

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**БАЛТИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. УСТИНОВА**

Кафедра Н1 Мехатроника и робототехника

К.т.н., доцент Савельев Б.Н.

# **Электромеханические исполнительные элементы**

**презентация курса лекций**

**Часть 1 (постоянного тока)**

Санкт – Петербург  
2015 г.

# Введение

## Основные понятия и определения

**1. Механика** - наука о механическом движении материальных тел и происходящих при этом взаимодействиях между телами.

**2. Привод** – устройство приведения в движение механических объектов различного назначения.

### 3. Система автоматического привода (САП)

**САП**- совокупность устройств, объединенных в систему, предназначенную для приведения в движение и управления движением рабочих органов машин или иных механических объектов управления в соответствии с заданной технологией.

**4. Электроника** - наука о взаимодействии электронов с электромагнитными полями и о методах создания приборов и устройств, в которых это взаимодействие используется для преобразования электромагнитной энергии, в основном, для передачи, обработки и хранения информации

**5. Мехатроника** -область науки о механическом движении, взаимодействии твердых тел и управлении их движением с использованием электронных приборов и устройств.

**6. Мехатронная система** - система автоматического управления движением механических объектов, построенная с использованием электронных приборов и устройств.



# Основные понятия и определения

**7. Техническая система** - устройство, которое обладает совокупностью следующих основных признаков:

- является законченным видом технической продукции;
- состоит из взаимодействующих элементов, узлов, агрегатов, подсистем;
- самостоятельно выполняет определенные функции;
- взаимодействует с внешней средой и другими техническими объектами.

**8. Управление** - процесс целесообразного воздействия на объект управления, обеспечивающий его желаемое (заданное) поведение, режим работы или выходные переменные.

**9. Регулирование** - частный случай процесса управления, целью которого является воспроизведение системой поступающих на нее извне заданий (задающих воздействий).

**10. Автоматизация** - процесс исключения человека из технологического процесса или из отдельных его операций (выполнение операций без непосредственного участия человека).

**11. Система автоматического управления (САУ)**

**САУ** каким-либо объектом называется техническая система, включающая в себя этот объект управления (ОУ) и присоединяемую к нему автоматическую аппаратуру, обеспечивающую заданный режим работы или выходные переменные объекта в соответствии с командами задающего устройства, являющегося частью этой автоматической аппаратуры.

**12. Автоматическая управляющая система** - автоматическая аппаратура САУ.

**13. Система автоматического регулирования (САР)**

**САР** – техническая система, в которой задаваемый от внешнего задающего устройства режим работы ОУ или его регулируемая переменная воспроизводится и поддерживается с помощью присоединяемых к ОУ автоматически действующих устройств.

**14. Автоматический регулятор** - автоматические устройства САР,

## Обобщенные схемы САУ и САР

### Условные обозначения:

**ОУ** – объект управления;  
**АУС** – автоматическая управляющая система;  
**Авт. Рег.** – автоматический регулятор;  
**АЗУ** – автоматическое задающее устройство;

$\overset{\Delta}{Y}$  - регулируемые переменные ОУ;  
 $\overset{\Delta}{V}$  - возмущающие воздействия на ОУ;  
 $\overset{\Delta}{U}$  - управляющие воздействия на ОУ;

$\overset{\Delta}{X}$  - управляющие воздействия на САР;

**ЗУ** – внешнее задающее устройство.

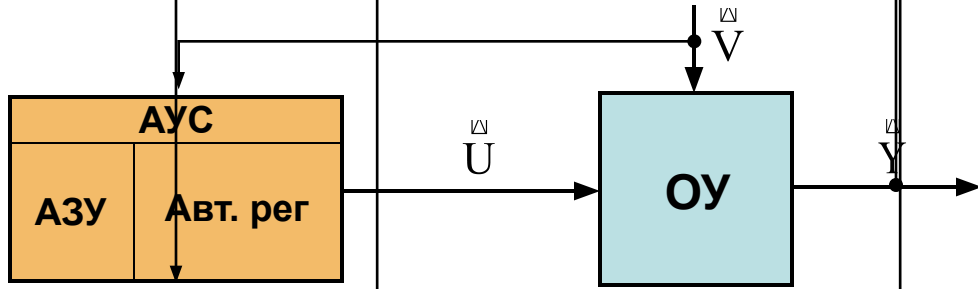


Рис.1 Обобщенная схема САУ

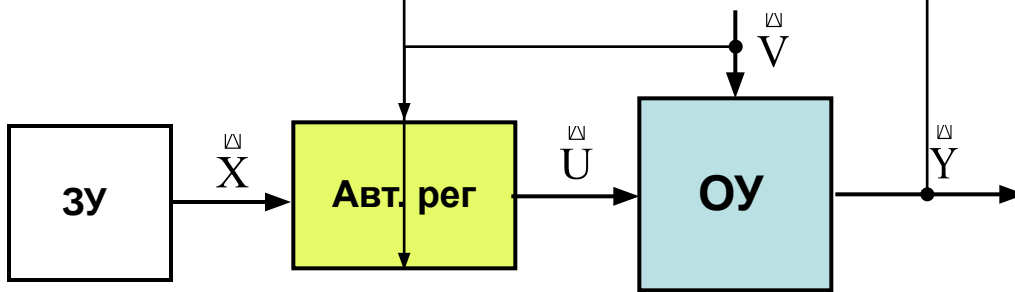


Рис.2 Обобщенная схема САР

# Классификация САР по реализованному в них принципу управления

## САР, работающие по разомкнутому циклу (разомкнутые системы)

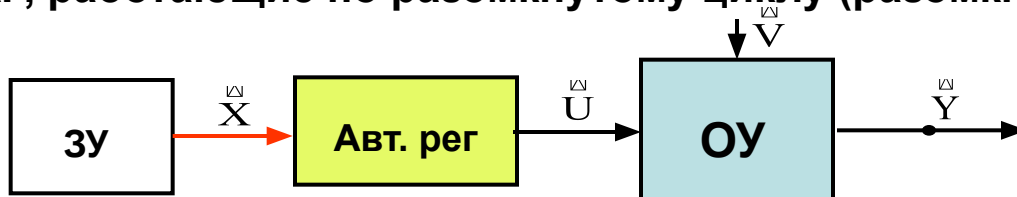


Рис. 3 Управление по задающему воздействию

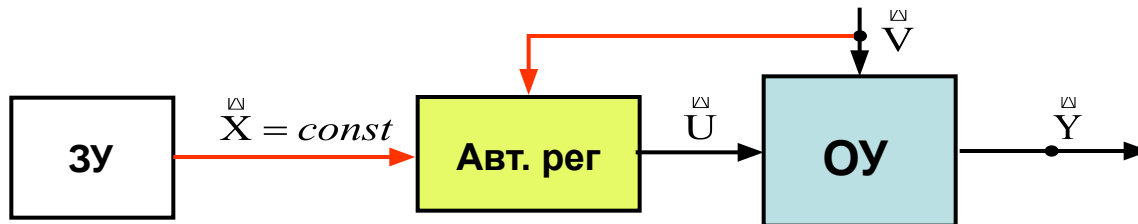


Рис. 4 Управление по возмущающему воздействию

## САР, работающие по замкнутому циклу (замкнутые системы)

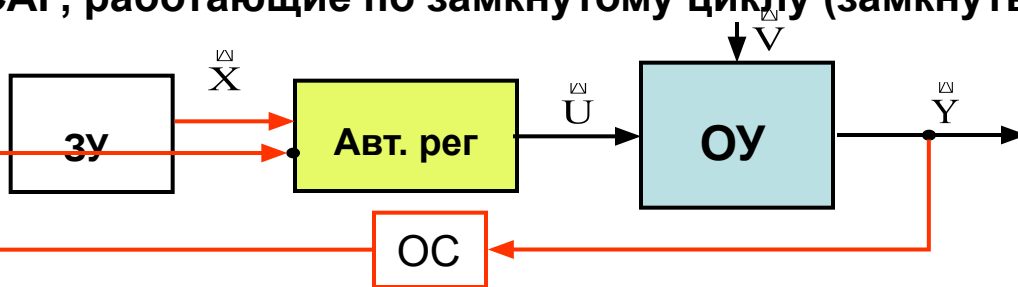


Рис. 5 Управление по отклонению

## САР комбинированного управления

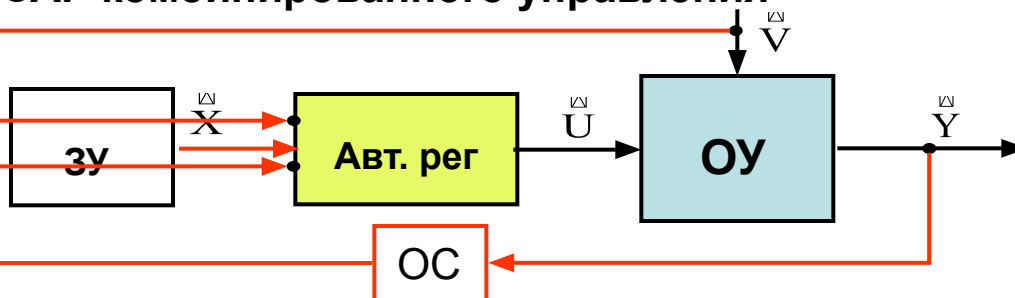


Рис. 6 Управление по отклонению и возмущению

# Классификация САР по наличию УПУ и дополнительного ИП

## Обобщенные функциональные схемы САР

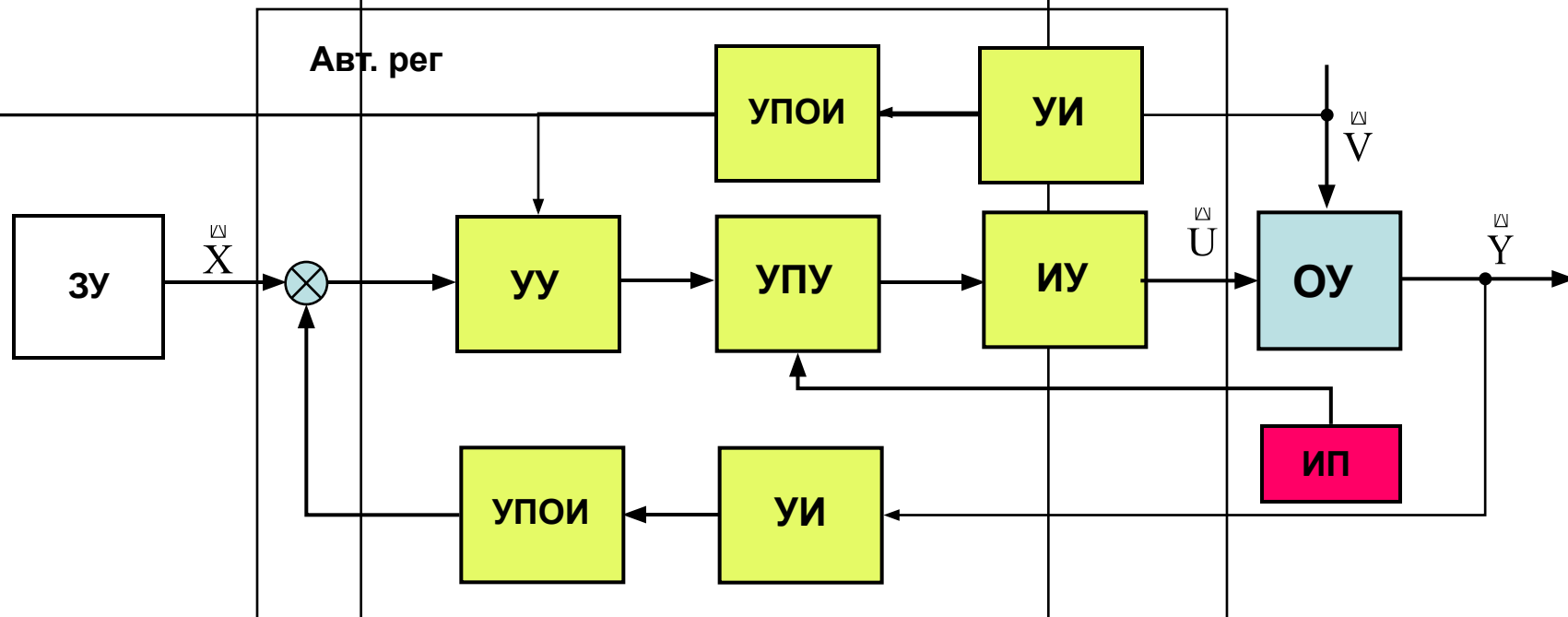


Рис.7 САР непрямого действия.

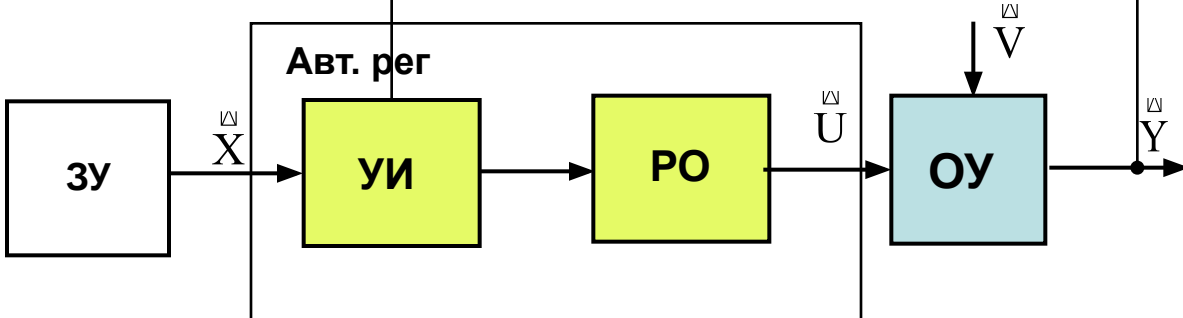


Рис.8 САР прямого действия.

- Условные обозначения:**
- ИУ** – исполнительное устройство;
  - УПУ** – усилительно-преобразовательное устройство;
  - уу** – устройство управления;
  - УИ** – устройства измерений;
  - УПОИ** – устройства предварительной обработки информации;
  - РО** – регулирующий орган,
  - ИП** – источник питания

# СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРЯМОГО ДЕЙСТВИЯ

## РЕГУЛЯТОР УАТТА

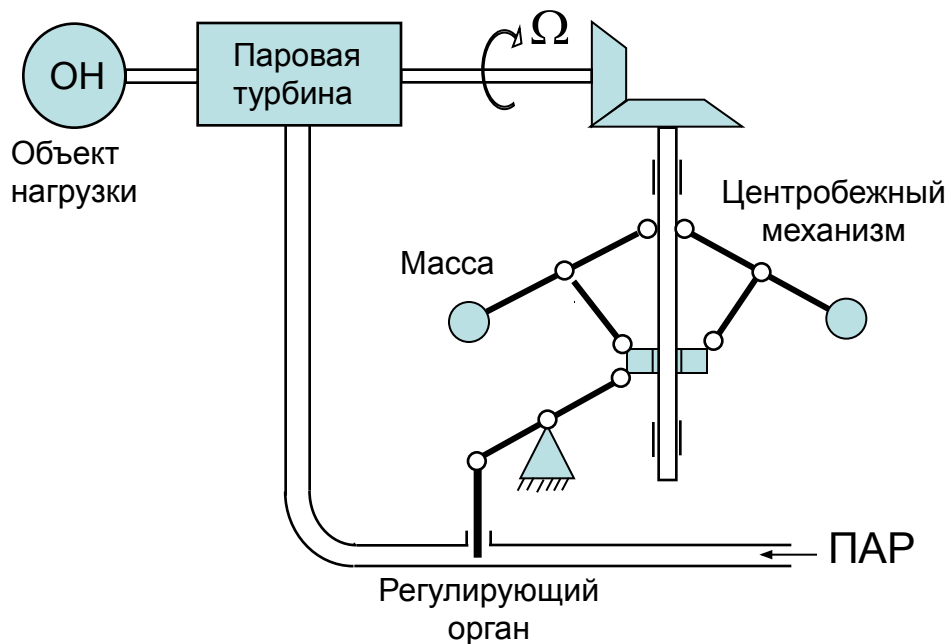


Рис. 10

## РЕГУЛЯТОР ПОЛЗУНОВА

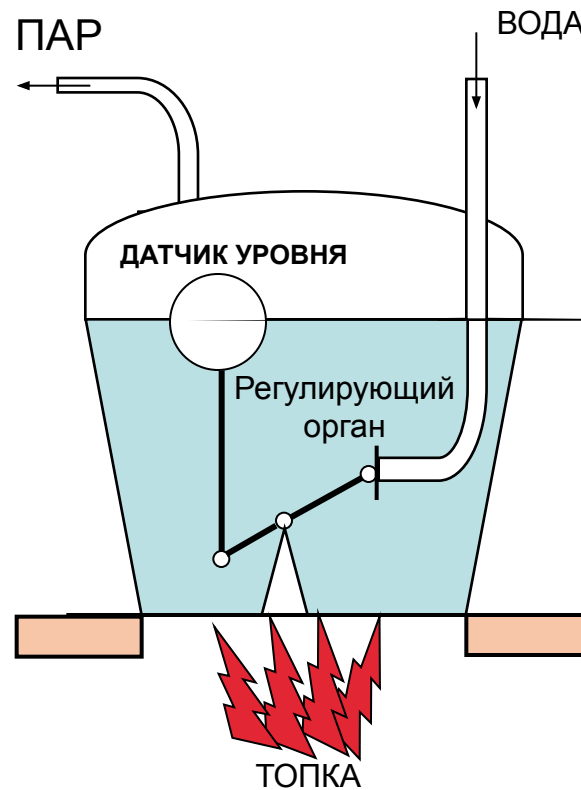


Рис. 9

# Классификация САР по характеру внутренних процессов

## Статические характеристики звеньев непрерывного действия

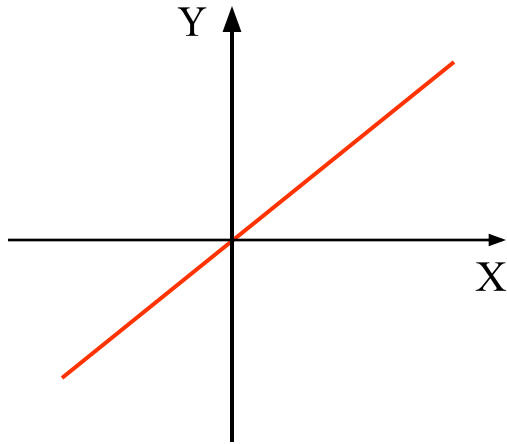


Рис.11 Пропорциональная

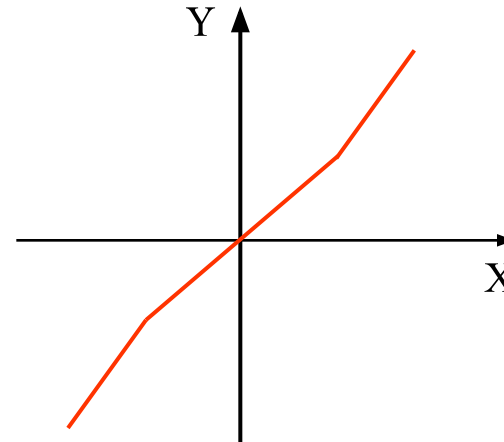


Рис.12 Кусочно - линейная

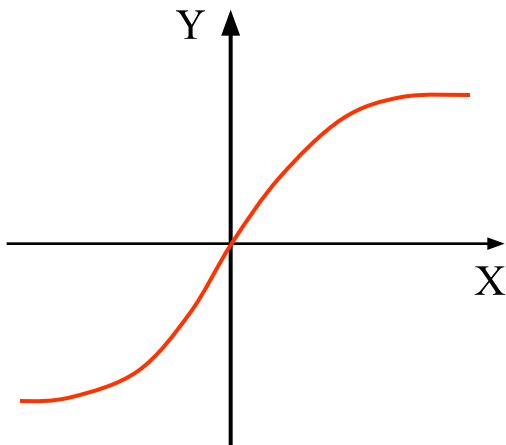


Рис.13 Насыщение

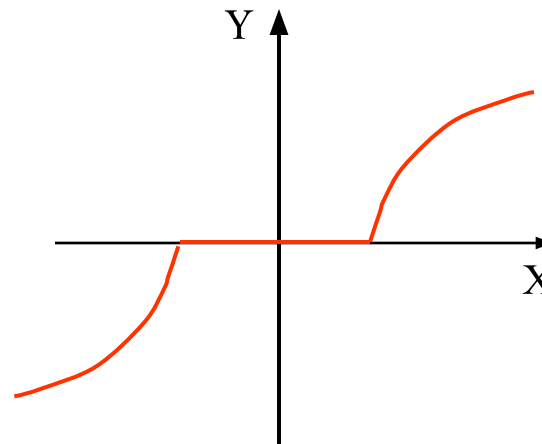


Рис.14 Зона нечувствительности

И тому подобные

## Статические характеристики звеньев дискретного действия

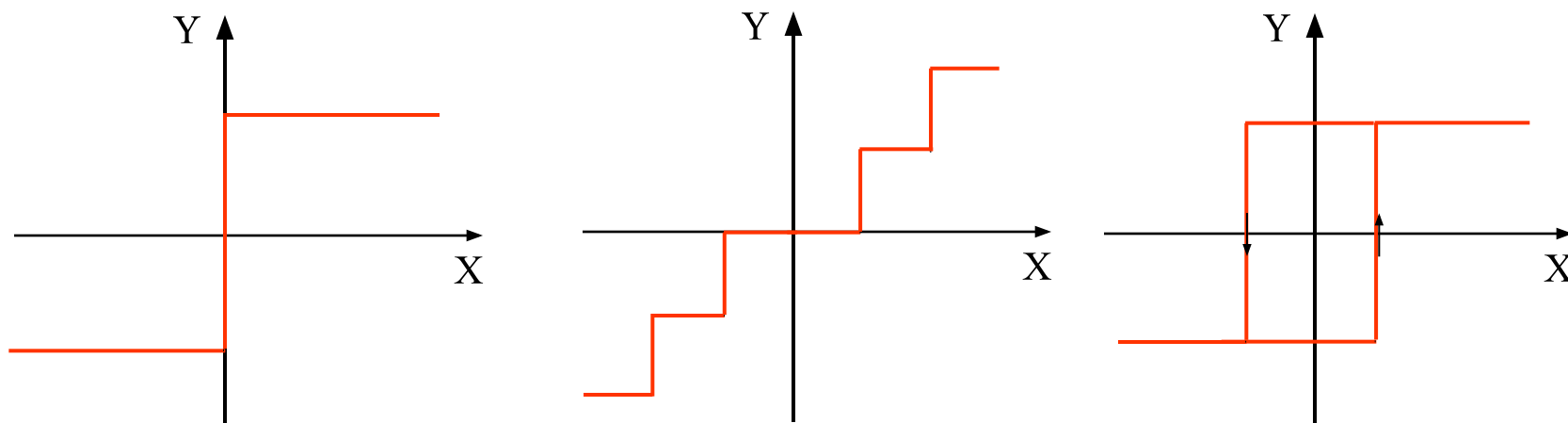


Рис.15 Статические характеристики звеньев релейного действия

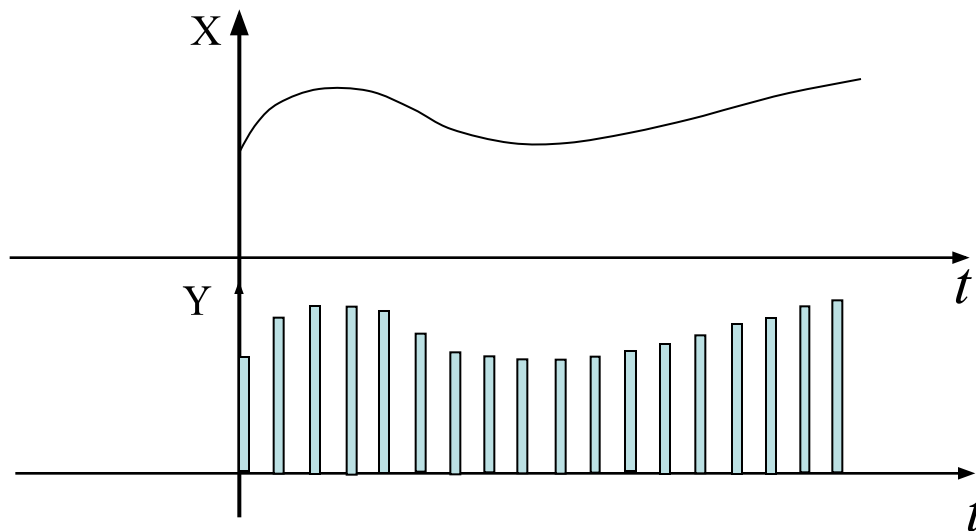


Рис.16 Статические характеристики звеньев импульсного действия

# САР температуры охлаждающей жидкости в двигателе

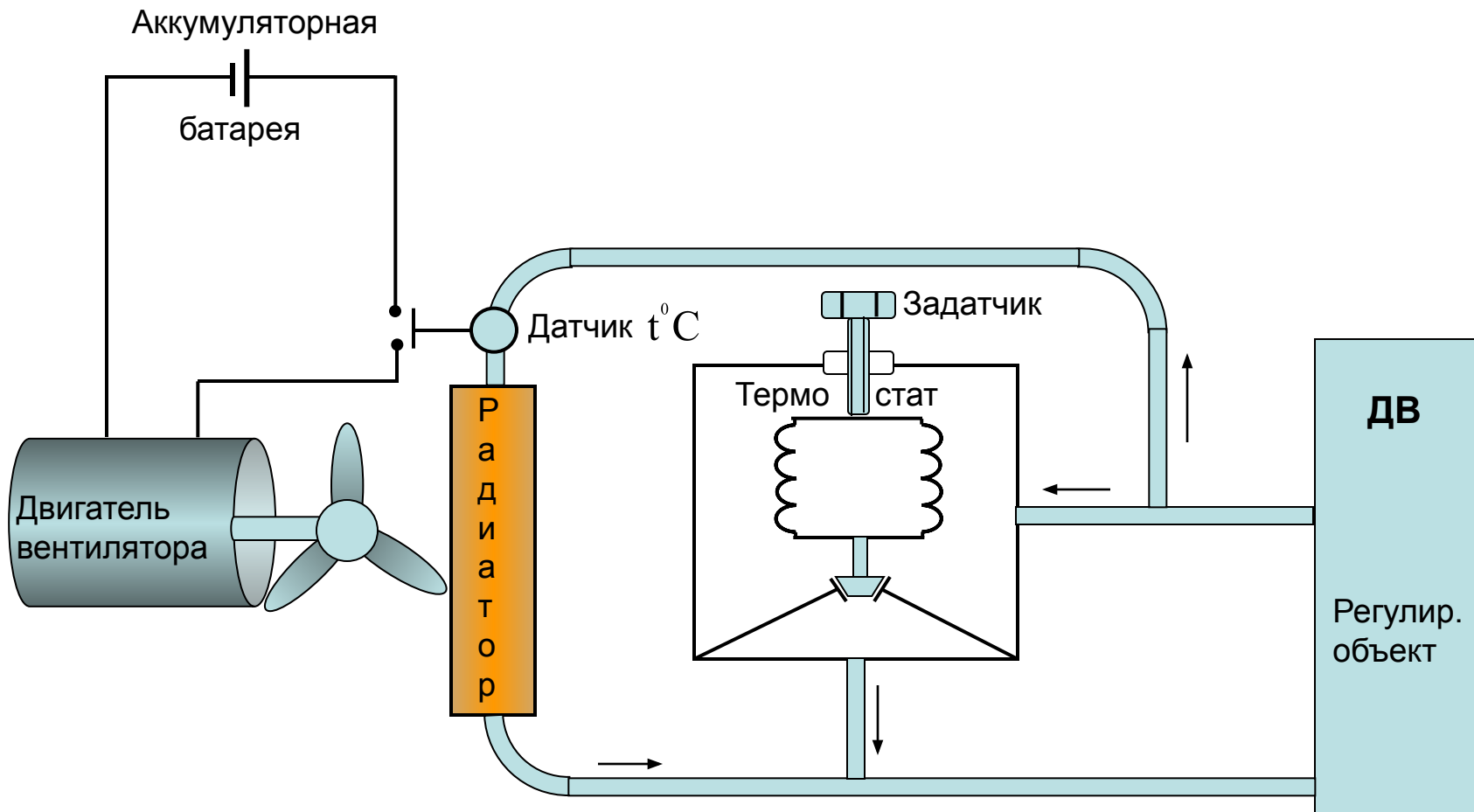


Рис.17



# Классификация приводов по схеме построения силовой части

Индивидуальный однодвигательный  
привод

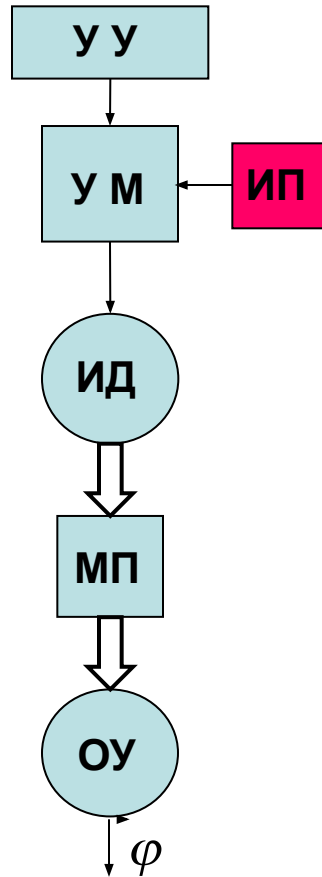


Рис.18

Групповой привод

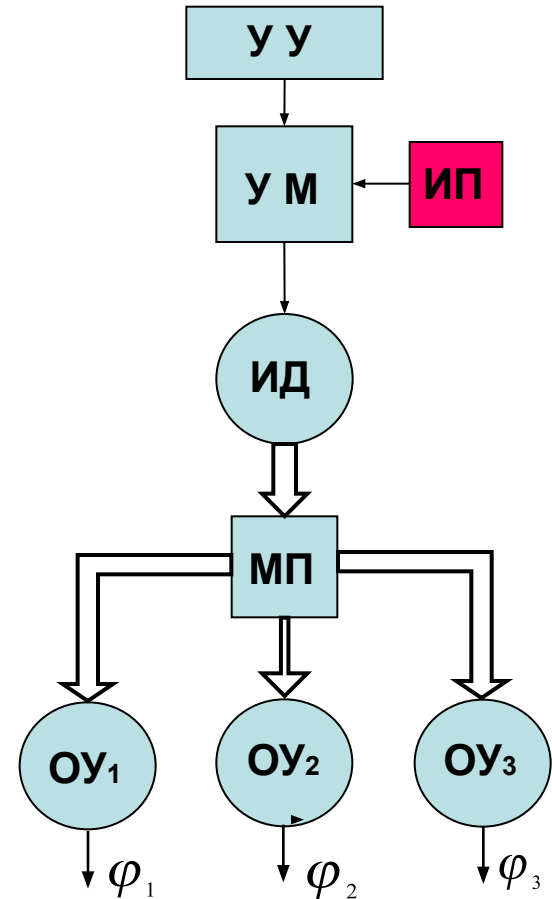


Рис.19

# Индивидуальный многодвигательный привод

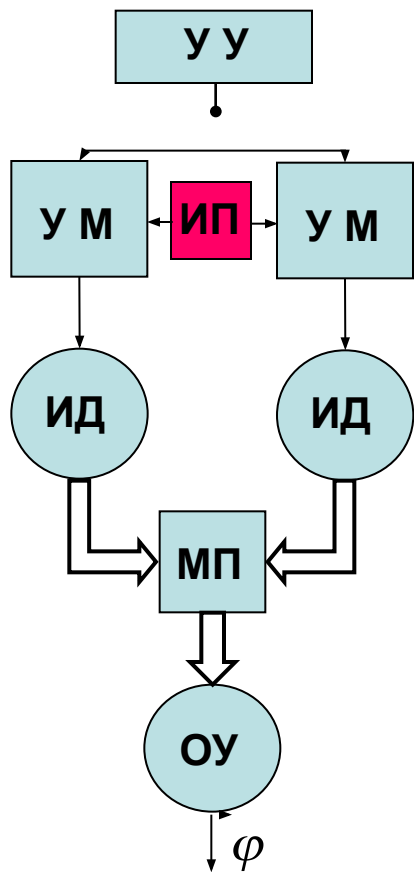


Рис.20

# Дифференциальный привод

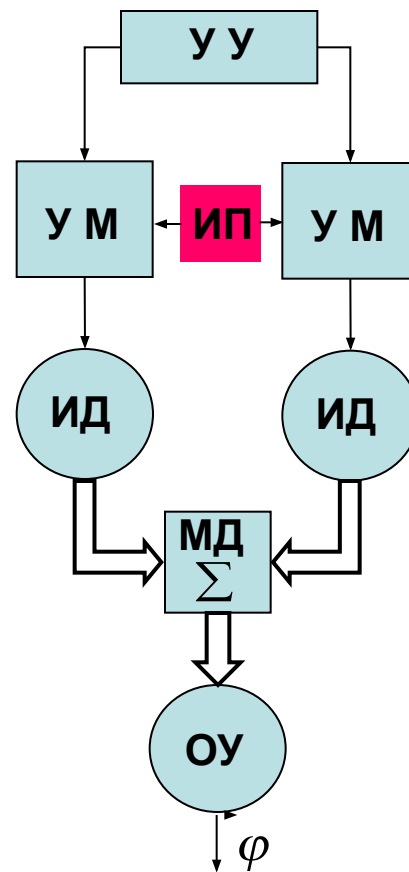


Рис.21

Многокоординатный привод  
(система приводов)

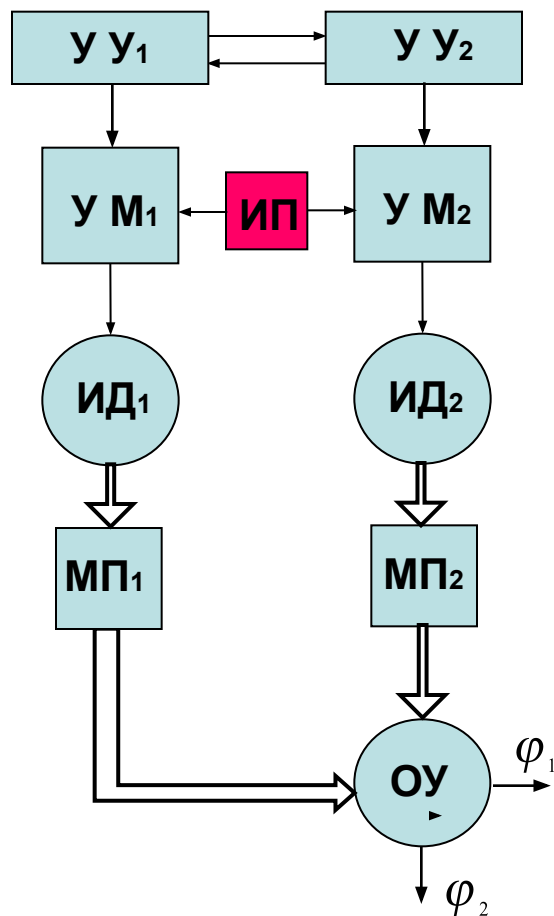


Рис.22

# Функциональная схема САП

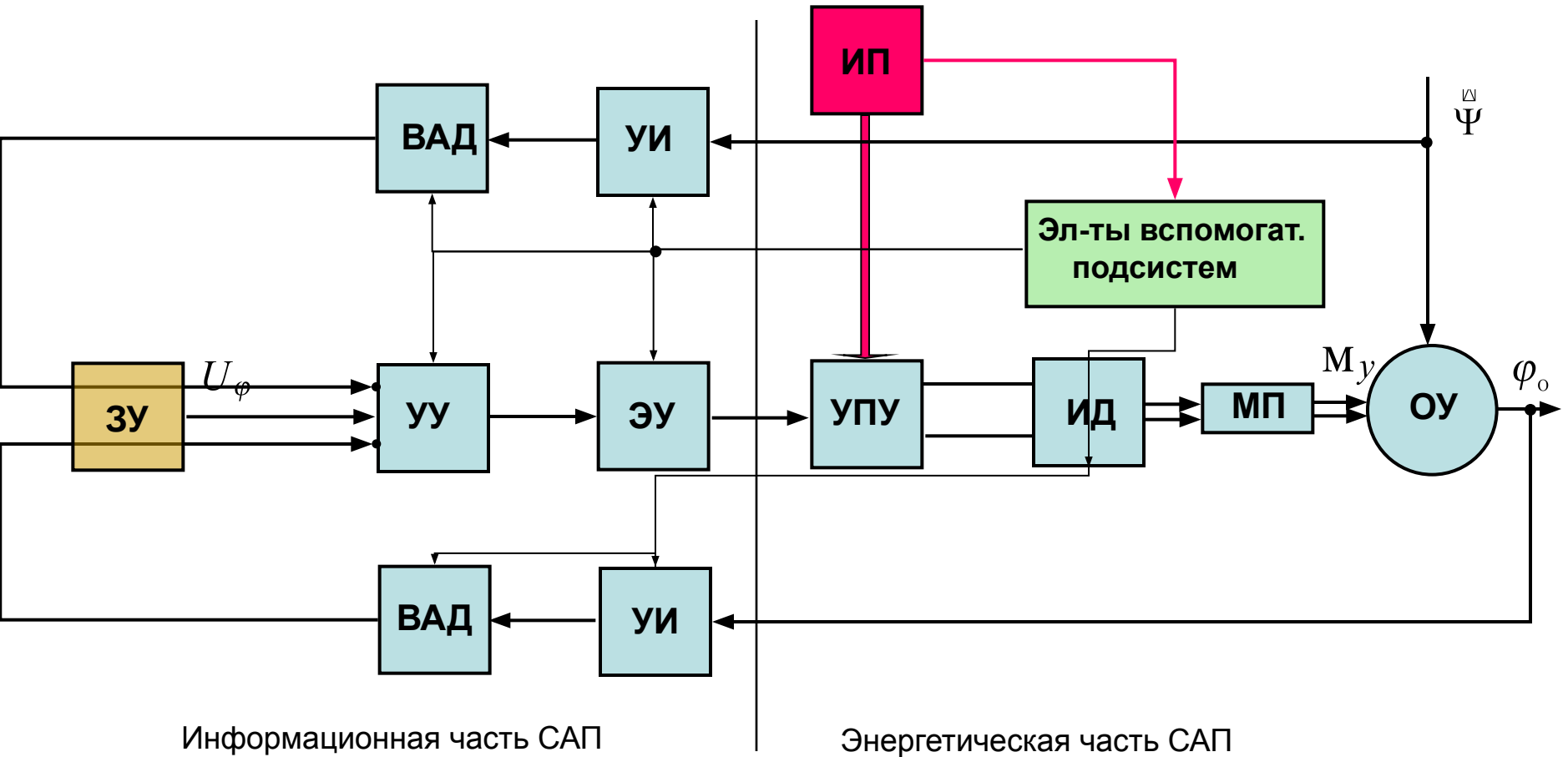


Рис.23

## Условные обозначения:

**ИД** – исполнительный двигатель;

**УПУ** – усилительно-преобразовательное устройство;

**ЭУ** – электронный усилитель;

**УУ** – устройство управления;

**ОУ** – объект управления;

**МП** – механическая передача;

**УИ** – устройства измерений;

**ВАД** – вторичная аппаратура датчиков;

## ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМАШИННОГО МОМЕНТНОГО ПРИВОДА при косвенном измерении момента и компенсации противо ЭДС

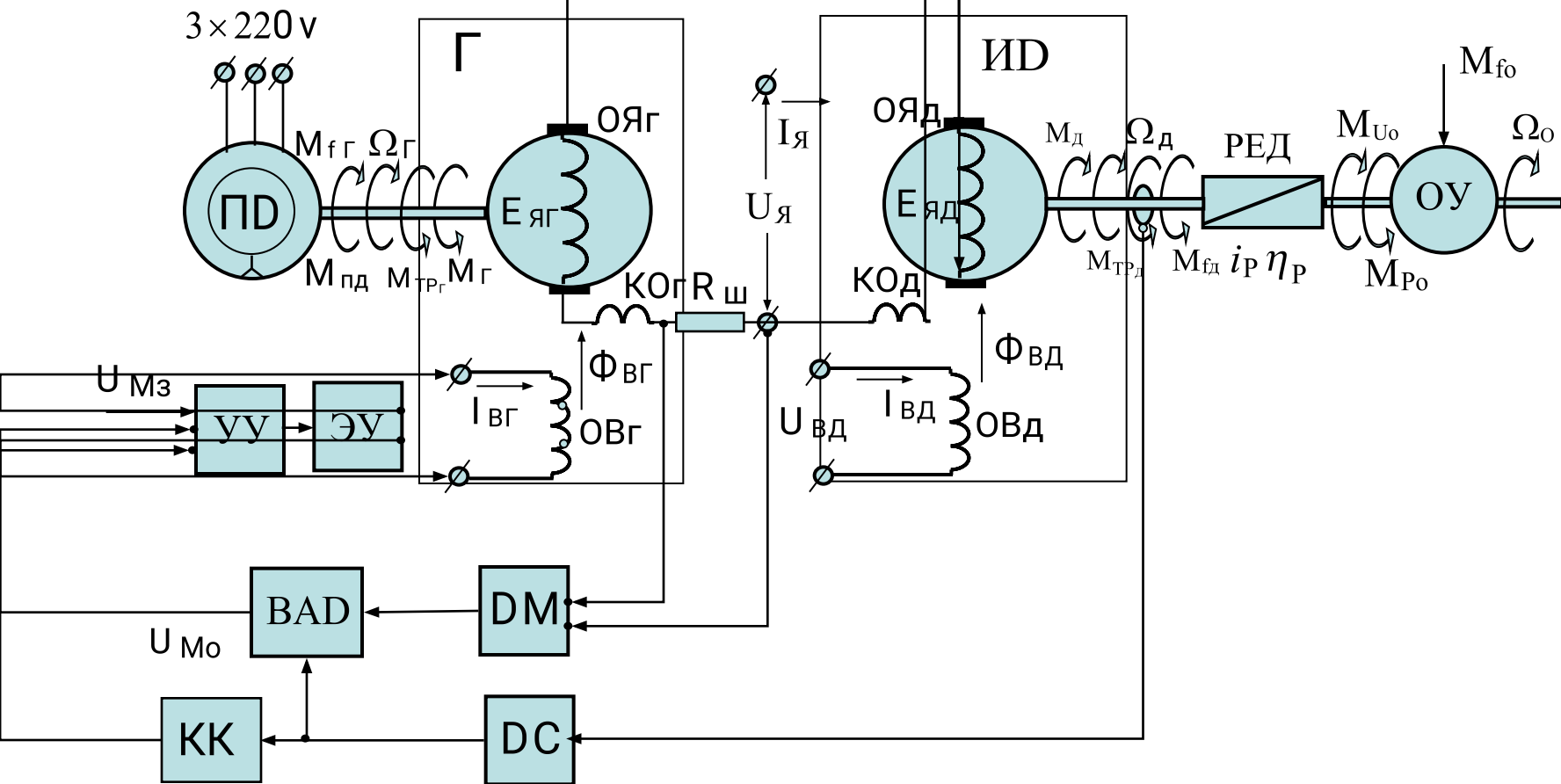


Рис.24

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

В основе создания электрических машин лежат законы электромагнитной индукции и электромагнитных сил.

## Закон Фарадея

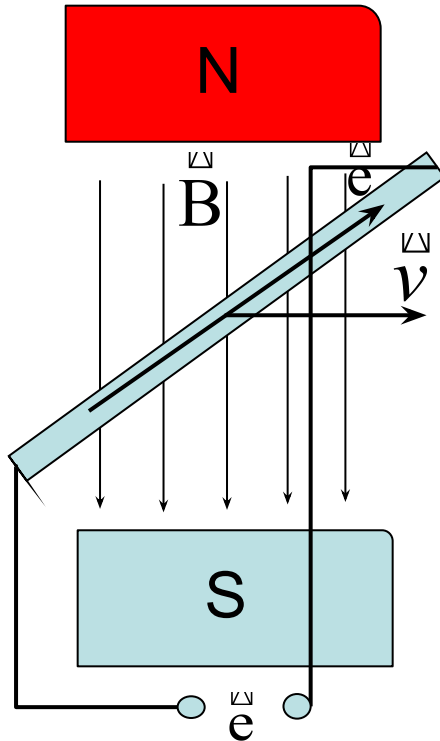


Рис.25

$$\vec{e} = [\vec{v} * \vec{B}] * l_a$$

Где:  $\vec{e}$  - вектор индуцируемой ЭДС;  
 $\vec{B}$  - вектор магнитной индукции;  
 $\vec{v}$  - вектор скорости движения проводника;  
 $l_a$  - активная длина проводника.

## Закон Ампера

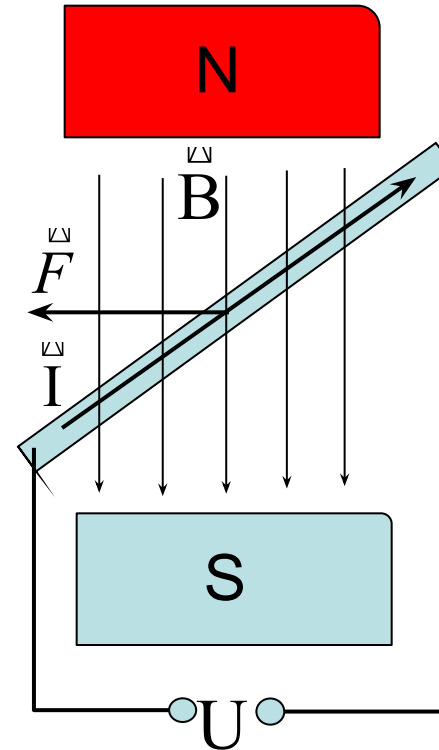


Рис.26

$$\vec{F} = [\vec{I} * \vec{B}] * l_a$$

$\vec{F}$  - вектор электромагнитной силы;  
 $\vec{I}$  - вектор тока.

