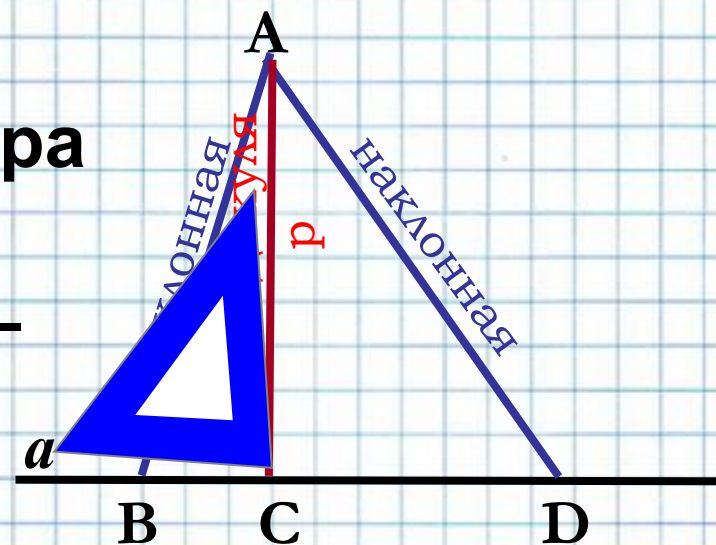




Learning on my own is a learning activity that involves the student in the learning process. The student is responsible for his or her own learning and is encouraged to take ownership of the learning process. The student is encouraged to take ownership of the learning process.

AC – перпендикуляр;
C – основание перпендикуляра
AB, AD – наклонные.
 $AC < AB$, $AC < AD$, так как AC –
катет в прямоугольных
треугольниках ABC и ADC,
AB и AD – их гипотенузы.

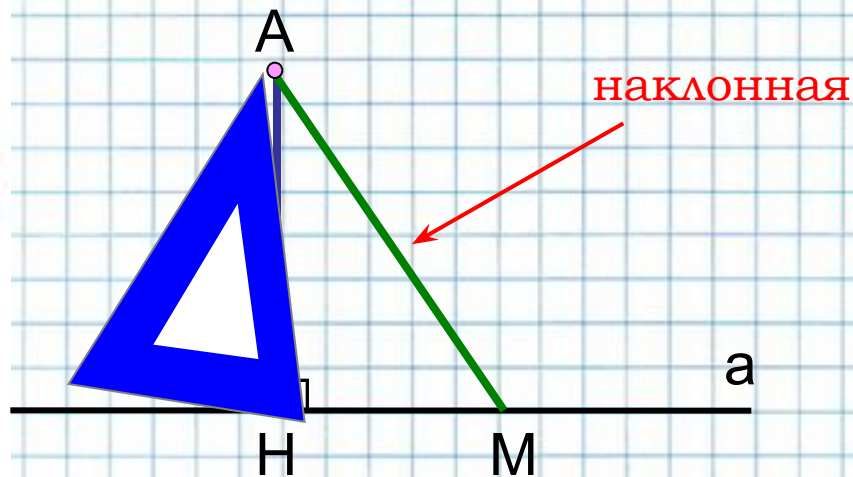


Вывод:

Перпендикуляр, проведенный из точки к
прямой, меньше любой наклонной, проведен-
ной из той же точки к этой прямой.



Расстояние от точки до прямой



Расстоянием от точки A до прямой a называется длина перпендикуляра AH , проведенного из точки к прямой.

Расстояние от точки до прямой – наименьшее из расстояний от этой точки до точек прямой.

Расстояние между параллельными прямыми

Расстояние от точки одной из двух параллельных прямых до другой прямой одинаково для всех точек.

