейсмическая нагрузка – это беспорядочное движение почвы, толчки, удары при землетрясении.

# Методы динамического расчета

**1. Статический, основанный на применении уравнений динамического равновесия, которые отличаются от уравнений статического равновесия дополнительным учетом, согласно принципу Даламбера, сил инерции в виде произведения масс или их моментов инерции на ускорения, т.е. на вторые производные линейных или угловых перемещений во времени.**

$$I_x = mx''', M_x = I_{mx} \alpha'', \quad I_{mx} = \int \rho^2 dm$$

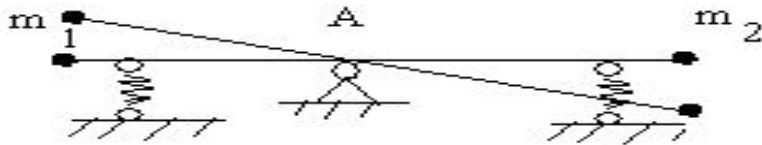
**2. Энергетический, основанный на применении закона сохранения энергии, согласно которому сумма потенциальной и кинетической энергии упругой системы является величиной постоянной во времени.**

$$K + V = 0, \quad K = \sum \frac{m_i V_i^2}{2} + \sum \int \frac{m(z) dz V^2(z)}{2},$$
$$V = \frac{1}{2} \left[ \sum \int \frac{M^2 ds}{EI} + \sum \int \frac{N^2 ds}{EA} + \sum \int \mu \frac{Q^2 ds}{GA} \right]$$

# Степень свободы упругой системы

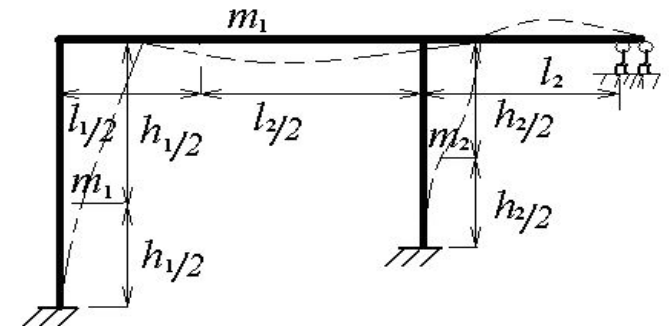
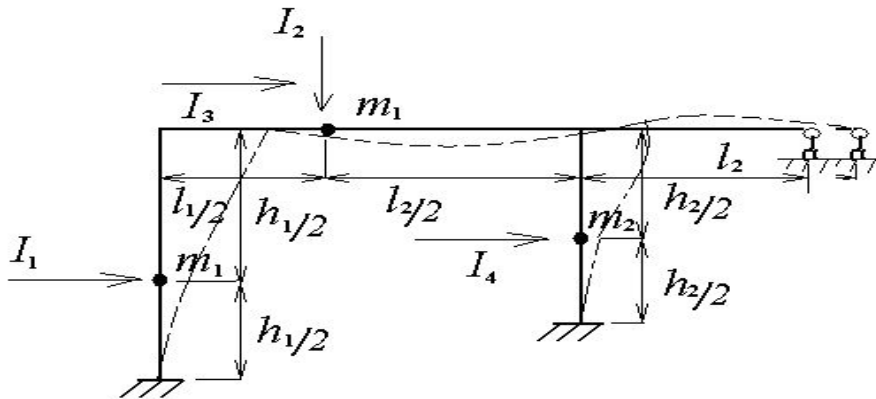
Степенью свободы называют количество независимых геометрических параметров, определяющих положение всех масс при всевозможных деформациях системы.

$n=1$



$n = \infty$

$n=4$



# Свободные и вынужденные колебания

Если упругую систему каким-либо образом, например, импульсом или толчком вывести из состояния устойчивого равновесия, а затем убрать причину, выводящую систему из этого состояния, то система будет совершать колебания около устойчивого положения равновесия. Такие колебания называются свободными.

- Свободные периодические колебания, совершаемые по гармоническому закону с одной частотой, когда отношение перемещений двух любых точек в любой момент времени не меняется называется собственными, а формы колебаний, им соответствующие, называются собственными или главными формами колебаний.

Если на систему действует непрерывно какая-то сила  $P(t)$ , то она непрерывно будет сообщать системе энергию и вызывать ее движение. Такие движения называются вынужденными. Если вызываемые динамической нагрузкой движение в рассматриваемый отрезок времени неоднократно меняет свой направление, то такое движение называется вынужденным колебанием.