# Процесс индуктирования ЭДС и электромагнитного момента в рамке

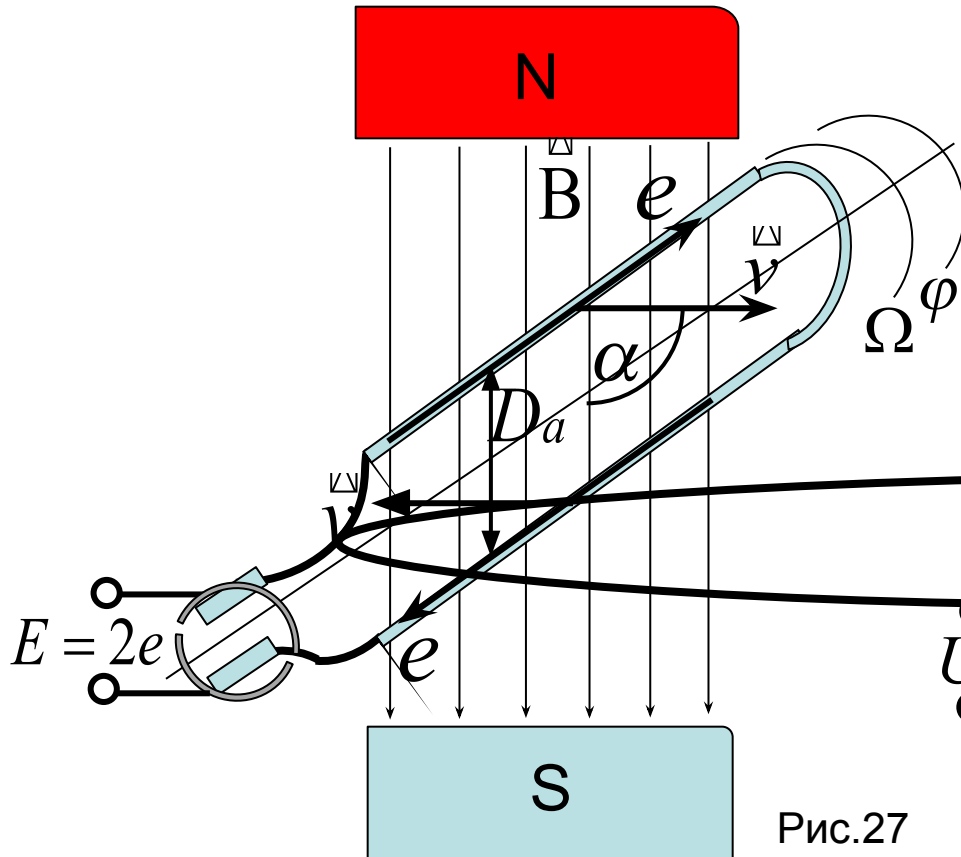


Рис.27

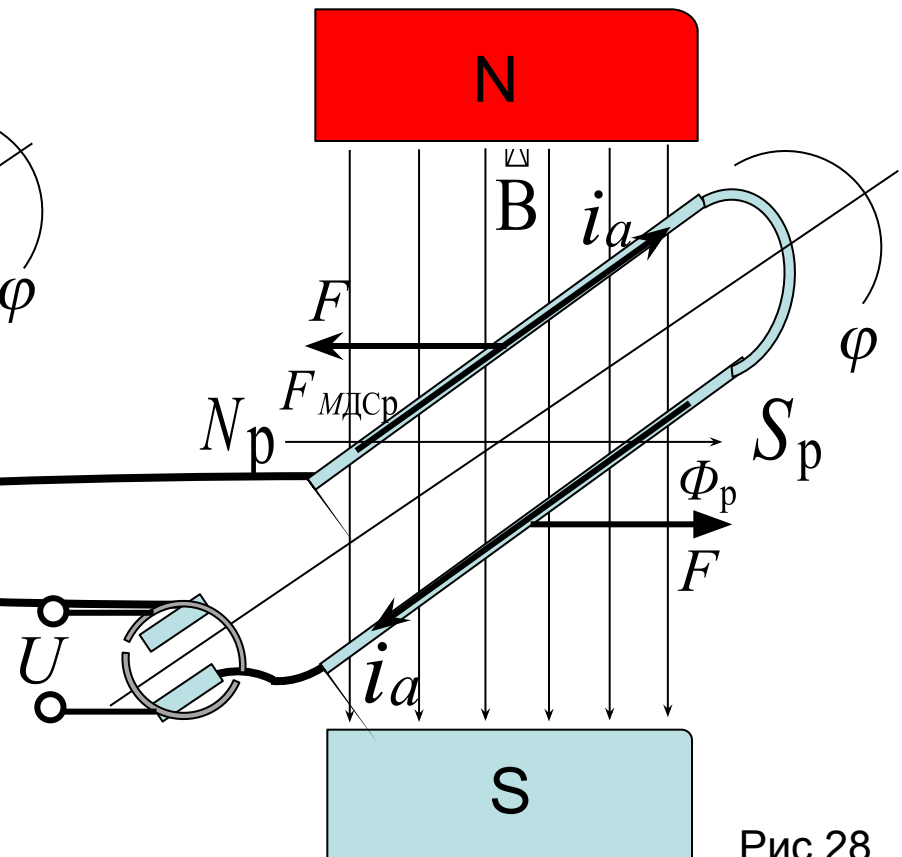


Рис.28

$$E = 2v B a l_a \text{Sin} \alpha = D_a \Omega B a l_a \text{Sin} \alpha$$

$$E = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d\Phi_p}{dt} = -\frac{d B_a S_p \varphi}{dt} =$$

$$= -B a l_a D_a \frac{d\text{Cos} \Omega t}{dt} = B a l_a D_a \Omega \text{Sin} \varphi(t)$$

$$M = L F_{\Sigma} = \frac{D_a \text{Sin} \varphi 2F}{2}$$

$$M = D_a \text{Sin} \varphi B a l_a i_a$$

$\alpha = \varphi = 0$  - при горизонтальном положении рамки

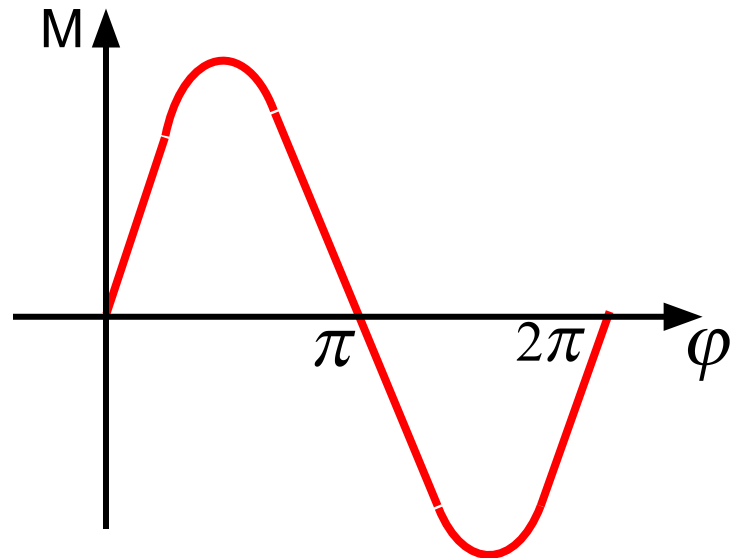
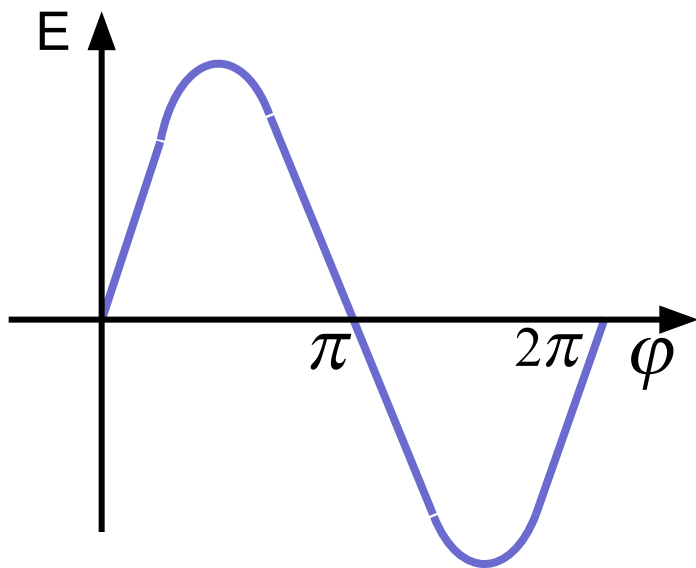


Рис.29 Кривые изменения ЕДС и электромагнитного момента рамки в функции угла поворота.

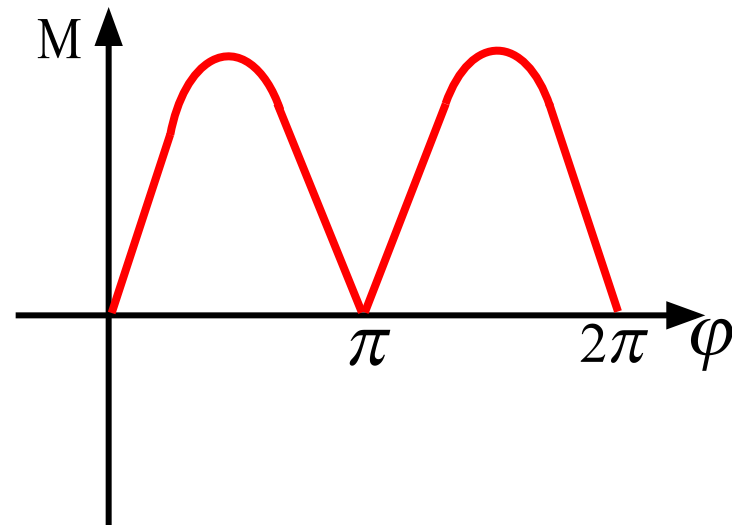
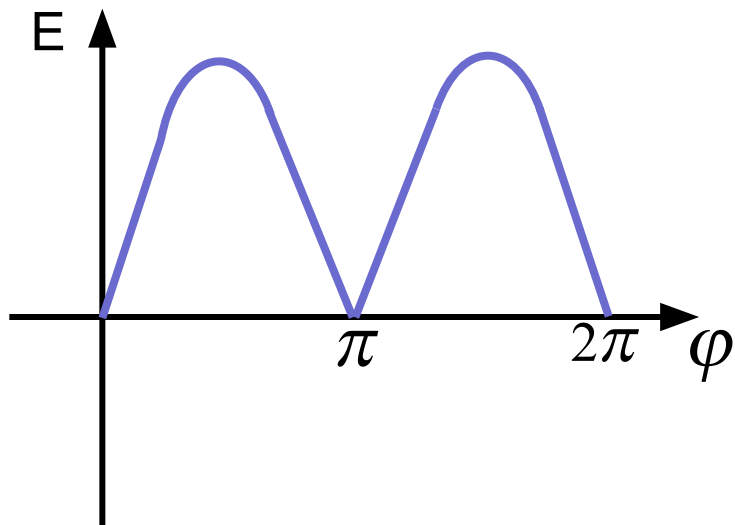


Рис. 30 Кривые изменения ЕДС и электромагнитного момента рамки в функции угла поворота при введении механического коммутатора.





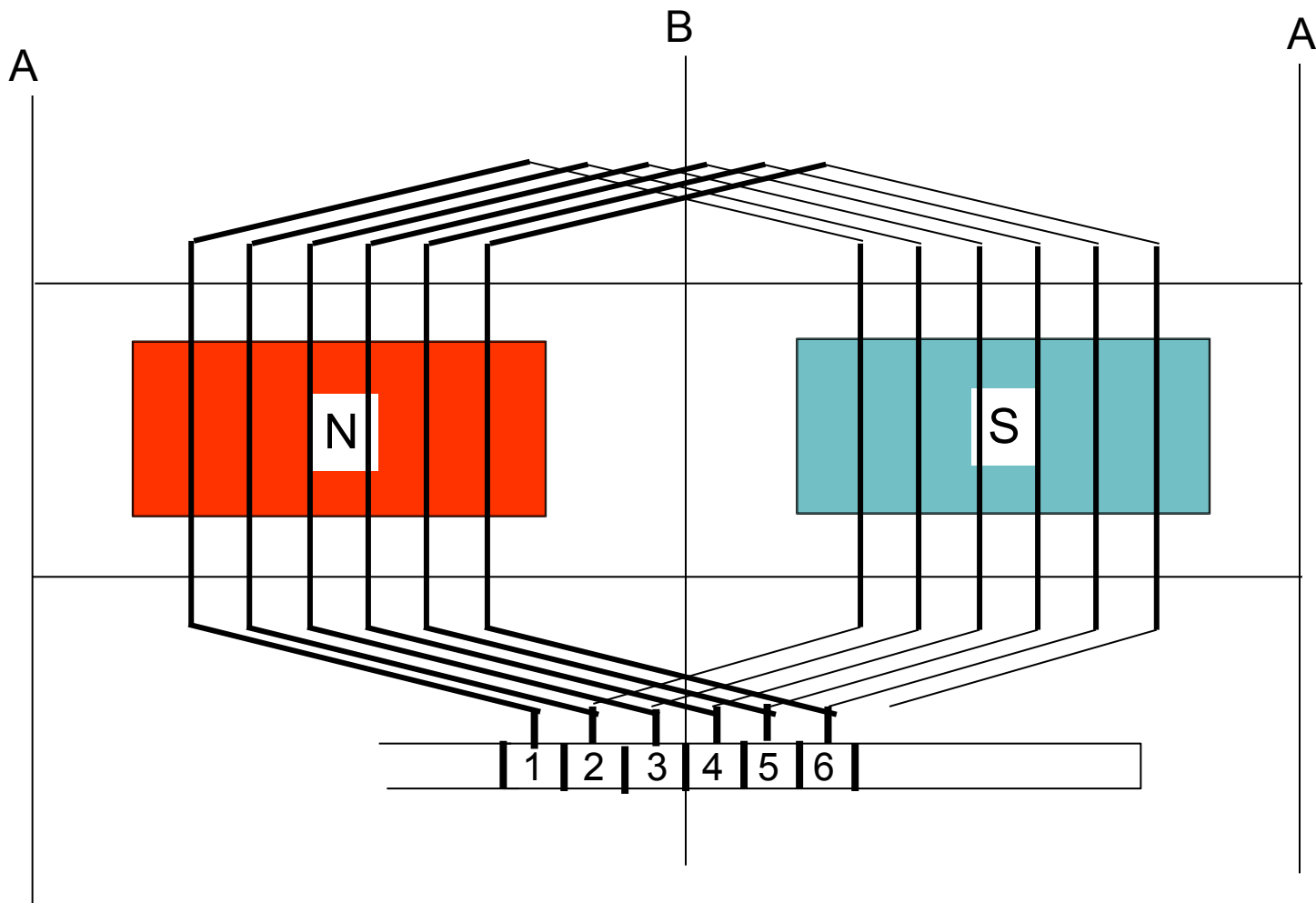


Рис.33 Схема соединения секций петлевой обмотки якоря

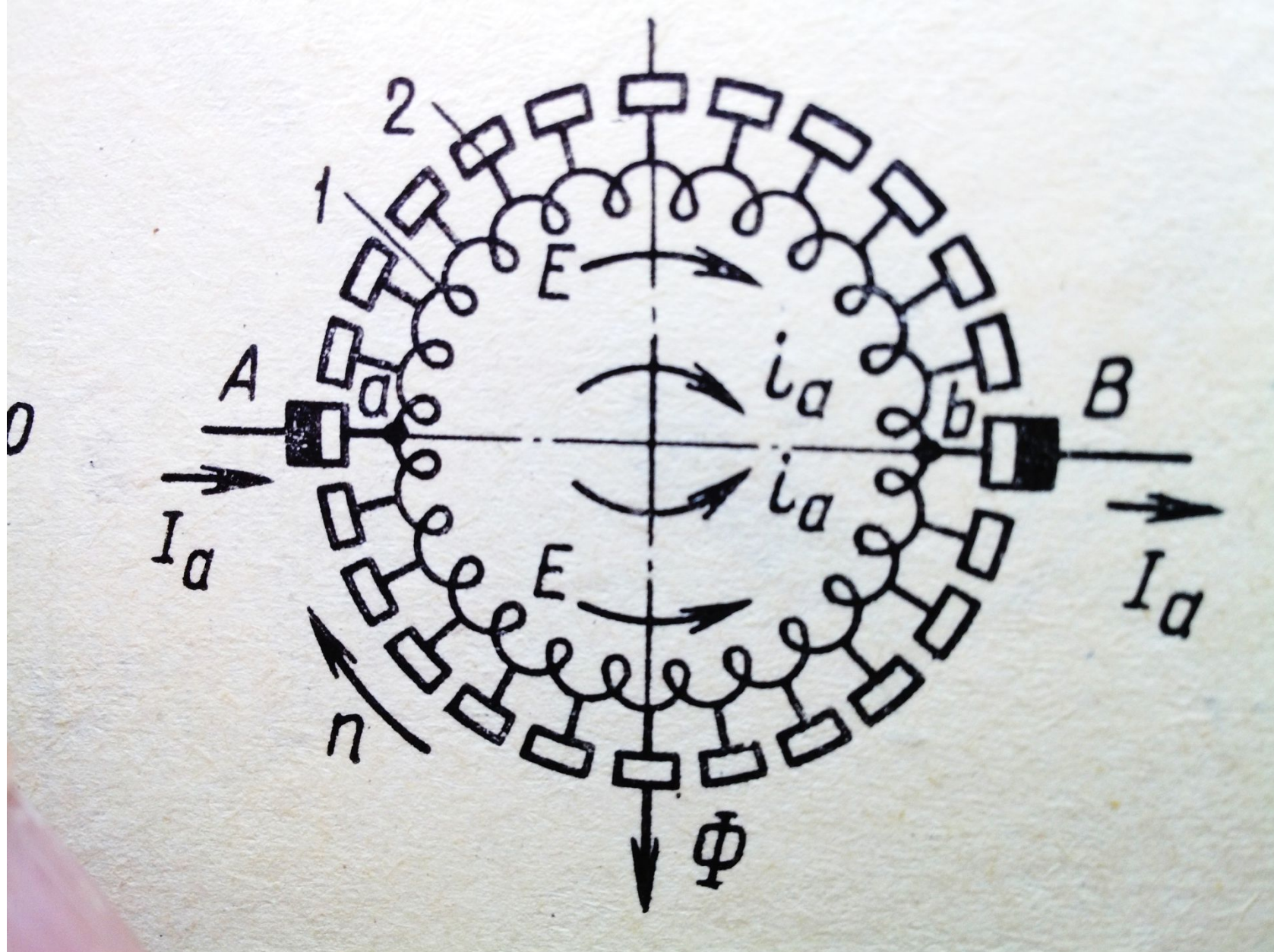


Рис. 34 Упрощенная схема обмотки якоря

1-секция обмотки якоря, 2- коллектор



# Машины постоянного тока

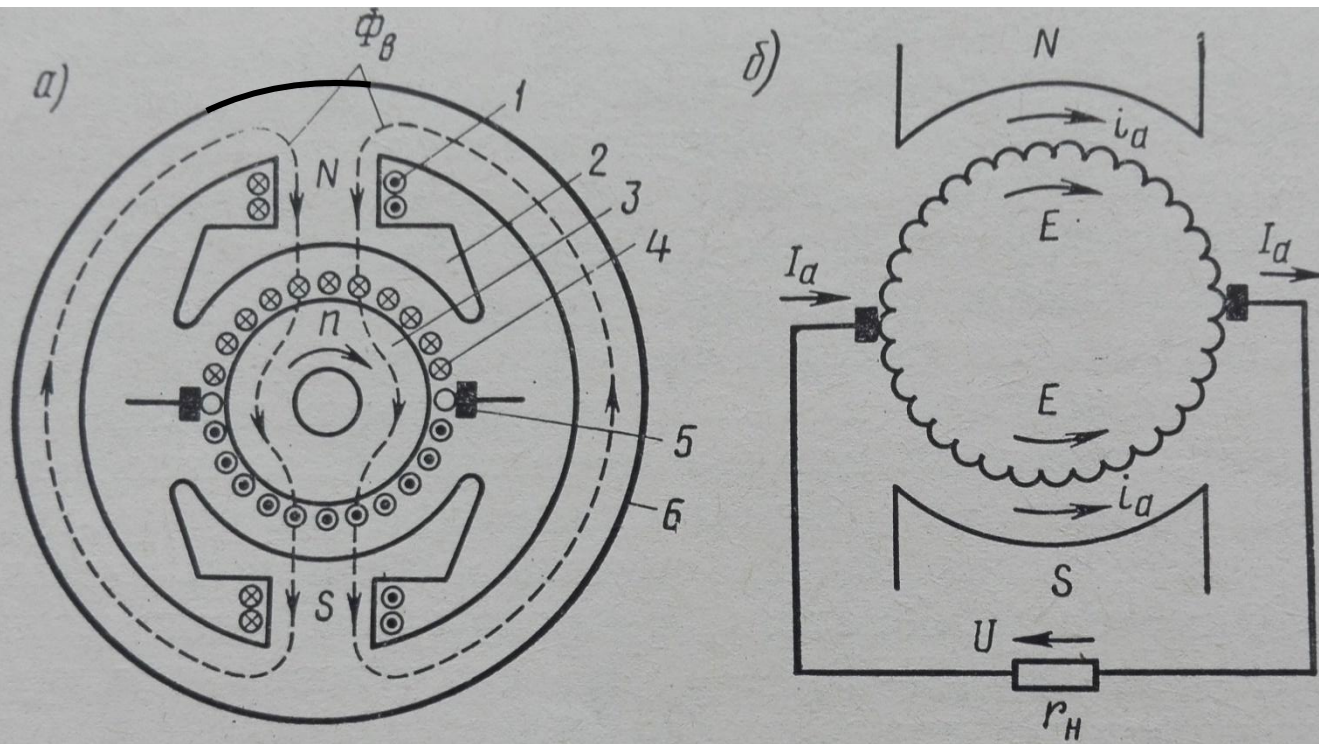


Рис. 35. Электромагнитная схема двухполюсной машины постоянного тока (а) и эквивалентная схема ее обмотки якоря (б):  
1 — обмотка возбуждения, 2 — главные полюсы, 3 — якорь, 4 — обмотка якоря, 5 — щетки, 6 — корпус (станина)

Векторная диаграмма индуктируемых в обмотке якоря ЭДС при синусоидальных ЭДС в секциях

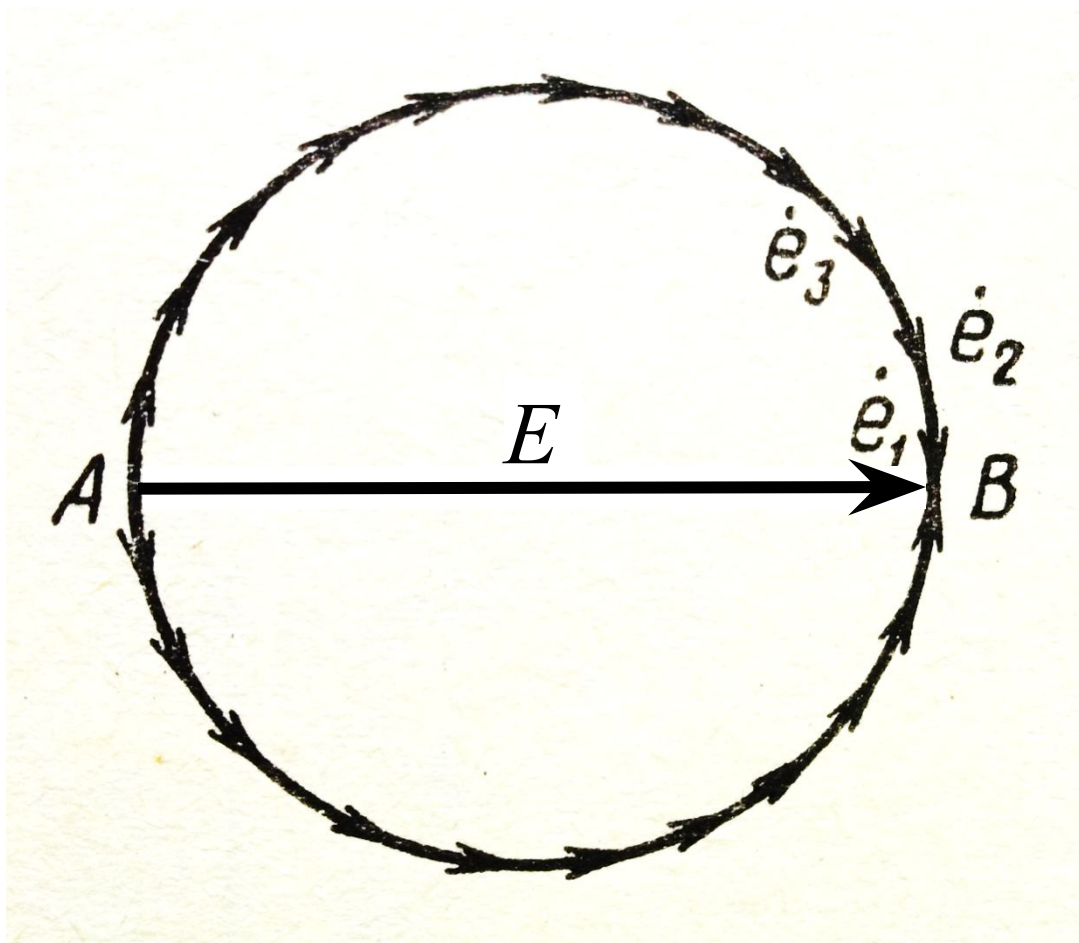


Рис. 36

# Схема четырехполюсной машины

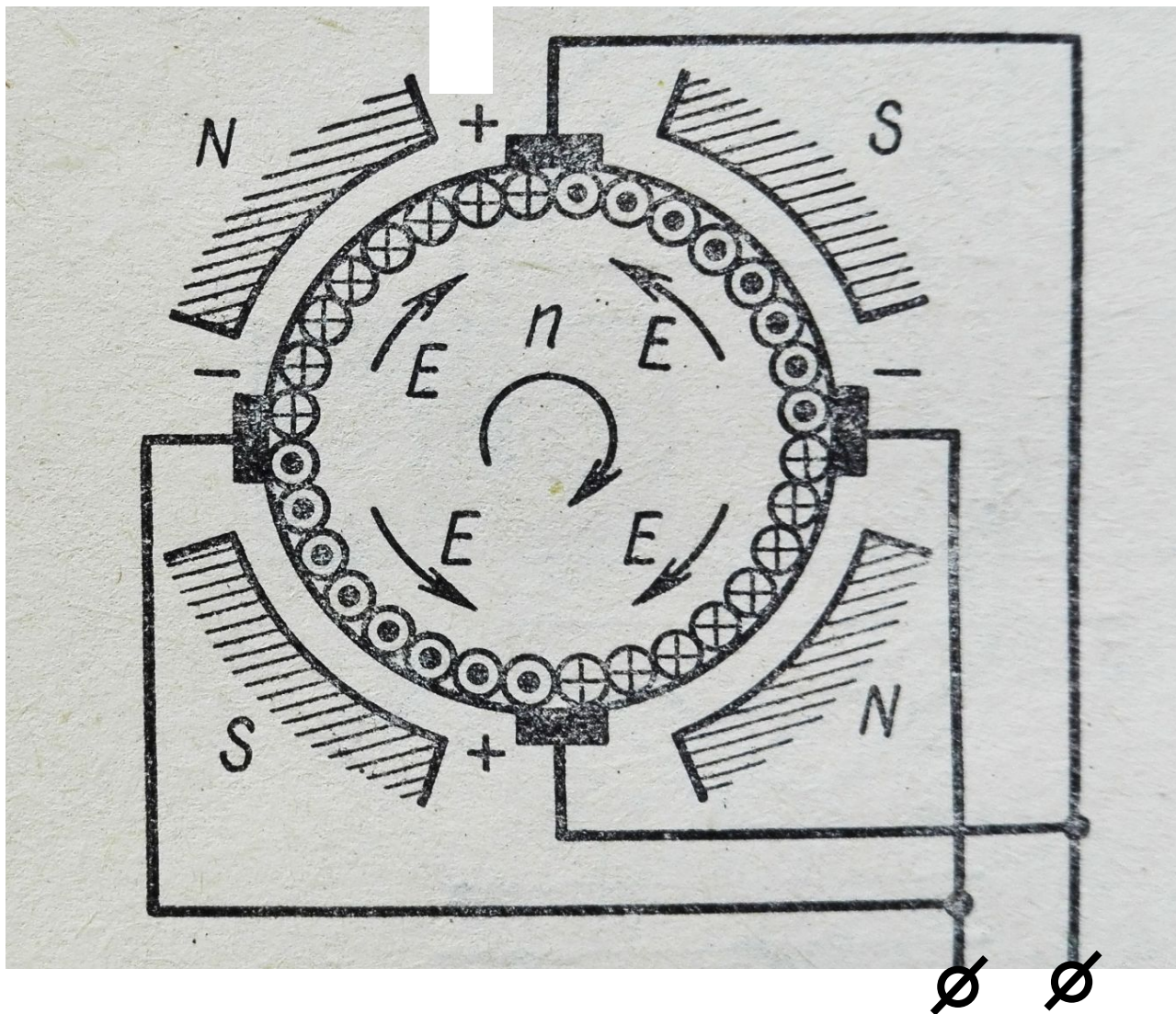


Рис.37



**Векторная диаграмма индуцируемых в обмотке якоря ЭДС при синусоидальных ЭДС в секциях четырехполюсной машины**

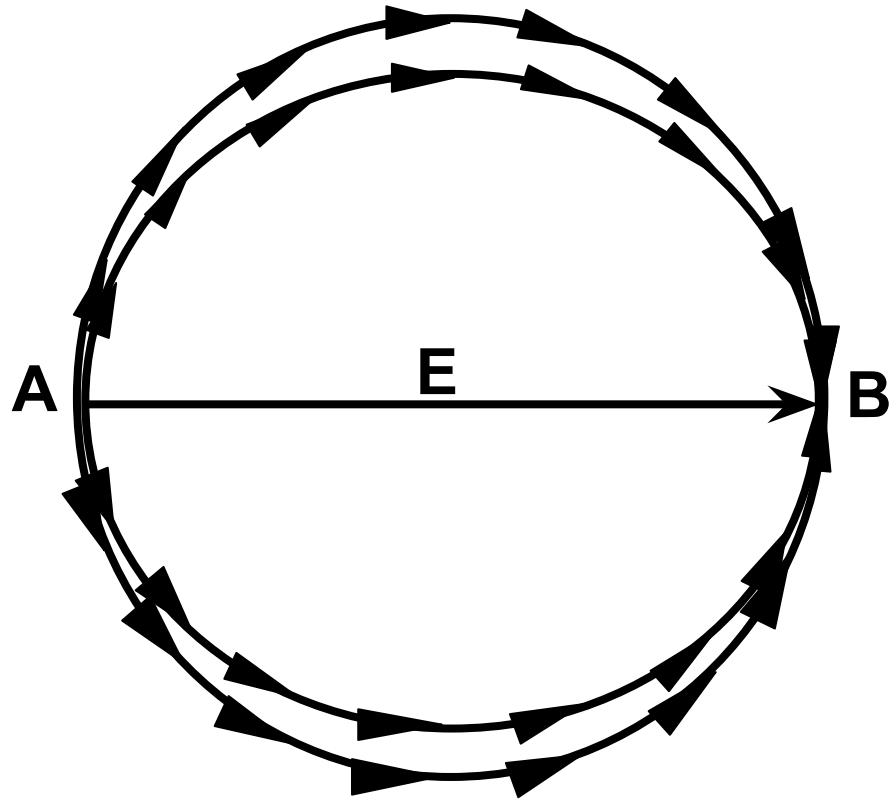
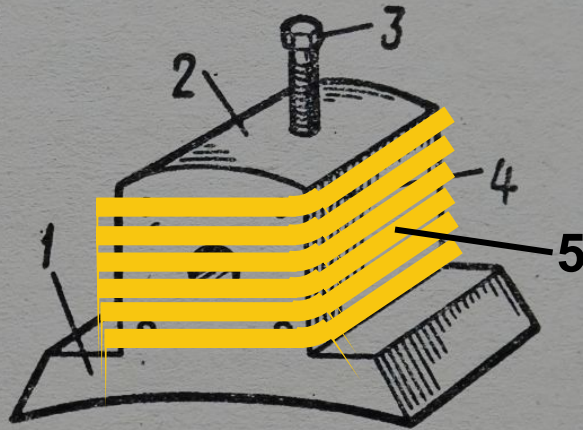


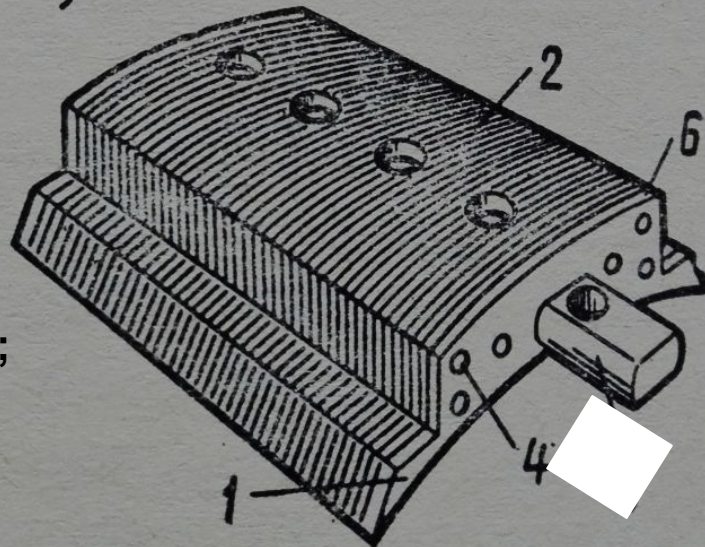
Рис.38

# Главные полюсы машины

а)



б)

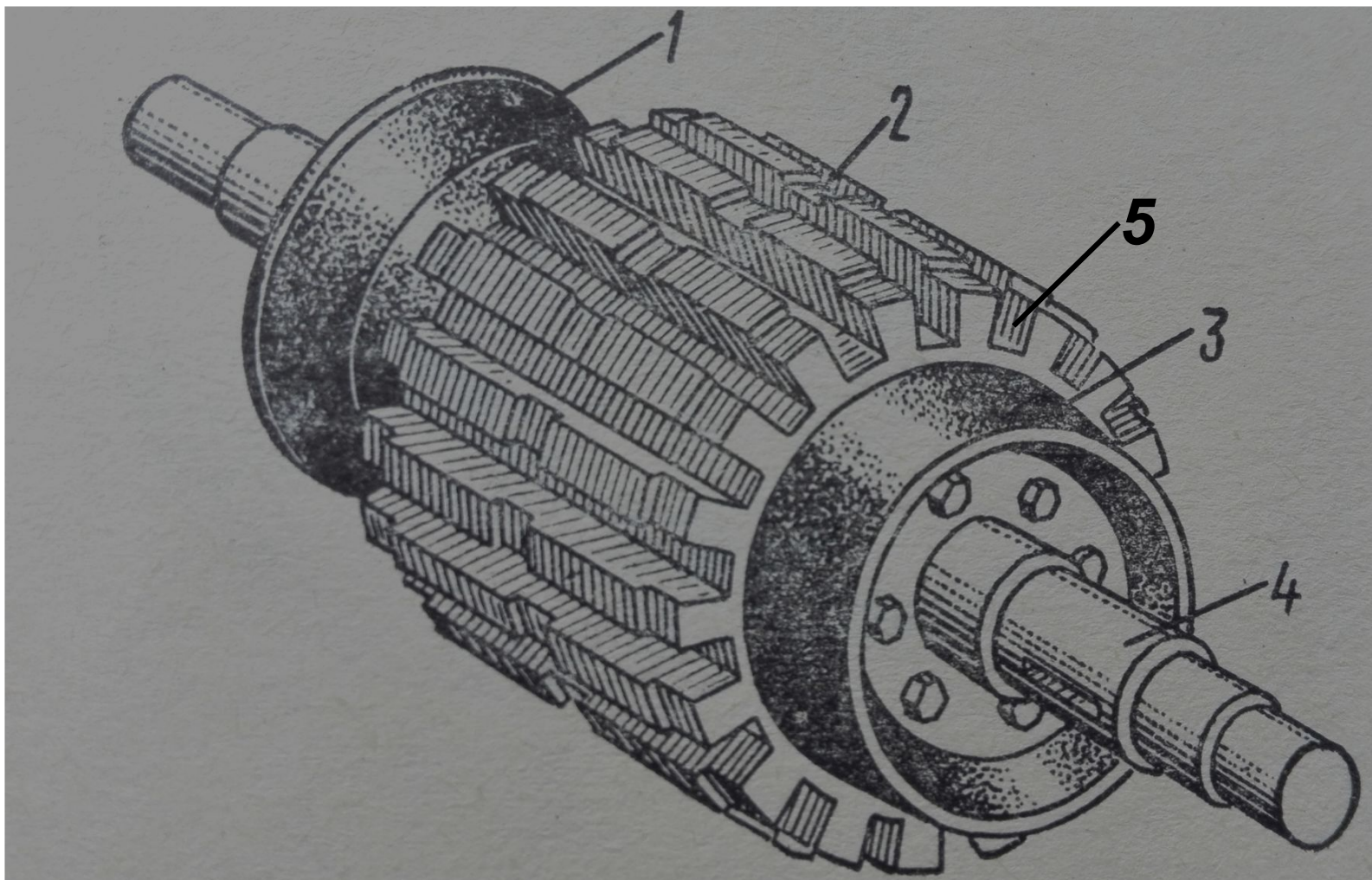


- 1 – полюсный наконечник;
- 2 – сердечник полюса;
- 3 – болт крепления полюса к корпусу;
- 4 – заклепка крепления пластин пакете;
- 5 - обмотка возбуждения;
- 6 – щека.

Рис.39



## Сердечник якоря машины постоянного тока



- 1 и 3 – шайбы обмоткодержателя;
- 2 – место установки бандажа;
- 4 – место установки коллектора;
- 5 – пазы для укладки секций обмотки якоря;

Рис.40

Схема расположения секций двухслойной обмотки якоря  
четырёхполюсной машины

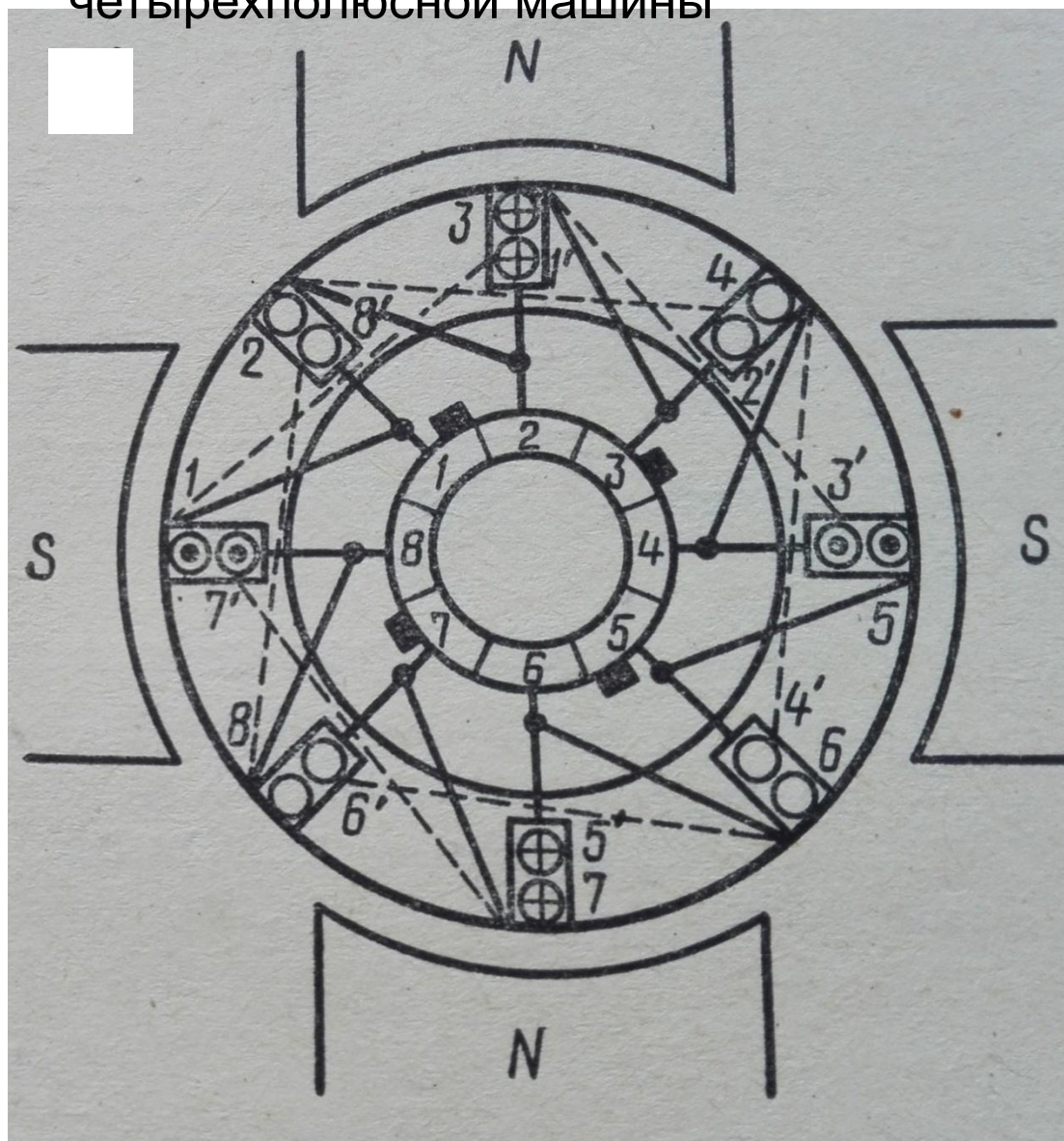


Рис.41



# Коллектор машины постоянного тока

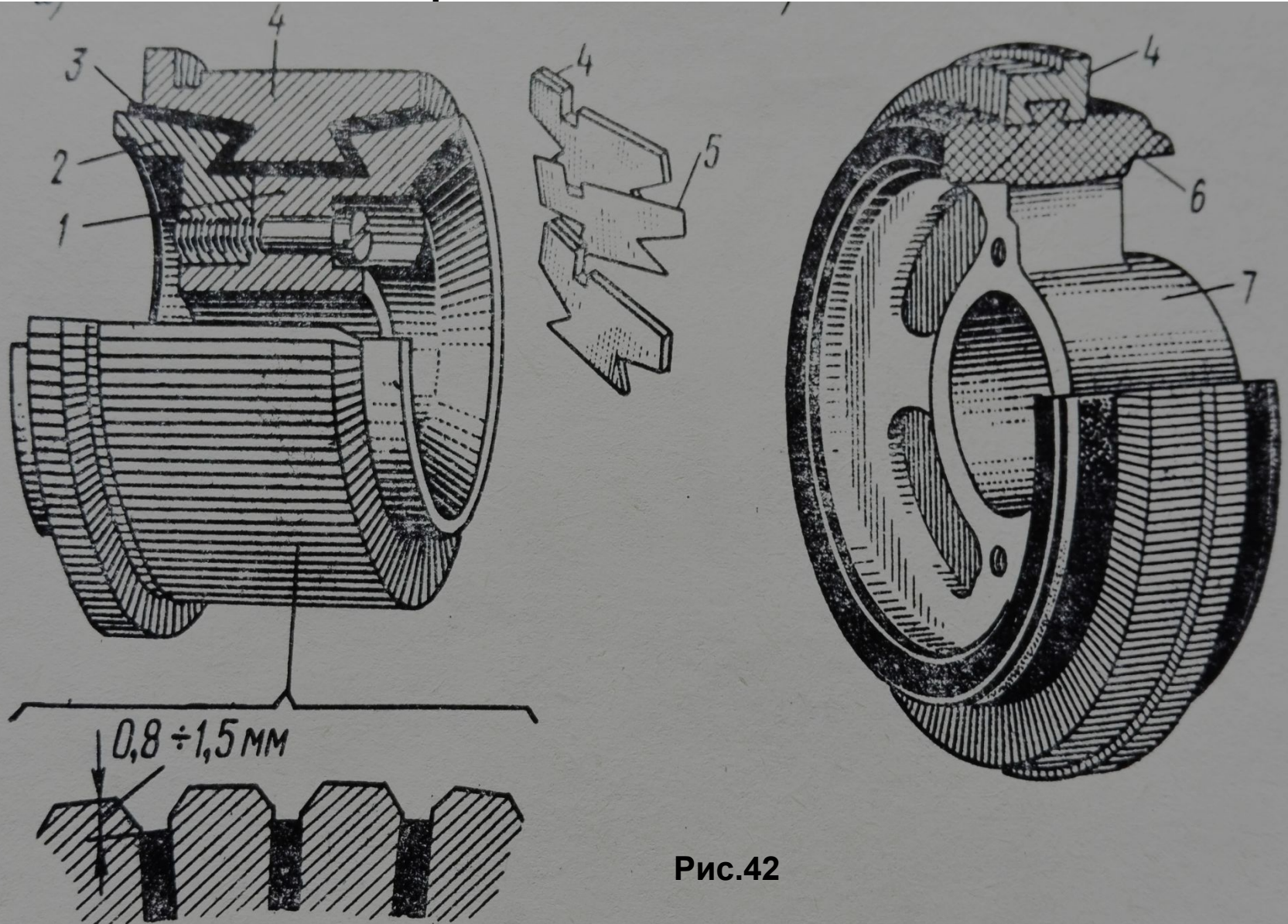
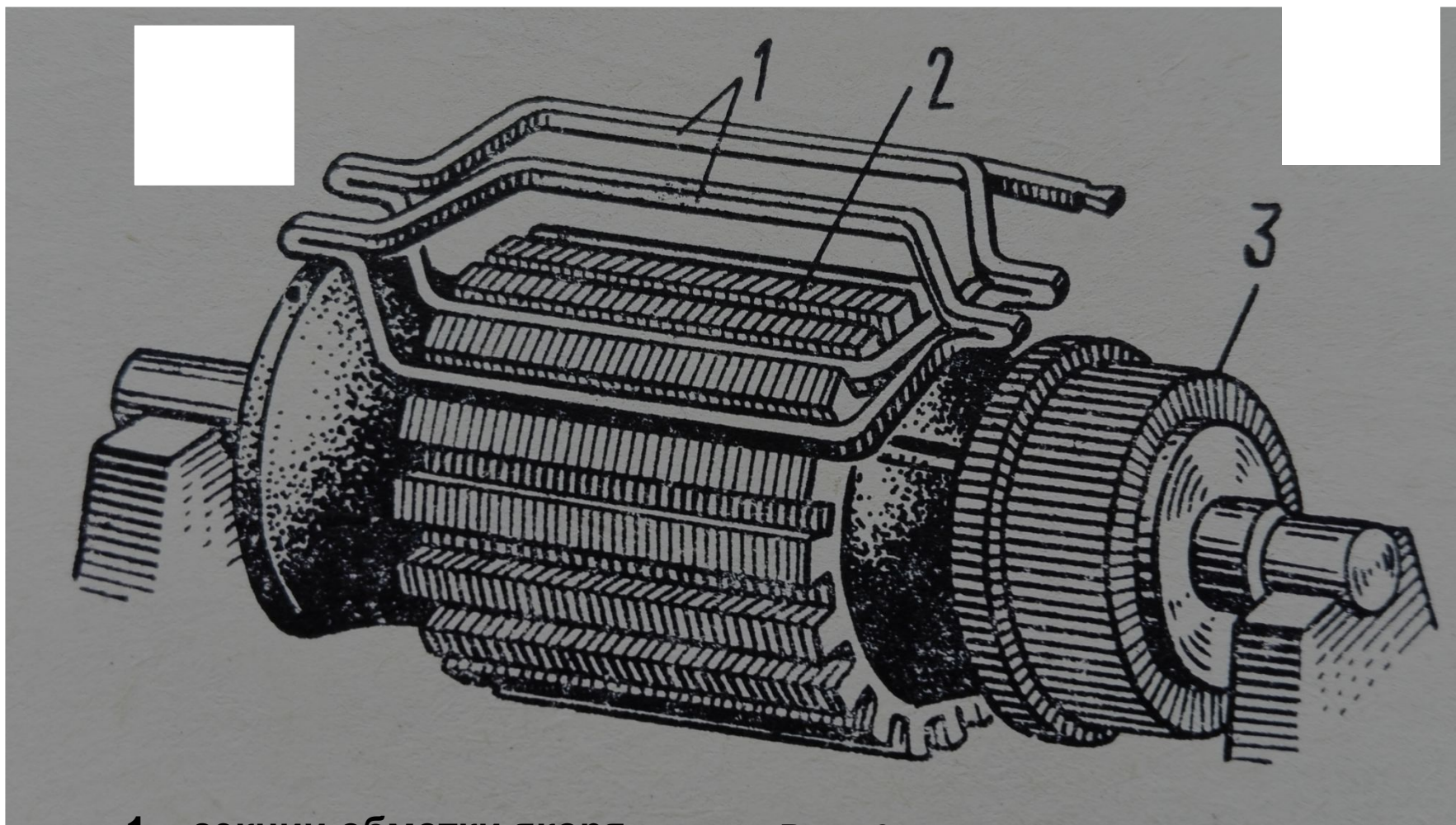