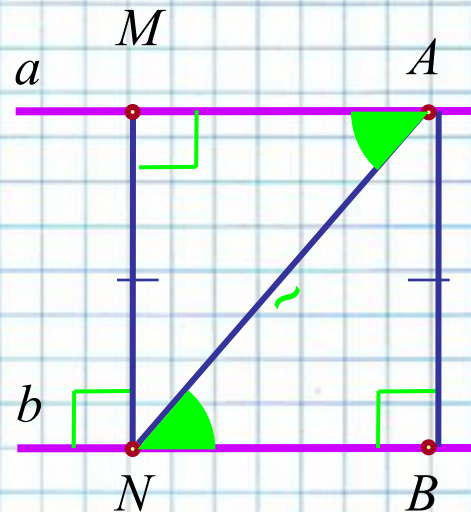
Если $a \parallel b$, $AB \perp b$, $MN \perp b$ (см. рис.), то $AB = MN$.

Доказательство

Если $MN \perp b$, то $MN \perp a$.

$\triangle ABN = \triangle NMA$ (по гипотенузе и острому углу)

Следовательно, $AB = MN$, ч.т.д.



Обратно: все точки по одну сторону от данной прямой, удаленные от нее на данное расстояние, лежат на параллельной прямой.

Теорема:

Все точки плоскости, расположенные по одну сторону от данной прямой и равноудаленные от нее, лежат на прямой, параллельной данной.

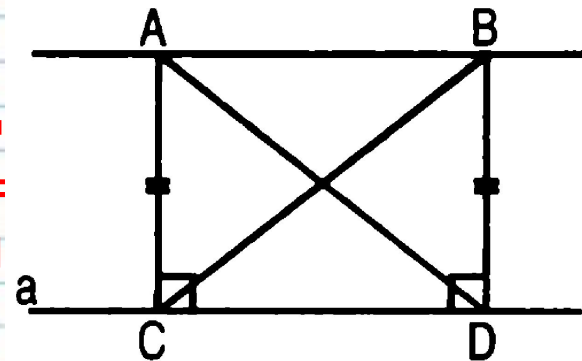
Пусть произвольные точки A и B расположены по одну сторону от прямой a и расстояние от точки A до прямой a равно расстоянию от точки B до прямой a , т.е. $AC = BD$, где $AC \perp a$, $BD \perp a$.

Докажем, что $AB \parallel a$.

Доказательство: Так как $AC \perp a$ и $BD \perp a$, то $AC \parallel BD$, значит, накрест лежащие углы ACB и CBD равны.

$\triangle ACB = \triangle DBC$ по двум сторонам и углу между ними ($AC = BD$ по условию теоремы, BC - общая сторона, $\angle ACB = \angle CBD$ как накрест лежащие при параллельных прямых AC и BD секущей BC), следовательно, $\angle ABC = \angle BCD$.

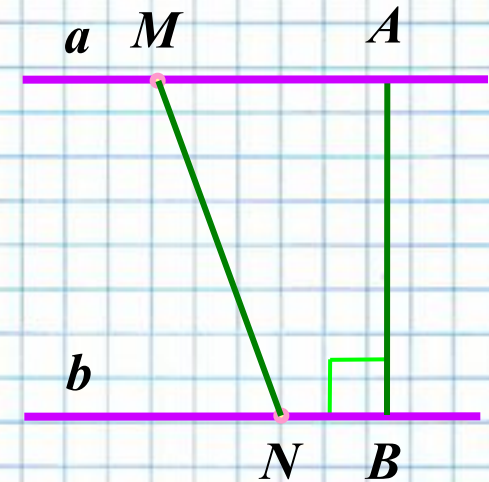
$\angle ABC$ и $\angle BCD$ - накрест лежащие углы при прямых AB и CD и секущей BC и они равны, следовательно, $AB \parallel CD$, т.е. $AB \parallel a$, что и требовалось доказать.



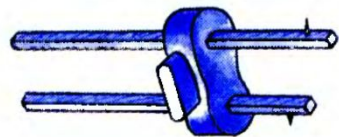
Расстояние между параллельными прямыми

Расстоянием между параллельными прямыми называется расстояние от любой точки одной из них до другой.