Отношение динамического значения какой-то величины (перемещения, силы, момента и т.д.) к статическому ее значению от наибольшего значения данной нагрузки, считая ее статической, называется динамическим коэффициентом для указанной величины и обозначается  $\mu = M_{\text{дин}} / M_{\text{стат}}$ ;  $\mu = U_{\text{дин}} / U_{\text{стат}}$ .

## Основные допущения при изгибе балок

- 1) размеры поперечного сечения балки незначительны по сравнению с ее длиной;
- 2) в недеформированном состоянии ось балки прямолинейна. Эту прямолинейную ось балки принимают за ось абсцисс ( $Ox$ ) и от нее отсчитываются отклонения элементов при изгибных колебаниях;
- 3) отклонения точек оси балки происходят перпендикулярно к ее недеформированному, прямолинейному направлению, пренебрегая смещениями этих точек, параллельных оси;
- 4) поперечные колебания стержня являются малыми отклонениями в том смысле, что возникающие при этом восстанавливающие силы остаются в пределах пропорциональности;
- 5) колебания происходят в одной из главных плоскостей изгиба стержня;
- 6) погонная масса балки, жесткость или податливость, а также интенсивность внешней нагрузки являются непрерывными или кусочно-непрерывными функциями одной координаты  $x$  – расстояния, отсчитываемого от выбранного на оси начала;
- 7) каждое плоское поперечное сечение недеформированного стержня будет оставаться плоскостью при любой его деформации (гипотеза Бернулли).

# Свободные колебания системы с одной степенью свободы

$R = -ry$  – упругие силы

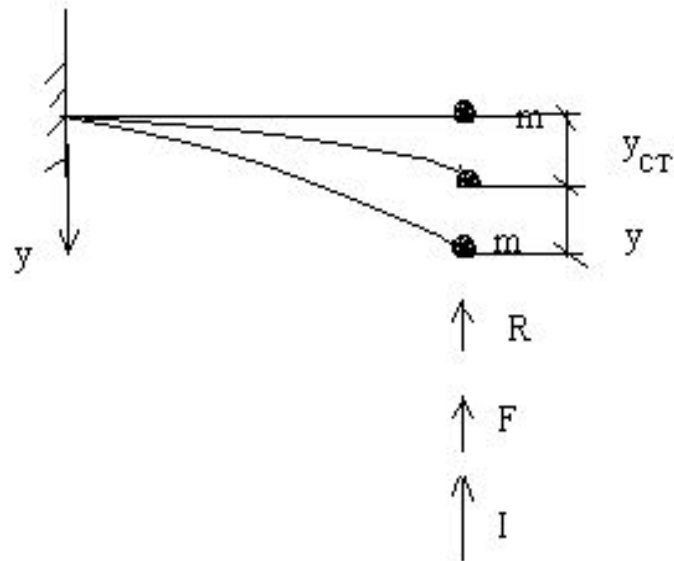
$$y = \delta_{11} \cdot r = 1, \quad r = 1 / \delta_{11}$$

$F = -kV$      $F$  - сила  
сопротивления

$k$  - коэффициент пропорциональности,  
 $V$  - скорость, равная  $dy/dt$ .

Сила инерции  $I$

$$I = -m \frac{dV}{dt} = -m \frac{d^2 y}{dt^2} = -my''$$



Уравнение динамического равновесия

$$\sum Y = 0, \quad -R - F - I = 0,$$

$$y'' + \frac{k}{m} y' + \frac{r}{m} y = 0$$



# Корни характеристического уравнения и решение дифференциального уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-k}{2m} \pm \sqrt{\frac{k^2}{4m^2} - \frac{r}{m}}, \quad x_1 = -\frac{k}{2m} \pm \omega i,$$

$$y = C_1 e^{x_1 t} + C_2 e^{x_2 t},$$

$$y = a_0 e^{\frac{-kt}{2m}} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

$$\omega = \sqrt{\frac{r}{m} - \frac{k^2}{4m^2}}$$

где  $e=2,72$  – основа натурального логарифма,

$\omega$  – частота свободных колебаний, т.е. число циклов колебаний в  $2\pi$  сек.,

$a_0, \varphi_0$  – соответственно амплитуда свободных колебаний и начальная фаза. Обозначим начальное смещение и начальную скорость через  $y_0$  и  $V_0$ , тогда, используя решение дифференциального уравнения, можно записать:

$$t = 0 \quad y_0 = a_0 \sin \varphi_0,$$

$$t = 0 \quad \frac{dy}{dt} = V_0,$$