Рис.42

1- корпус, 2 – фланец, 3 – изолятор, 4 - коллекторные пластины,  
5 – изоляционные прокладки, 6 - пластмасса, 7 - втулка

## Расположение секций якоря в пазах



- 1 – секции обмотки якоря,
- 2 – сердечник якоря,
- 3 – коллектор

Рис.43



## Устройство машины постоянного тока

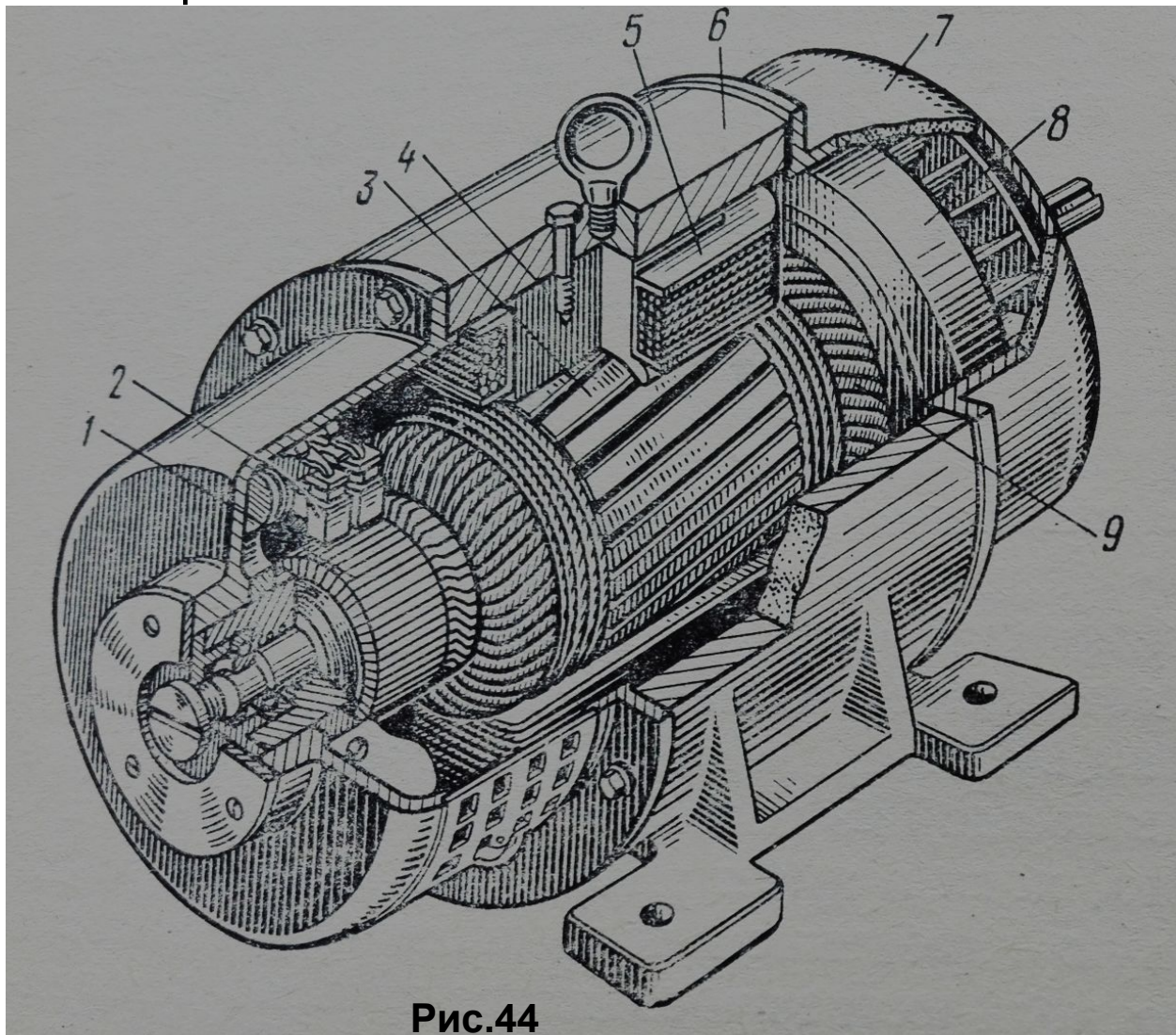


Рис.44

1 – коллектор, 2 – щеточный узел, 3 – якорь, 4 – главный полюс, 5 – обмотка возбуждения, 6 – корпус, 7 – подшипниковый щит, 8 – вентилятор, 9 – обмотка якоря.

Распределение создаваемой ОВ индукции вдоль окружности якоря и индуктируемых ЭДС в секции ОЯ (напряжений между коллекторными пластинами)

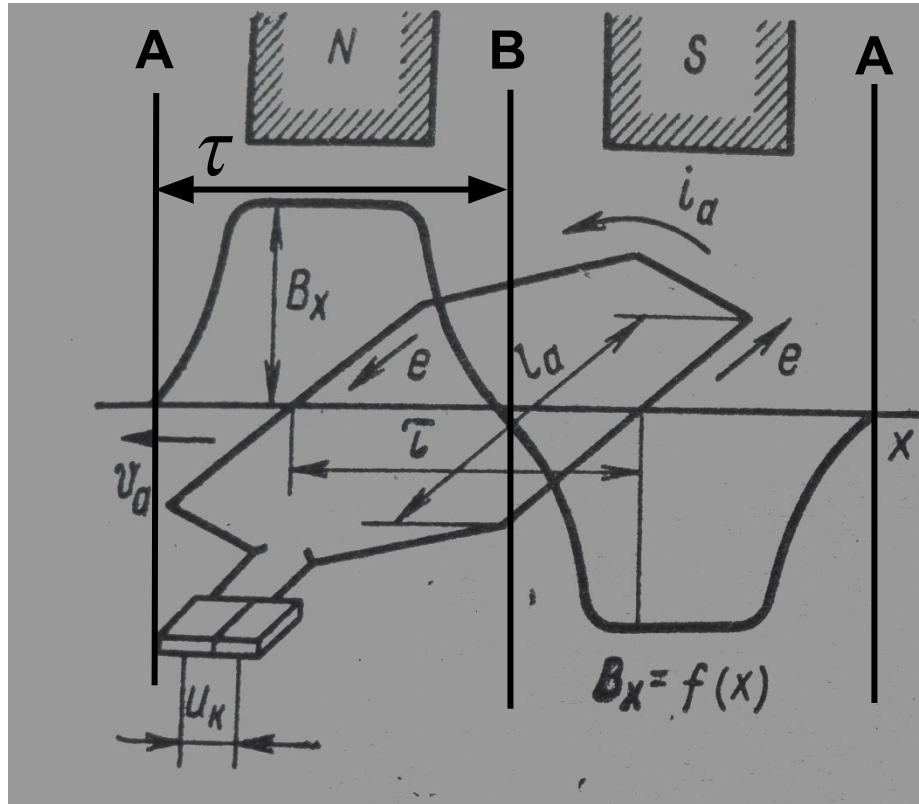


Рис.45

$\tau$  - полюсное деление;

$e = B_x v_a l_a$  - индуктируемая в проводнике ЭДС;

$U_k = 2e = 2 B_x v_a l_a$  - напряжение между коллекторными пластинами при токе равном 0 .

# Основные параметры электромашин

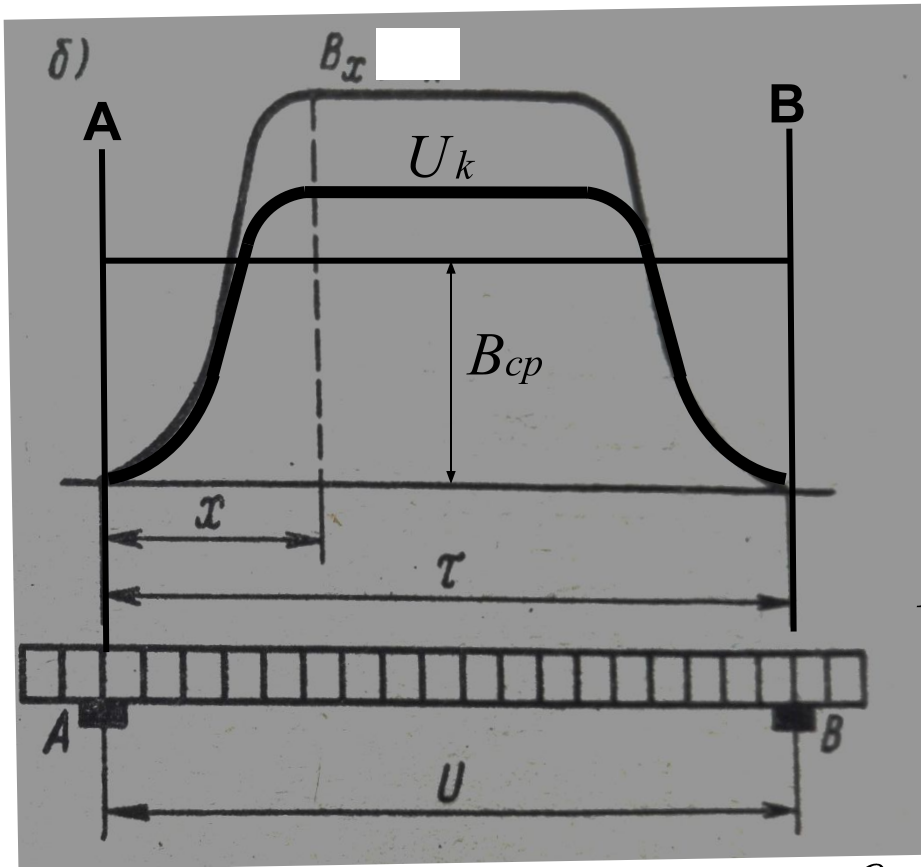


Рис.46

$$U = E = \sum_1^{N/2a} e = \nu_a l_a \sum_1^{N/2a} B_x$$

$$\sum_1^{N/2a} B_x \approx \frac{N}{2a} B_{cp}$$

$2\alpha$  - число параллельных ветвей;

$B_{cp}$  - среднее значение индукции в полюсном делении  $\tau = \frac{\pi D_a}{2p}$

$$B_{cp} l_a \tau = \Phi \quad \nu_a = \frac{D_a \Omega}{2} = \frac{\pi D_a}{60} n$$

$$E = \frac{pN}{2\pi a} \Phi \Omega = \frac{pN}{60a} \Phi n = c_e \Phi \Omega$$

$c_e = \frac{pN}{2\pi a}$  - конструктивная константа машины

## Электромагнитный момент

$$F_{arez} = \sum_1^N f_{ax} = N f_{аср} = N B_{cp} l_a i_a = \frac{N B_{cp} l_a}{2a} I_a$$

$$M = 0.5 F_{рез} D_a a = \frac{pN}{2\pi a} \Phi I_a = c_M \Phi I_a$$



## Реакция якоря

При работе машины под нагрузкой в цепи якоря протекает ток и возникает МДС якоря. Воздействие МДС якоря на магнитное поле машины постоянного тока называют **реакцией якоря**.

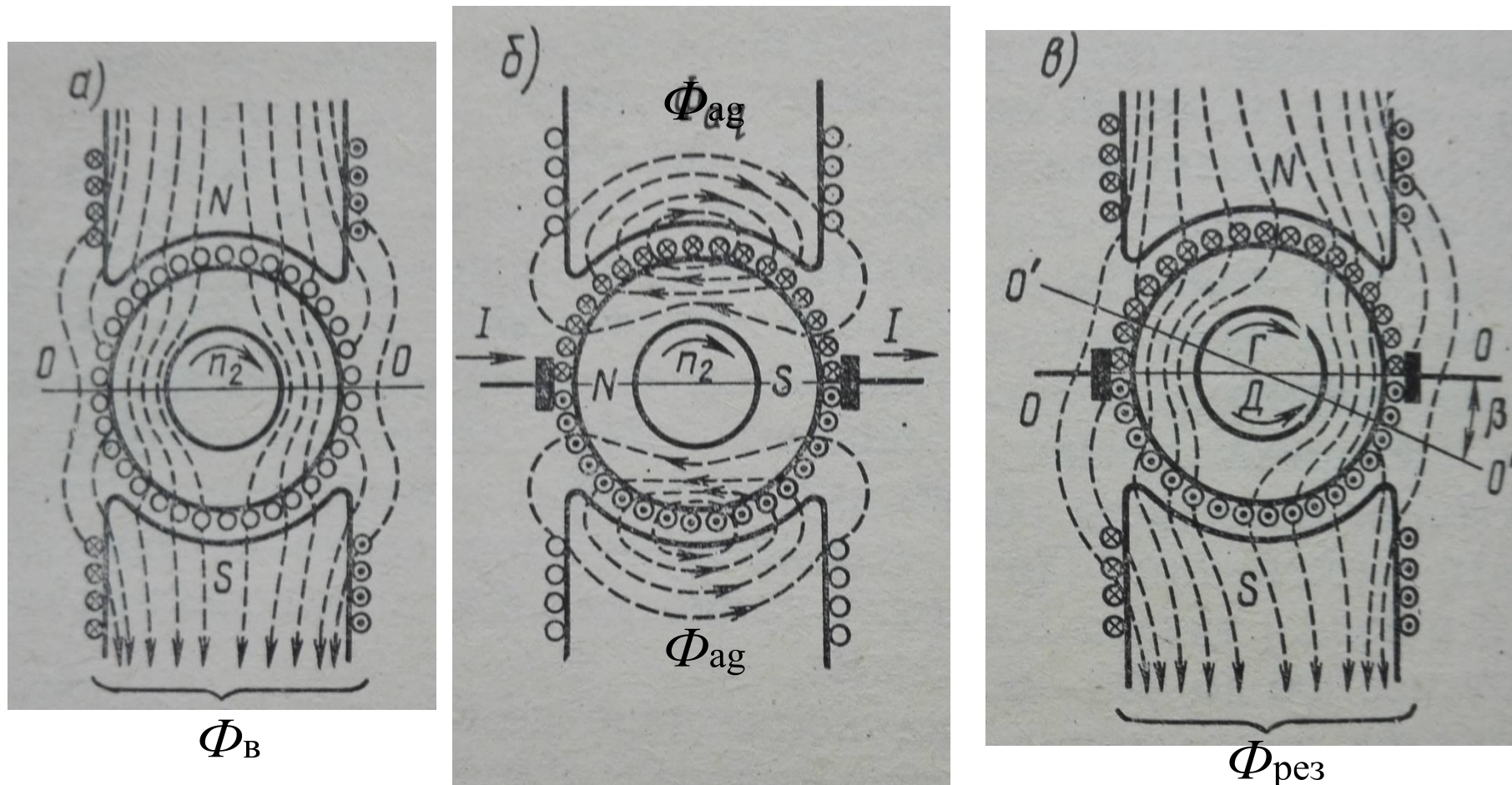


Рис. 47 Магнитные поля машины постоянного тока, создаваемые:

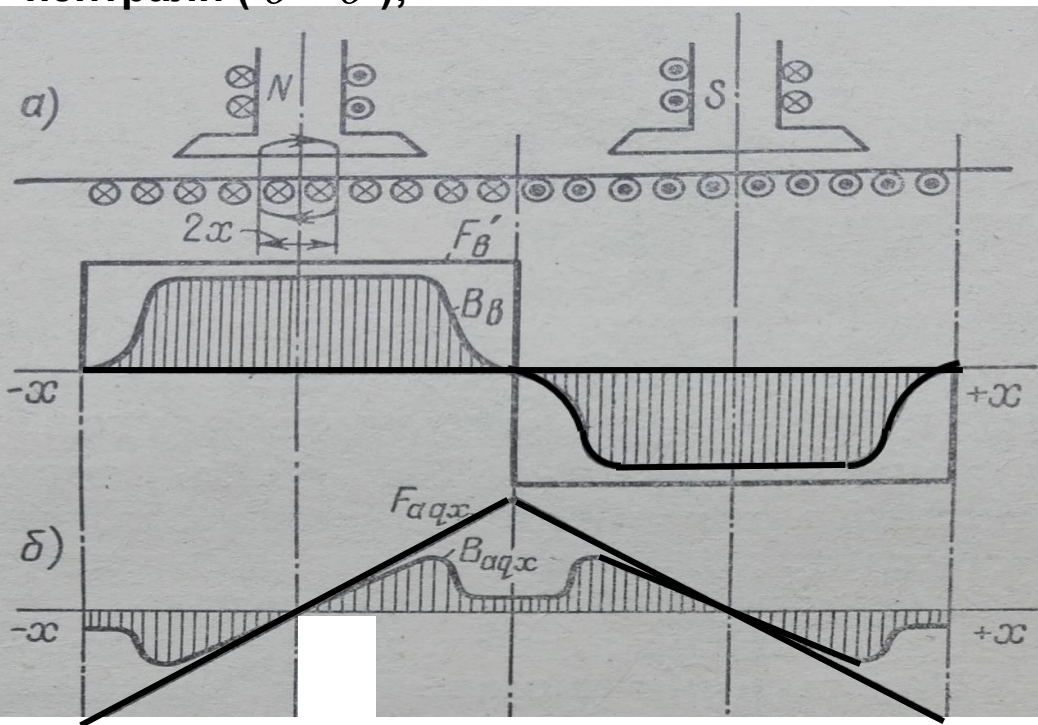
а) – обмоткой возбуждения;    б) – обмоткой якоря;

в) – результирующее поле обмоток якоря и возбуждения.



Магнитное поле реакции якоря действует по поперечной оси машины, поэтому его называют **поперечным полем**. Оно оказывает двойное воздействие на поле машины.

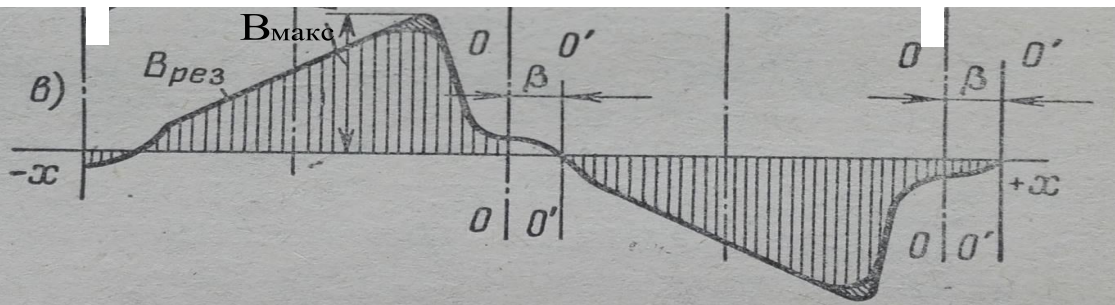
**1** - искажает симметричное распределение поля машины относительно главных полюсов и смещает физическую нейтраль ( $o'-o'$ ) относительно геометрической нейтрали ( $o-o$ );



Кривые распределения магнитной индукции в воздушном зазоре МПТ создаваемой:

а) – обмоткой возбуждения;

б) – обмоткой якоря;

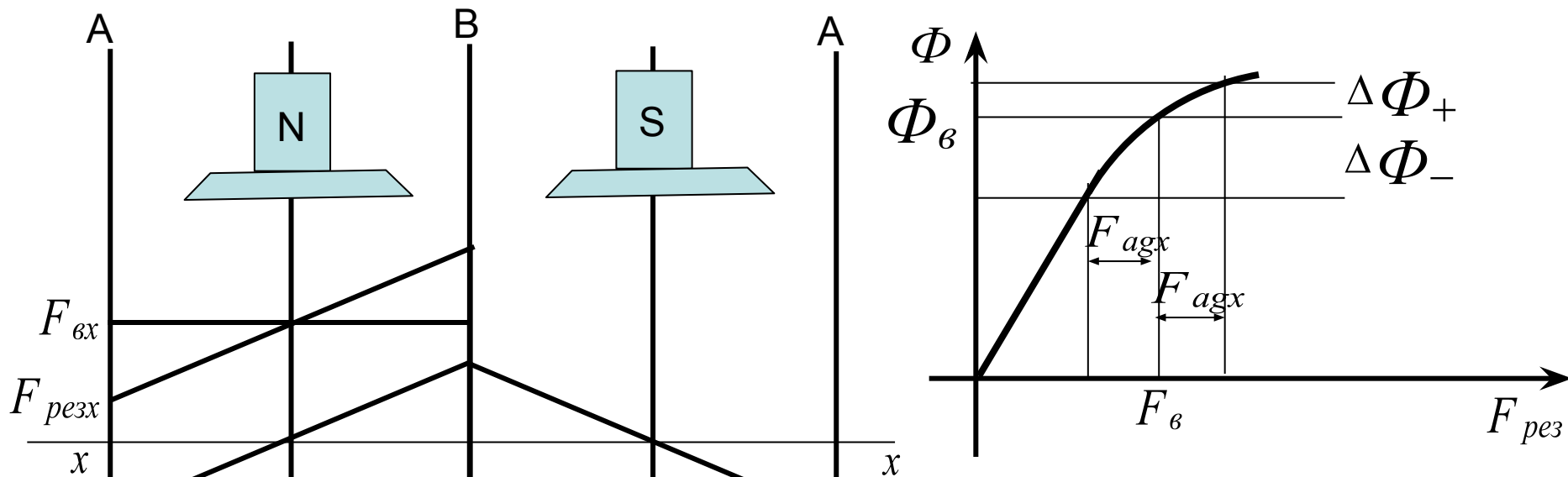


в) – обмотками якоря и возбуждения.

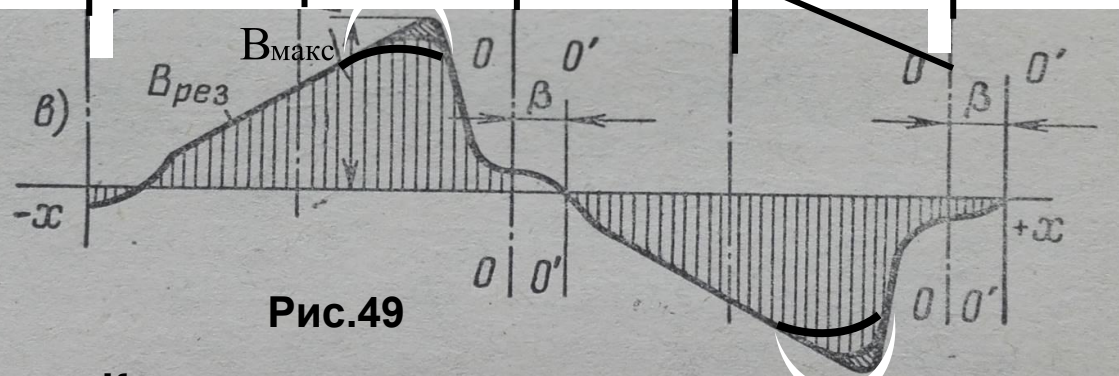
Рис.48

**2** - оказывает размагничивающее влияние на результирующий поток возбуждения машины.

Из за нелинейного характера кривой намагничивания суммирование МДС обмоток возбуждения и якоря приводит к несимметричному изменению результирующего потока машины и уменьшению среднего потока.



**Рис.50**



**Рис.49**

Кроме сказанного реакция якоря влияет на процессы коммутации.

# Коммутация

Под **коммутацией** понимают процесс изменения тока в секциях ОЯ при переходе их из одной параллельной ветви в другую, а часто и все процессы, возникающие под щетками коллекторных машин. В том числе **искрение щеток и круговой огонь** на коллекторе.

Причин возникновения искрения несколько:

**Механические** - биение, эллиптичность и шероховатость поверхности коллектора, наличие выступающих коллекторных пластин, вибрация щеток и т.п.

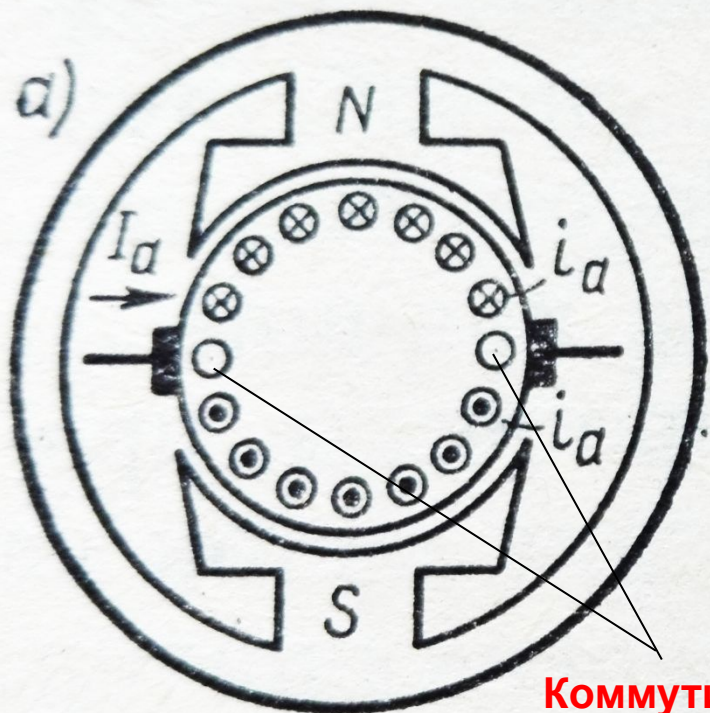
**Электромагнитные** – разрыв электрической цепи с током при выходе коллекторной пластины из-под щетки, что приводит к возникновению короткой электрической дуги.

Дуга между соседними пластинами может перерасти в **круговой огонь** на коллекторе, так как при дуге появляются раскаленные пары меди и происходит ионизация воздуха.

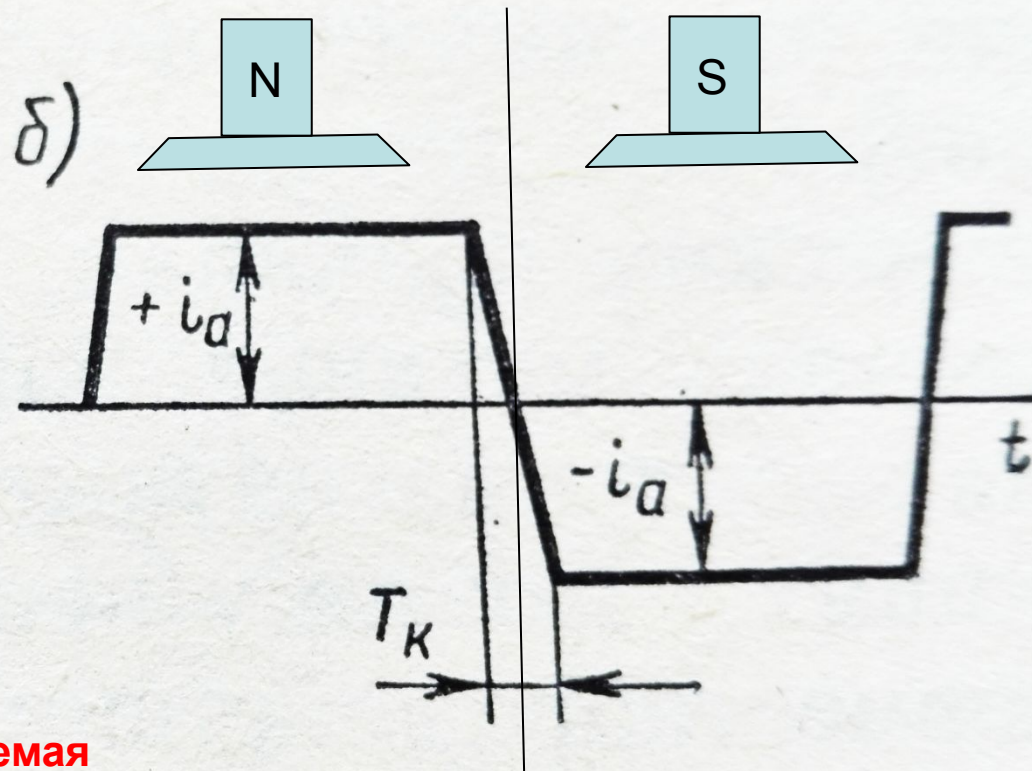
Реакция якоря искажает магнитное поле в воздушном зазоре машины, увеличивая магнитную индукцию под одним из краев главных полюсов. Это вызывает увеличение напряжения  $U_k$  между соседними пластинами и опасность возникновения искрения и кругового огня.

При вращении якоря секции переходят из одной параллельной ветви в другую, и направление тока в них меняется на противоположное. Это осуществляется за счет коммутации, которая должна быть безискровой.

Секции в которых происходит изменение тока находятся под щетками, и их называют **коммутируемыми**, а время замыкания секции щеткой – **периодом коммутации**.



Коммутируемая  
секция



Распределение тока в ветвях обмотки якоря

Распределение тока в секции

Рис.51

$$T_k = \frac{b_{щ}}{\vartheta_k} - \text{период коммутации;}$$

где:  $b_{щ}$  - ширина щетки;  
 $\vartheta_k$  - скорость коллектора.

Период коммутации очень короткий

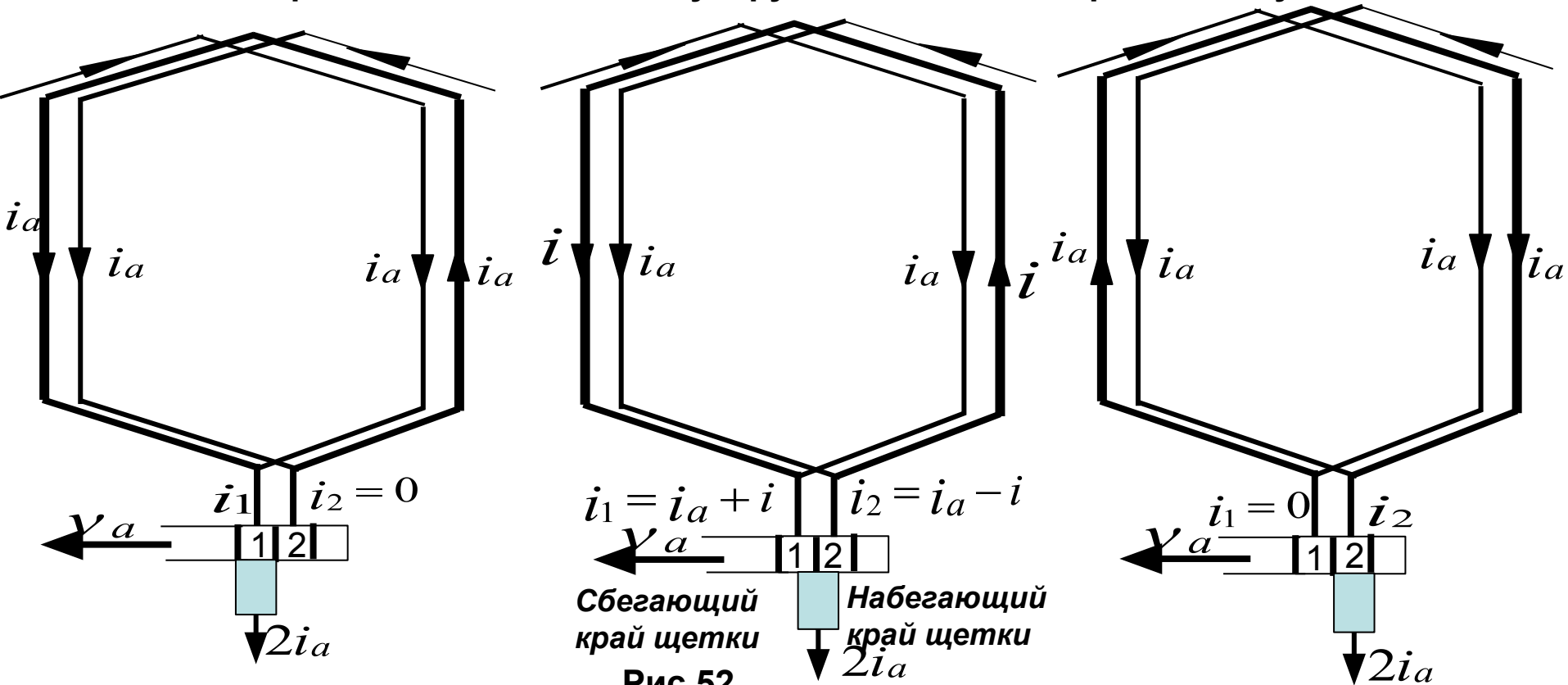
$$T_k \leq 0,001c$$

Вследствие этого скорость изменения тока  $(di/dt)_{cp} = 2i_a/T_k$  - очень велика



# ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ КОММУТАЦИИ

Распределение тока в коммутируемой секции во время коммутации



При изменении тока в коммутируемой секции возникает ЭДС само и взаимной индукции, называемая **реактивной**

$$e_p = -L_{pez} \frac{di}{dt} \quad (L_{pez} - \text{результатирующая индуктивность секции})$$

Кроме того в коммутируемой секции индуктируется ЭДС вращения в магнитном поле,

$$e_k = 2B_k v_a l a \quad B_k - \text{индукция в воздушном зазоре коммутируемой секции, создаваемая МДС ОВ и реакцией якоря}$$



Для секции, замкнутой щеткой можно написать уравнение

$$e_p + e_k = i_1 R_1 + i R_c - i_2 R_2,$$

где:  $\dot{i}$  - ток в коммутируемой секции;  $i_1$  и  $i_2$  токи через пластины 1 и 2;

$R_1$  и  $R_2$  - сопротивления контактов между щеткой и коллекторными пластинами;

$R_c$  - сопротивление секции.

Т.к.  $R_c$  всегда значительно меньше сопротивлений щеточного контакта, им можно пренебречь, тогда

$$e_p + e_k = i_1 R_1 - i_2 R_2$$

Это нелинейное дифференциальное уравнение и называют **ОСНОВНЫМ уравнением коммутации.**

Аналитически его решение можно получить при ряде допущений.

Так, если положить  $i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0$ , так как эта разность мала, меньше 10% от  $e_k$  при приемлемой коммутации, то уравнение коммутации примет вид:  $e_p + e_k = 0$

Учитывая  $e_p = -L_{pez} di/dt$ , найдем из него ток в коммутируемой секции

$$i = L_{pez}^{-1} \int_0^t e_k dt + C$$

По теореме о среднем  $i(T_k) = L_{pez}^{-1} e_{kcp} T_k + C$

Из начальных условий постоянная интегрирования  $C = i_a$

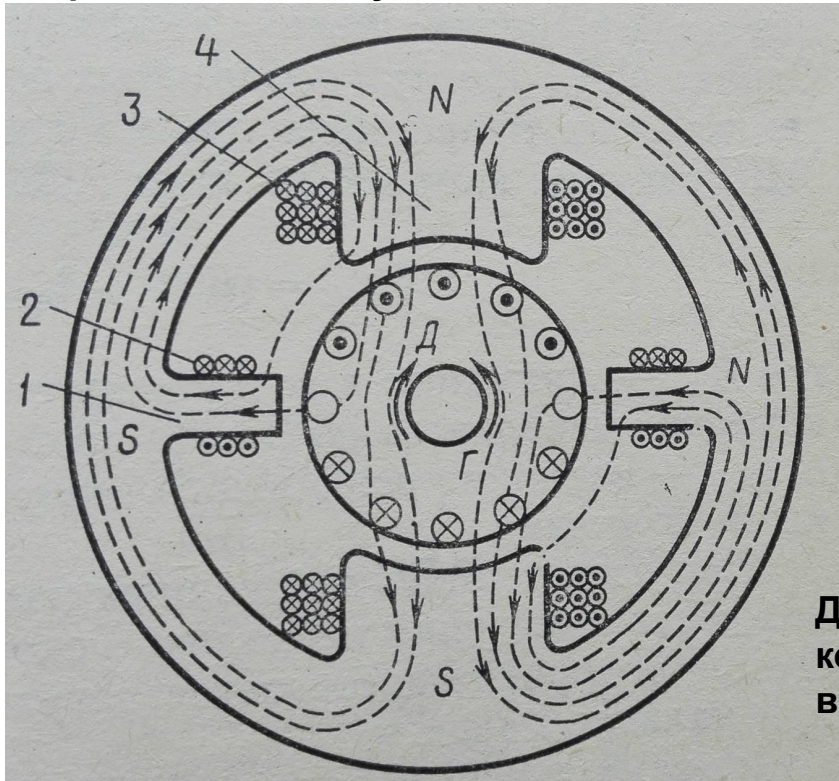
Для безыскровой коммутации необходимо отсутствие разрыва тока, т.е.  $i_1(T_k) = 0$  и  $i(T_k) = -i_a$ , тогда условия безыскровой коммутации:  $i(T_k) = -i_a = L_{pez}^{-1} e_{kcp} T_k + i_a$

Из него  $e_{kcp} = -L_{pez} 2i_a / T_k = -e_{pcp}$

# Способы улучшения коммутации и уменьшения влияния реакции якоря

Основной способ - введение в конструкцию машины **добавочных полюсов**, которые создают в зоне коммутации поле, индуктирующее требуемое значение  $e_{ксп}$ .

Их устанавливают между главными полюсами, а их обмотку включают последовательно с ОЯ. При этом магнитную цепь машины выполняют ненасыщенной.



В этом случае

$$e_{ксп} = 2 B_k l_a \vartheta_a \omega_c = c_1 i_a \vartheta_a$$

Т.е. она пропорциональна току якоря и скорости. Реактивная ЭДС так же пропорциональна току якоря и скорости.

$$e_{рсп} = -L_{рез} 2 i_a / T_k = c_2 i_a \vartheta_a$$

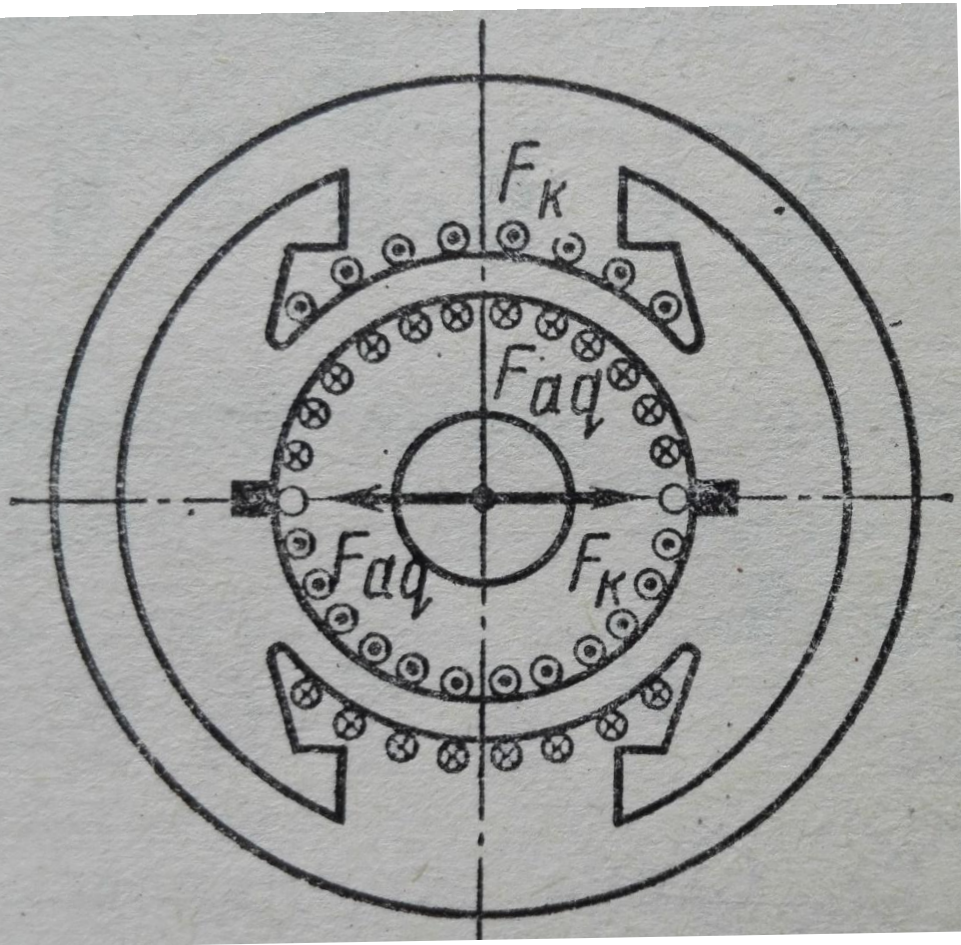
Поэтому возможна их взаимная компенсация при различных режимах работы машины.