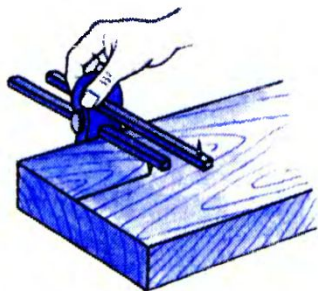
Расстояние между параллельными прямыми равно наименьшему из расстояний от точек одной из них до точек другой: $AB < MN$.



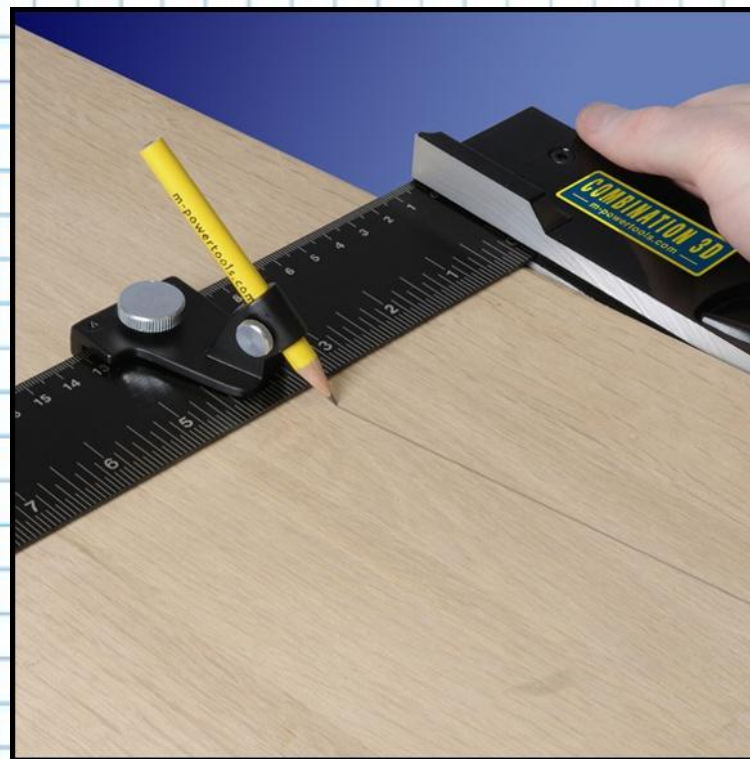
На этом свойстве основано устройство инструмента, называемого рейсмусом. Рейсмус используется в столярном деле для разметки на поверхности деревянного бруска прямой, параллельной краю бруска. При передвижении рейсмуса вдоль края бруска металлическая игла прочерчивает отрезок прямой, параллельный краю бруска.



а)



б)

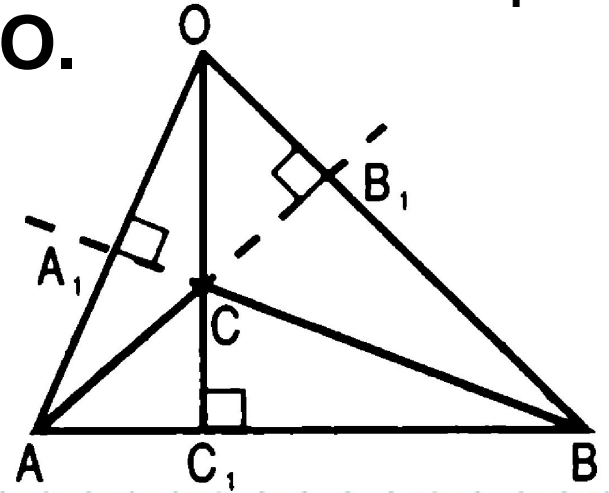


Дополнительные задачи:

Задача 1.

В $\triangle ABC$ угол C тупой. Продолжения высот AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O .

Докажите, что $\angle ABC = \angle AOC$ и $\angle OAC = \angle OBC$.



Решение:

1) В $\triangle BCC_1$ $\angle C_1BC = 90^\circ - \angle BCC_1 = \angle ABC$. В $\triangle OCA_1$ $\angle A_1OC = 90^\circ - \angle A_1CO = \angle AOC$. $\angle BCC_1 = \angle A_1CO$ как вертикальные, тогда $\angle ABC = \angle AOC$.

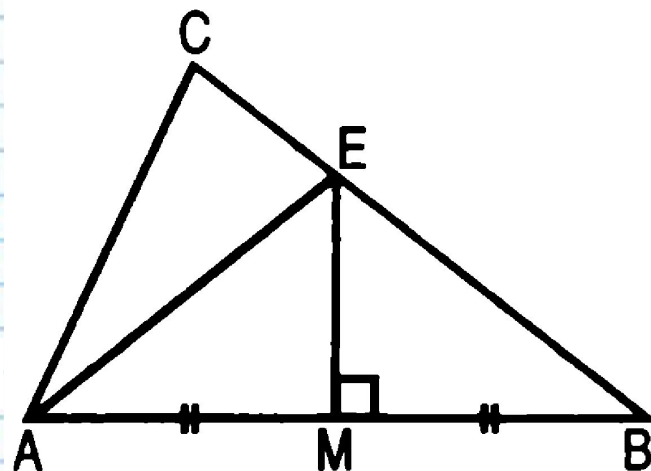
2) В $\triangle A_1AC$ $\angle A_1AC = 90^\circ - \angle A_1CA = \angle OAC$. В $\triangle B_1BC$ $\angle B_1BC = 90^\circ - \angle B_1CB = \angle OBC$. $\angle A_1CA = \angle B_1CB$ как вертикальные, тогда $\angle OAC = \angle OBC$.

Задача 2.

Через середину стороны AB треугольника ABC проведена прямая, перпендикулярная к AB , пересекающая BC в точке E . $BC = 24$ см, периметр треугольника AEC равен 30 см. Найдите AC .

Решение:

$\triangle AEM = \triangle BEM$ по двум катетам, тогда $AE = BE$.



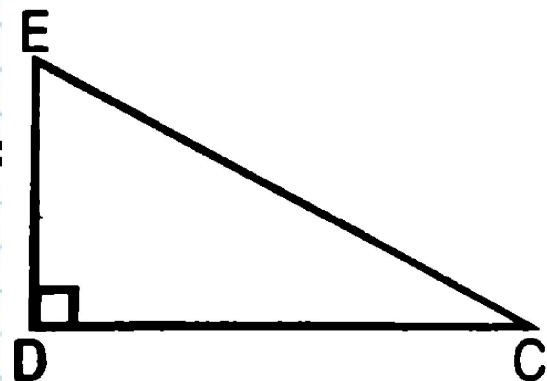
$P_{AEC} = AC + AE + CE$, но так как $AE = BE$, то $P_{AEC} = AC + (BE + CE) = AC + CB = 24 + AC = 30$, откуда $AC = 6$ см. (Ответ: $AC = 6$ см.)



Задача № 273.

Решение: $CE + CD = 31$ см, $CE - CD = 3$ см, тогда $CE = CD + 3$ см, значит, $CE + CD = (CD + 3) + CD = 31$ см, откуда $CD = 14$ см.

Расстояние от вершины С до прямой DE равно CD, т.е. 14 см.