Дополнительные полюса и создают в зоне коммутации индукцию  $B_k$  такой величины, чтобы в коммутируемых секциях возникла  $e_{ксп} = -e_{рсп}$

Рис.53 Схема расположения главных и добавочных полюсов

- 1 – сердечник добавочного полюса;
- 2 - обмотка добавочного полюса

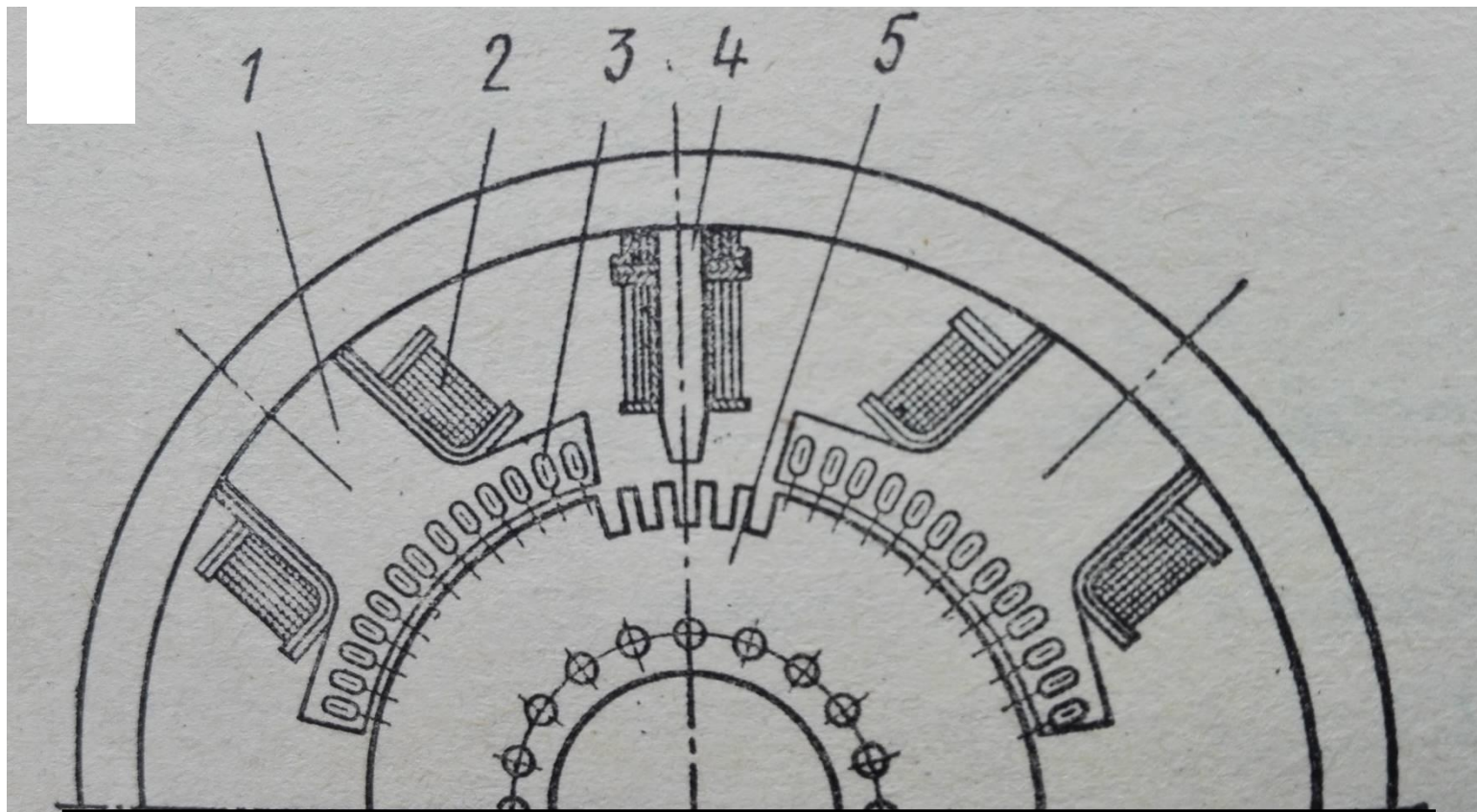
Координатным способом компенсации реакции якоря является применение **компенсационной обмотки**, которую укладывают в пазах главных полюсов и включают последовательно с ОЯ так, чтобы ее МДС была направлена встречно МДС якоря и компенсировала последнюю.



При  $F_k = F_{aq}$  реакция якоря практически не искажает магнитное поле в воздушном зазоре.

Рис.54





**Рис.55 –Схема расположения в машине обмоток.**

- 1 – главный полюс,**
- 2 – обмотка возбуждения,**
- 3 – компенсационная обмотка,**
- 4 – добавочный полюс,**
- 5 – якорь.**

## Основные воздействия на ДПТ НВ, выходная переменная и режим работы

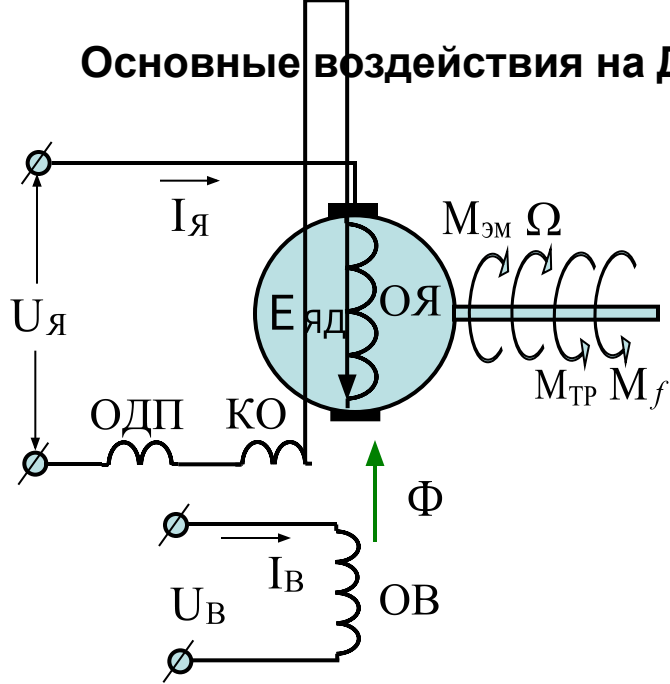


Рис.56 Принципиальная схема ДПТ НВ

### Условные обозначения на схеме:

- ОЯ – обмотка якоря ДПТ;
- ОВ – обмотка возбуждения ДПТ;
- КО – компенсационная обмотка ;
- ОДП – обмотка дополнительных полюсов ;
- $U_Я(t), U_В(t)$  - напряжения на зажимах цепи якоря и цепи возбуждения машины ;
- $I_Я(t), I_В(t)$  - токи в цепи якоря и цепи возбуждения ДПТ ;
- $E_Я(t)$  - ЭДС якоря машины ;
- $M_{эм}(t)$  - электромагнитный момент на валу двигателя;
- $M_{тр}(t)$  - момент трения на валу двигателя;
- $M_ф(t)$  - внешний возмущающий момент на валу ДПТ.
- $\Omega(t)$  - скорость вращения вала ДПТ;
- $\Phi(t)$  - поток цепи возбуждения электромашины;

### Управляющие воздействия на ДПТ НВ

При управлении по цепи якоря:  $U_Я(t)$  или  $I_Я(t)$

При управлении по цепи возбуждения:  $U_В(t)$  или  $I_В(t)$

### Возмущающие воздействия

$M_ф(t)$  - внешний момент нагрузки на валу двигателя.

### Выходная переменная

$\Omega(t)$  - скорость вращения вала двигателя.

### Режим работы двигателя постоянного тока независимого возбуждения.

$\{U_Я(t), U_В(t), M_ф(t)\}$  - совокупность (вектор) существенных воздействий:

При  $U_Я = const, U_В = const, M_ф = const$  - режим статический.



# Уравнение движения электродвигателя постоянного тока

## Принимаемые допущения:

- параметры машины на рассматриваемом интервале времени не изменяются;
- реакция якоря полностью скомпенсирована компенсационной обмоткой ДПТ;
- гистерезисом магнитной цепи машины пренебрегаем;
- кривая намагничивания аппроксимирована кусочно-линейной характеристикой “насыщение”;
- трения на валу машины хорошо описываются характеристикой «сухое трение».

## Уравнения равновесия ЭДС в цепях электромашины

В цепи якоря: 
$$U_{\text{я}}(t) = U_{R_{\text{я}}}(t) + U_{L_{\text{я}}}(t) + E_{\text{я}}(t) = R_{\text{я}} I_{\text{я}}(t) + L_{\text{я}} \frac{d I_{\text{я}}(t)}{dt} + E_{\text{я}}(t) \quad (1)$$

В цепи возбуждения: 
$$U_{\text{в}}(t) = U_{R_{\text{в}}} + U_{L_{\text{в}}} = R_{\text{в}} I_{\text{в}}(t) + L_{\text{в}} \frac{d I_{\text{в}}(t)}{dt}, \quad \text{где} \quad (2)$$

$U_{\text{я}}(t), U_{\text{в}}(t)$  - напряжения на зажимах цепи якоря и цепи возбуждения машины ;

$U_{R_{\text{я}}}(t), U_{L_{\text{я}}}(t)$  - падение напряжения на активном и реактивном сопротивлении якоря;

$U_{R_{\text{в}}}(t), U_{L_{\text{в}}}(t)$  - падение напряжения на активном и реактивном сопротивлении ОВ;

$I_{\text{я}}(t), I_{\text{в}}(t)$  - токи в цепи якоря и цепи возбуждения машины ;

$E_{\text{я}}(t)$  - ЭДС якоря машины ;

$R_{\text{я}}, R_{\text{в}}$  - активные сопротивления цепи якоря и цепи возбуждения машины ;

$L_{\text{я}}, L_{\text{в}}$  - индуктивности цепи якоря и цепи возбуждения машины .

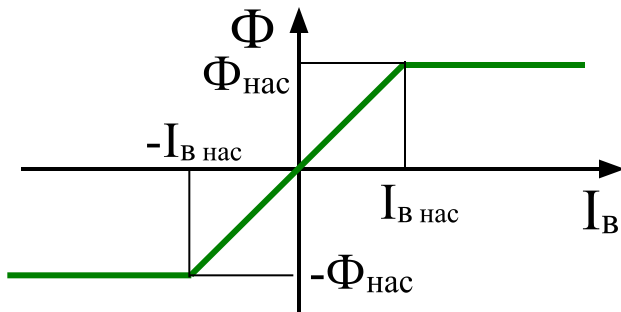
$$E_{\text{я}}(t) = c_e \Phi(t) \Omega(t), \quad \text{где} \quad (3)$$

$\Phi(t)$  - поток цепи возбуждения электромашины;

$\Omega(t)$  - скорость вращения вала ДПТ;

$c_e$  - конструктивная константа электромашины.

### Уравнение магнитной цепи электродвигателя



$$\Phi(t) = \begin{cases} \gamma I_B(t) & \text{при } |I_B(t)| \leq I_{B\text{ нас}} \\ \Phi_{нас} \text{ Sign } I_B(t) & \text{при } |I_B(t)| \geq I_{B\text{ нас}} \end{cases} \quad (4)$$

$\Phi_{нас}$  - поток насыщения магнитной цепи ДПТ;  
 $I_{B\text{ нас}}$  - ток возбуждения насыщения магнитной цепи ДПТ;  
 $\gamma$  - тангенс угла наклона линейного участка кривой.

Рис.57 Кривая намагничивания магнитной цепи ДПТ при принятых допущениях

### Уравнение моментов на валу электродвигателя

$$M_{эм}(t) - M_f(t) - M_{тр}(t) - M_{дин}(t) = 0, \quad \text{где} \quad (5)$$

$M_{эм}(t)$  - электромагнитный момент на валу двигателя;

$M_f(t)$  - внешний возмущающий момент на валу двигателя;

$M_{тр}(t)$  - момент трения на валу двигателя;

$M_{дин}(t)$  - динамический момент вала двигателя.

$$M_{эм}(t) = C_M \Phi(t) I_{я}(t), \quad (6)$$

$C_M$  - конструктивная константа ДПТ НВ,

$$M_{дин}(t) = J_d \varepsilon(t) = J_d \frac{d\Omega(t)}{dt}, \quad (7)$$

$J_d$  - момент инерции подвижных частей двигателя;  
 $\varepsilon(t)$  - угловое ускорение вала двигателя.

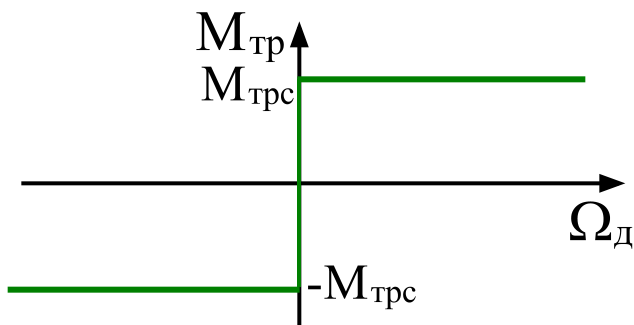


Рис.58 Характеристика сухих трений на валу двигателя.

$$M_{тр}(t) = \begin{cases} M_{трс}(t) \text{ Sign } \Omega & \text{при } \Omega \neq 0 \\ M_{эм}(t) - M_f(t) & \text{при } \Omega = 0 \text{ и } |M_{эм}(t) - M_f(t)| \leq M_{трс} \\ M_{трс} \text{ Sign}(M_{эм}(t) - M_f(t)) & \text{при } \Omega = 0 \text{ и } |M_{эм}(t) - M_f(t)| \geq M_{трс} \end{cases} \quad (8)$$

## Уравнение движения электродвигателя постоянного тока

Решая систему уравнений (1) – (8) относительно скорости, получим уравнение движения ДПТ, связывающее выходную переменную двигателя с основными воздействиями на него.

$$\frac{J_d L_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2(U_B)} \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + \frac{J_d R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2(U_B)} \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi(U_B)} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2(U_B)} \left(1 + \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}} \frac{d}{dt}\right) M_{\text{тр}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2(U_B)} \left(1 + \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}} \frac{d}{dt}\right) M_f \quad (9)$$

В статических режимах работы двигателя воздействия на него и выходная переменная имеют постоянные значения. Следовательно производные от них будут равны нулю, и уравнение примет вид:

$$\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi(U_B)} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2(U_B)} M_{\text{тр}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2(U_B)} M_f = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi(U_B)} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2(U_B)} M_{\text{эм}} \quad (10)$$

Его называют уравнением статических характеристик ДПТ НВ

### Статические характеристики ДПТ НВ

#### Механические характеристики

$$\Omega = f(M_d) \left| \begin{array}{l} U_{\text{я}} = \text{const} \\ U_B = \text{const} \end{array} \right.$$

$M_d = M_f$  - полезный момент на валу двигателя.

#### Электрохимические (скоростные) характеристики

$$\Omega = f(I_{\text{я}}) \left| \begin{array}{l} U_{\text{я}} = \text{const} \\ U_B = \text{const} \end{array} \right.$$

#### Регулировочные характеристики

##### Регулировочные при управлении по цепи якоря

$$\Omega = f(U_{\text{я}}) \left| \begin{array}{l} M_f = \text{const} \\ U_B = \text{const} \end{array} \right.$$

##### Регулировочная при управлении по цепи возбуждения

$$\Omega = f(U_B) \left| \begin{array}{l} M_f = \text{const} \\ U_{\text{я}} = \text{const} \end{array} \right.$$



# Семейство статических механических характеристик ДПТ НВ при учете сухих трений в подвижных частях машины

Уравнение статических механических характеристик:

$$\Omega = \frac{U_{я}}{C_e \Phi} - \frac{R_{я}}{C_e C_M \Phi^2} M_{трс} - \frac{R_{я}}{C_e C_M \Phi^2} M_{д} = \Omega_{хх} - \frac{1}{\beta_{ст}} M_{д}$$

$$\Omega_{хх} = \frac{U_{я}}{C_e \Phi} - \frac{R_{я}}{C_e C_M \Phi^2} M_{трс} - \text{скорость холостого хода}$$

$$\Delta \Omega_{тр} = \frac{R_{я}}{C_e C_M \Phi^2} M_{трс} - \text{просадка скорости, вызванная трениями}$$

$$\beta_{ст} = \frac{C_e C_M \Phi^2}{R_{я}} - \text{статический модуль жесткости хар-ки}$$

**Искусственные при  $\Phi < \Phi_{ном}$**   
**Искусственные при  $R_{доб} > 0$**

**Искусственные при  $|U_{я}| < U_{ян}$**

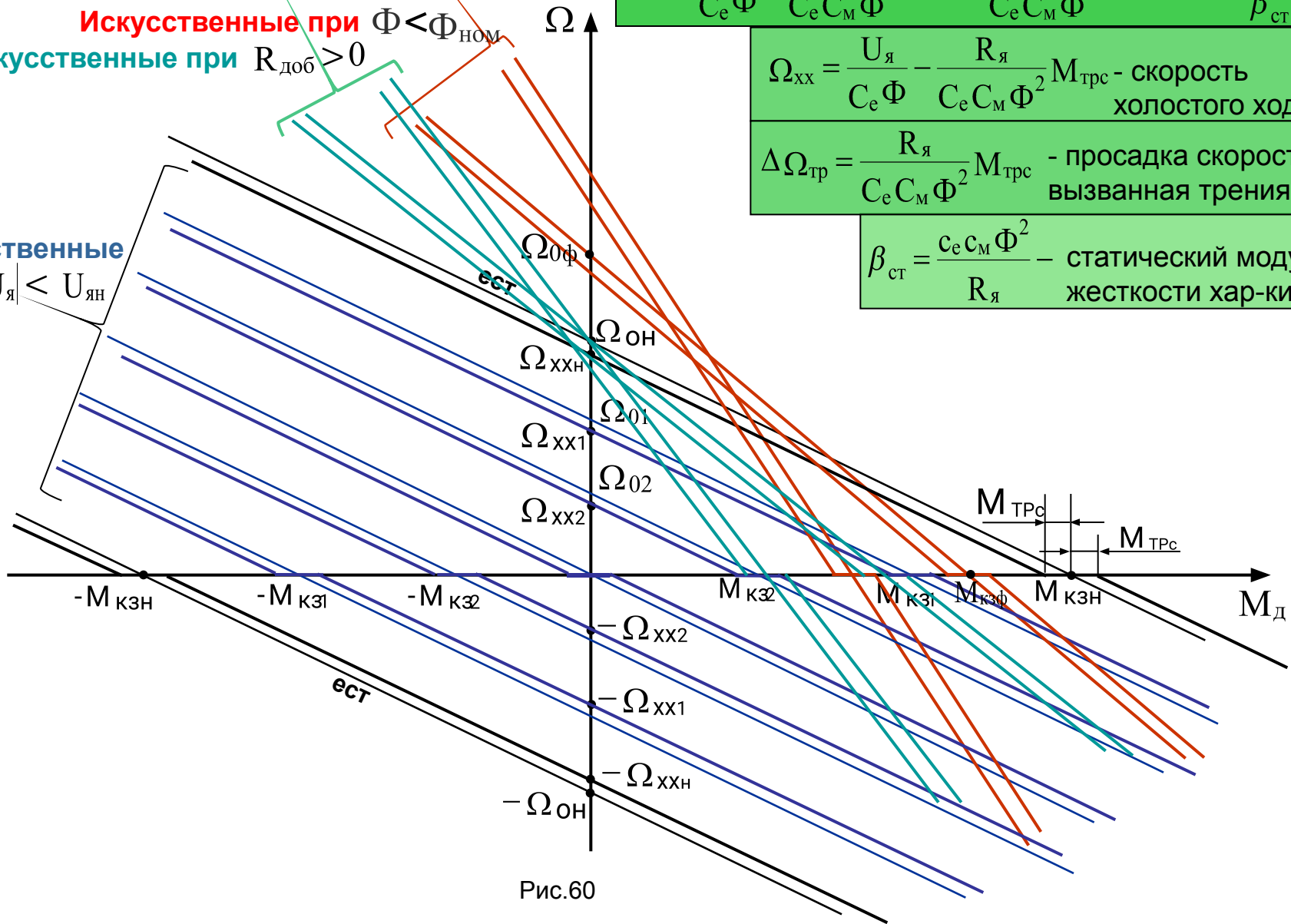


Рис.60



## Регулировочные характеристики ДПТ НВ при управлении по цепи якоря

Уравнение статических характеристик ДПТ НВ:

$$\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2} M_{\text{трс}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2} M_{\text{д}} = \Omega_{\text{хх}} - \frac{1}{\beta_{\text{ст}}} M_{\text{д}}$$

Уравнение регулировочной характеристики:

$$\Omega = f(U_{\text{я}}) \quad \left| \begin{array}{l} M_f = \text{const} \\ U_{\text{В}} = \text{const} \end{array} \right.$$

Рассмотрим характеристики при различных значениях фиксируемых переменных.

**1**  $M_f = M_{\text{ЭМ}} = 0; \Phi = \Phi_{\text{Н}}$       $\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi_{\text{Н}}}$

**2**  $M_f = M_{\text{ЭМ}} = 0; |\Phi| = \text{const} \neq \Phi_{\text{Н}}$

**2а**  $0 < \Phi < \Phi_{\text{Н}}$

**2б**  $0 > \Phi > -\Phi_{\text{Н}}$

$$\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_M \Phi}$$

**3**  $M_f = M_{f0} = \text{const} > 0; \Phi = \Phi_{\text{Н}}$

$$\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi_{\text{Н}}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi_{\text{Н}}^2} M_{f0}$$

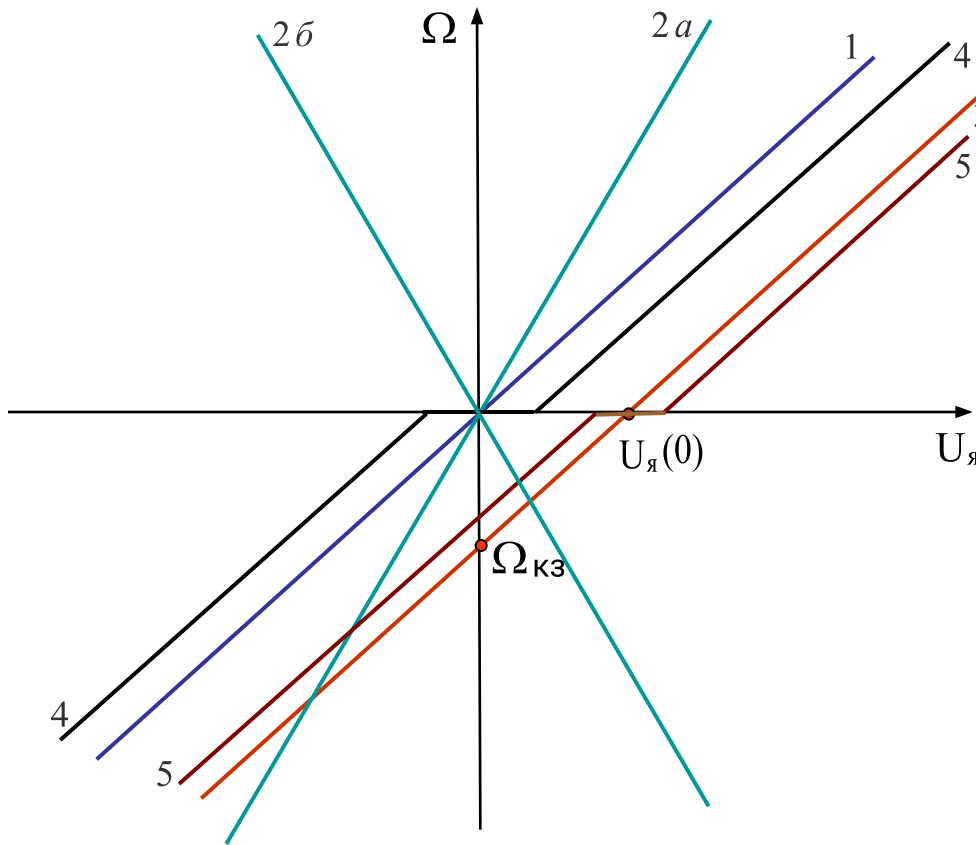
$$U(0) = \frac{R_{\text{я}}}{C_e \Phi} M_f \quad \Omega_{\text{кз}} = -\frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi_{\text{Н}}^2} M_{f0}$$

**4**  $M_f = M_{\text{трс}} \text{Sign } \Omega; \Phi = \text{const} = \Phi_{\text{Н}}$

$$\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi_{\text{Н}}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi_{\text{Н}}^2} M_{\text{трс}} \text{Sign } \Omega$$

**5**  $M_f = M_{f0} + M_{\text{трс}} \text{Sign } \Omega; \Phi = \Phi_{\text{Н}}$

$$\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi_{\text{Н}}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi_{\text{Н}}^2} M_{\text{трс}} \text{Sign } \Omega - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi_{\text{Н}}^2} M_{f0}$$



**Рис.61**

# Регулировочные характеристики ДПТ НВ при управлении по цепи возбуждения

Уравнение статических характеристик ДПТ НВ:

$$\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_M \Phi^2} M_{\text{ЭМ}}; \quad M_{\text{ЭМ}} = M_{\text{ТР}} + M_f$$

Уравнение регулировочных характеристик:

$$\Omega = f(U_{\text{В}}) \quad \left| \begin{array}{l} U_{\text{я}} = \text{const} \\ M_f = \text{const} \end{array} \right.$$

Рассмотрим характеристики при различных значениях фиксируемых воздействий

1.  $U_{\text{я}} = U_{\text{яН}}; \quad M_{\text{ЭМ}} = \text{const} = 0$

$$\Omega^{\text{А}} = \frac{U_{\text{яН}}}{C_e \Phi(U_{\text{В}})} \quad \Omega^{\text{Б}}_{\text{ИХХ}} = \frac{U_{\text{яН}}}{C_e \Phi_{\text{нас}}}$$

2.  $U_{\text{я}} < U_{\text{яН}}; \quad M_{\text{ЭМ}} = \text{const} = 0$

$$\Omega^{\text{А}} = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi(U_{\text{В}})} \quad \Omega^{\text{Б}}_{\text{ИХХ}} = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi_{\text{нас}}}$$

3.  $U_{\text{я}} = U_{\text{яН}}; \quad M_{\text{ЭМ}} = \text{const} = M_{\text{ЭМН}}$

$$\Omega^{\text{А}} = \frac{U_{\text{яН}}}{C_e \gamma R_{\text{В}}^{-1} U_{\text{В}}^{-1}} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{ЭМН}}}{C_e C_M \gamma^2 R_{\text{В}}^{-2} U_{\text{В}}^{-2}}$$

$$\frac{d\Omega^{\text{А}}}{dU_{\text{В}}} = -\frac{U_{\text{яН}}}{C_e \gamma R_{\text{В}}^{-1} U_{\text{В}}^{-2}} + 2 \frac{R_{\text{я}} M_{\text{ЭМН}}}{C_e C_M \gamma^2 R_{\text{В}}^{-2} U_{\text{В}}^{-3}} = 0$$

$$U_{\text{В}3} = 2 \frac{R_{\text{я}} M_{\text{ЭМН}}}{U_{\text{яН}} C_M \gamma R_{\text{В}}} \quad \Omega_{\text{3}} = \frac{U_{\text{яН}}^2}{4 M_{\text{ЭМН}} R_{\text{я}}}$$

$$U_{\text{В}}(0) = \frac{R_{\text{я}} M_{\text{ЭМН}}}{U_{\text{яН}} C_M \gamma R_{\text{В}}} \quad \Omega^{\text{Б}} = \frac{U_{\text{я}}}{C_e \Phi_{\text{нас}}} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{ЭМН}}}{C_e C_M \Phi_{\text{нас}}^2}$$

3a.  $U_{\text{я}} = U_{\text{яН}}; \quad M_{\text{ЭМ}} = \text{const} > M_{\text{ЭМН}}$

4.  $U_{\text{я}} = U_{\text{яН}}; \quad M_{\text{ЭМ}} = M_{\text{ТРс}} \text{Sign}\Omega$

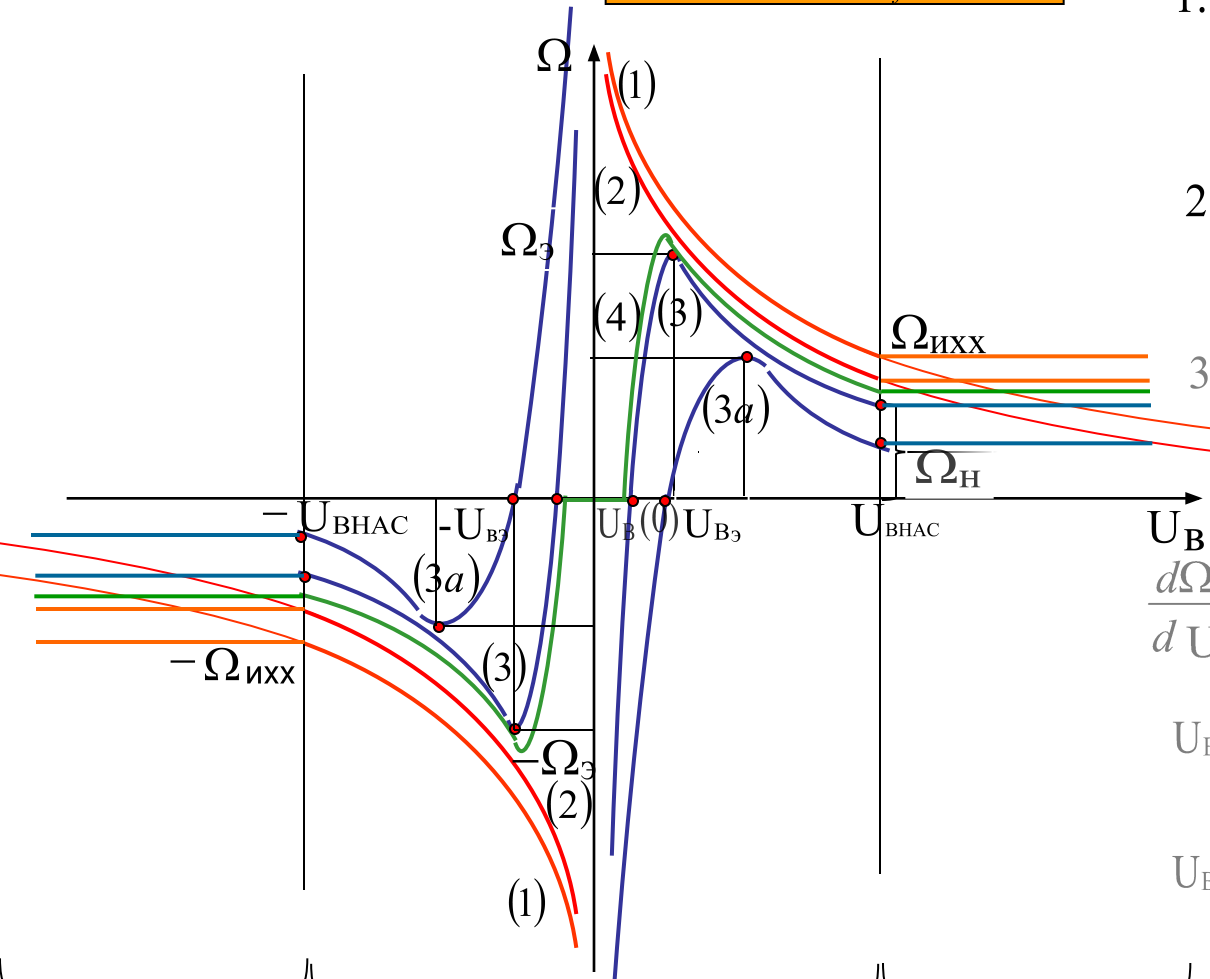


Рис.62

# Режимы работы двигателя и область допустимых режимов работы

Режимы работы по направлению потока энергии на выходе двигателя подразделяют:

1. Двигательные
2. Тормозные
3. Холостого хода
4. Короткого замыкания

$Sign \Omega = Sign M_B$
$Sign \Omega \neq Sign M_B$
$M_B = 0; \quad \Omega = \Omega_{XX}$
$\Omega = 0; \quad M_B = M_{K3}$

- Тормозные режимы:**
- 2.1 торможение противовключением
  - 2.2 торможение рекуперативное
  - 2.3 торможение динамическое

$Sign \Omega \neq Sign \Omega_{XX}$
$Sign \Omega = Sign \Omega_{XX}$
$\Omega_{XX} = 0$

## Область допустимых режимов

Границы области по моменту:

При наличии  $|I_A| \leq I_{Ям}$  и  $|M_{ЭМ}| \leq M_{ЭМm} = c_M \Phi I_{Ям}$ ,

где  $I_{Ям}$  - максимально допустимое значение тока якоря двигателя.

Момент на валу ДПТ: - в двигательных режимах  
- в тормозных режимах

$M_B \leq M_{ЭМm} - M_{Тр}$
$M_B \leq M_{ЭМm} + M_{Тр}$

Границы области по скорости:

Естественные характеристики при

$U_A = \pm U_{Ян};$
$U_B = U_{Вн};$

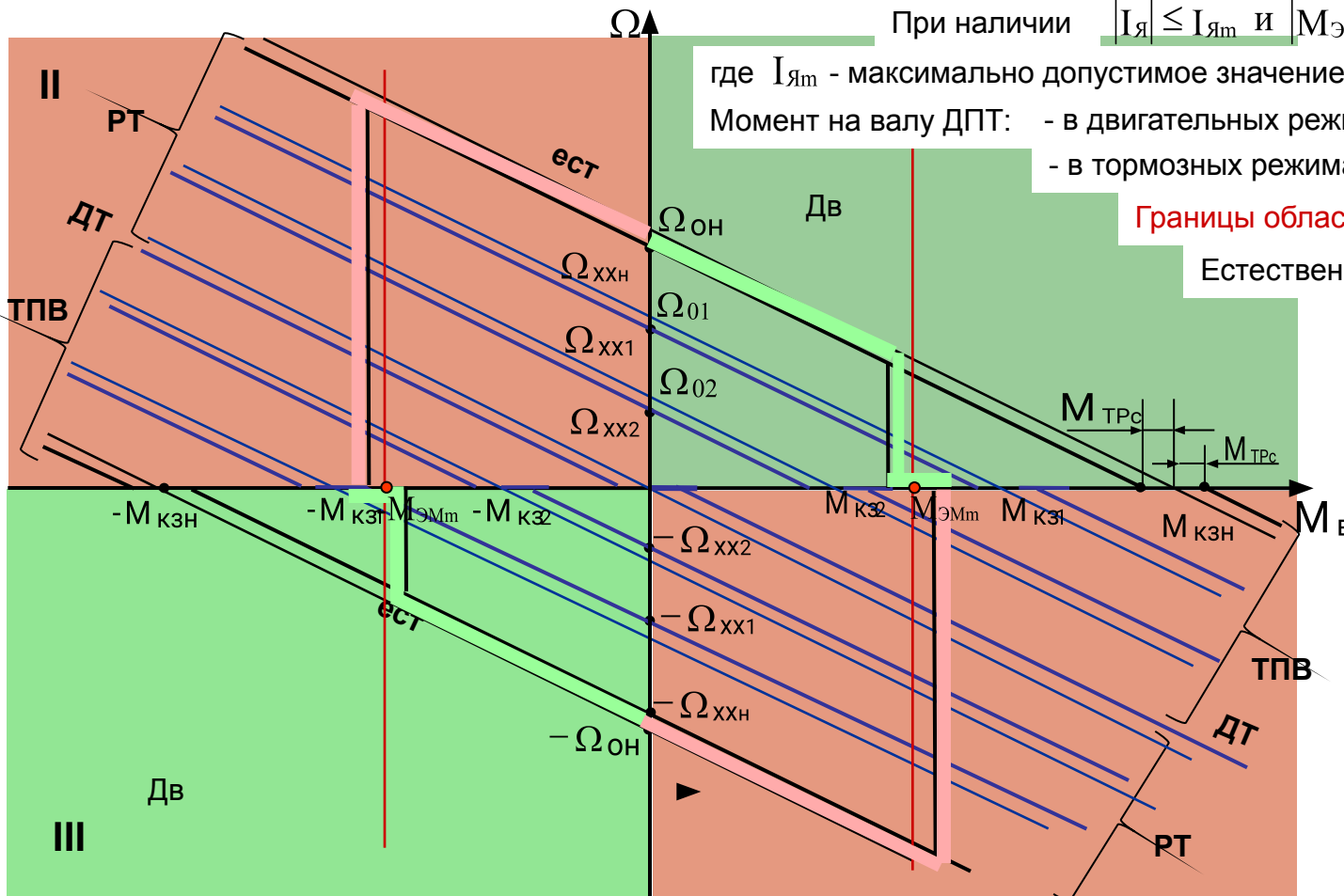


Рис.63

## Статические характеристики мощности электродвигателей

Электромашини являются преобразователями энергии электрической в механическую или наоборот.

**Статическими характеристиками мощности** называют зависимости мощности на входе или выходе электромашини от одной из обобщенных сопряженных координат этой мощности в определенном режиме использования.

### Статические характеристики мощности на входе и выходе электродвигателя

Под входной мощностью ДПТ НВ понимается электрическая мощность на зажимах якоря машины  $N_{\text{э}} = U_{\text{я}} I_{\text{я}}$   
 Под выходной мощностью электродвигателя понимается механическая мощность на валу машины  $N_{\text{м}} = \Omega M_{\text{в}}$

Так как ток якорной цепи определяется выражением:  $I_{\text{я}} = \frac{M_{\text{эм}}}{c_{\text{м}} \Phi}$ , а  $M_{\text{эм}} = M_{\text{ф}} + M_{\text{тр}}$ , мощности на входе  
 $N_{\text{э}} = f(U_{\text{я}}, M_{\text{ф}}, U_{\text{в}})$  и  $N_{\text{м}} = f(U_{\text{я}}, M_{\text{ф}}, U_{\text{в}})$  на выходе ДПТ являются функциями режима его работы.

Рассмотрим вид этих характеристик в основных **режимах использования** двигателя, а именно:

1. При работе на одной механической характеристике (управляющие воздействия постоянны);
2. При регулировании скорости вращения вала изменением  $U_{\text{я}}$  при постоянном моменте  $M_{\text{эм}} = M_{\text{ф}} = \text{const}$ ,
3. При стабилизации скорости вращения вала изменением  $U_{\text{я}}$  при изменении момента  $M_{\text{эм}} = M_{\text{ф}} = \text{var}$ ,

Уравнениями характеристик мощности в 1-ом режиме использования являются:

$$\boxed{N_{\text{э}} = f(I_{\text{я}}) \mid \begin{matrix} U_{\text{я}} = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}} \quad \boxed{N_{\text{м}} = f(\Omega) \mid \begin{matrix} U_{\text{я}} = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}} \quad \text{или} \quad \boxed{N_{\text{м}} = f(M_{\text{эм}}(M_{\text{в}})) \mid \begin{matrix} U_{\text{я}} = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}}$$

Уравнениями характеристик мощности во 2-ом режиме использования являются:

$$\boxed{N_{\text{э}} = f(U_{\text{я}}) \mid \begin{matrix} M_{\text{ф}} = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}} \quad \boxed{N_{\text{м}} = f(\Omega) \mid \begin{matrix} M_{\text{ф}} = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}}$$

В 3-ем режиме использования изменяются и  $U_{\text{я}}$ , и  $I_{\text{я}} = f(M_{\text{эм}})$ , поэтому характеристиками являются:

$$\boxed{N_{\text{э}} = f(U_{\text{я}}) \mid \begin{matrix} \Omega = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}} \quad \text{и} \quad \boxed{N_{\text{э}} = f(I_{\text{я}}) \mid \begin{matrix} \Omega = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}} \quad \boxed{N_{\text{м}} = f(M_{\text{эм}}(M_{\text{в}})) \mid \begin{matrix} \Omega = \text{const} \\ U_{\text{в}} = \text{const} \end{matrix}}$$

Характеристики могут быть сняты экспериментально или построены теоретически при использовании модели ДПТ.

При принятых ранее допущениях ДПТ НВ в статических режимах работы описывается уравнениями:

$$\boxed{\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{c_{\text{е}} \Phi} - \frac{R_{\text{я}}}{c_{\text{е}} c_{\text{м}} \Phi^2} M_{\text{эм}} = \Omega_0 - \frac{1}{\beta_{\text{ст}}} M_{\text{эм}}} \quad \text{или} \quad \boxed{\Omega = \frac{U_{\text{я}}}{c_{\text{е}} \Phi} - \frac{R_{\text{я}}}{c_{\text{е}} c_{\text{м}} \Phi^2} M_{\text{тр}} - \frac{R_{\text{я}}}{c_{\text{е}} c_{\text{м}} \Phi^2} M_{\text{в}} = \Omega_{\text{хх}} - \frac{1}{\beta_{\text{ст}}} M_{\text{в}}}$$

# 1.1 Характеристики мощности на входе ДПТ НВ при постоянных управляющих воздействиях (при работе на одной механической характеристике)

Уравнение характеристики электрической мощности  $N_{\text{э}} = U_{\text{я}} I_{\text{я}}$  при  $U_{\text{я}} = \text{const}$  линейное от  $I_{\text{я}}$

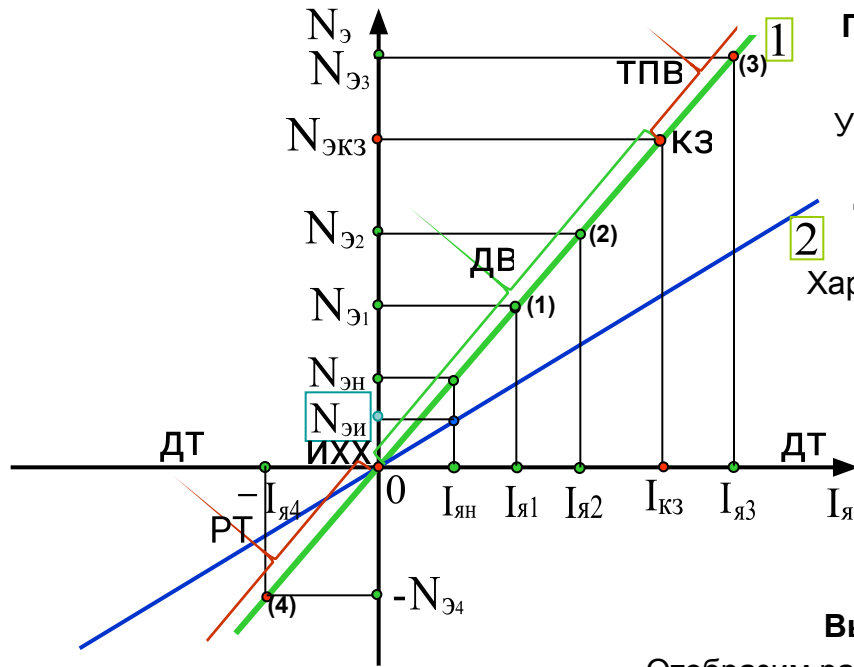


Рис.64

Построим характеристики мощности на плоскости «  $N_{\text{э}} - I_{\text{я}}$  »

1. При работе на естественной механической характеристике

Уравнение естественной характеристики ДПТ НВ имеет вид:

$$\Omega = \frac{U_{\text{яН}}}{C_e \Phi_{\text{H}}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e C_{\text{M}} \Phi_{\text{H}}^2} M_{\text{ЭМ}}$$

Построим ее на плоскости «  $\Omega - M_{\text{ЭМ}}$  »  
 Характерные точки:  $M_{\text{ЭМКЗ}} = I_{\text{яКЗ}} C_{\text{M}} \Phi_{\text{H}} = \frac{U_{\text{яН}}}{R_{\text{я}}} C_{\text{M}} \Phi_{\text{H}}$ ;  $\Omega_{\text{оe}} = \frac{U_{\text{яН}}}{C_e \Phi_{\text{H}}}$ ;

при  $I_{\text{я}} = I_{\text{яН}}$ ;  $M_{\text{ЭМ}} = M_{\text{ЭМН}} = C_{\text{M}} \Phi_{\text{H}} I_{\text{яН}}$ , - ном. режим.

$N_{\text{ЭН}} = U_{\text{яН}} I_{\text{яН}}$  - мощность на зажимах якоря ДПТ НВ в номинальном режиме

2. При работе на искусственной механической характеристике

$U_{\text{я}} < U_{\text{яН}}$ ;  $U_{\text{в}} = U_{\text{вН}}$ ;

при  $I_{\text{я}} = I_{\text{яН}}$   $N_{\text{ЭИ}} = U_{\text{я}} I_{\text{яН}}$

Выделим на характеристике мощности режимы работы ГД

Отобразим рабочие точки механической характеристики на характеристике мощности, а мощность на зажимах якоря  $N_{\text{э}}$  на плоскости механических характеристик

$$N_{\text{э}} = U_{\text{я}} I_{\text{я}} = \Omega_{\text{о}} C_e \Phi \frac{M_{\text{ЭМ}}}{C_{\text{M}} \Phi} = \Omega_{\text{о}} M_{\text{ЭМ}}$$

Сравнивая построения на Рис.32 и Рис.33, установим следующее:

При  $I_{\text{я}} = 0$  ( $M_{\text{ЭМ}} = 0$ ) - идеальный холостой ход ГД.

При  $I_{\text{я}} = I_{\text{яКЗ}}$  ( $M_{\text{ЭМ}} = M_{\text{ЭМКЗ}}$ ) - режим короткого замыкания.

При  $0 < I_{\text{я}} (M_{\text{ЭМ}}) < I_{\text{яКЗ}} (M_{\text{ЭМКЗ}})$  - двигательные режимы.

При  $I_{\text{я}} > I_{\text{яКЗ}} (M_{\text{ЭМ}} > M_{\text{ЭМКЗ}})$  - режимы торможения  
 противовключением ТПВ

При  $I_{\text{я}} < 0$  ( $M_{\text{ЭМ}} < 0$ ) - режимы торможения  
 рекуперативного РТ.