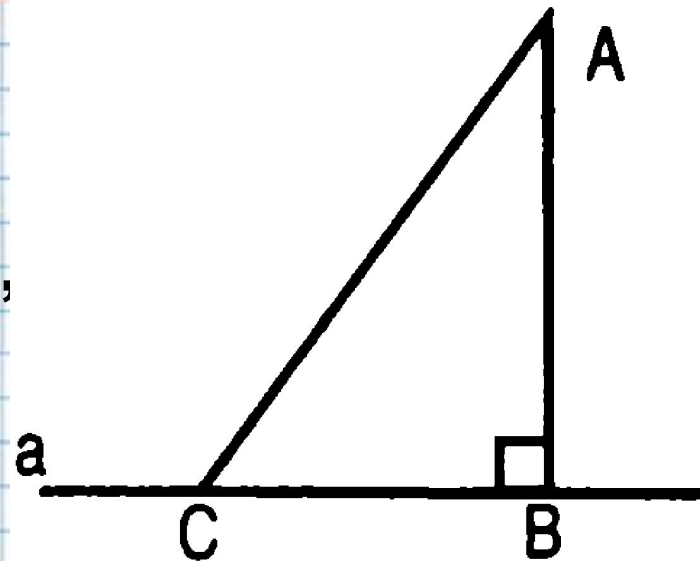
Ответ: 14 см.



Задача № 271.

Решение: AB – перпендикуляр,
 AC – наклонная. $AC - AB = 1$ см,
тогда $AC = AB + 1$ см, $AC + AB =$
 $= AB + 1 + AB = 17$ см, отсюда
 $AB = 8$ см, т.е. расстояние от
точки A до прямой a равно 8 см.

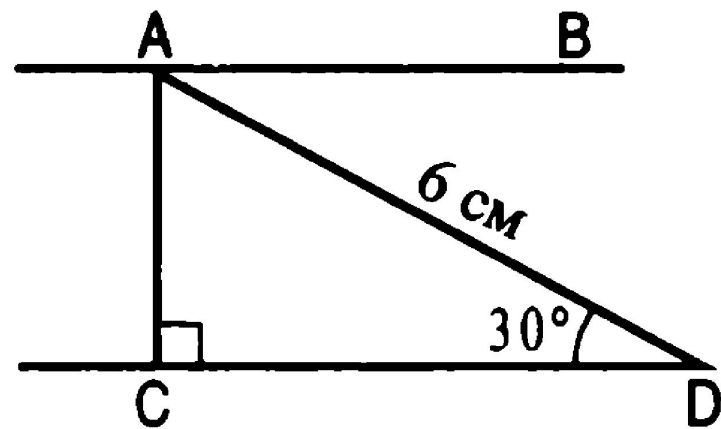
Ответ: 8 см.



Задача № 278.

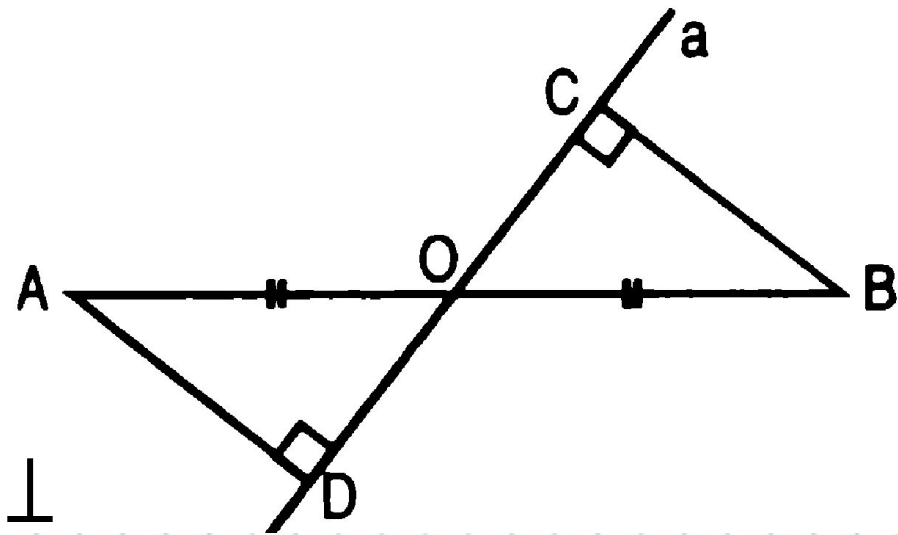
Решение: Расстояние между
прямыми AB и CD равно AC .
 $\triangle ACD$ - прямоугольный, $\angle D = 30^\circ$, тогда
 $AC = \frac{1}{2} AD = 3$ см.