При  $U_{\text{я}} = 0$  - режим динамического торможения ДТ

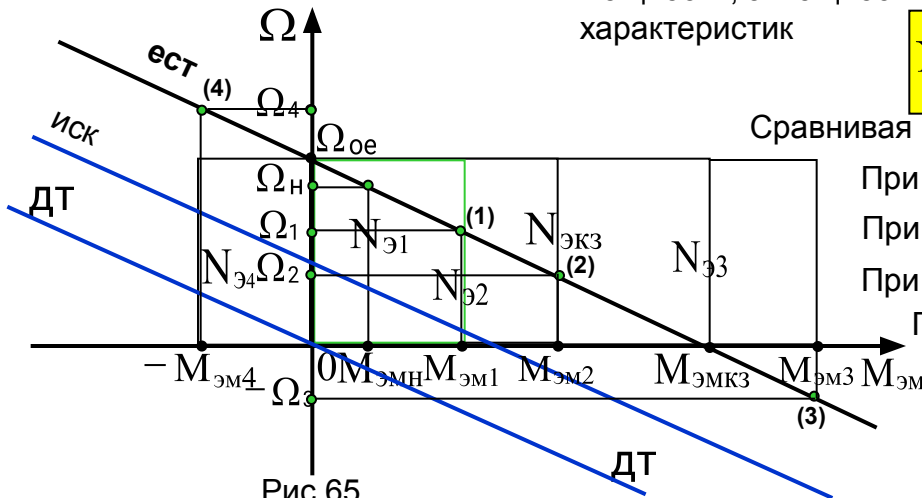


Рис.65



## 1.2 Характеристики мощности на выходе ДПТ при постоянных управляющих воздействиях (при работе на одной механической характеристике)

Уравнение характеристик механической мощности на валу  $N_M = \Omega M_B$  при  $U_{я} = const, U_B = const$ .

Т.к.  $\Omega = f(M_B(M_{ЭМ}))$  могут быть построены два вида характеристик:  $N_M = f(\Omega)$  и  $N_M = f(M_B(M_{ЭМ}))$ .

### 1. Характеристики на выходе ДПТ без учета механических потерь

Уравнение механической характеристики может быть представлено:

$$M_{ЭМ} = (\Omega_0 - \Omega) \beta_{СТ} \quad \text{или} \quad \Omega = \frac{U_{ЯН}}{C_e \Phi_H} - \frac{R_{я}}{C_e C_M \Phi_H^2} M_{ЭМ} = \Omega_0 - \frac{1}{\beta_{СТ}} M_{ЭМ}$$

Умножая выражение для момента на  $\Omega$  а выражение для скорости на  $M_{ЭМ}$  получим **уравнения характеристик механической мощности**:

$$N_M = (\Omega_0 \Omega - \Omega^2) \beta_{СТ}$$

Это параболы, найдем

$$N'_M = (\Omega_0 - 2\Omega) \beta_{СТ} = 0$$

$$\Omega_{Э} = 0.5 \Omega_0$$

$$N_M = \Omega_0 M_{ЭМ} - \beta_{СТ}^{-1} M_{ЭМ}^2;$$

координаты точки экстремума:

$$N'_M = \Omega_0 - 2 M_{ЭМ} \beta_{СТ}^{-1} = 0$$

$$M_{ЭМЭ} = 0.5 \Omega_0 \beta_{СТ} = 0.5 \frac{U_{я} C_M \Phi}{R_{я}} = 0.5 M_{ЭМКЗ}$$

$$N_{MЭ} = 0.25 \Omega_0^2 \beta_{СТ} = 0.25 \Omega_0 M_{ЭМКЗ} = 0.25 U_{я} I_{ЯКЗ} = 0.25 N_{ЭКЗ}$$

Точки пересечения с осью абсцисс ( $N_M=0$ )

$$\Omega = \Omega_0 - \text{режим ИХХ}$$

$$\Omega = 0 - \text{режим КЗ}$$

$$M_{ЭМ} = 0 - \text{режим ИХХ}$$

$$M_{ЭМ} = \Omega_0 \beta_{СТ} = M_{ЭМКЗ} - \text{режим КЗ}$$

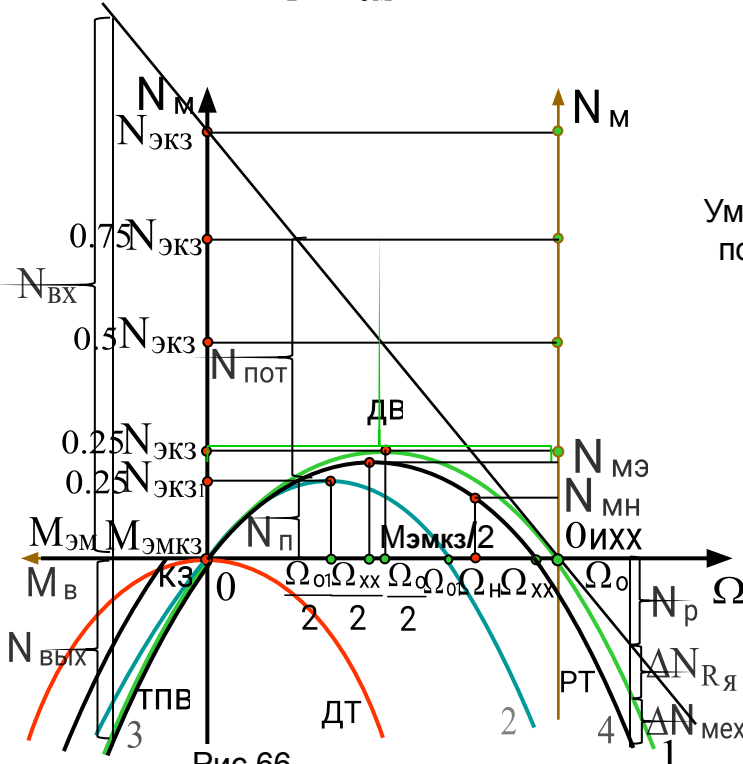


Рис.66

Нанесем эти точки на плоскости «  $N_M - \Omega$  » или «  $N_M - M_{ЭМ}$  » и построим характеристики

### 2. При работе на искусственной механической характеристике

Экстремум  $\Omega_{Э} = 0.5 \Omega_{01}$   $N_{MЭ1} = 0.25 N_{ЭКЗ1}$   $M_{ЭМЭ} = 0.5 M_{ЭМКЗ1}$

3. Вторая характеристика может быть построена самостоятельно или совмещено

**Режимы работы ДПТ:**  $0 < \Omega < \Omega_0$  - ДВ,  $\Omega < 0$  - ТПВ,  $\Omega > \Omega_0$  - РТ,  $\Omega_0 = 0$ ;  $\Omega \neq 0$  - ДТ.

### 4. Характеристики на выходе ДПТ при учете механических потерь

$$M_B = (\Omega_{ХХ} - \Omega) \beta_{СТ}^*$$

$$\Omega = \Omega_{ХХ} - \beta_{СТ}^{*-1} M_B$$

Экстремум  $\Omega_{Э} = 0.5 \Omega_{ХХ}$   $N_{MЭ} = 0.25 \Omega_{ХХ} M_{ВКЗ}$   $M_{ВЭ} = 0.5 M_{ВКЗ}$

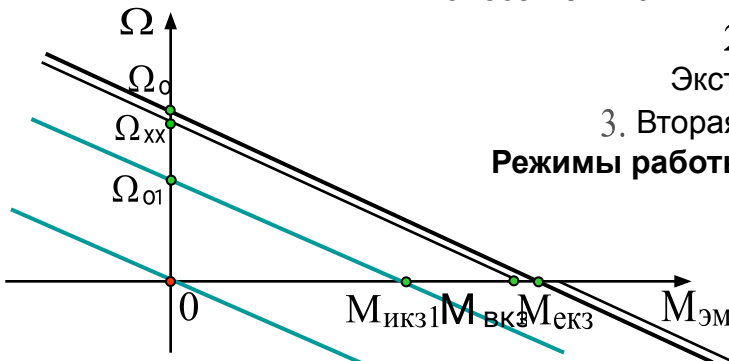


Рис.67

## 2.1 Характеристики мощности на входе ДПТ НВ при регулировании скорости вращения вала

(управляющее воздействие расход на штуцерах  $Q_{шт}$ )

Уравнение характеристики мощности  $N_{э} = f(U_{я}, I_{я}(M_f), \dots) = U_{я} I_{я}$

Построим характеристики мощности на плоскости « $N_{э} - U_{я}$ »

### 2.1.1 Характеристики на входе ГД без учета механических потерь

Рассмотрим их при различных значениях фиксируемых параметров:

1.  $M_{эм1} = M_{эмн} = M_f = const; U_B = U_{вн}$ .

Уравнение характеристики:  $N_{э1} = I_{ян} U_{я} \quad I_{я} = I_{ян} = M_{эмн} / c_m \Phi$

При  $U_{я} = U_{ян}; N_{эн} = U_{ян} I_{ян}$  - мощность на входе ДПТ в номинальном режиме

2.  $M_{эм2} < M_{эмн} = M_B = const; U_B = U_{вн}$ .

Уравнение характеристики:  $N_{э2} = U_{я} I_2$

При  $U_{я} = U_{ян}; N_{э2} = U_{ян} I_{я2} < N_{ян}$

3.  $M_{эм3} = M_{эмн} = M_B = const; U_B < U_{вн}$ .

Уравнение характеристики:  $N_{я} = U_{я} I_{я3} \quad I_{я3} = \frac{M_{эмн}}{c_m \Phi} > I_{ян}$

4.  $M_{эм4} = M_B = M_{трс} \text{Sign } \Omega; U_{вн} < U_{вн}$ .

Уравнение характеристики:  $N_{э} = U_{я} I_{я4}$

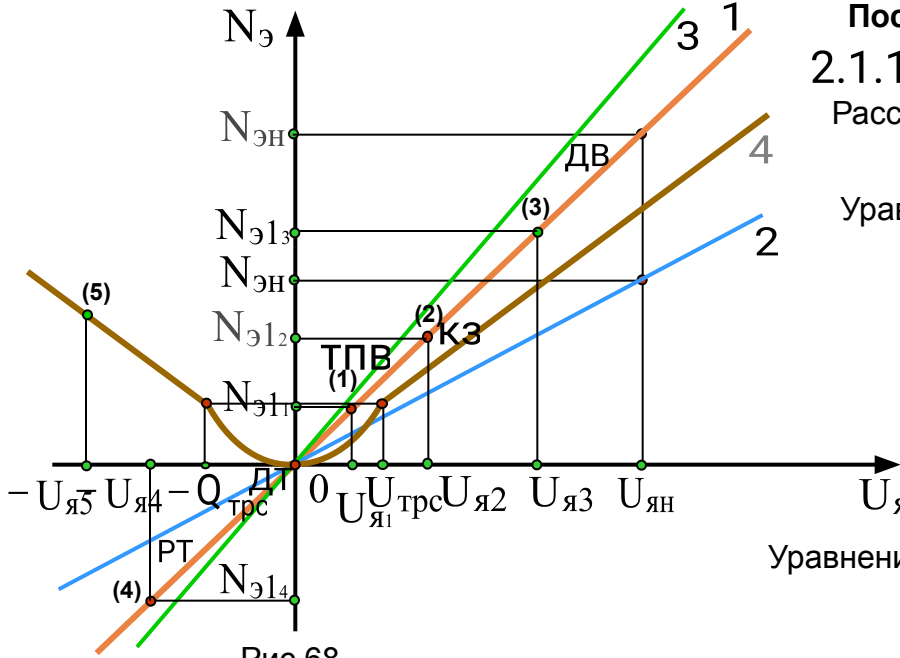


Рис.68

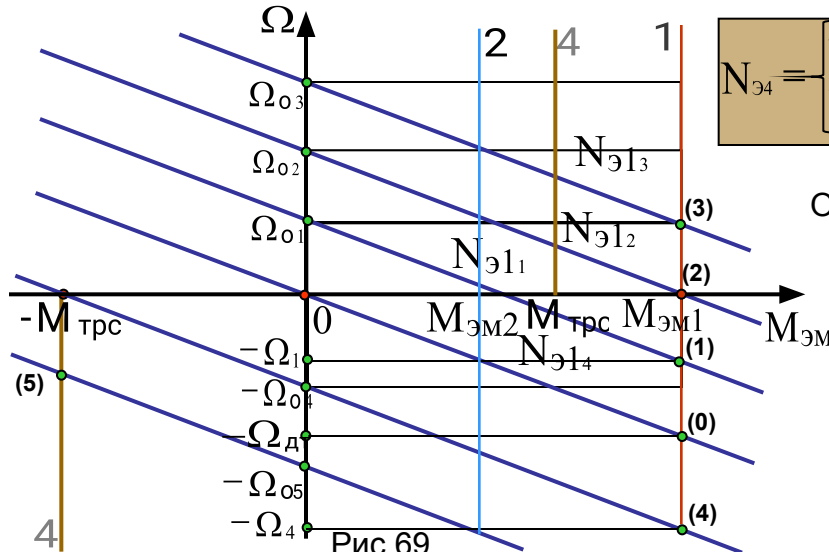


Рис.69

$$N_{э4} = \begin{cases} U_{я} M_{трс} (c_e \Phi)^{-1} \text{Sign } \Omega & \text{при } |U_{я}| > U_{трс} = R_{я} (c_e \Phi)^{-1} M_{трс} \quad (\Omega \neq 0) \\ U_{я} I_{якз} = U_{я}^2 R_{я}^{-1} & \text{при } |U_{я}| \leq U_{трс} = R_{я} (c_m \Phi)^{-1} M_{трс} \quad (\Omega = 0) \end{cases}$$

### Режимы работы ДПТ на характеристике мощности

Отобразим их на плоскости « $\Omega - M_{эм}$ » и характеристике мощности.

$U_{я} = 0 \quad (\Omega_0 = 0)$  рабочая точка (0) – режим ДТ;

$0 < U_{я} < U_{якз} = M_{эм} (c_m \Phi)^{-1} R_{я}$  рабочие точки (1) - режим ТПВ;

$U_{я} = M_{эм} (c_m \Phi)^{-1} R_{я}; (\Omega_{02}; \Omega = 0)$  рабочая точка (2) – режим КЗ;

$U_{я} > U_{якз} = M_{эм} (c_m \Phi)^{-1} R_{я} \quad (\Omega_{03})$  рабочие точки (3) – режим ДВ;

$U_{я} < 0 \quad (-\Omega_{04})$

рабочие точки (4) – режим РТ;

## 2.2 Характеристики мощности на выходе двигателя при регулировании скорости вращения вала (управление по цепи якоря)

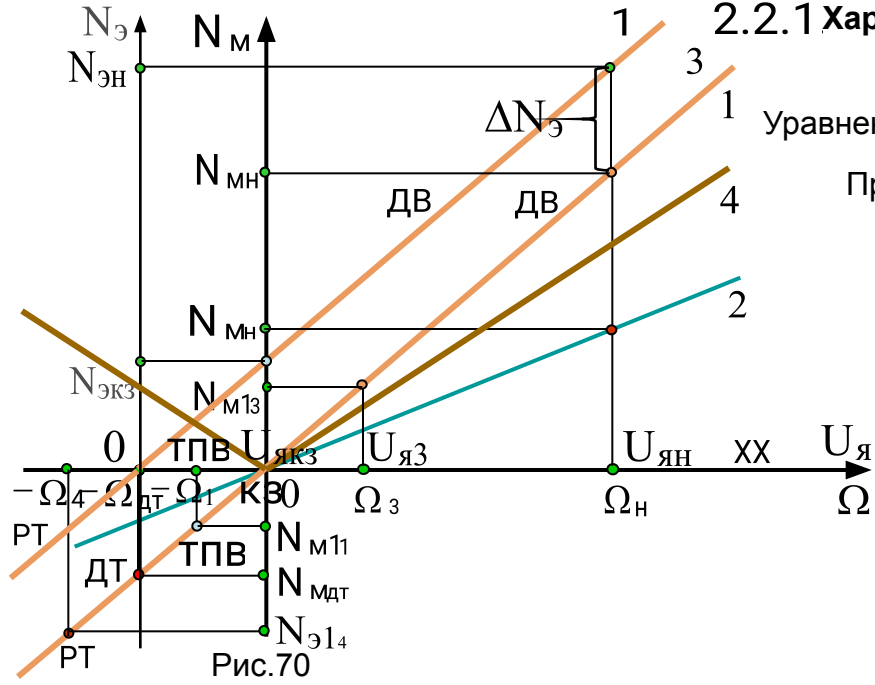


Рис.70

### 2.2.1 Характеристики на выходе ДПТ без учета механических потерь

- $M_{ЭМ1} = M_{ЭМН} = M_f = M_B = const; U_{ВН}$   
 Уравнение характеристики: при  $M_{ЭМ} = M_{ЭМН} \quad N_{М1} = M_{ЭМН} \Omega$   
 При  $\Omega = \Omega_H; N_{МН} = M_{ЭМН} \Omega_H$  - мощность на валу ДПТ в номинальном режиме
- $M_{ЭМ2} < M_{ЭМН} = M_B = const; U_B = U_{ВН}$   
 Уравнение характеристики:  $N_{М2} = M_{ЭМ2} \Omega$   
 При  $\Omega = \Omega_H; N_{М2} = M_{ЭМ} \Omega_H < N_{МН}$
- $M_{ЭМ3} = M_{ЭМН} = M_B = const; U_B < U_{ВН}$   
 Уравнение характеристики:  $N_{М3} = M_{ЭМН} \Omega$
- $M_{ЭМ4} = M_B = M_{Трс} \text{Sign } \Omega; U = 1$

$$N_{М4} = \begin{cases} \Omega M_{Трс} \text{Sign } \Omega & \text{при } (\Omega \neq 0) \\ 0 & \text{при } (\Omega = 0) \end{cases}$$

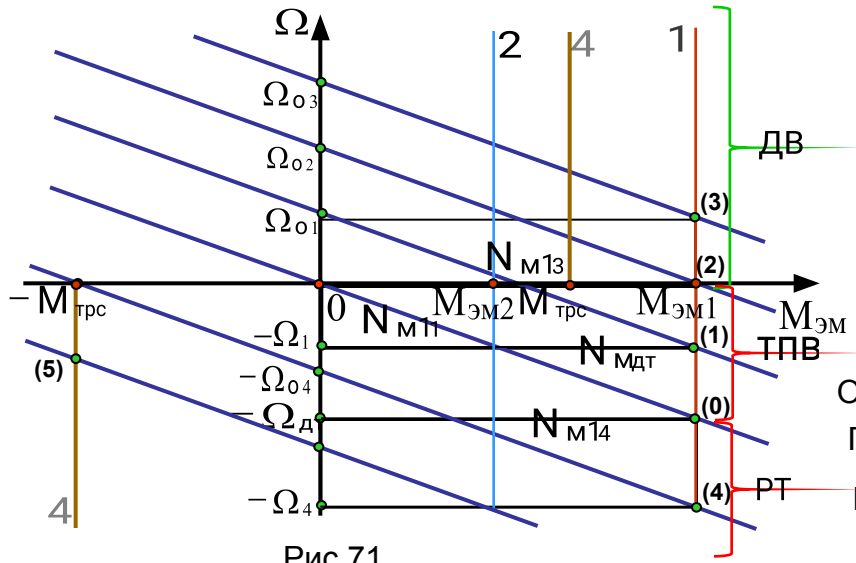


Рис.71

#### Режимы работы ГД на характеристике мощности

- $\Omega = 0$  рабочая точка (2) – режим КЗ;
- $\Omega > 0$  рабочие точки (3) – режим ДВ;
- $0 > \Omega > \Omega_{ДТ}$  рабочие точки (1) - режим ТПВ;
- $\Omega = -\Omega_{ДТ}$  рабочая точка (0) – режим ДТ;
- $\Omega < -\Omega_{ДТ}$  рабочие точки (4) – режим РТ;

#### Потери мощности (мощность потерь в якоре)

Отообразим на плоскости «  $N_M - \Omega$  » характеристики  $N_э = f(U_я)$   
 При  $U_я = 0 \quad N_э = 0$  режим ДТ, – начало координат «  $N_э - U_я$  »  
 Мощность потерь (в якоре)  $\Delta N_э = N_{эН} - N_{МН} = N_{эКЗ}$

### 3.1 Характеристики мощности на входе ДПТ при стабилизации скорости вращения вала

(управление по цепи якоря)

Уравнения характеристик мощности  $N_{\text{э}} = f(U_{\text{я}})$  или  $N_{\text{э}} = f(I_{\text{я}})$ ; ( $\Omega = \text{const}$ )

#### 3.1.1 Характеристики на входе ДПТ без учета механических потерь

Уравнение для цепи якоря ДПТ НВ

$$I_{\text{я}} = (U_{\text{я}} - E_{\text{я}}) R_{\text{я}}^{-1} \quad \text{или} \quad U_{\text{я}} = E_{\text{я}} + \Delta U_{\text{я}} = c_e \Phi \Omega + R_{\text{я}} I_{\text{я}}$$

Подставляя выражения для  $I_{\text{я}}$  и  $U_{\text{я}}$  в уравнение мощности  $N_{\text{э}} = I_{\text{я}} U_{\text{я}}$  получим **уравнения характеристик мощности на входе ДПТ**:

$$N_{\text{э}} = (U_{\text{я}}^2 - E_{\text{я}} U_{\text{я}}) R_{\text{я}}^{-1} \quad \left| \quad N_{\text{э}} = E_{\text{я}} I_{\text{я}} + I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}\right.$$

Определим характерные точки этих кривых (парабол)

$$N'_{\text{э}} = (2U_{\text{я}} - E_{\text{я}}) R_{\text{я}}^{-1} = 0 \quad \left| \quad N'_{\text{э}} = E_{\text{я}} + 2I_{\text{я}} R_{\text{я}} = 0\right.$$

Точки экстремума:

$$U_{\text{яэ}} = 0.5 E_{\text{я}} = 0.5 c_e \Phi \Omega \quad \left| \quad I_{\text{яэ}} = -0.5 E_{\text{я}} R_{\text{я}}^{-1} = -0.5 c_e \Phi \Omega R_{\text{я}}^{-1}\right.$$

$$N_{\text{ээ}} = -0.25 E_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}^{-1} = -0.25 (c_e \Phi \Omega)^2 R_{\text{я}}^{-1}$$

Точки пересечения с осью  $N_{\text{э}} = 0$ :

$$U_{\text{я}} = E_{\text{я}} \quad \text{- режим ИХХ} \quad \left| \quad I_{\text{я}} = 0 \quad \text{- режим ИХХ}\right.$$

$$U_{\text{я}} = 0 \quad \text{- режим ДТ} \quad \left| \quad I_{\text{я}} = -E_{\text{я}} R_{\text{я}}^{-1} = -c_e \Phi \Omega R_{\text{я}}^{-1} \quad \text{- режим ДТ}\right.$$

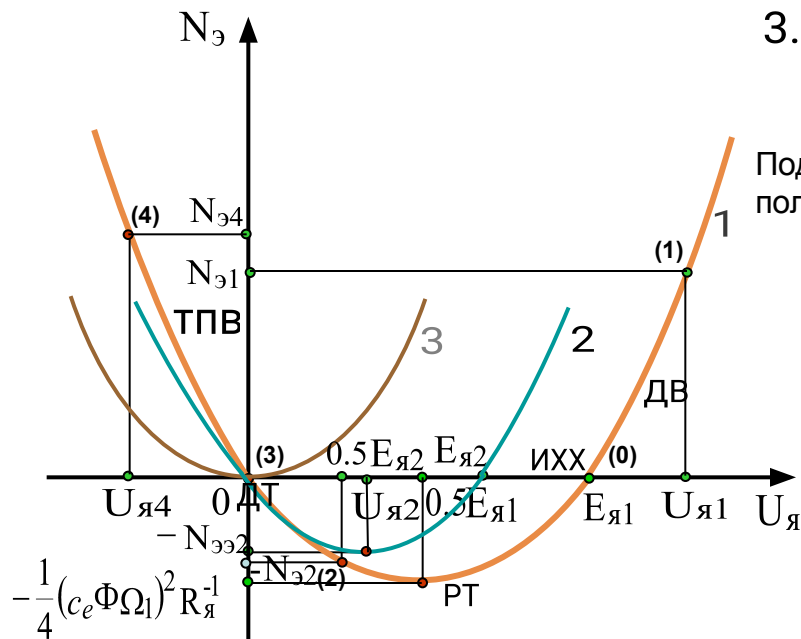


Рис.72

1. Построим характеристику  $N_{\text{э}} = f(U_{\text{я}})$  при  $\Omega_1 = \text{const}$  и  $U_{\text{вн}}$

2. Построим характеристику  $N_{\text{я}} = f(U_{\text{я}})$  при  $\Omega_2 < \Omega_1$  и  $U_{\text{вн}}$

Характерные точки:  $E_{\text{я}2} = c_e \Phi \Omega_2$ ;  $U_{\text{яэ}} = 0.5 E_{\text{я}2}$ ;  $N_{\text{ээ}} = -0.25 (c_e \Phi \Omega_2)^2 R_{\text{я}}^{-1}$

3. Построим характеристику  $N_{\text{я}} = f(U_{\text{я}})$  при  $\Omega_3 = 0$ ;  $E_{\text{я}} = 0$

#### Режимы работы ДПТ на характеристике мощности

Отобразим режим стабилизации скорости на плоскости « $\Omega - M_{\text{эм}}$ »

$$M_{\text{эм}} = 0 \quad \text{- режим ИХХ,}$$

$$M_{\text{эм}} > 0 \quad (M_{\text{эм}1}) \quad \text{- режимы ДВ,}$$

$$0 > M_{\text{эм}} > -M_{\text{эмДТ}} \quad (-M_{\text{эм}2}) \quad \text{- режимы РТ,}$$

$$M_{\text{эм}} = -M_{\text{эмДТ}} = -M_{\text{эм}3} \quad \text{- режим ДТ,}$$

$$M_{\text{эм}} < -M_{\text{эм}3} \quad (-M_{\text{эм}4}) \quad \text{- режимы ТПВ,}$$

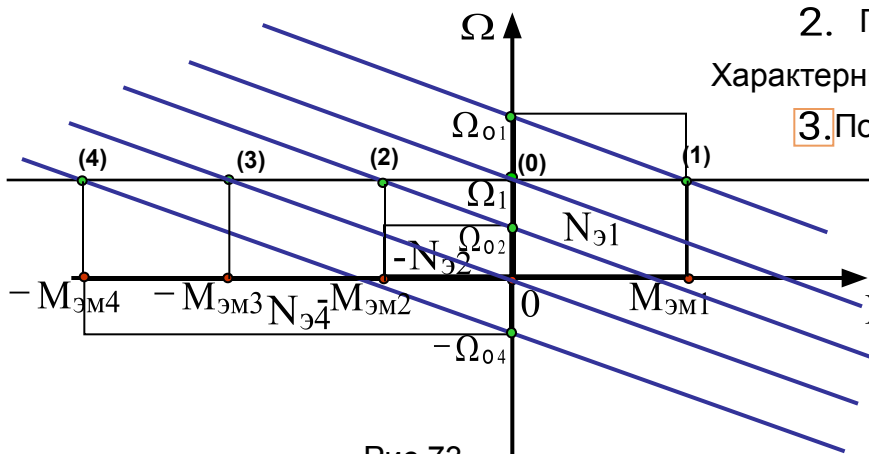


Рис.73

### 3.2 Характеристики мощности на выходе ДПТ при стабилизации скорости вращения вала (управление по цепи якоря)

Уравнения характеристики мощности:  $N_M = f(M_{ЭМ}(M_B)); (\Omega = const)$

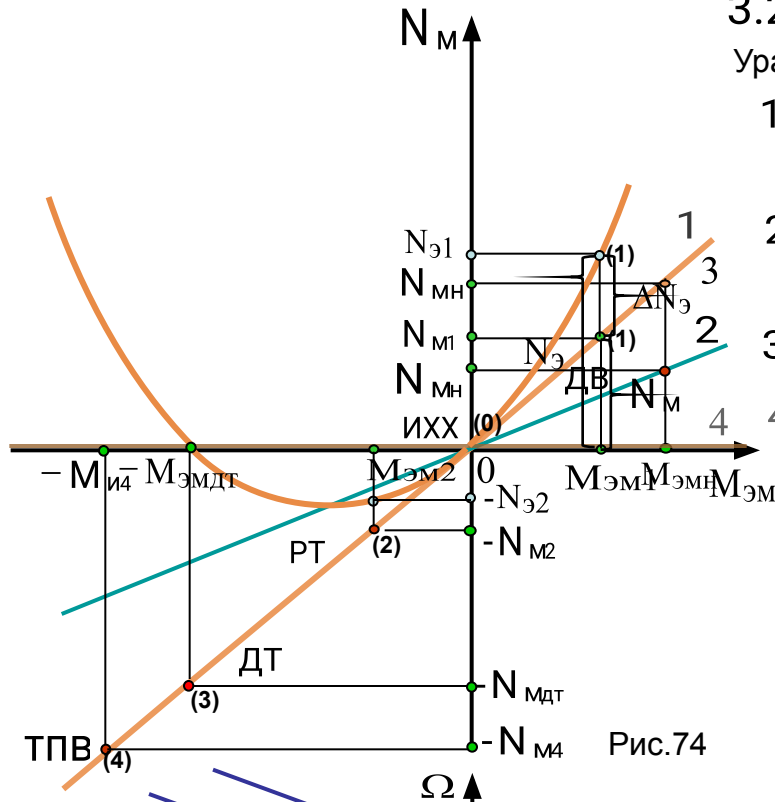


Рис.74

#### 3.2.1 Характеристики на входе ДПТ без учета механических потерь

Уравнение характеристики при  $\Omega = const$   $N_M = M_{ЭМ}\Omega$  линейное.

1. Построим характеристику  $N_M = f(M_{ЭМ})$  при  $\Omega_1 = const$  и  $U_{вн}$   
При  $M_{ЭМ} = M_{ЭМН}; \Omega = \Omega_1 = const$   $N_{M1} = \Omega_1 M_{ЭМН}$
2. Построим характеристику  $N_M = f(M_{ЭМ})$  при  $\Omega_2 < \Omega_1$  и  $U_{вн}$   
При  $M_{ЭМ} = M_{ЭМН}; \Omega = \Omega_2 = const$   $N_{M2} = \Omega_2 M_{ЭМН}$
3. Построим характеристику  $N_M = f(M_{ЭМ})$  при  $\Omega_1 = const$  и  $U_{в} < U_{вн}$
4. Построим характеристику  $N_M = f(M_{ЭМ})$  при  $\Omega_4 = 0$  и  $U_{вн}$   
При  $\Omega = 0$   $N_{M4} = 0$

#### Режимы работы двигателя на характеристике мощности

$M_{ЭМ} = 0$  точка (0) - режим ИХХ,

$M_{ЭМ} > 0$  ( $M_{ЭМ1}$ ) точка (1) - режимы ДВ,

$0 > M_{ЭМ} > -M_{ЭМДТ}$  ( $-M_{ЭМ2}$ ) точка (2) - режимы РТ,

$M_{ЭМ} = -M_{ЭМДТ} = -M_{ЭМ3}$  точка (3) - режим ДТ,

$M_{ЭМ} < -M_{ЭМ3}$  ( $-M_{ЭМ4}$ ) точка (4) - режимы ТПВ,

#### Потери мощности (мощность потерь в якоре)

Отобразим на плоскости « $N_M - M_{ЭМ}$ » характеристику  $N_э = f(U_я)$   
Это парабола, пересекающая ось  $N_э = 0$  в режимах ИХХ и ДТ  
Мощность потерь  $\Delta N_э = N_э - N_M$

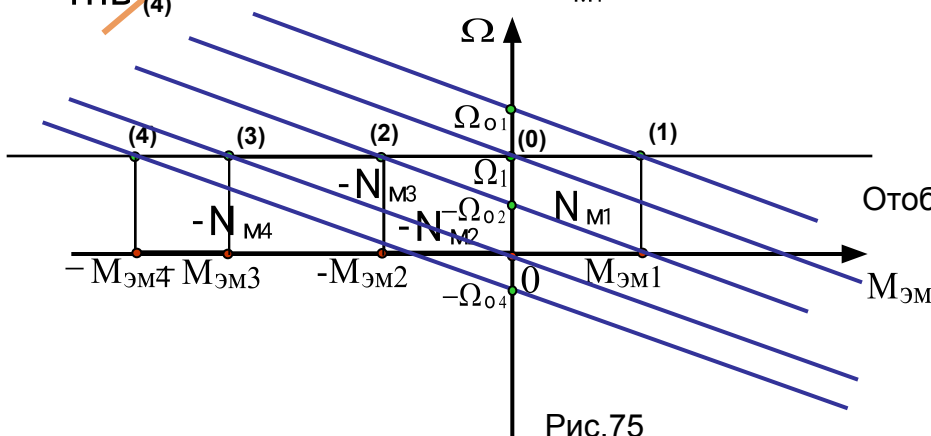


Рис.75



## ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДПТ НВ

### Нелинейная математическая модель ДПТ (при принятых ранее допущениях):

Уравнение цепи якоря:  $U_{\text{я}} = E_{\text{я}} + \Delta U_{\text{R}} + \Delta U_{\text{L}} = c_e \Phi \Omega + R_{\text{я}} I_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{d}{dt} I_{\text{я}}$

Уравнение цепи возбуждения:  $U_{\text{в}} = \Delta U_{\text{Rв}} + \Delta U_{\text{Lв}} = R_{\text{в}} I_{\text{в}} + L_{\text{в}} \frac{d}{dt} I_{\text{в}}$

Уравнение магнитной цепи:  $\Phi_{\text{в}} = \begin{cases} \gamma I_{\text{в}} & \text{при } |I_{\text{в}}| \leq I_{\text{внас}} \\ \Phi_{\text{нас}} \text{Sign } I_{\text{в}} & \text{при } |I_{\text{в}}| > I_{\text{внас}} \end{cases}$

Уравнение моментов:  $M_{\text{эм}} = M_f + M_{\text{трс}} + M_{\text{дин}}; \quad c_M \Phi I_{\text{я}} = M_f + M_{\text{трс}} \text{Sign } \Omega + J_d \frac{d}{dt} \Omega$

$M_{\text{эм}} = c_M \Phi I_{\text{я}}$  - электромагнитный момент ДПТ;

$M_{\text{дин}} = J_d \varepsilon = J_d \frac{d}{dt} \Omega$  - динамический момент ДПТ;

$$M_{\text{трс}} = \begin{cases} M_{\text{трс}} \text{Sign } \Omega & \text{при } \Omega \neq 0 \\ (M_{\text{эм}} - M_f) & \text{при } \Omega = 0 \text{ и } |M_{\text{эм}} - M_f| \leq M_{\text{трс}} \\ M_{\text{трс}} \text{Sign } (M_{\text{эм}} - M_f) & \text{при } \Omega = 0 \text{ и } |M_{\text{эм}} - M_f| > M_{\text{трс}} \end{cases}$$

- момент сухих трений на валу ДПТ;

### Нелинейная структурная схема ДПТ НВ

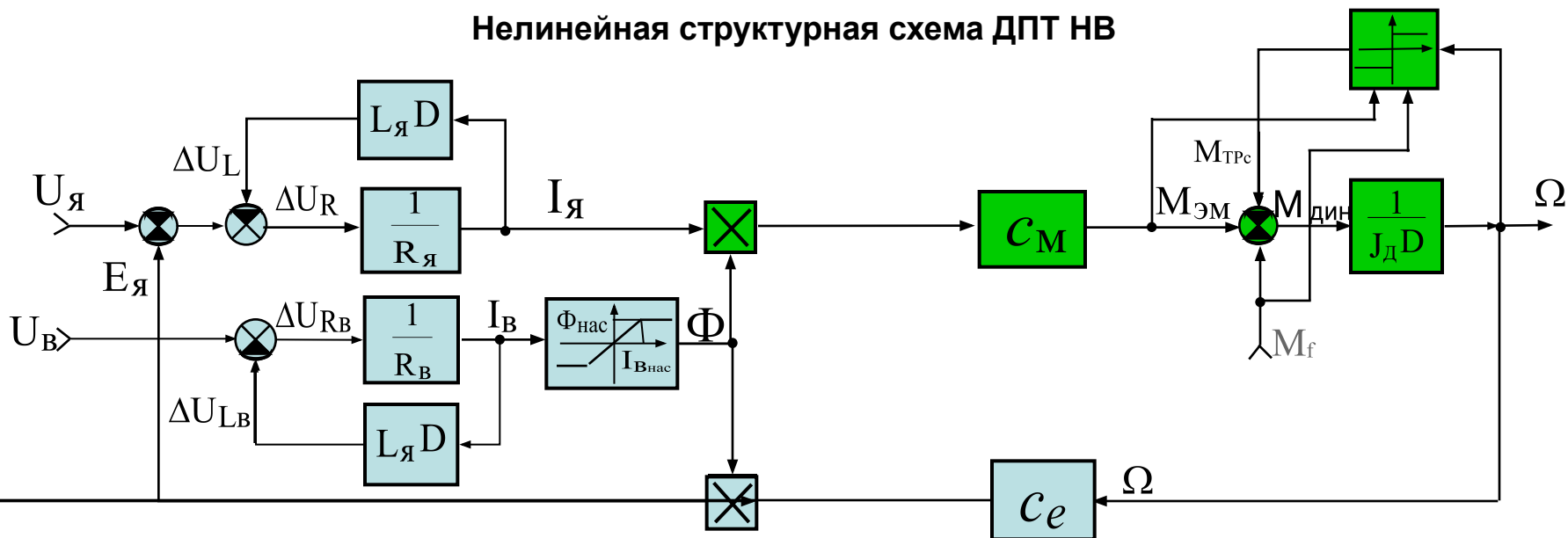
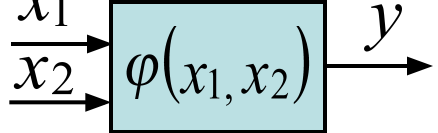


Рис.76

## Линеаризация математических моделей звеньев

Рассмотрим для примера звено с двумя входными воздействиями  $X_1$  и  $X_2$  и одной выходной величиной  $Y$ , динамическое уравнение которого имеет вид нелинейного дифференциального уравнения:

$$\varphi(x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1, \dots, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dots, y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots) = 0 \quad (1)$$


Будем считать, что динамический процесс в системе протекает в окрестности некоторой точки установившегося статического режима, в которой переменные звена имеют постоянные значения  $x_1^o; x_2^o; y^o$ . Эту точку называют **точкой линеаризации**.

Уравнение звена в этом режиме:  $\varphi(x_1^o, 0, 0, \dots, x_2^o, 0, 0, \dots, y^o, 0, 0, \dots) = 0, \quad (11)$

а переменные в динамическом режиме можно представить:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_1^o + \Delta x_1(t); & \dot{x}_1(t) &= \Delta \dot{x}_1(t); & \ddot{x}_1(t) &= \Delta \ddot{x}_1(t); \\ x_2(t) &= x_2^o + \Delta x_2(t); & \dot{x}_2(t) &= \Delta \dot{x}_2(t); & \ddot{x}_2(t) &= \Delta \ddot{x}_2(t); \\ y(t) &= y^o + \Delta y(t); & \dot{y}(t) &= \Delta \dot{y}(t); & \ddot{y}(t) &= \Delta \ddot{y}(t) \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

При линеаризации производные рассматриваются как самостоятельные переменные.

### Пути линеаризации

1. Если  $\varphi(x_1, x_2, y) = 0$  близка к линейной в окрестности точки линеаризации, то ее можно просто заменить линейной зависимостью, и ограничить диапазон изменения воздействий.
2. Если  $\varphi(x_1, x_2, y) = 0$  не линейна в окрестности точки линеаризации, но непрерывно дифференцируема, ее можно разложить в ряд Тейлора в этой точке.
3. Если  $\varphi(x_1, x_2, y) = 0$  существенно не линейна, т.е. не является непрерывно дифференцируемой, а содержит разрывы, неоднозначности и т.п. используют гармоническую линеаризацию, т.е. при эквивалентном гармоническом воздействии выходную переменную раскладывают в ряд Фурье. Из него и определяют коэффициенты линеаризации.

Основным является второй путь. Рассмотрим его подробнее

Уравнение звена в результате разложения в ряд Тейлора примет вид:

$$\varphi(x_1^o, 0, 0, \dots, x_2^o, 0, 0, \dots, y^o, 0, 0, \dots) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{X}_1}\right)_0 \Delta \mathbb{X}_1(t) + \dots + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{X}_2}\right)_0 \Delta \mathbb{X}_2(t) + \dots$$

$$\dots + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)_0 \Delta y(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{Y}}\right)_0 \Delta \mathbb{Y}(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{Y}}\right)_0 \Delta \mathbb{Y}(t) + \dots + (\text{члены высшего порядка малости}) = 0 \quad (12)$$

$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}\right)_0$  - значение частной производной  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}$  при подстановке в нее значений переменных и их производных в точке линеаризации.

Пренебрегая членами высшего порядка малости и вычитая из уравнения (3) уравнение установившегося режима (2), получим линеаризованное дифференциальное уравнение звена в отклонениях или в вариациях:

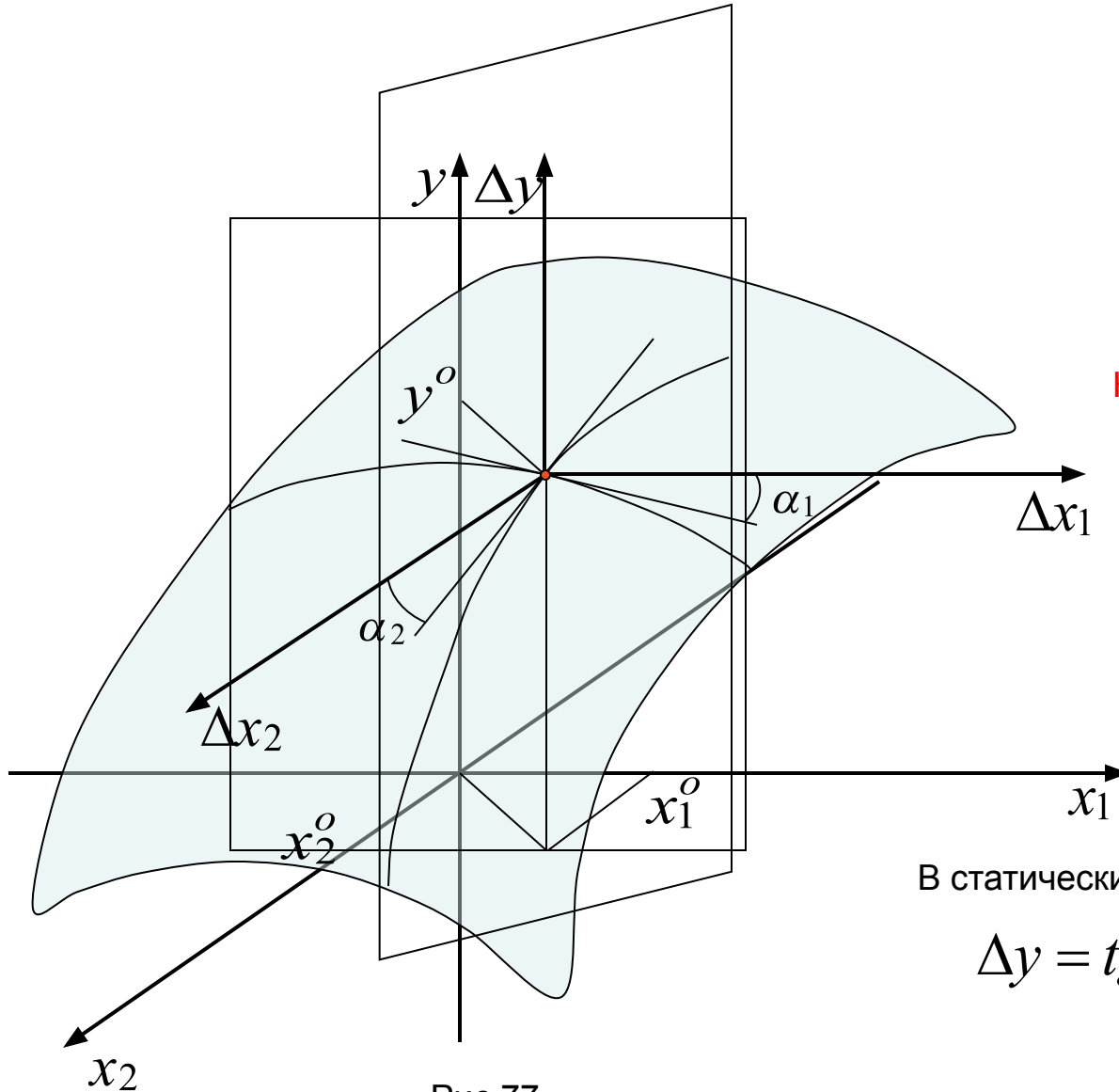
$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{X}_1}\right)_0 \Delta \mathbb{X}_1(t) + \dots + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{X}_2}\right)_0 \Delta \mathbb{X}_2(t) + \dots$$

$$\dots + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)_0 \Delta y(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{Y}}\right)_0 \Delta \mathbb{Y}(t) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbb{Y}}\right)_0 \Delta \mathbb{Y}(t) + \dots = 0 \quad (13)$$

### Комментарий:

- Линеаризованное уравнение звена является приближенным, т.к. не учитывает малые высшего порядка.
- Переменными в уравнении являются отклонения от значений в точке линеаризации.
- Уравнение справедливо при малых отклонениях от значений в точке линеаризации.

# Графическая интерпретация линеаризации



Коэффициенты линеаризации

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right)_0 = \operatorname{tg} \alpha_1$$

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \right)_0 = \operatorname{tg} \alpha_2$$

В статических установившихся режимах

$$\Delta y = \operatorname{tg} \alpha_1 \Delta x_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \Delta x_2$$

Рис.77

# Линейная математическая модель двигателя

## Допущения при линеаризации:

- точка линеаризации  $\{U_{я0}; M_{f0}; U_{в0}; \Omega_0\}$  выбрана в рабочем диапазоне изменения воздействий;
- переменные имеют малые отклонения от значений в точке линеаризации;
- характеристика сухих трений линеаризована  $\delta M_{трс} = f_{трл} \delta \Omega$  одним из известных методов (например, гармонической линеаризации);

Разложим уравнения напряжений и моментов в выбранной рабочей точке линеаризации в ряд Тейлора и ограничимся рассмотрением лишь линейных членов разложения, отбрасывая члены высшего порядка малости.

Переходя от абсолютных значений переменных к их отклонениям от значений в точке линеаризации, получим линеаризованные уравнения в отклонениях:

### Линеаризованное уравнение цепи якоря в отклонениях

$$\delta U_{я}(t) = \delta E_{я}(t) + \delta U_{Rя}(t) + \delta U_{Lя}(t) = c_e \Phi_0 \delta \Omega(t) + c_e \Omega_0 \delta \Phi(t) + R_{я} \delta I_{я}(t) + L_{я} \frac{d}{dt} \delta I_{я}(t) \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta E_{я}(t) &= c_e \Phi_0 \delta \Omega(t) + c_e \Omega_0 \delta \Phi(t) \\ \delta U_R(t) &= R_{я} \delta I_{я}(t) \\ \delta U_{Lя}(t) &= L_{я} \frac{d}{dt} \delta I_{я}(t) \end{aligned} \right\} \delta U_{я}(t) = U_{я}(t) - U_{я0}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta \Omega(t) &= \Omega(t) - \Omega_0 \\ \delta U_B(t) &= U_B(t) - U_{в0} \\ \delta I_{я}(t) &= I_{я}(t) - I_{я0} \end{aligned} \right\} \text{ - отклонения переменных от их значений в точке линеаризации.}$$

### Линеаризованные уравнения цепи возбуждения и магнитной цепи в отклонениях

$$\delta U_B(t) = \delta U_{RB}(t) + \delta U_{LB}(t) = R_B \delta I_B(t) + L_B \frac{d}{dt} \delta I_B(t) \quad \delta \Phi(t) = \gamma \delta I_B(t) \quad (15)$$

### Линеаризованное уравнение моментов в отклонениях

$$\delta M_{ЭМ}(t) = \delta M_f(t) + \delta M_{трс}(t) + \delta M_{дин}(t), \quad \text{или}$$

$$\delta M_{ЭМ}(t) = c_M \Phi_0 \delta I_{я}(t) + c_M I_{я0} \delta \Phi(t) = \delta M_f(t) + f_{трл} \delta \Omega(t) + J_d \frac{d}{dt} \delta \Omega(t) \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta M_{ЭМ}(t) &= c_M \Phi_0 \delta I_{я}(t) + c_M I_{я0} \delta \Phi(t) \\ \delta M_{трс}(t) &= f_{трл} \delta \Omega(t) \\ \delta M_{дин}(t) &= J_d \delta \varepsilon(t) = J_d \frac{d}{dt} \delta \Omega(t) \\ \delta M_f(t) &= M_f(t) - M_{f0} \end{aligned} \right\} \text{ - отклонение моментов от их значений в точке линеаризации.}$$



## в изображениях

Перейдем в уравнениях (14) – (16) от переменных во времени к их изображениям по Лапласу:

$$\delta U_{\text{я}}(t) \stackrel{\cdot}{=} U_{\text{я}}(s); \quad \delta U_{\text{в}}(t) \stackrel{\cdot}{=} U_{\text{в}}(s); \quad \delta M_f(t) \stackrel{\cdot}{=} M_f(s); \quad \delta \Omega(t) \stackrel{\cdot}{=} \Omega(s);$$

$$\delta I_{\text{я}}(t) \stackrel{\cdot}{=} I_{\text{я}}(s); \quad \delta E_{\text{я}}(t) \stackrel{\cdot}{=} E_{\text{я}}(s); \quad \delta \Phi(t) \stackrel{\cdot}{=} \Phi(s); \quad \delta M_{\text{эм}}(t) \stackrel{\cdot}{=} M_{\text{эм}}(s)$$

Получим линеаризованные уравнения для цепей двигателя в изображениях:

$$U_{\text{я}}(s) = c_e \Phi_0 \Omega(s) + c_e \Omega_0 \Phi(s) + R_{\text{я}} I_{\text{я}}(s) + L_{\text{я}} s I_{\text{я}}(s) \quad (17)$$

$$U_{\text{в}}(s) = R_{\text{в}} I_{\text{в}}(s) + L_{\text{в}} s I_{\text{в}}(s) = (R_{\text{в}} + L_{\text{в}} s) I_{\text{в}}(s) \quad (18)$$

$$\Phi(s) = \gamma I_{\text{в}}(s) \quad (19)$$

$$M_{\text{эм}}(s) = c_M \Phi_0 I_{\text{я}}(s) + c_M I_{\text{я}0} \Phi(s) = M_f(s) + f_{\text{трл}} \Omega(s) + J_{\text{д}} s \Omega(s) \quad (20)$$

### ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ДПТ НВ

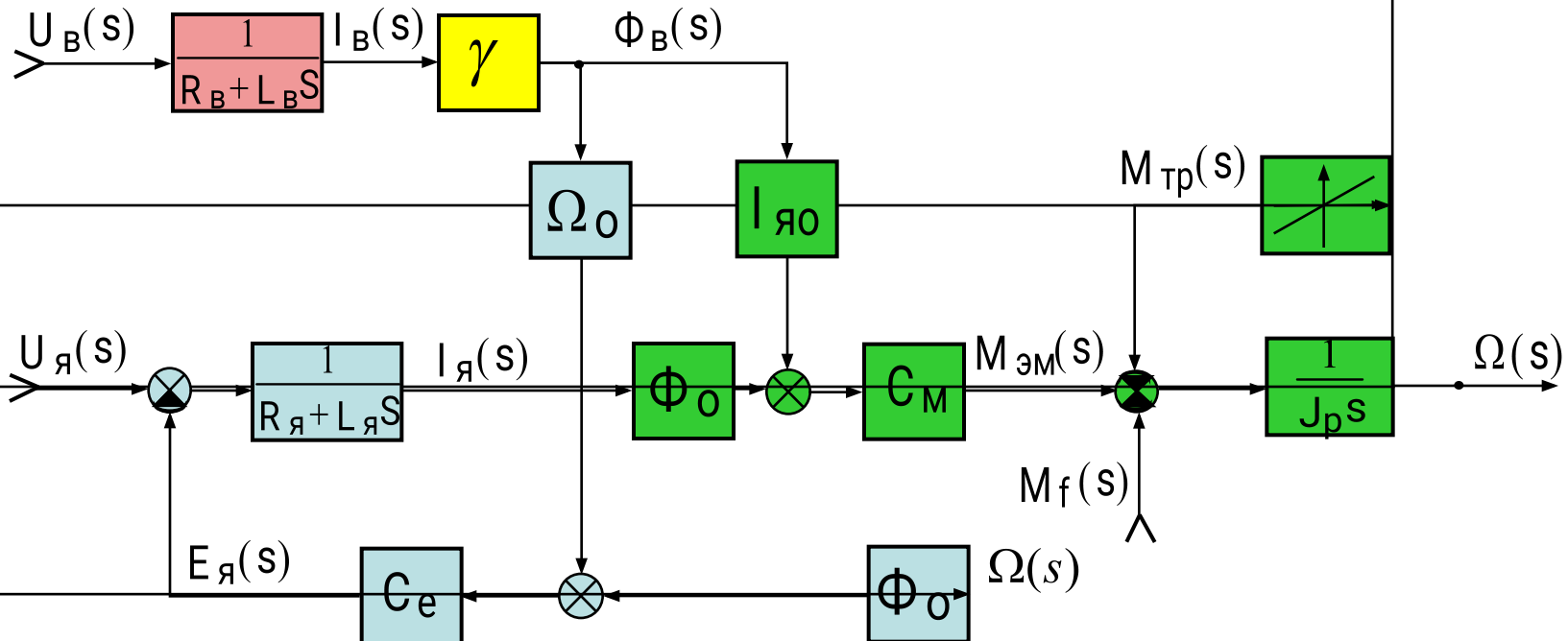


Рис.78

## Передаточная функция ДПТ НВ при управлении по цепи якоря

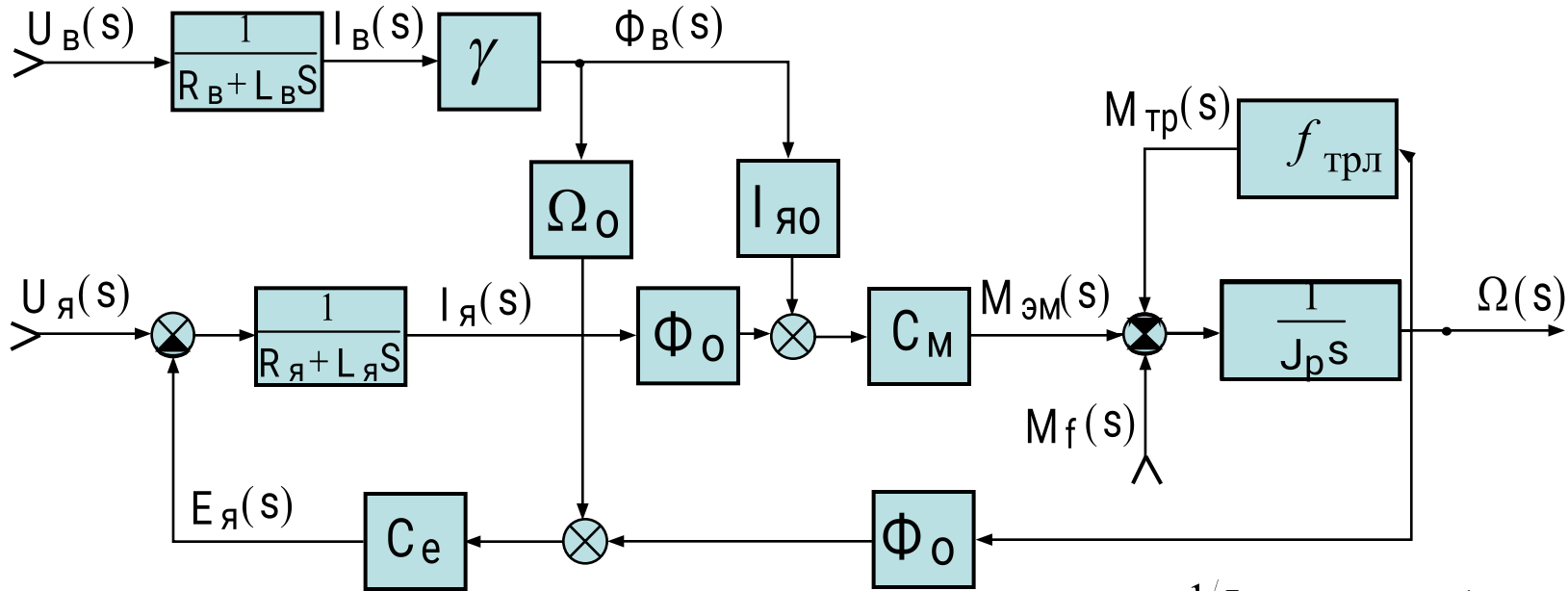


Рис.79 Преобразованная структурная схема

$$\frac{1/J_p s}{1 + f_{тр} 1/J_p s} = \frac{1}{J_p s + f_{тр}} \quad (21)$$

$$W_{U_я}^{\Omega}(s) = \frac{C_M \Phi_0 / (R_я + L_я s)(J_p s + f_{тр})}{1 + c_e c_M \Phi_0^2 / (R_я + L_я s)(J_p s + f_{тр})} = \frac{C_M \Phi_0}{J_p L_я s^2 + (J_p R_я + L_я f_{тр})s + C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}} \quad (22)$$

$$W_{U_я}^{\Omega}(s) = \frac{C_M \Phi_0 / (C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр})}{\frac{J_p L_я}{C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}} s^2 + \frac{(J_p R_я + L_я f_{тр})}{C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}} s + 1} = \frac{K_{\Omega}^*}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} \quad (23)$$

$$\text{При } M_{тр}=0 \quad W_{U_я}^{\Omega}(s) = \frac{1/C_e \Phi_0}{\frac{J_p L_я}{C_M C_e \Phi_0^2} s^2 + \frac{J_p R_я}{C_M C_e \Phi_0^2} s + 1} = \frac{K_{\Omega}}{T_я T_M s^2 + T_M s + 1}; \quad (24)$$

где:  $T_я = \frac{L_я}{R_я}$ ;  $T_M = \frac{J_p R_я}{c_e c_M \Phi_0^2}$

Передаточная функция ДПТ НВ по возмущающему воздействию

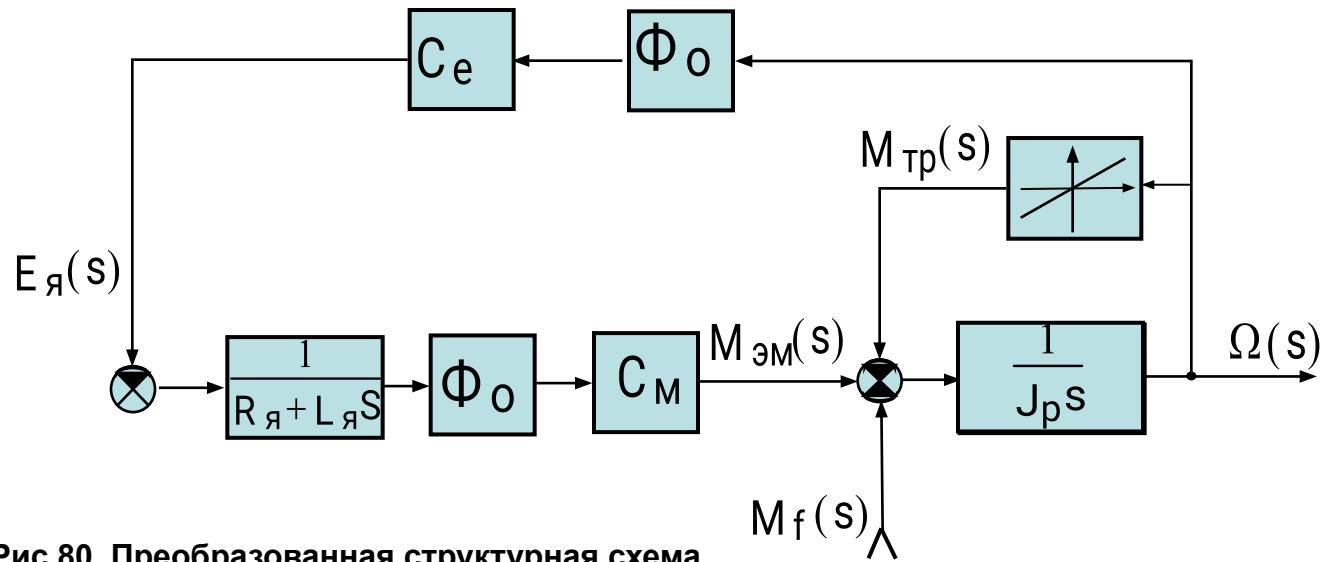


Рис.80 Преобразованная структурная схема

$$W_{M_f}^{\Omega}(s) = -\frac{1/(J_p s + f_{тр})}{1 + \frac{C_e C_M \Phi_0^2}{(L_я s + R_я)(J_p s + f_{тр})}} = -\frac{R_я + L_я s}{J_p L_я s^2 + (J_p R_я + L_я f_{тр})s + C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}};$$

$$W_{M_f}^{\Omega}(s) = \frac{-R_я(1 + T_я s)/(C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр})}{\frac{J_p L_я}{C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}} s^2 + \frac{(J_p R_я + L_я f_{тр})}{C_M C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}} s + 1} = \frac{-K_f^*(1 + T_я s)}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} \quad (25)$$

При  $M_{тр}=0$

$$W_{M_f}^{\Omega}(s) = \frac{-R_я(1 + T_я s)/C_M C_e \Phi_0^2}{\frac{J_p L_я}{C_M C_e \Phi_0^2} s^2 + \frac{J_p R_я}{C_M C_e \Phi_0^2} s + 1} = \frac{-K_f(1 + T_я s)}{T_я T_M s^2 + T_M s + 1}; \quad (26)$$

$$K_f = \frac{R_я}{C_e C_M \Phi_0^2}$$

## Передаточная функция ДПТ НВ при управлении по цепи возбуждения

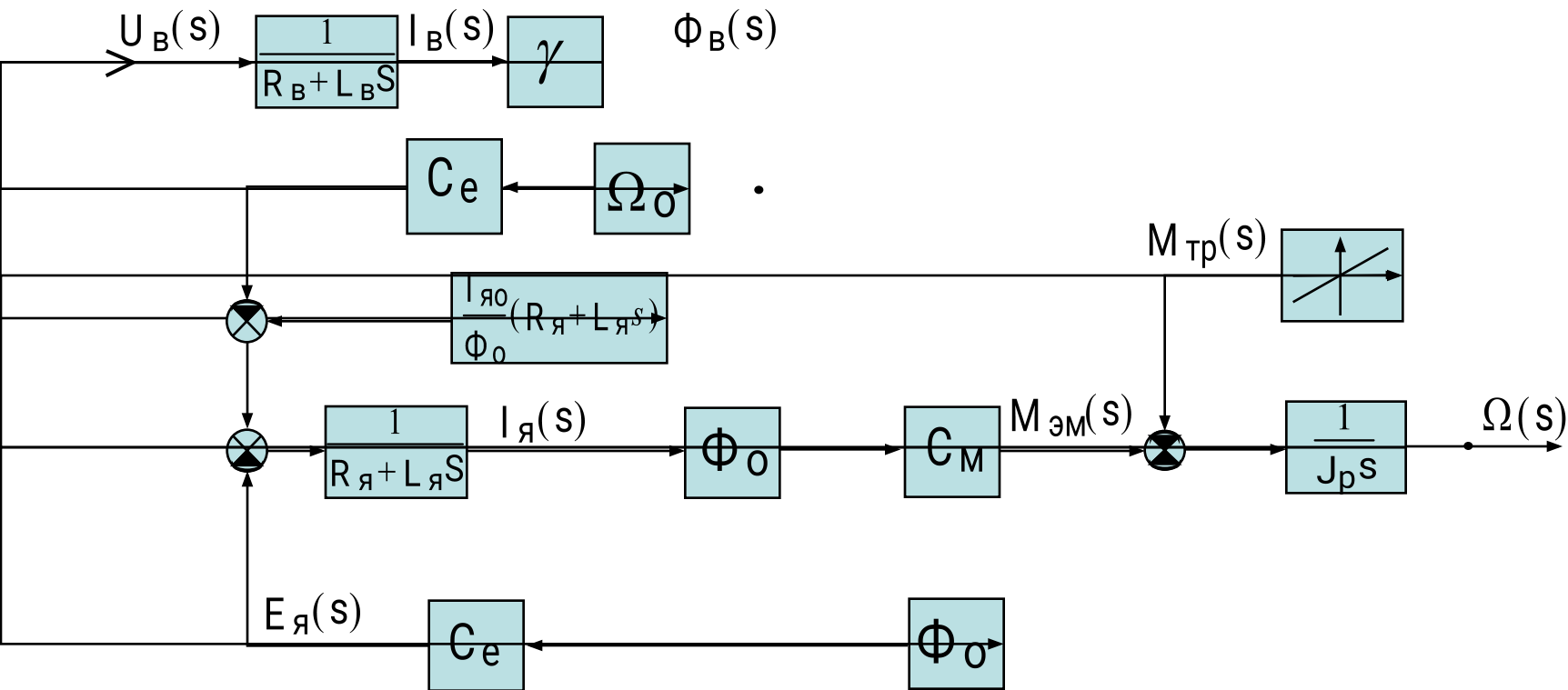


Рис. 81 Преобразованная структурная схема

$$W_{U_B}^{\Omega}(s) = \frac{\gamma}{R_B + L_B s} \left[ \frac{I_{я0}(R_я + L_я s) - c_e \Omega_0}{\Phi_0} \right] \frac{C_m \Phi_0 / (C_m C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр})}{\frac{J_p L_я}{C_m C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}} s^2 + \frac{(J_p R_я + L_я f_{тр})}{C_m C_e \Phi_0^2 + R_я f_{тр}} s + 1} \quad (27)$$

$$W_{U_B}^{\Omega}(s) = \frac{K_B (1 + T_я^* s)}{(1 + T_B s) [T_2^2 s^2 + T_1 s + 1]} \quad (28)$$

$$\text{где: } K_B = \frac{\gamma \Omega_0}{R_B \Phi_0} \left( \frac{I_{я0} R_я}{c_e \Phi_0 \Omega_0} - 1 \right); \quad T_B = \frac{L_B}{R_B}; \quad T_я^* = \frac{T_я}{1 - c_e \Phi_0 \Omega_0 / I_{я0} R_я};$$

# Динамические характеристики ДПТ НВ как пропорционального звена второго порядка

Такие звенья, описываются уравнениями вида:

$$b_2 \frac{d^2}{dt^2} y(t) + b_1 \frac{d}{dt} y(t) + y(t) = (T_2^2 p^2 + T_1 p + 1) y(t) = kx(t) \quad (29)$$

Передаточная функция таких звеньев имеет вид: 
$$W(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}$$

В зависимости от сочетания параметров передаточной функции звена их подразделяют на 2-а типа:

- аperiodические звенья второго порядка;
- колебательные звенья второго порядка.

## Аperiodические звенья второго порядка

К звеньям этого типа относят позиционные звенья второго порядка, параметры передаточной функции которых соотносятся:  $T_1 \geq 2T_2$ . Это условие, при котором корни характеристического уравнения звена

$T_2^2 s^2 + T_1 s + 1 = 0$  будут действительными.

$$s_{1,2} = -\frac{T_1}{2T_2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_2^2}{T_1^2}} \right)$$
, при  $T_1 \geq 2T_2$  подкоренное выражение  $1 - \frac{4T_2^2}{T_1^2} \geq 0$

В этом случае характеристическое уравнение звена может быть представлено в виде:  $(T_3 s + 1)(T_4 s + 1) = 0$ ,

где:  $T_3 = -\frac{1}{s_1}$ ,  $T_4 = -\frac{1}{s_2}$ , а передаточная функция звена в виде:

$$W(s) = \frac{K}{(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)} \quad (30)$$

Такая передаточная функция соответствует соединению двух аperiodических звеньев первого порядка с передаточными функциями

$$W_1(s) = \frac{K}{(T_3 s + 1)}$$
 и 
$$W_2(s) = \frac{1}{(T_4 s + 1)}$$

поэтому эти звенья и называют аperiodическими 2-го порядка или двойными аperiodическими.



# Временные характеристики аperiodических звеньев второго порядка

## Переходная функция

Аналитическим выражением переходной характеристики звена второго порядка является решение дифференциального уравнения при  $X(t)=1(t)$ . Для звеньев с  $T_1 \geq 2T_2$  оно имеет вид:

$$y(t) = y(\infty) + C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} = y(\infty) + C_1 e^{-t/T_3} + C_2 e^{-t/T_4} \quad (31)$$

$$y(\infty) = K \quad y(0) = K + C_1 + C_2 = 0 \quad y'(0) = -\frac{1}{T_3} C_1 - \frac{1}{T_4} C_2 = 0$$

$$C_1 = -\frac{KT_3}{T_3 - T_4} \quad h(t) = K \left[ 1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_3}} - \frac{T_4}{T_4 - T_3} e^{-\frac{t}{T_4}} \right] 1(t) \quad (32)$$

$$C_2 = -\frac{KT_4}{T_4 - T_3}$$

Вид переходной характеристики представлен на Рис.82

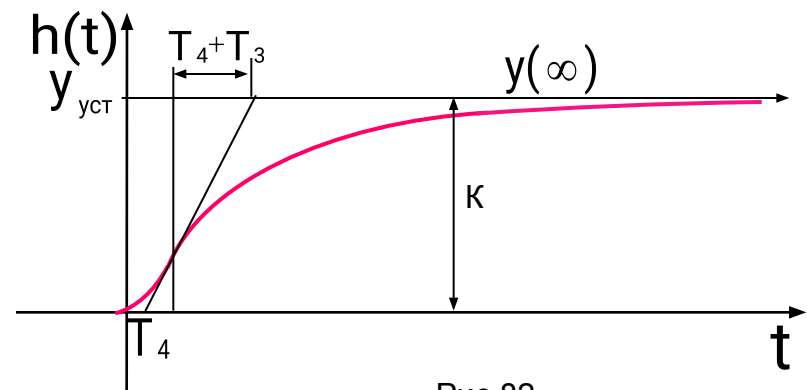


Рис.82

## Весовая функция

Аналитическое выражение весовой функции получим, взяв производную от переходной функции

$$w(t) = ph(t) = \frac{K}{T_3 - T_4} \left[ e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_4}} \right] 1(t), \quad (33)$$

$$T_3 > T_4$$

Вид весовой функции приведен на Рис.83

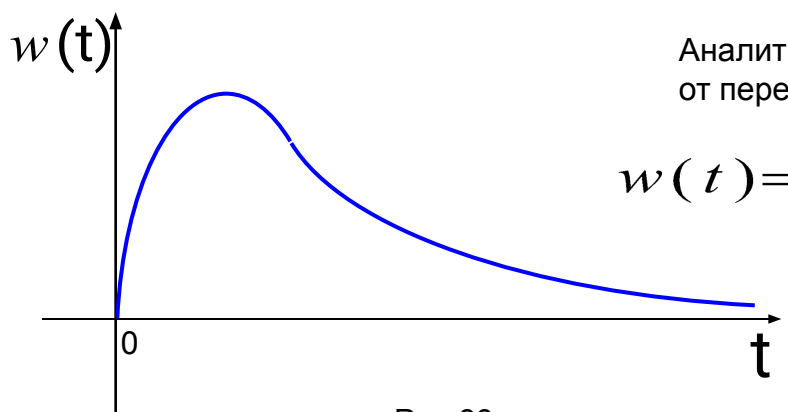


Рис.83

## Частотные характеристики звеньев второго порядка

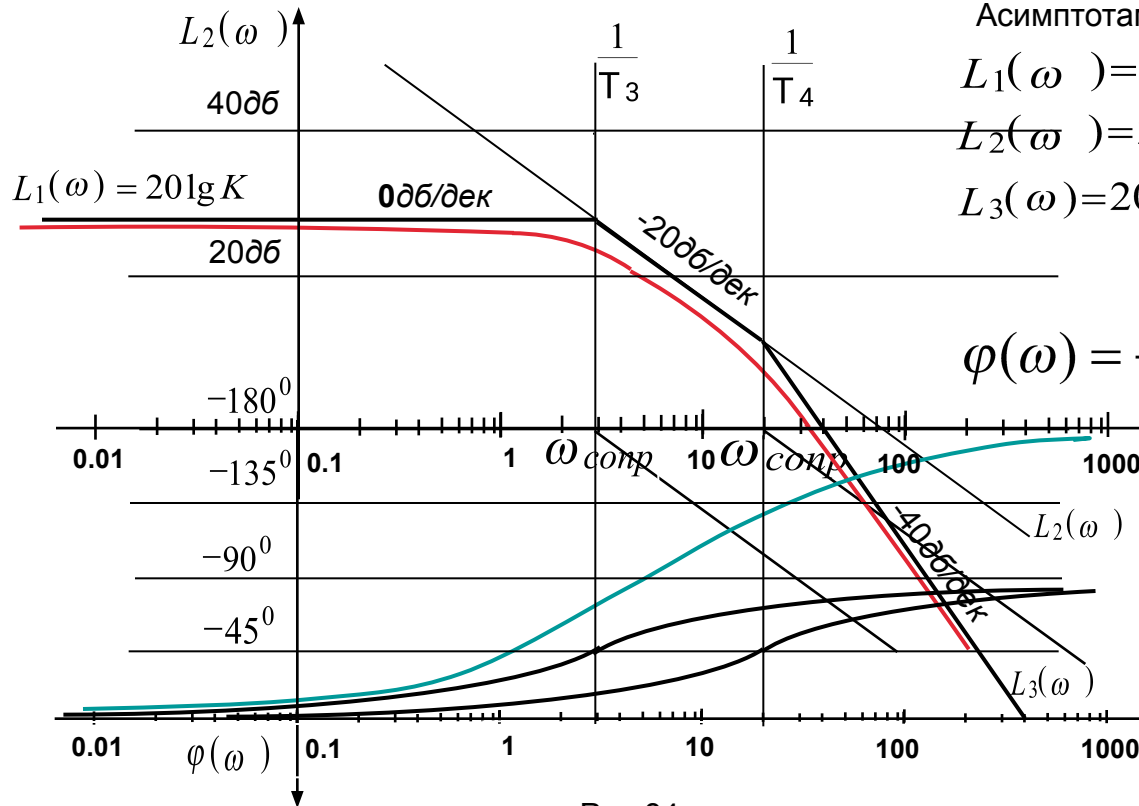
Частотная передаточная функция звеньев этого типа имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 - T_2^2 \omega^2 + j\omega T_1} = \frac{K}{(1 + j\omega T_3)(1 + j\omega T_4)} = M(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (34)$$

$$M(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + \omega^2 T_1^2}} = \frac{K}{\sqrt{T_3^2 \omega^2 + 1} \sqrt{T_4^2 \omega^2 + 1}} \quad \text{- модуль частотной передаточной функции}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega T_1}{1 - T_2^2 \omega^2} = -\arctg \omega T_3 - \arctg \omega T_4 \quad \text{- аргумент частотной передаточной функции}$$

Аналитическое выражение ЛАХ:  $L(\omega) = 20 \lg M(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg(1 + T_3^2 \omega^2)^{1/2} - 20 \lg(1 + T_4^2 \omega^2)^{1/2} \quad (35)$



Асимптотами ЛАХ являются:

$$L_1(\omega) = 20 \lg K \quad \text{при } \omega \leq \frac{1}{T_3} \quad \omega \rightarrow 0$$

$$L_2(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg T_3 \omega \quad \text{при } \frac{1}{T_3} \leq \omega \leq \frac{1}{T_4}$$

$$L_3(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg T_3 \omega - 20 \lg T_4 \omega \quad \text{при } \omega \geq \frac{1}{T_4} \quad \omega \rightarrow \infty$$

Аналитическое выражение ЛФХ:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega T_3 - \arctg \omega T_4 \quad (36)$$

ЛФХ при  $\omega \rightarrow 0$  асимптотически стремится к 0, а при  $\omega \rightarrow \infty$  к значению  $-180^\circ = -\pi$ . Она может быть построена как сумма ЛФХ двух апериодических звеньев 1-го порядка.

Рис.84

### 1.3.2. Колебательные звенья

Уравнение звеньев этого типа имеет тот же вид

$$b_2 \frac{d^2}{dt^2} y(t) + b_1 \frac{d}{dt} y(t) + y(t) = (T_2^2 p^2 + T_1 p + 1) y(t) = kx(t) \quad (37)$$

при этом  $T_1 < 2T_2$ . Величину  $\xi = \frac{T_1}{2T_2} < 1$  называют **параметр затухания**.

При таком сочетании параметров корни характеристического уравнения звена будут комплексно-сопряженными

$$s_{1,2} = -\frac{T_1}{2T_2^2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_2^2}{T_1^2}}\right) = -\frac{\xi}{T_2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}}\right) = -\alpha \pm j\beta$$

Передаточная функция звеньев этого типа может быть представлена в виде:

$$W(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}, \quad \text{где: } T = T_2, \quad 2\xi T = T_1. \quad (38)$$

При комплексно-сопряженных корнях характеристического уравнения и  $x(t)=1(t)$  решение дифференциального уравнения будет иметь вид:

$$y(t) = y_{\text{ч}}(t) + y_{\text{об}}(t) = (y_{\text{уст}} + \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t}) 1(t) = (y_{\text{уст}} + C_1 e^{(-\alpha + j\beta)t} + C_2 e^{(-\alpha - j\beta)t}) 1(t) \quad (39)$$

где:  $C_1$  и  $C_2$  - постоянные интегрирования, находятся из начальных условий  $y(0) = 0$ ,  $p^k y(0) = 0$

$$y(t) = [y_{\text{уст}} + e^{-j\alpha t} (C_1 e^{j\beta t} + C_2 e^{-j\beta t})] 1(t) \quad \text{или используя формулы Эйлера:}$$

$$y(t) = [y_{\text{уст}} + e^{-\alpha t} (C_1 \cos \beta t + C_1 j \sin \beta t + C_2 \cos \beta t - C_2 j \sin \beta t)] 1(t) =$$

$$= [y_{\text{уст}} + e^{-\alpha t} ((C_1 + C_2) \cos \beta t + (C_1 - C_2) j \sin \beta t)] 1(t).$$

Вводя обозначения:  $C_1 + C_2 = C_{12} \sin \varphi$ ,  $C_1 - C_2 = C_{12} \cos \varphi$ ,  $C_{12} = \sqrt{2(C_1^2 + C_2^2)}$ ,  $\varphi = \text{arctg} \frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2}$ , получим:

$$y(t) = [y_{\text{уст}} + e^{-\alpha t} (C_{12} \sin \varphi \cos \beta t + C_{12} j \cos \varphi \sin \beta t)] 1(t) = [y_{\text{уст}} + e^{-\alpha t} C_{12} \sin(\beta t + \varphi)] 1(t),$$

т.е. реакция звена будет иметь затухающую гармоническую составляющую.

## Временные характеристики колебательных звеньев

Переходная характеристика звена может быть получена при подаче на его вход воздействия  $1(t)$  или построена по выражению

$$y(t) = h(t) = K[1 - e^{-\alpha t} (\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} j \sin \beta t)]1(t) = K[1 - e^{-\alpha t} \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} \sin(\beta t + \varphi)]1(t). \quad (40)$$

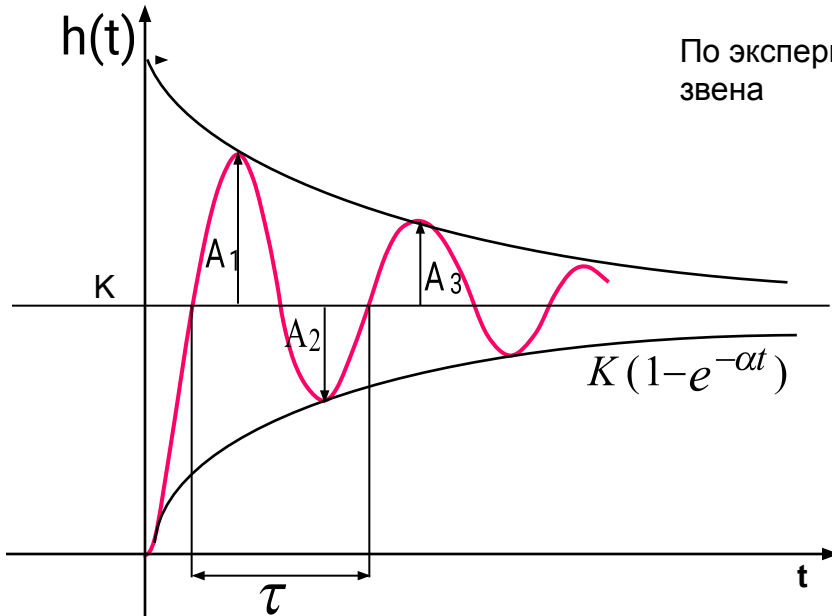


Рис.85

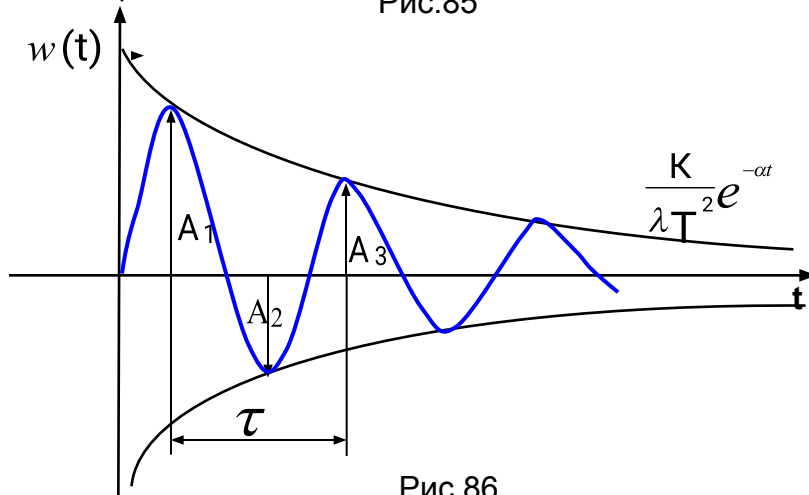


Рис.86

По экспериментально снятой характеристике можно найти параметры звена

$$\beta = \frac{2\pi}{\tau}; \quad \alpha = -\frac{1}{\tau} \ln \frac{A_3}{A_1};$$

$$T_2 = T = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}; \quad \xi = \alpha T;$$

$$T_1 = 2\xi T = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad K = y(\infty).$$

### Весовая функция колебательных звеньев

Аналитическое выражение весовой функции

$$w(t) = \frac{K}{T^2 \beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t 1(t) \quad (41)$$

Ее вид представлен на рис.54

Чем меньше  $\xi$ , тем меньше затухание переходных процессов в звене и больше частота колебаний.

## Частотные характеристики колебательных звеньев

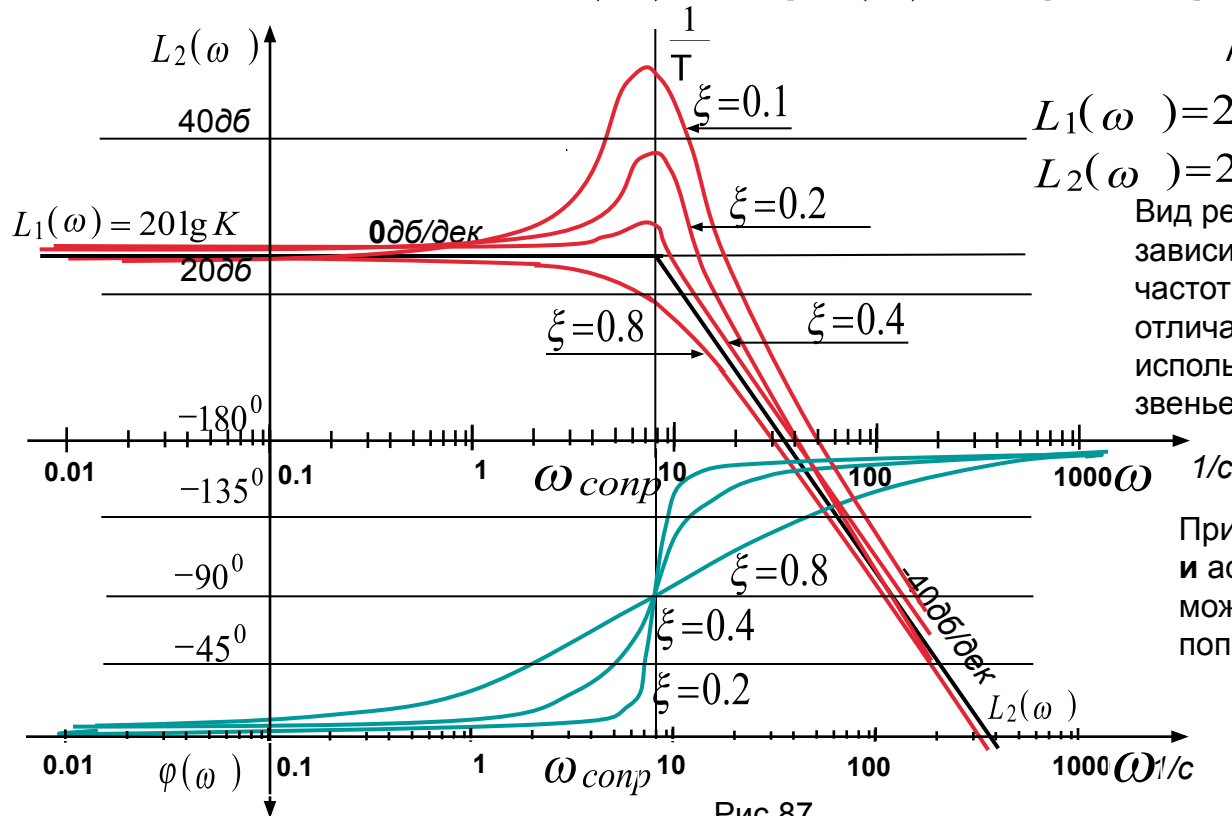
Частотная передаточная функция звена имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{K}{(1 - T_2^2 \omega^2) + j\omega T_1} = \frac{K}{(1 - T_2^2 \omega^2) + j 2\xi T} = M(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (42)$$

$$M(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + \omega^2 T_1^2}} = \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}} - \text{модуль частотной передаточной функции}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega T_1}{1 - T_2^2 \omega^2} = -\arctg \frac{2\xi T \omega}{1 - T^2 \omega^2} - \text{аргумент частотной передаточной функции} \quad (43)$$

Аналитическое выражение ЛАХ:  $L(\omega) = 20 \lg M(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg [(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2]^{1/2} \quad (44)$



Асимптотами ЛАХ являются:

$$L_1(\omega) = 20 \lg K \text{ при } \omega \leq \frac{1}{T} \quad \omega \rightarrow 0$$

$$L_2(\omega) = 20 \lg K - 40 \lg T \omega \text{ при } \omega \geq \frac{1}{T} \quad \omega \rightarrow \infty$$

Вид реальной ЛАХ в значительной степени зависит от значения  $\xi$ , особенно в области частот близких к  $\omega = \frac{1}{T}$  и может существенно отличаться от асимптотической ЛАХ. Поэтому использование последних для колебательных звеньев не всегда возможно.

При  $0.4 \leq \xi \leq 0.7$  отличие не превышает 3дБ и асимптотическими ЛАХ пользоваться можно. В остальных случаях нужно вводить поправки.

ЛФХ также зависит от  $\xi$  и изменяется от 0 до  $\pi$  при изменении частоты от 0 до  $\infty$

Рис.87

# ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ТРАНСМИССИИ

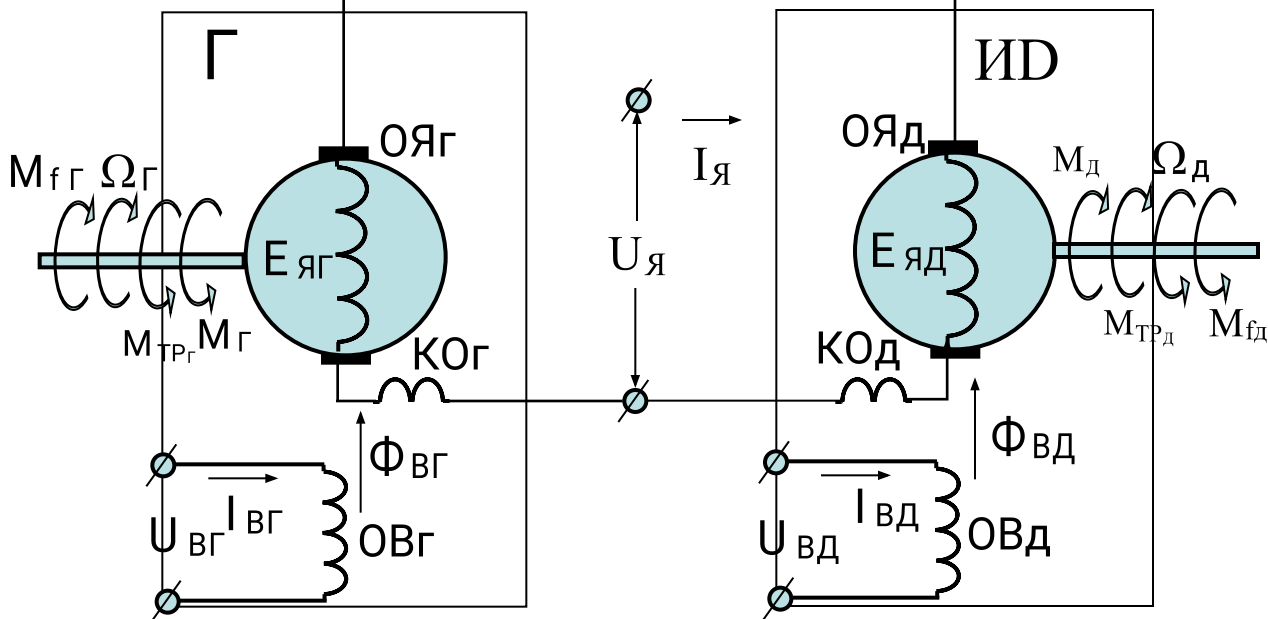


Рис.88

## Условные обозначения на схеме:

### Элементов:

- Г** – генератор;
- ИД** – исполнительный двигатель;
- ОЯГ** – обмотка якоря генератора;
- ОЯД** – обмотка якоря двигателя;
- ОВГ** – обмотка возбуждения генератора;
- ОВД** – обмотка возбуждения ДПТ;
- КОГ** – компенсационная обмотка генератора;
- КОД** – компенсационная обмотка двигателя;
- $i = \text{Г, Д}$  (генератор или двигатель)

### Переменных

- $U_{яi}(t), U_{Ви}(t)$  - напряжения на зажимах цепи якоря и цепи возбуждения  $i$ -ой машины;
- $I_{яi}(t), I_{Ви}(t)$  - токи в цепи якоря и цепи возбуждения  $i$ -ой машины;
- $\Phi_{Ви}(t)$  - поток цепи возбуждения  $i$ -ой электромашин;
- $E_{яi}(t)$  - ЭДС якоря  $i$ -ой машины;
- $M_{эмi}(t)$  - электромагнитный момент на валу  $i$ -ой машины;
- $M_{fi}(t)$  - внешний возмущающий момент на валу  $i$ -ой машины;
- $M_{Трi}(t)$  - момент трения на валу  $i$ -ой машины;
- $\Omega_i(t)$  - скорость вращения вала  $i$ -ой машины.



**Нелинейная математическая модель электромеханической трансмиссии  
(при принятых ранее допущениях):**

**двигатель**

**генератор**

Уравнение цепи якоря:  $U_{яд} = c_{ед} \Phi_d \Omega_d + R_{яд} I_{яд} + L_{яд} \frac{d}{dt} I_{яд}$

Уравнение цепи якоря:  $U_{яг} = c_{ег} \Phi_g \Omega_g - R_{яг} I_{яг} - L_{яг} \frac{d}{dt} I_{яг}$

Уравнение цепи возбуждения:  $U_{вд} = R_{вд} I_{вд} + L_{вд} \frac{d}{dt} I_{вд}$

Уравнение цепи возбуждения:  $U_{вг} = R_{вг} I_{вг} + L_{вг} \frac{d}{dt} I_{вг}$

Уравнение магнитной цепи:  $\Phi_{вд} = \begin{cases} \gamma_d I_{вд} & \text{при } |I_{вд}| \leq I_{внасд} \\ \Phi_{насд} \text{Sign } I_{вд} & \text{при } |I_{вд}| > I_{внасд} \end{cases}$

Уравнение магнитной цепи:  $\Phi_{вг} = \begin{cases} \gamma_g I_{вг} & \text{при } |I_{вг}| \leq I_{внасг} \\ \Phi_{насг} \text{Sign } I_{вг} & \text{при } |I_{вг}| > I_{внасг} \end{cases}$

Уравнение моментов:  $M_{эмд} = M_{fd} + M_{трсд} + M_{динд};$

Уравнение моментов:  $M_{эмг} = M_{fg} - M_{трсг} - M_{динг};$

Электромагнитный момент:  $M_{эмд} = c_{мд} \Phi_d I_{яд}$

Электромагнитный момент:  $M_{эмг} = c_{мг} \Phi_g I_{яг}$

Динамический момент:  $M_{динд} = J_d \varepsilon_d = J_d \frac{d}{dt} \Omega_d$

Динамический момент:  $M_{динг} = J_g \varepsilon_g = J_g \frac{d}{dt} \Omega_g$

Момент сухих трений на валу:  $M_{трд} = \begin{cases} M_{трсд} \text{Sign } \Omega_d & \text{при } \Omega_d \neq 0 \\ (M_{эмд} - M_{fd}) & \text{при } \Omega_d = 0 \text{ и} \\ & |M_{эмд} - M_{fd}| \leq M_{трсд} \\ M_{трсд} \text{Sign } (M_{эмд} - M_{fd}) & \text{при } \Omega_d = 0 \\ & \text{и } |M_{эмд} - M_{fd}| > M_{трсд} \end{cases}$

Момент сухих трений на валу:  $M_{трд} = \begin{cases} M_{трсд} \text{Sign } \Omega_d & \text{при } \Omega_d \neq 0 \\ (M_{эмд} - M_{fd}) & \text{при } \Omega_d = 0 \text{ и} \\ & |M_{эмд} - M_{fd}| \leq M_{трсд} \\ M_{трсд} \text{Sign } (M_{эмд} - M_{fd}) & \text{при } \Omega_d = 0 \\ & \text{и } |M_{эмд} - M_{fd}| > M_{трсд} \end{cases}$

**Уравнения связи:**

$U_{яд} = U_{яг} = U_{я} \quad \text{и} \quad I_{яд} = I_{яг} = I_{я}$

$c_{ег} \Phi_g \Omega_g - c_{ед} \Phi_d \Omega_d = R_{яд} I_{я} + R_{яг} I_{я} + L_{яд} \frac{d}{dt} I_{я} + L_{яг} \frac{d}{dt} I_{я} = R_{ягд} I_{я} + L_{ягд} \frac{d}{dt} I_{я} \quad (29)$

где:  $R_{ягд} = R_{яг} + R_{яд} \quad \text{и} \quad L_{ягд} = L_{яг} + L_{яд}$

# НЕЛИНЕЙНАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ТРАНСМИССИИ

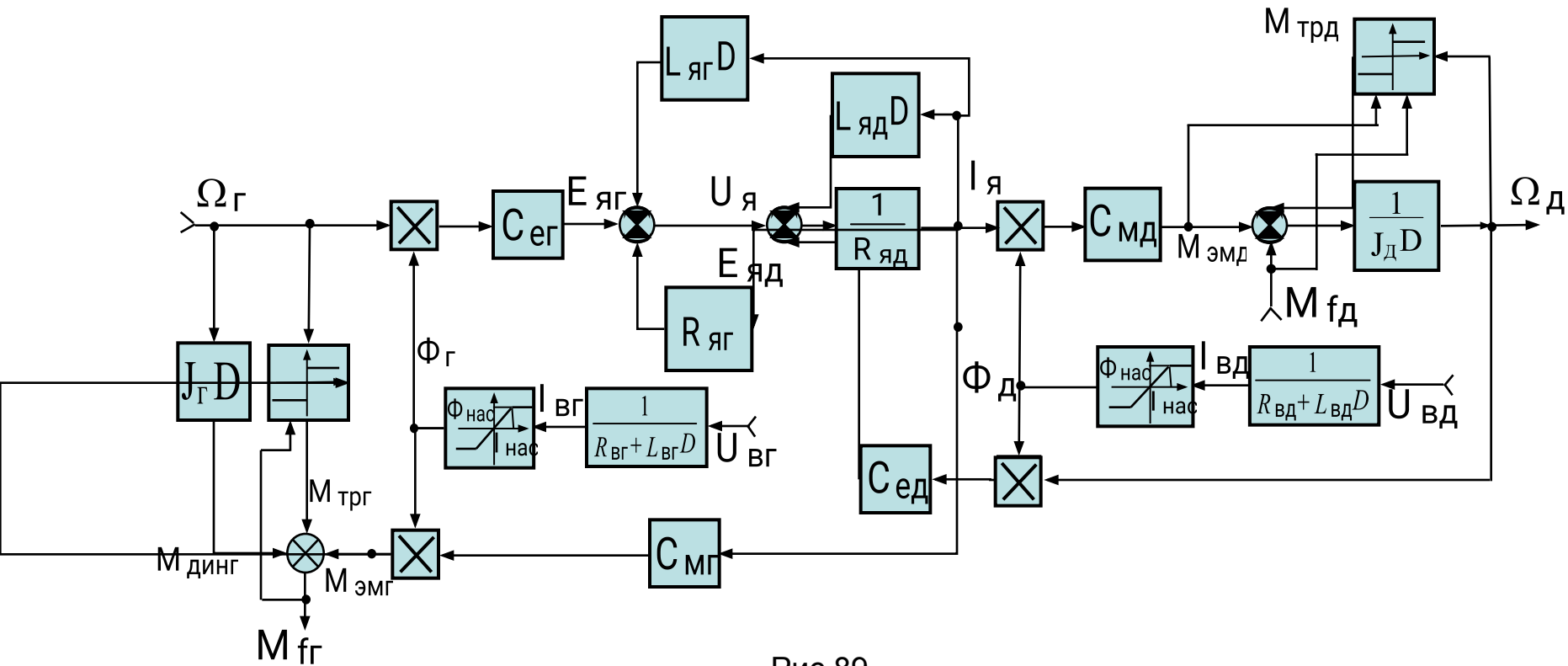


Рис.89

## ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ трансмиссии в изображениях

Перейдем в уравнениях от переменных во времени к их изображениям по Лапласу:

$$\delta U_{\text{Я}}(t) \overset{\cdot}{=} U_{\text{Я}}(s); \quad \delta U_{\text{В}}(t) \overset{\cdot}{=} U_{\text{В}}(s); \quad \delta M_f(t) \overset{\cdot}{=} M_f(s); \quad \delta \Omega(t) \overset{\cdot}{=} \Omega(s);$$

$$\delta I_{\text{Я}}(t) \overset{\cdot}{=} I_{\text{Я}}(s); \quad \delta E_{\text{Я}}(t) \overset{\cdot}{=} E_{\text{Я}}(s); \quad \delta \Phi(t) \overset{\cdot}{=} \Phi(s); \quad \delta M_{\text{ЭМ}}(t) \overset{\cdot}{=} M_{\text{ЭМ}}(s)$$

Получим линеаризованные уравнения для цепей двигателя в изображениях:

$$U_{\text{Я}}(s) = c_e \Phi_0 \Omega(s) + c_e \Omega_0 \Phi(s) + R_{\text{Я}} I_{\text{Я}}(s) + L_{\text{Я}} s I_{\text{Я}}(s)$$

$$U_{\text{В}}(s) = R_{\text{В}} I_{\text{В}}(s) + L_{\text{В}} s I_{\text{В}}(s) = (R_{\text{В}} + L_{\text{В}} s) I_{\text{В}}(s)$$

$$\Phi(s) = \gamma I_{\text{В}}(s)$$

$$M_{\text{ЭМ}}(s) = c_M \Phi_0 I_{\text{Я}}(s) + c_M I_{\text{Я}0} \Phi(s) = M_f(s) + f_{\text{трл}} \Omega(s) + J_{\text{Д}} s \Omega(s)$$

и линеаризованные уравнения для цепей генератора в изображениях:

$$U_{\text{ЯГ}}(s) = c_{eГ} \Phi_{0Г} \Omega_{\text{Г}}(s) + c_{eГ} \Omega_{0Г} \Phi_{\text{Г}}(s) - R_{\text{ЯГ}} I_{\text{ЯГ}}(s) - L_{\text{ЯГ}} s I_{\text{ЯГ}}(s)$$

$$U_{\text{ВГ}}(s) = R_{\text{ВГ}} I_{\text{ВГ}}(s) + L_{\text{ВГ}} s I_{\text{ВГ}}(s) = (R_{\text{ВГ}} + L_{\text{ВГ}} s) I_{\text{ВГ}}(s)$$

$$\Phi_{\text{Г}}(s) = \gamma_{\text{Г}} I_{\text{ВГ}}(s)$$

$$M_{\text{ЭМГ}}(s) = c_{MГ} \Phi_{0Г} I_{\text{ЯГ}}(s) + c_{MГ} I_{\text{Я}0Г} \Phi_{\text{Г}}(s) = M_{fГ}(s) - f_{\text{трлГ}} \Omega_{\text{Г}}(s) + J_{\text{Г}} s \Omega_{\text{Г}}(s)$$



## Передаточные функции электромеханической трансмиссии

Передаточная функция от  $\Omega_{Г}$  до  $\Omega_{Д}$

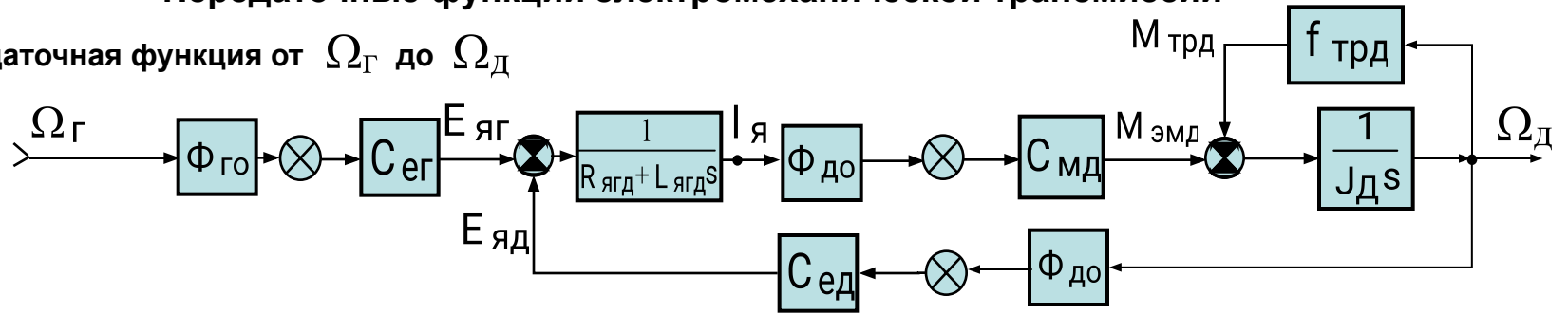


Рис.91

$$W_{\Omega_{Г}}^{\Omega_{Д}}(s) = \frac{C_{ег} \Phi_{го} C_{мд} \Phi_{до} / (C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд})}{\frac{J_{рд} L_{ягд}}{C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд}} s^2 + \frac{(J_{рд} R_{ягд} + L_{ягд} f_{трд})}{C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд}} s + 1} = \frac{1/i_T}{T_{ГД2}^2 s^2 + T_{ГД1} s + 1} \quad (46)$$

$i_T$  - передаточное число трансмиссии.

Передаточная функция от  $M_{fd}$  до  $M_{fg}$

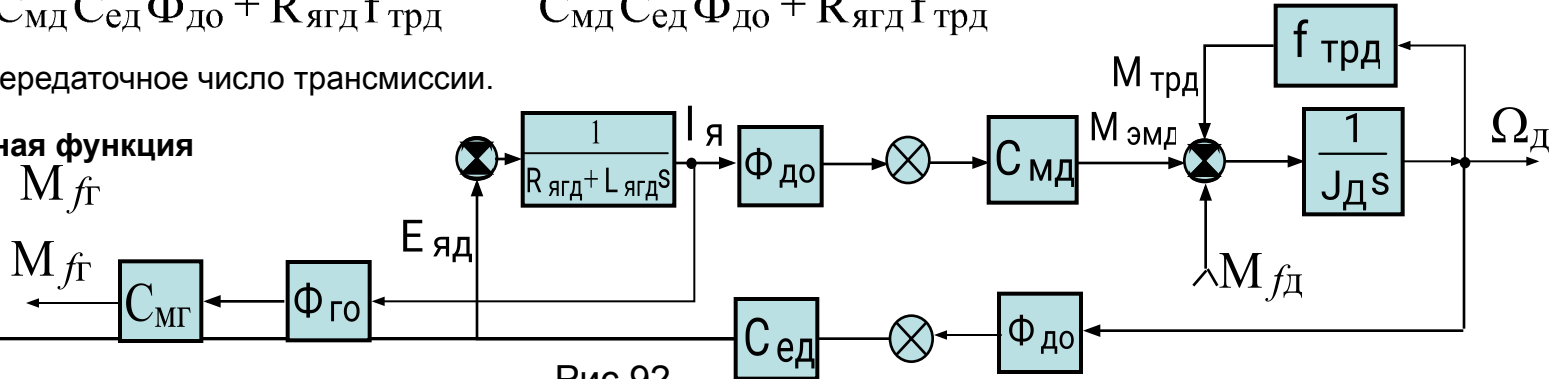


Рис.92

$$W_{M_{fd}}^{I_{я}}(s) = -\frac{C_{ед} \Phi_{до} / (J_{рд} s + f_{трд})(R_{ягд} + L_{ягд} s)}{1 + \frac{C_{ед} C_{мд} \Phi_{до}^2}{(L_{ягд} s + R_{ягд})(J_{рд} s + f_{трд})}} = \frac{-C_{ед} \Phi_{до} / (C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд})}{\frac{J_{рд} L_{ягд}}{C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд}} s^2 + \frac{(J_{рд} R_{ягд} + L_{ягд} f_{трд})}{C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд}} s + 1}$$

$$W_{M_{fd}}^{M_{fg}}(s) = -\frac{C_{мг} \Phi_{го} C_{ед} \Phi_{до} / (C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд})}{\frac{J_{рд} L_{ягд}}{C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд}} s^2 + \frac{(J_{рд} R_{ягд} + L_{ягд} f_{трд})}{C_{мд} C_{ед} \Phi_{до}^2 + R_{ягд} f_{трд}} s + 1} = -\frac{1/i_T}{T_{ГД2}^2 s^2 + T_{ГД1} s + 1} \quad (47)$$

## ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМАШИННОГО РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ

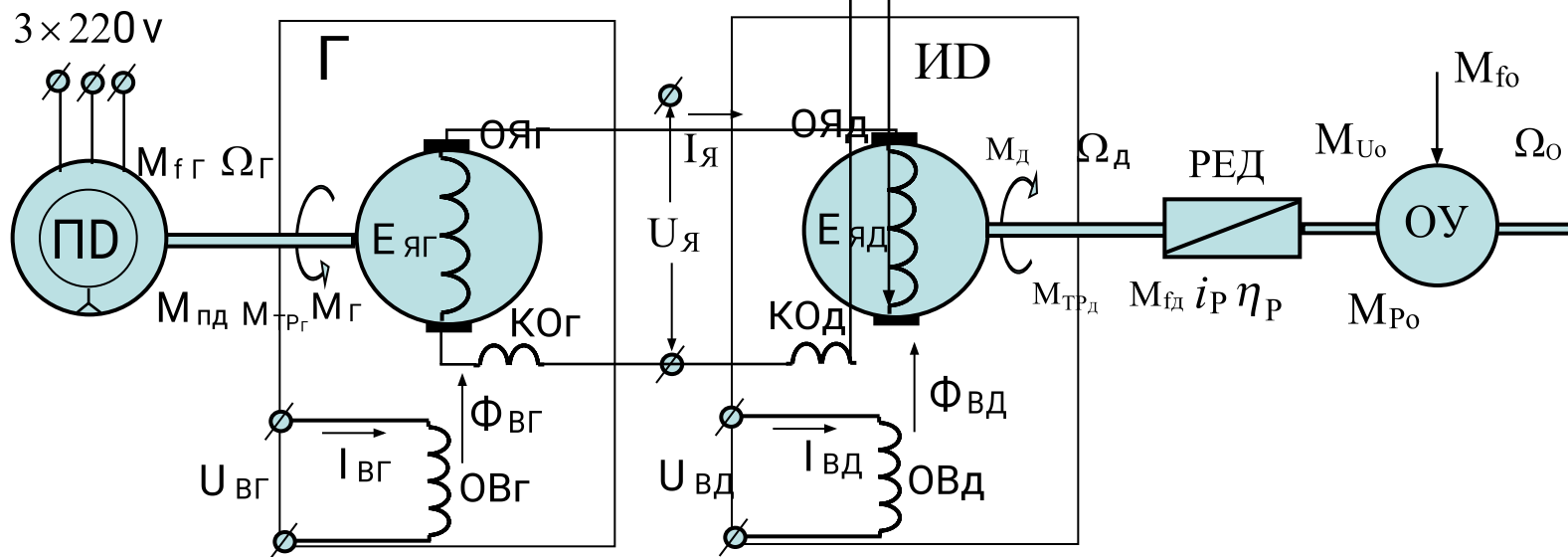


Рис.93

На схеме дополнительно обозначено :

**ПД** – приводной двигатель;

**РЕД** – редуктор;

**ОУ** – объект управления;

$M_{Пд} = M_{fГ}$  - момент на валу приводного двигателя;

$i_P$  - передаточное число редуктора;

$\eta_P$  - КПД редуктора;

$M_{Uo}$  - управляющее воздействие (момент) на объект управления;

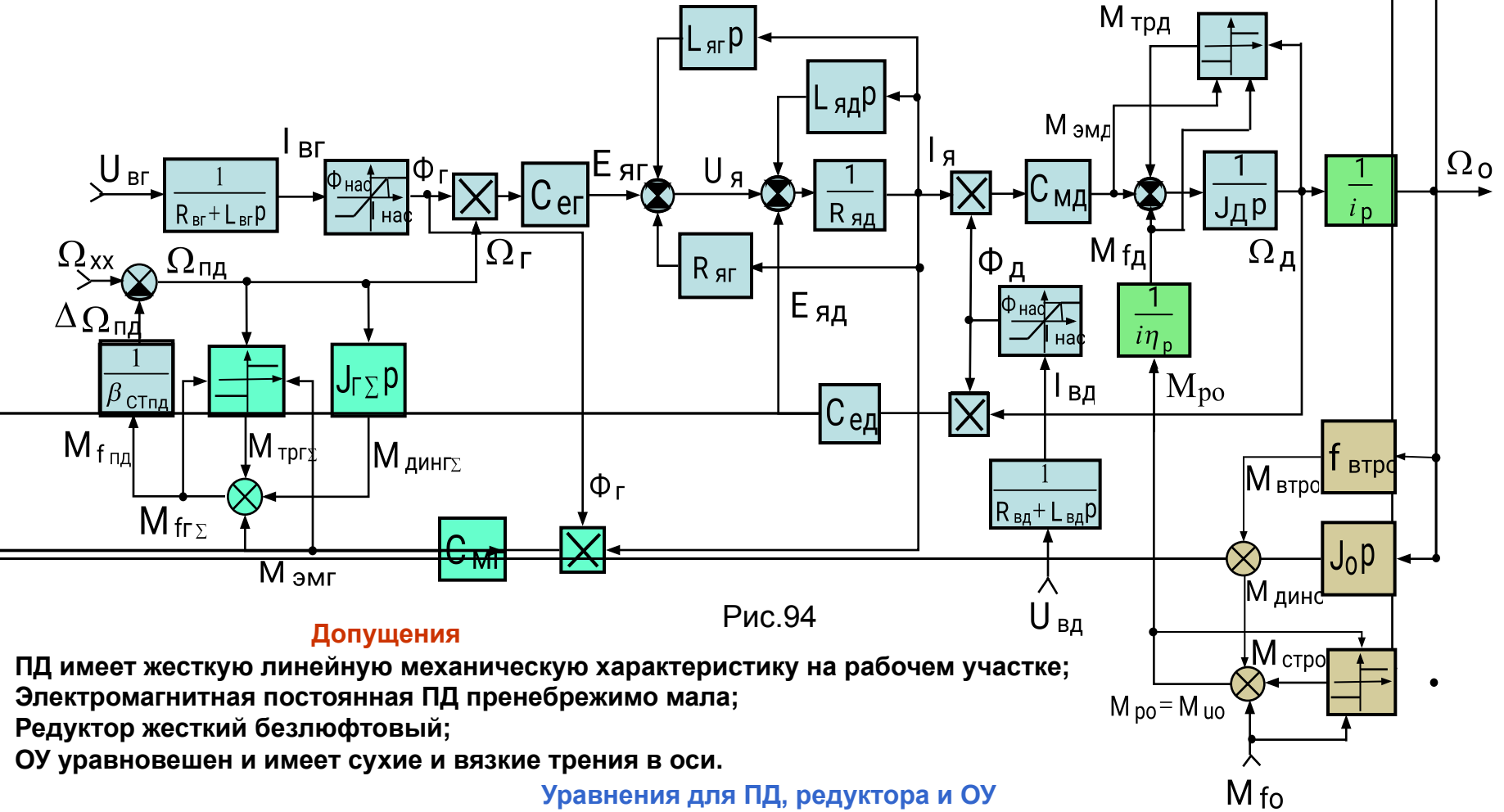
$M_{Po}$  - момент реакции объекта управления;

$M_{fo}$  - возмущающий момент на объект управления;

$\Omega_o$  - регулируемая переменная (скорость вращения ОУ).



# НЕЛИНЕЙНАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМАШИННОГО РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ



## Допущения

- ПД имеет жесткую линейную механическую характеристику на рабочем участке;
- Электромагнитная постоянная ПД пренебрежимо мала;
- Редуктор жесткий безлюфтовый;
- ОУ уравновешен и имеет сухие и вязкие трения в оси.

## Уравнения для ПД, редуктора и ОУ

$$\begin{aligned} \Omega_{\Gamma} &= \Omega_{\text{ПД}} = \Omega_{\text{ХХПД}} - \Delta\Omega_{\text{ПД}} \\ \Delta\Omega_{\text{ПД}} &= M_{\text{ПД}} / \beta_{\text{СТПД}}; \\ M_{\text{ПД}} &= M_{\text{фГ}} = M_{\text{ЭМГ}} + M_{\text{ТРГ}\Sigma} + M_{\text{ДИНГ}\Sigma} \\ M_{\text{ДИНГ}\Sigma} &= (J_{\text{ПД}} + J_{\Gamma}) d\Omega_{\Gamma} / dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{О}} &= \Omega_{\text{Д}} / i_{\text{р}}; \\ M_{\text{Д}} &= M_{\text{фД}} = \frac{M_{\text{РО}}}{i_{\text{р}} \eta_{\text{р}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\text{УО}} &= M_{\text{РО}} = M_{\text{ФО}} + M_{\text{ТРО}} + M_{\text{ДИНО}} \\ M_{\text{ТРО}} &= M_{\text{ТРВО}} + M_{\text{ТРСО}} = \\ &= f_{\text{ТРО}} \Omega_{\text{О}} + M_{\text{ТРСО}} \text{sign} \Omega_{\text{О}} \\ M_{\text{ДИНО}} &= J_{\text{О}} d\Omega_{\text{О}} / dt \end{aligned}$$

# НЕЛИНЕЙНАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМАШИННОГО РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ (при $U_{вд} = \text{const}$ и приведении свойств ОУ к оси исполнительного двигателя)

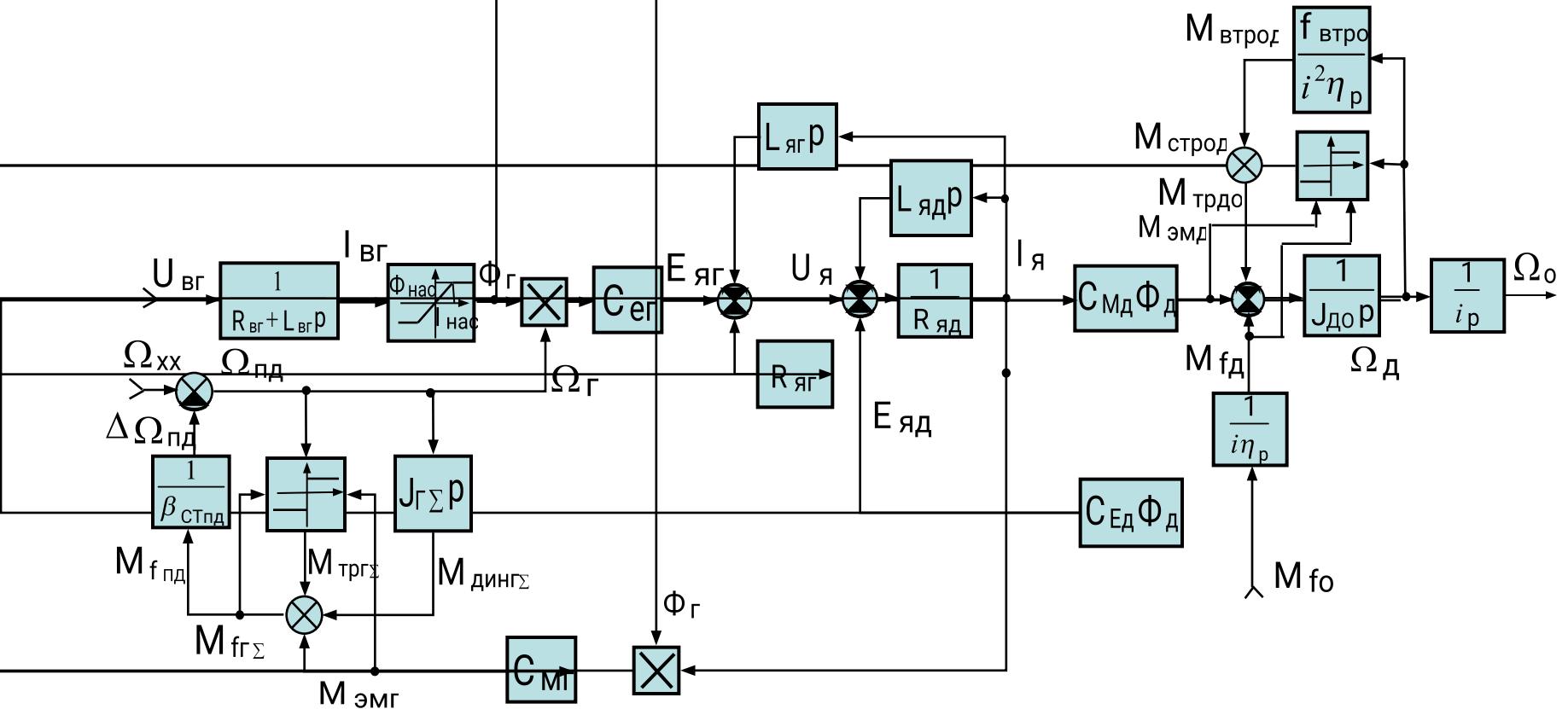


Рис.95

На схеме введены обозначения:

$$J_{до} = J_{д} + \frac{J_{о}}{i^2 \eta_p} \quad \text{- приведенный к оси двигателя момент инерции системы;} \quad (48)$$

$$M_{трдо} = M_{стрд} + \frac{M_{стро}}{i \eta_p} + \frac{M_{втро}}{i^2 \eta_p} \quad \text{- приведенные к оси двигателя трения системы.} \quad (49)$$



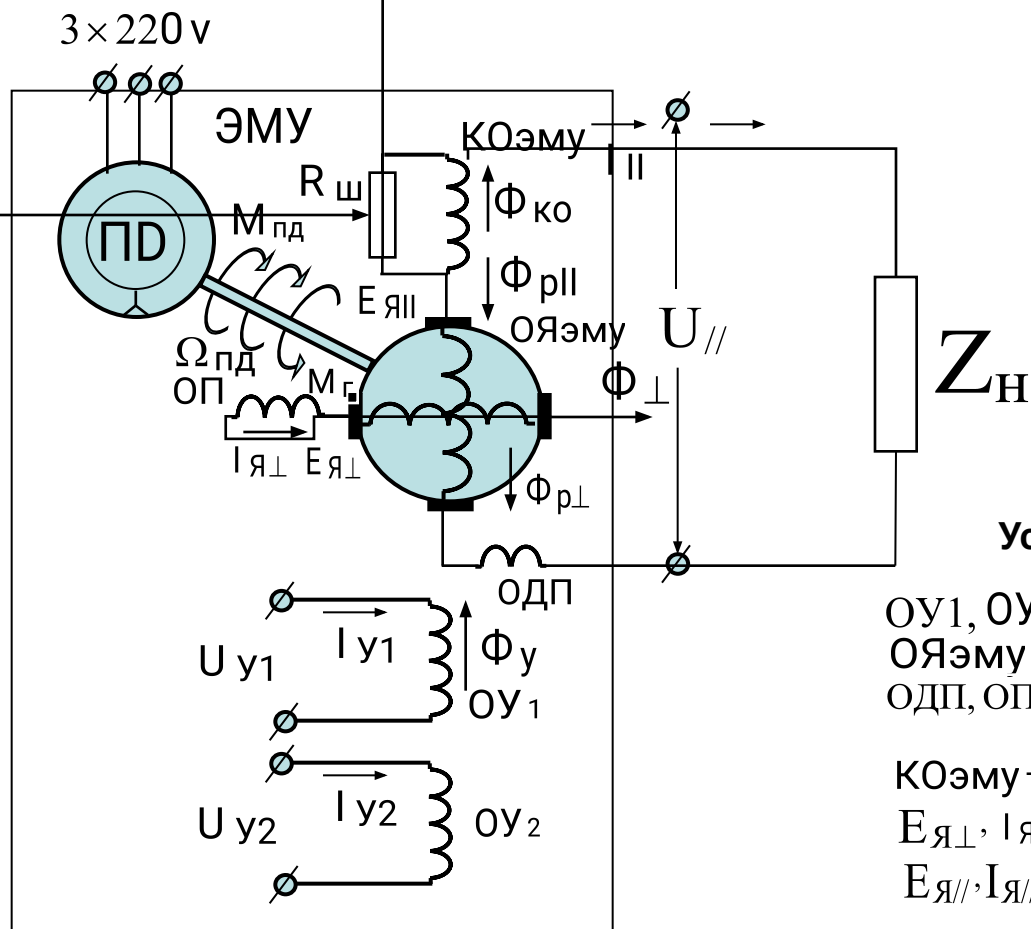
Передаточная функция электромашинного регулятора скорости по управляющему воздействию при жесткой механической характеристике ПД ( $\beta_{\text{СТПД}} \rightarrow \infty$ )

$$\begin{aligned}
 W_{U_{\text{вр}}}^{\Omega_0}(s) &= \frac{C_{\text{ег}} \Omega_{\Gamma} \gamma_{\Gamma} / i_{\text{р}}}{(R_{\text{вг}} + L_{\text{вг}} s)} \times \frac{C_{\text{мд}} \Phi_{\text{д}} / (R_{\text{ягд}} + L_{\text{ягд}} s) (J_{\text{до}} s + f_{\text{трдо}})}{1 + \frac{C_{\text{ед}} C_{\text{мд}} \Phi_{\text{д}}^2}{(L_{\text{ягд}} s + R_{\text{ягд}}) (J_{\text{до}} s + f_{\text{трдо}})}} = \\
 &= \frac{C_{\text{ег}} \Omega_{\Gamma} \gamma_{\Gamma} / i_{\text{р}}}{(R_{\text{вг}} + L_{\text{вг}} s)} \times \frac{C_{\text{мд}} \Phi_{\text{д}}}{J_{\text{до}} L_{\text{ягд}} s^2 + (J_{\text{до}} R_{\text{ягд}} + L_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}) s + C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{д}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}} = \\
 &= \frac{C_{\text{ег}} \Omega_{\Gamma} \gamma_{\Gamma} / i_{\text{р}}}{(R_{\text{вг}} + L_{\text{вг}} s)} \times \frac{C_{\text{мд}} \Phi_{\text{д}} / (C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{д}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}})}{\frac{J_{\text{до}} L_{\text{ягд}}}{C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{д}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}} s^2 + \frac{(J_{\text{до}} R_{\text{ягд}} + L_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}})}{C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{д}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}} s + 1} = \frac{K_{\Omega}}{(T_{\text{вг}} s + 1) (T_2^2 s^2 + T_1 s + 1)}
 \end{aligned}$$

Передаточная функция электромашинного регулятора скорости по возмущающему воздействию

$$\begin{aligned}
 W_{M_{\text{fo}}}^{\Omega_0}(s) &= - \frac{1 / i_{\text{р}}^2 \eta_{\text{р}} (J_{\text{до}} s + f_{\text{трдо}})}{1 + \frac{C_{\text{ед}} C_{\text{мд}} \Phi_{\text{д}}^2}{(L_{\text{ягд}} s + R_{\text{ягд}}) (J_{\text{до}} s + f_{\text{трдо}})}} = \\
 &= - \frac{J_{\text{до}} L_{\text{ягд}} s^2 + (J_{\text{до}} R_{\text{ягд}} + L_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}) s + C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{д}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}}{R_{\text{ягд}} (1 + T_{\text{ягд}} s) / (C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{д}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}) i_{\text{р}}^2 \eta_{\text{р}}} = \\
 &= - \frac{J_{\text{до}} L_{\text{ягд}}}{C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{до}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}} s^2 + \frac{(J_{\text{до}} R_{\text{ягд}} + L_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}})}{C_{\text{мд}} C_{\text{ед}} \Phi_{\text{д}}^2 + R_{\text{ягд}} f_{\text{трдо}}} s + 1 = - \frac{K_{\text{f}} (T_{\text{ягд}} s + 1)}{(T_2^2 s^2 + T_1 s + 1)}
 \end{aligned}$$

# ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМАШИННОГО УСИЛИТЕЛЯ МОЩНОСТИ (ЭМУ поперечного поля)



### Условные обозначения

- ОУ<sub>1</sub>, ОУ<sub>2</sub> - обмотки управления ЭМУ;
- ОЯЭМУ - обмотки якоря ЭМУ;
- ОДП, ОП - обмотки дополнительных полюсов и подмагничивания;
- КОЭМУ - компенсационная обмотка ЭМУ;
- Е<sub>я⊥</sub>, I<sub>я⊥</sub> - ЭДС и ток поперечной цепи якоря ;
- Е<sub>я//</sub>, I<sub>я//</sub> - ЭДС и ток продольной цепи якоря ;

Рис.97

# ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА ЭЛЕКТРОМАШИННОГО РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ с ЭМУ поперечного поля

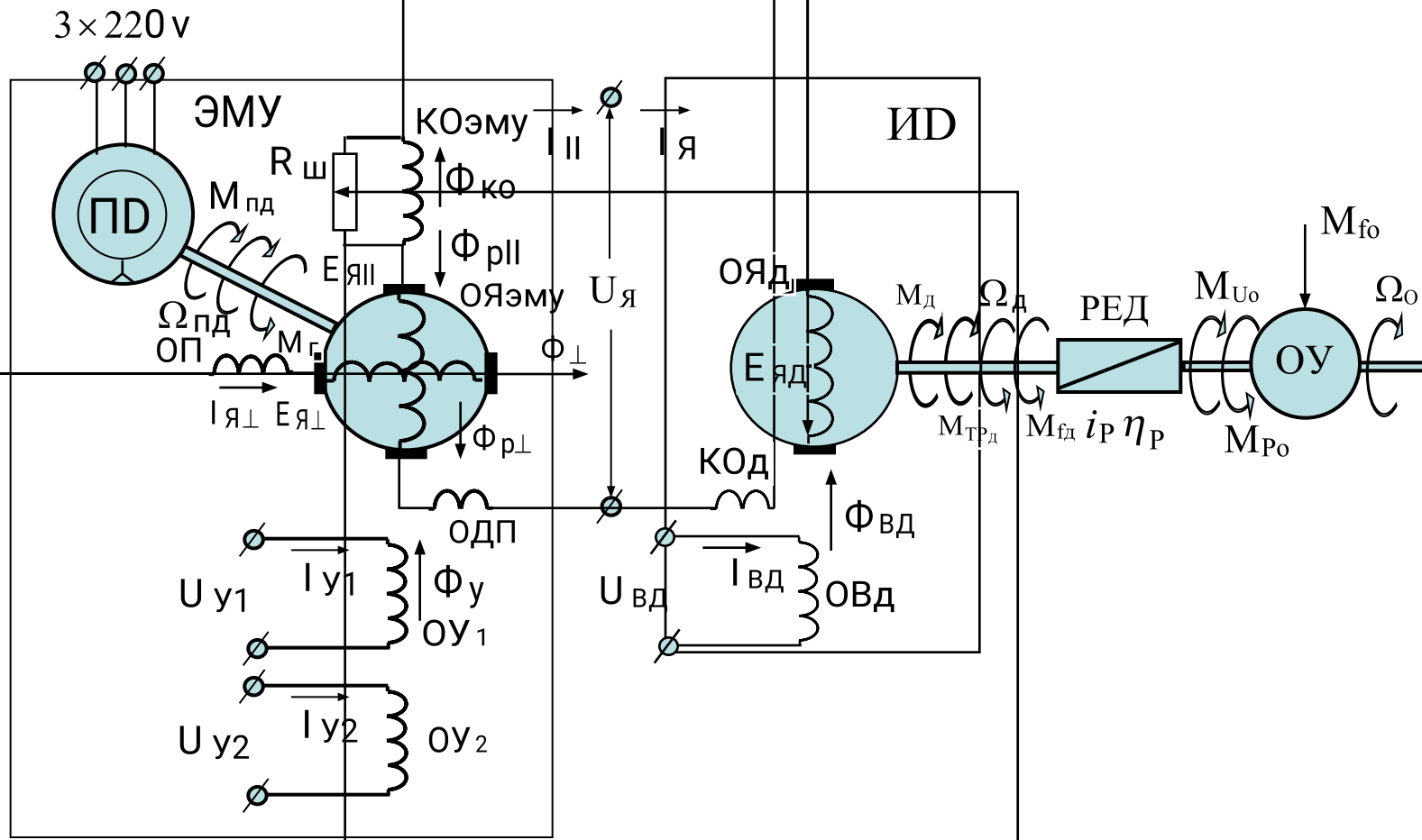


Рис.98



## Математическая модель регулятора скорости с ЭМУ

При принятых допущениях ЭМУ можно описать следующими уравнениями:

$$U_y = R_y I_y + L_y \frac{dI_y}{dt} + M_{\perp} \frac{dI_{\perp}}{dt} + \nu M_{кя} \frac{dI_{\parallel}}{dt}; \quad M_{\perp}; M_{кя} \text{ - взаимная индуктивность ОУ с обмотками поперечной и продольной цепи ЭМУ,}$$

$$E_{\perp} = C_e \Omega_{пд} [\Phi_y - \Phi_{p\perp} + \Phi_{ко} - \Phi_{p\parallel}] = C_e \Omega_{пд} \Phi_{\parallel} \text{ - ЭДС поперечной цепи ЭМУ,}$$

$$\Phi_y = \gamma_y I_y; \quad \Phi_{ко} = \rho_{ш} \gamma_k I_{\parallel}; \quad \Phi_{p\perp} = \mu \Phi_{\perp} = \mu \gamma_{\perp} I_{\perp}; \quad \Phi_{p\parallel} = \gamma_{\parallel} I_{\parallel} \text{ - потоки ОУ, КО и реакций обмоток якоря ЭМУ}$$

$$\Phi_{p\parallel} - \Phi_{ко} = \gamma_{\parallel} (1 - \rho_{ш} \gamma_k / \gamma_{\parallel}) I_{\parallel} = \nu \gamma_{\parallel} I_{\parallel}; \quad \nu \text{ - коэффициент недокомпенсации}$$

$$E_{\parallel} = C_e \Omega_{пд} \Phi_{\perp} \text{ - ЭДС продольной цепи ЭМУ,} \quad U_{\parallel} = E_{\parallel} - R_{\parallel} I_{\parallel} - L_{\parallel} \frac{dI_{\parallel}}{dt} \text{ - напряжение на зажимах продольной цепи ЭМУ.}$$

$$\rho_{ш} = \frac{R_{ш}}{R_{ш} + R_{ко}}$$

### ЛИНЕЙНАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ С ЭМУ

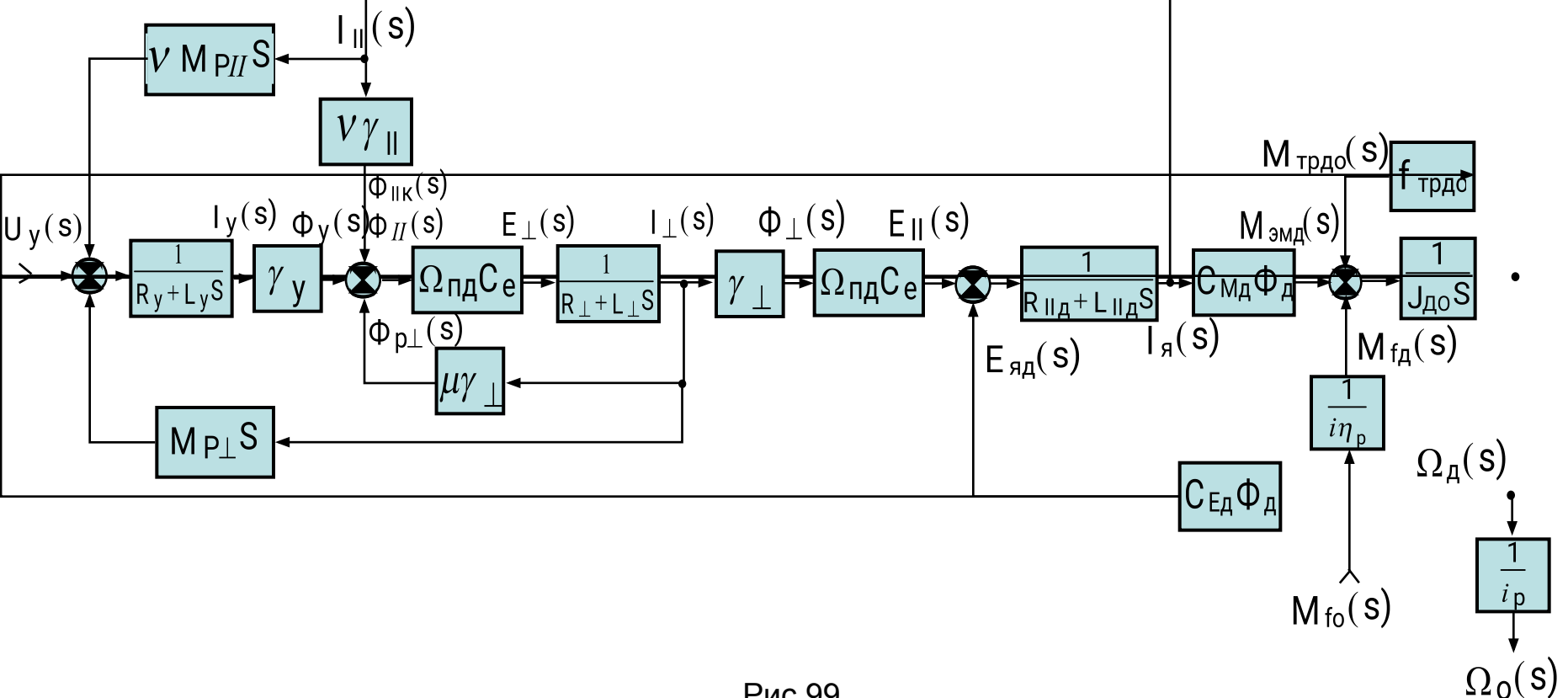


Рис.99

## Схема одноплечевого ШИП с системой симметричного управления

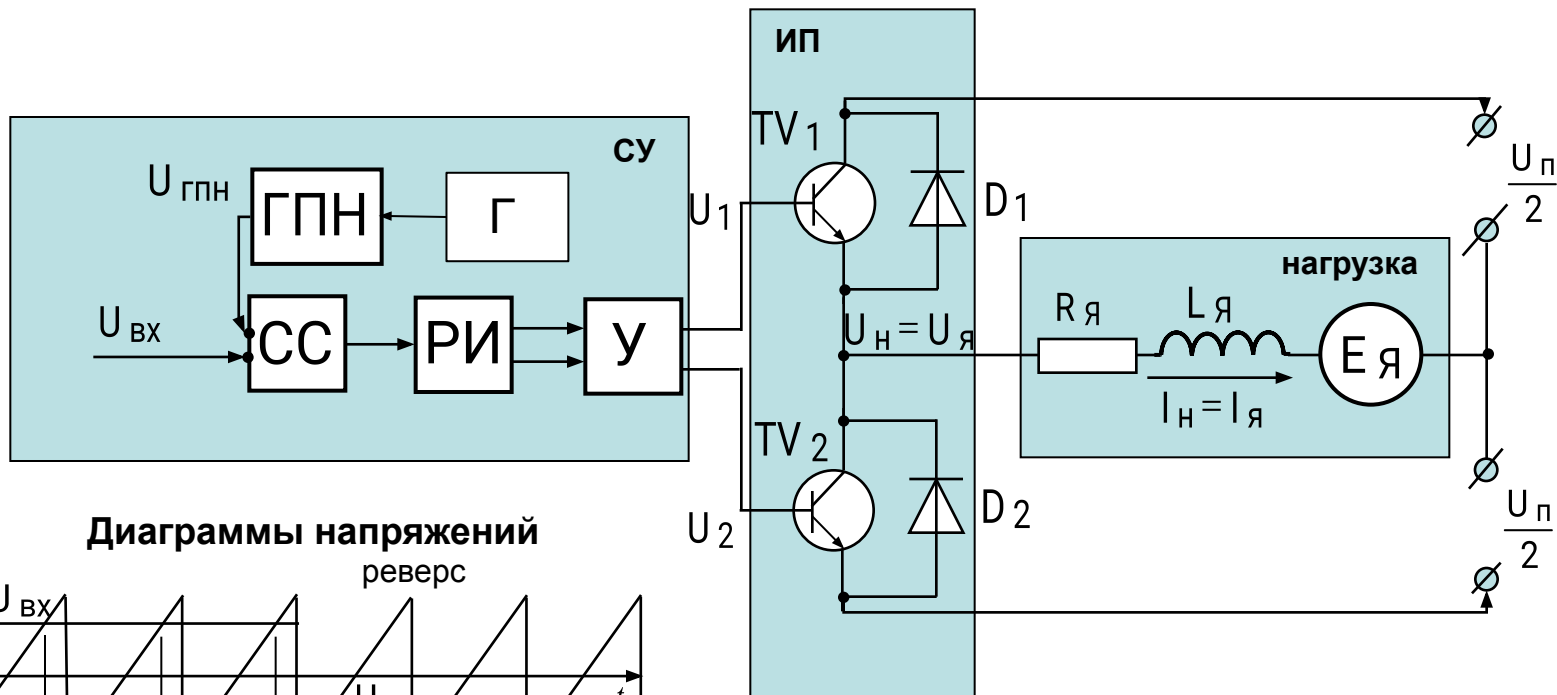


Рис.100

### Условные обозначения:

- ИП**- импульсный преобразователь;
- СУ**- система симметричного управления;
- ГПН**- генератор пилообразного напряжения;
- СС**- схема сравнения;
- РИ**- распределитель импульсов;
- У**- усилители;
- $\gamma$  - относительная длительность импульса  $U_1$ .

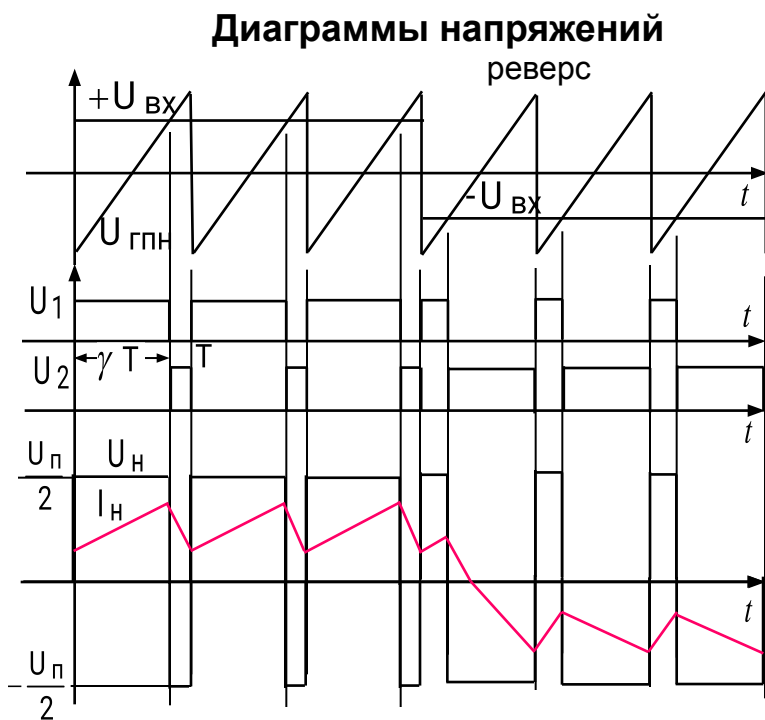


Рис.101

# Схема мостового ШИП с системой симметричного управления

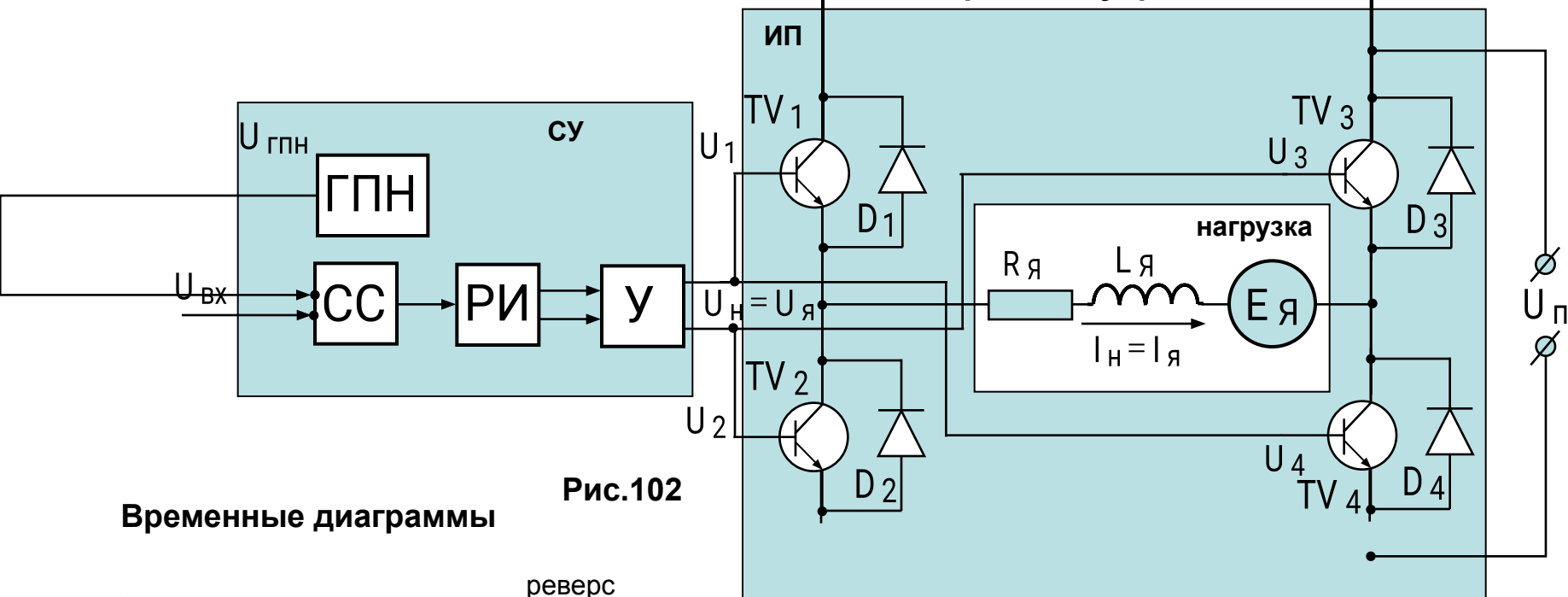


Рис.102

## Временные диаграммы

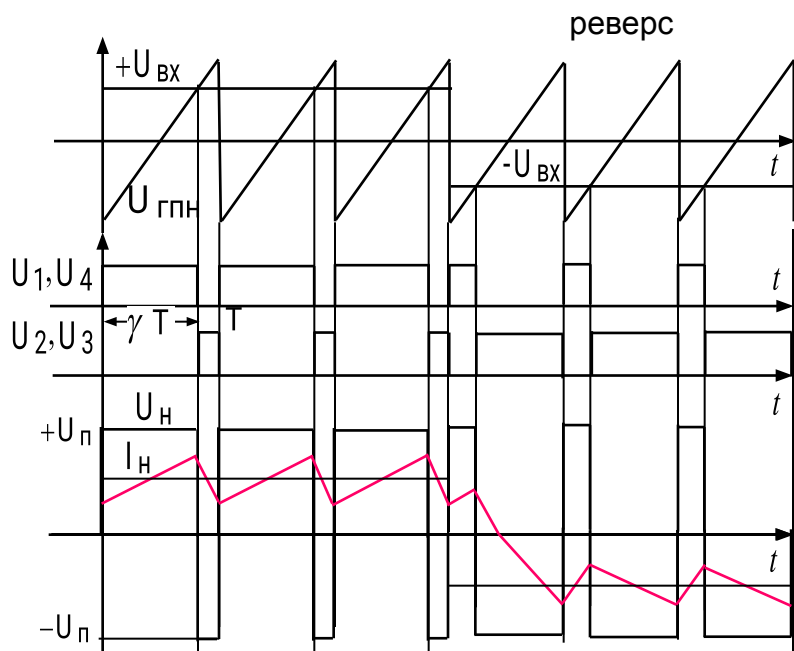


Рис.103 Симметричное управление

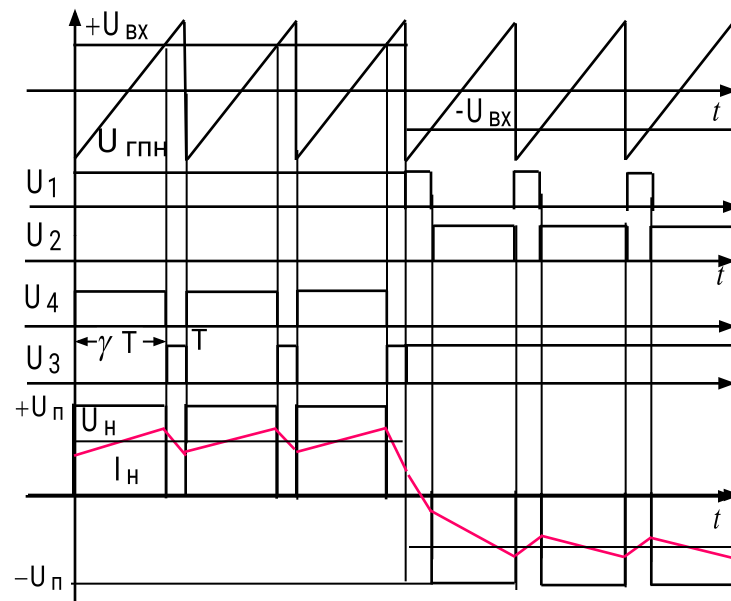


Рис.104 Несимметричное управление

## Математические представления процессов в ШИП

Для симметричного способа управления ШИП на периодах следования импульсов можно записать:

$$U_H = R_H I_H + L_H \frac{di_H}{dt} + E_H \quad \text{при} \quad nT \leq t \leq (n+1)\gamma T,$$

$$-U_H = R_H I_H + L_H \frac{di_H}{dt} + E_H \quad \text{при} \quad \gamma(n+1)T \leq t \leq (n+1)T,$$

где:  $U_H = \frac{U_{\Pi}}{2}$  для одноплечевых ИП и  $U_H = U_{\Pi}$  для мостовых схем ИП,

При симметричном способе управления напряжение на нагрузке знакопеременное.

Среднее его значение определяется как отношение интеграла за период к периоду  $T$ .

$$U_{Hcp} = \frac{1}{T} \int_0^{\gamma T} \frac{U_{\Pi}}{2} dt - \frac{1}{T} \int_{\gamma T}^T \frac{U_{\Pi}}{2} dt = (2\gamma - 1) \frac{U_{\Pi}}{2} \quad \text{для одноплечевых ИП},$$

$$U_{Hcp} = \frac{1}{T} \int_0^{\gamma T} U_{\Pi} dt - \frac{1}{T} \int_{\gamma T}^T U_{\Pi} dt = (2\gamma - 1) U_{\Pi} \quad \text{для мостовых схем ИП},$$

При  $U_y = 0$ ,  $\gamma = 0,5$  и  $U_{Hcp} = 0$

Для несимметричного способа управления ШИП:

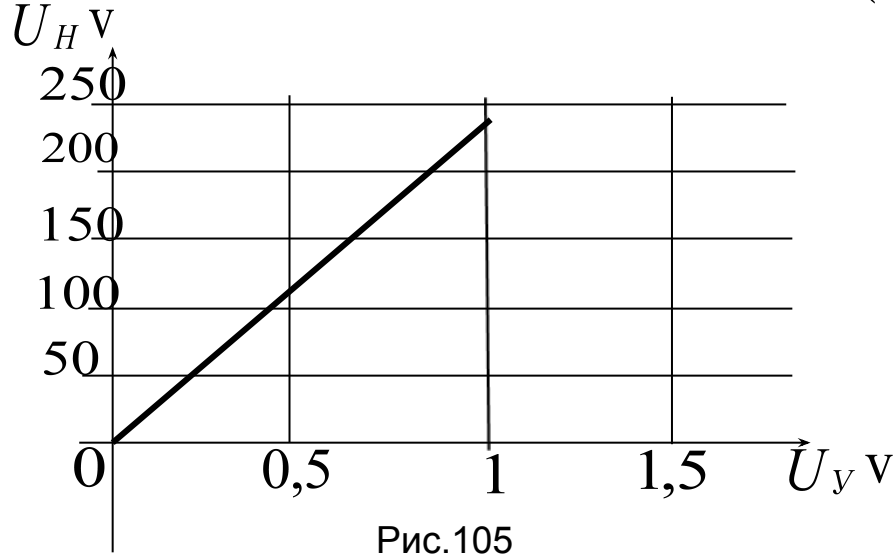
$$U_H = R_H I_H + L_H \frac{di_H}{dt} + E_H \quad \text{при} \quad nT \leq t \leq (n+1)\gamma T,$$

$$0 = R_H I_H + L_H \frac{di_H}{dt} + E_H \quad \text{при} \quad \gamma(n+1)T \leq t \leq (n+1)T,$$

$$U_{Hcp} = \frac{1}{T} \int_0^{\gamma T} U_{\Pi} dt = \gamma U_{\Pi} \quad \text{среднее напряжение на нагрузке}$$

# Статические характеристики ШИП

Регулировочная характеристика  $U_H = f(U_Y)$  при постоянных значениях  $U_{II}, I_H$ .



$$U_H = f(U_Y)$$

Рис.105

Нагрузочная характеристика  $U_H = f(I_H)$  при постоянных значениях  $U_{II}, U_Y$ .

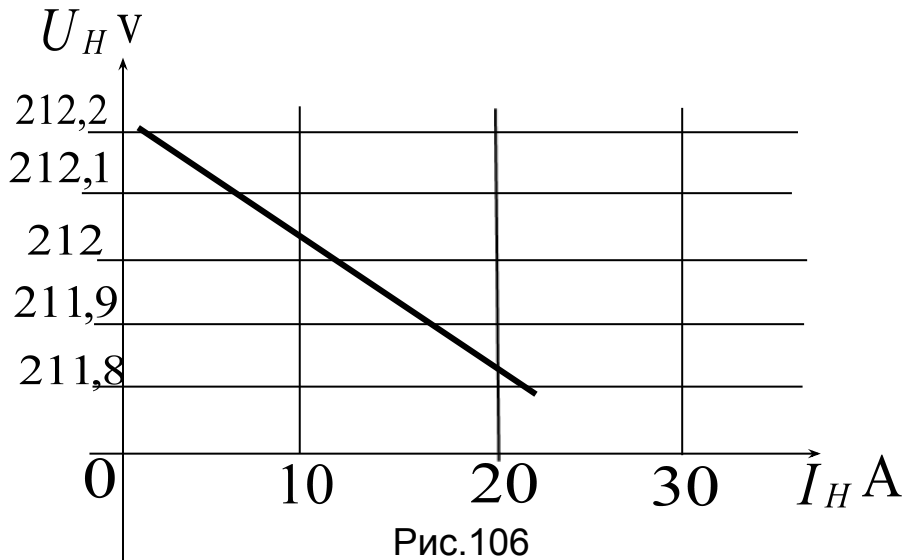


Рис.106

# Динамические модели ШИП

Модель ШИП с симметричным способом управления

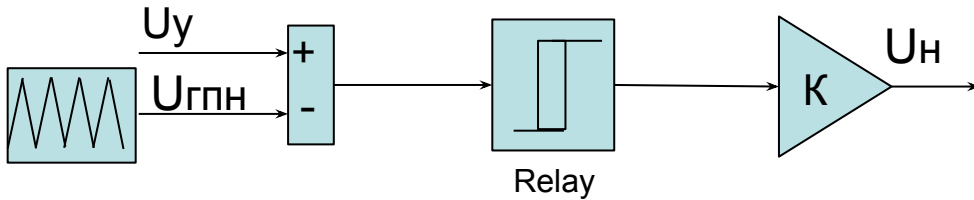


Рис.107

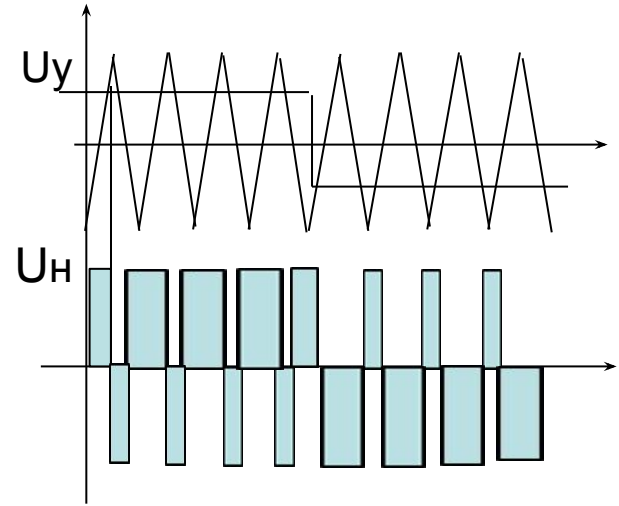


Рис.108

Модель ШИП с несимметричным способом управления

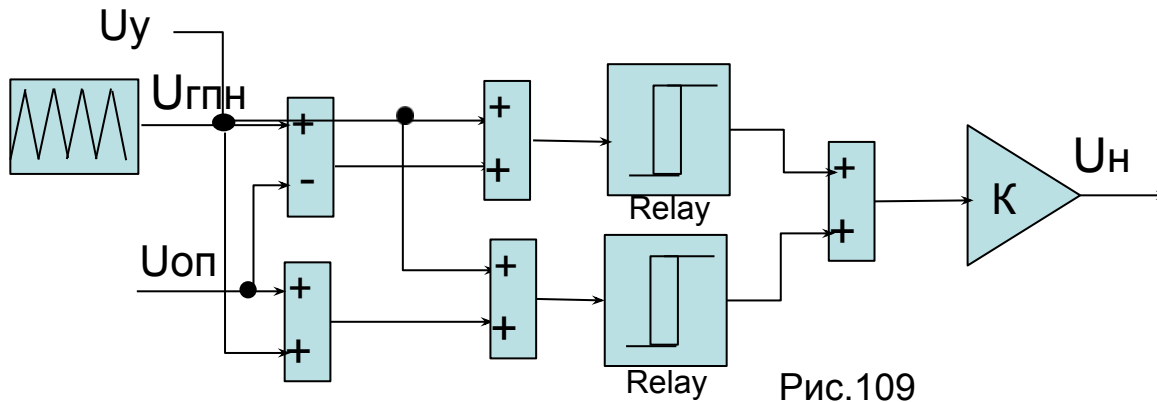


Рис.109

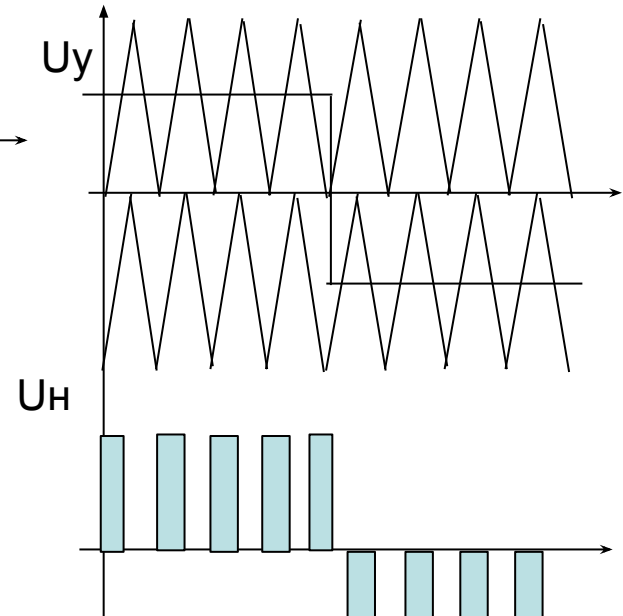


Рис.110

В системах приводов ШИП обычно описывают звеном с малой постоянной времени или с запаздыванием.

$$W(s) = \frac{K_y}{T_s s + 1}, \quad K_y = \frac{U_H}{U_y} \text{ - коэффициент усиления,}$$

$T$  – постоянная времени, равная периоду выходного напряжения.



### Схема одноплечевого ШИП с релейным управлением тока

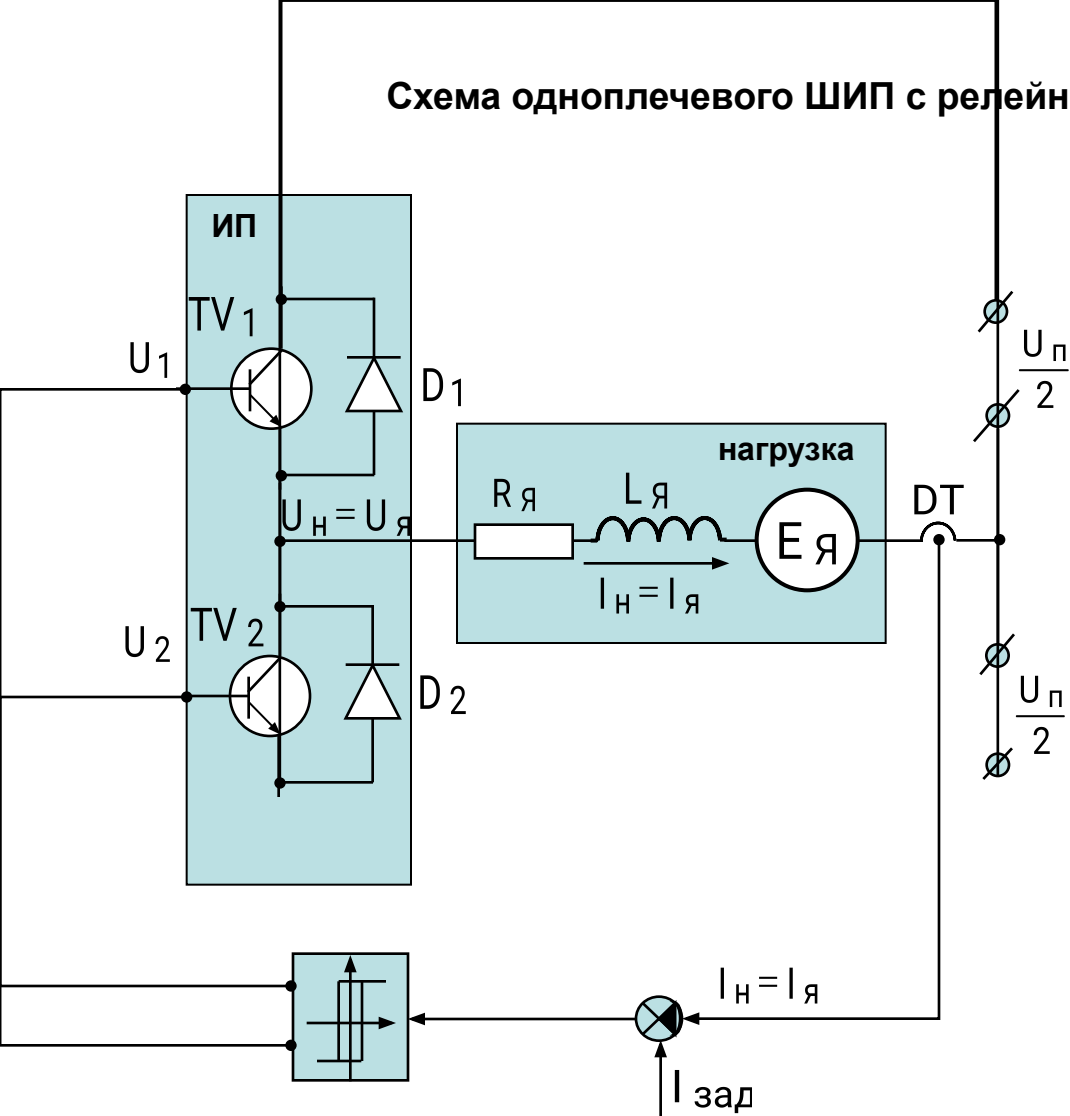


Рис.111

### Временные диаграммы

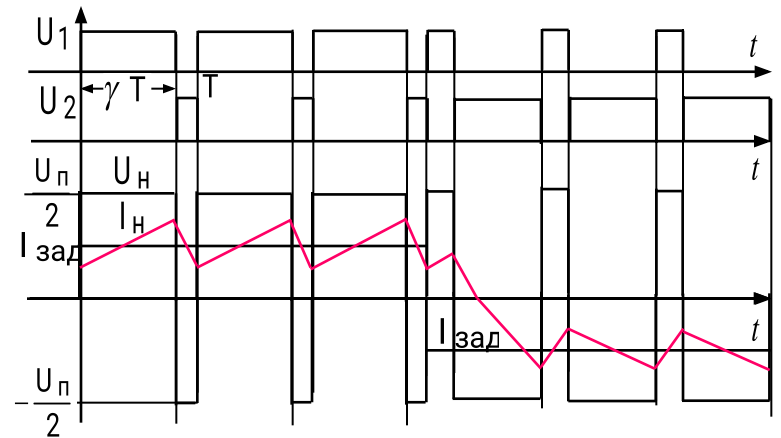


Рис.112

# Бесконтактные двигатели постоянного тока (БДПТ)

## Обращенный двигатель постоянного тока

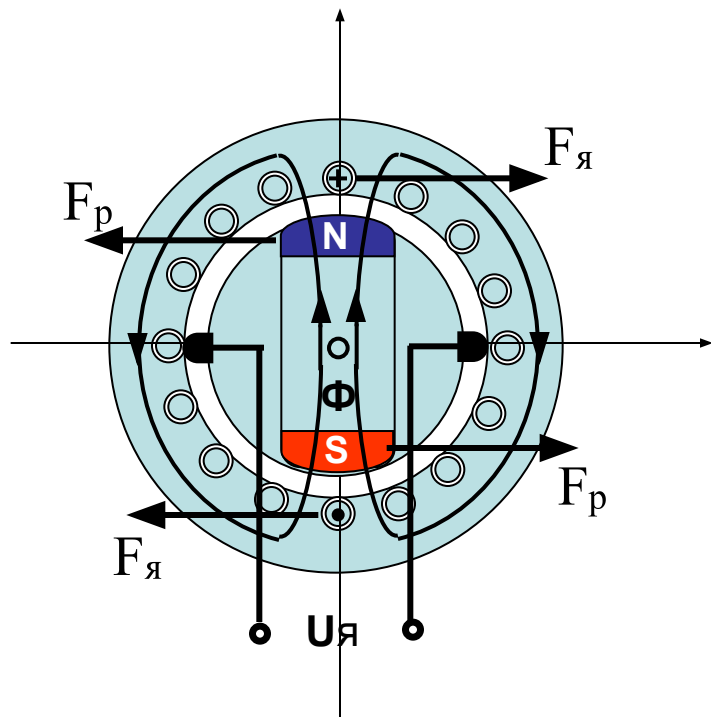
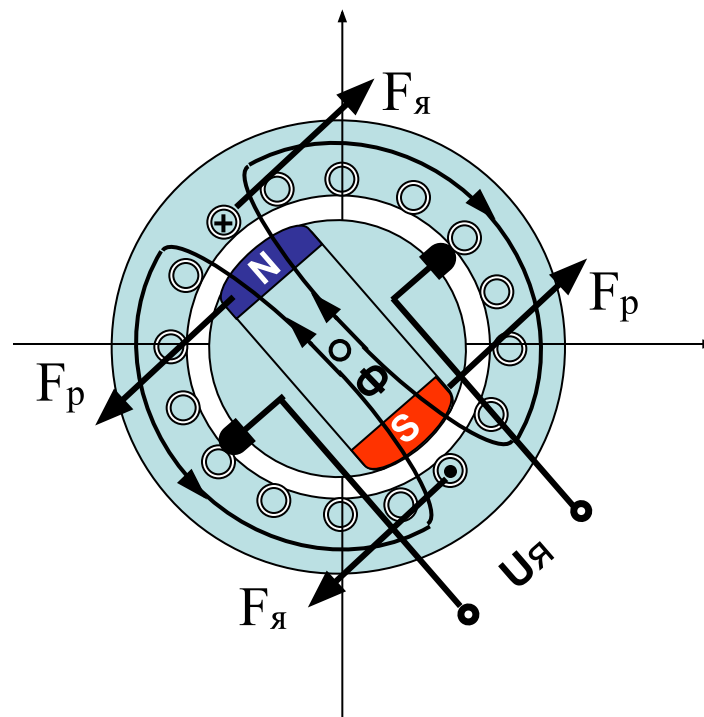


Рис.113



## Функциональная схема БДПТ

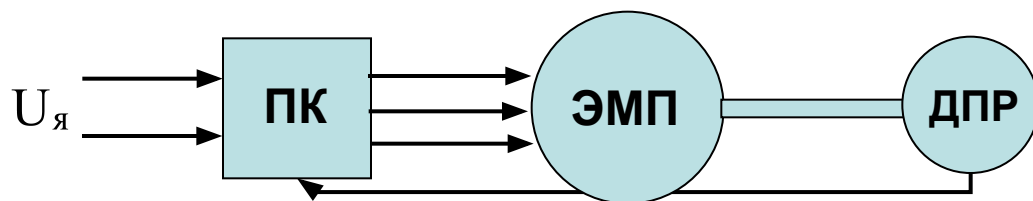


Рис.114

ЭМП – электромеханический преобразователь;

ПК – полупроводниковый коммутатор,

ДПР – датчик положения ротора.

# Упрощенная схема БДПТ

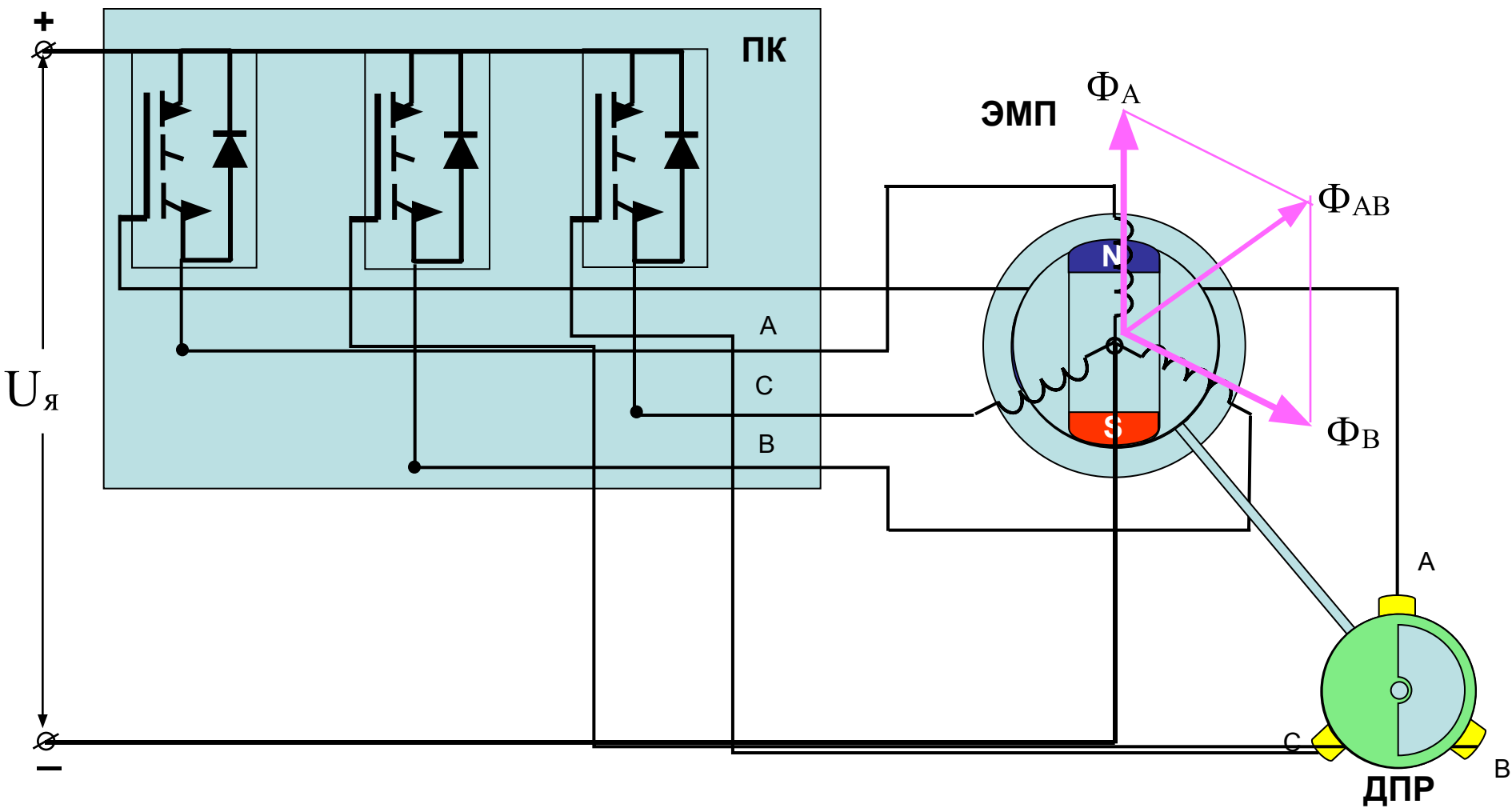


Рис.115

Реверсивная схема БДПТ

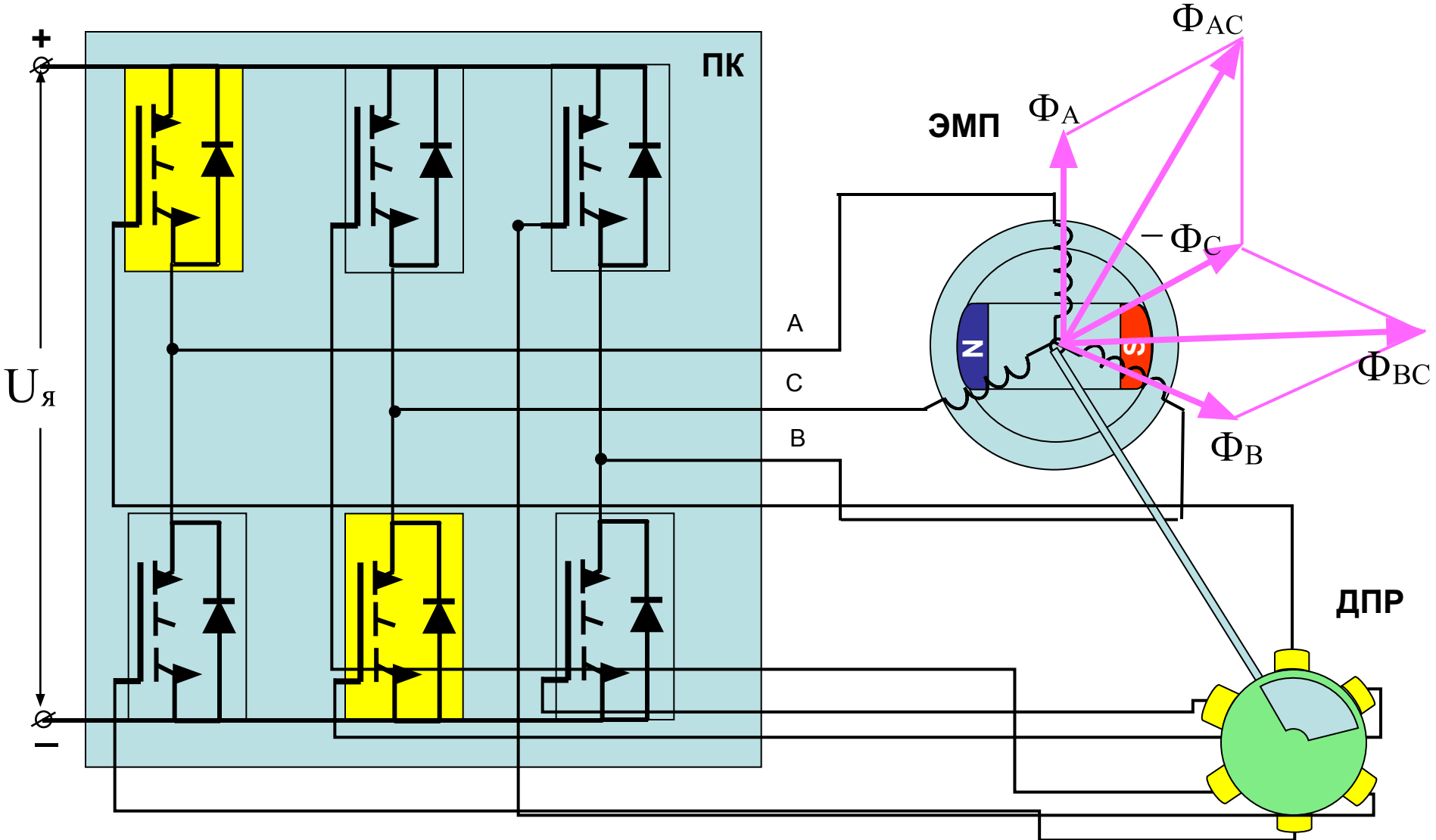
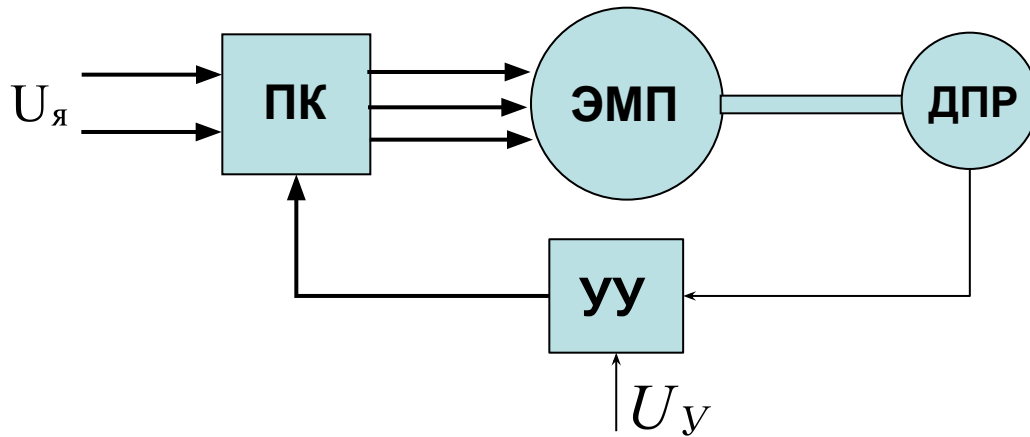


Рис.116

### Функциональная схема БДПТ с импульсным управлением



ЭМП – электромеханический преобразователь;  
 ПК – полупроводниковый коммутатор,  
 ДПР – датчик положения ротора.  
 УУ- устройство управления.

Рис.117

### Функциональная схема БДПТ с релейно-импульсным управлением и ОС по скорости

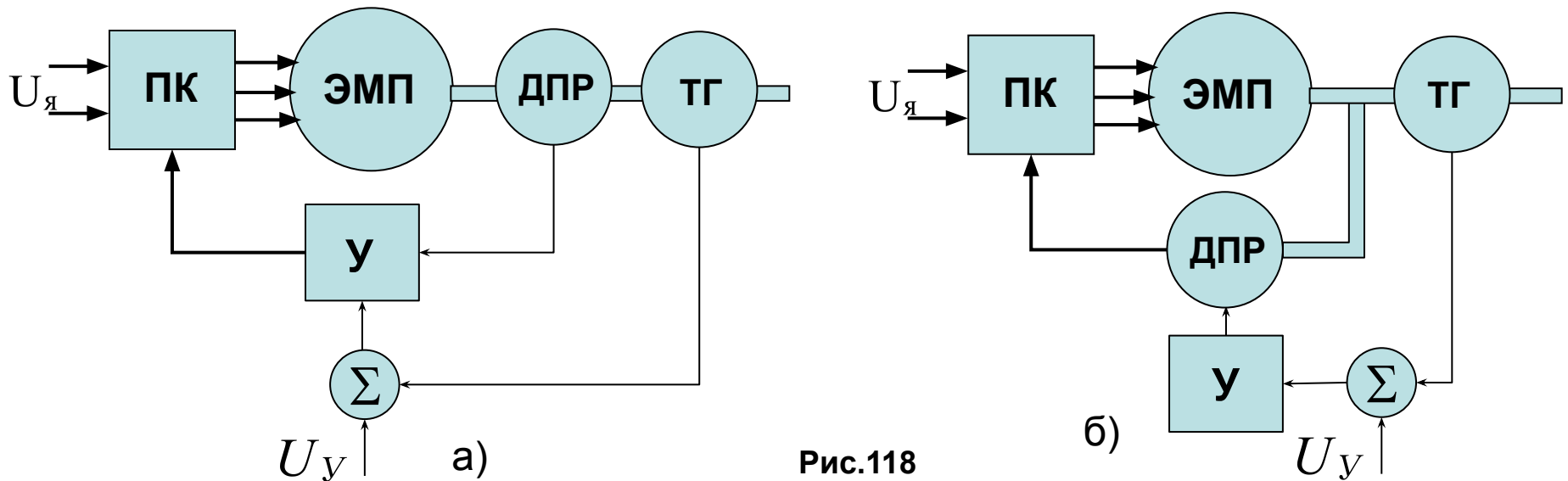


Рис.118

# Функциональная схема БДПТ непрерывного действия

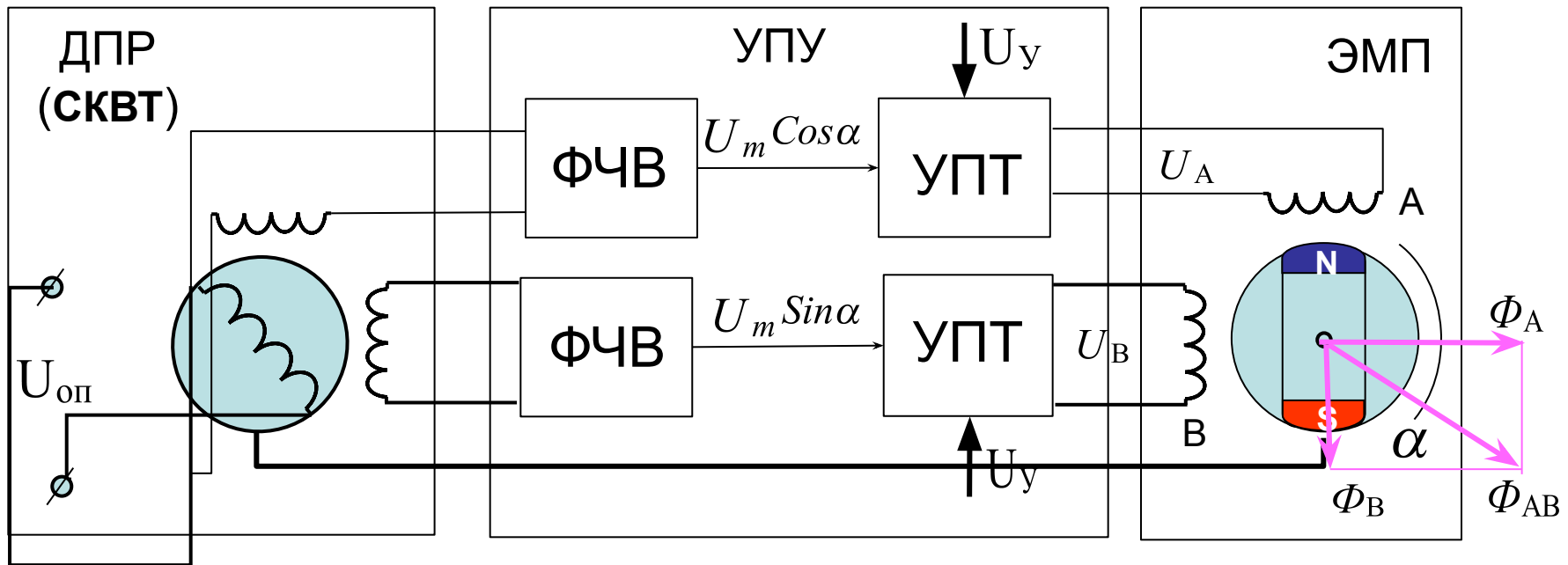


Рис.119