Ответ: 3 см.



Задача № 276.

Решение: O - середина AB тогда $AO=BO$. AD и BC – расстояние от концов отрезка AB до прямой a ($AD \perp BC \perp a$). $\triangle AOD = \triangle BOC$ по гипотенузе и острому углу ($AO = OB$, $\angle AOD = \angle BOC$ как вертикальные), тогда $AD = BC$, то есть концы отрезка AB равноудалены от прямой a .

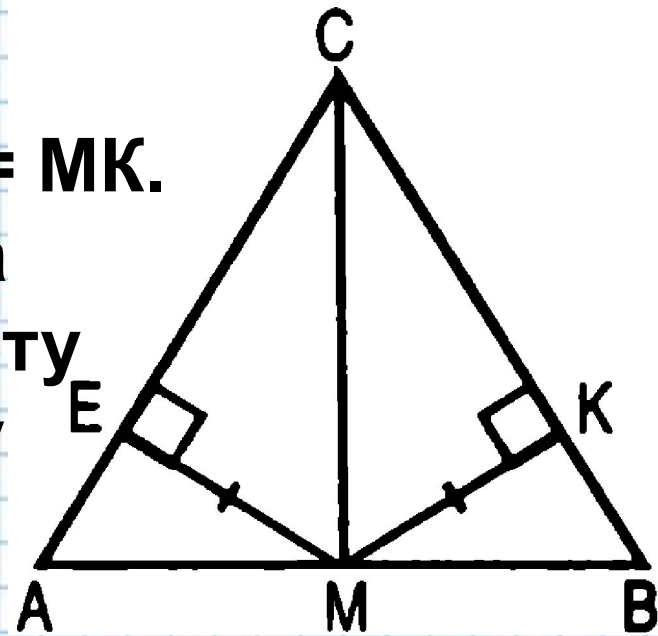


Задача № 275.

Решение: $ME \perp AC$, $MK \perp BC$, $ME = MK$.

$\triangle ABC$ - равнобедренный, тогда $\angle A = \angle B$. $\triangle EMA = \triangle KMB$ по катету и прилежащему к нему острому углу ($ME = MK$, $\angle EMA = \angle KMB$).

Так как $\angle EMA = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - \angle B = \angle KMB$, тогда $AM = MB$ и CM – медиана, проведенная из вершины равнобедренного треугольника к его основанию, а значит, и его высота.



В треугольнике ABC выполняются условия: $AB = BC = 20$ см, $\angle ABC = 120^\circ$.

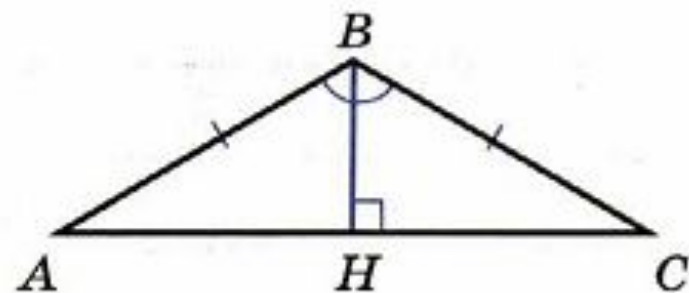
Найдите расстояние от вершины B до прямой AC .

Решение. Пусть $BH \perp AC$ (см. рисунок), тогда длина перпендикуляра BH — расстояние от точки B до прямой AC . В прямоугольном треугольнике BHC $\angle C = 30^\circ$, так как _____

_____. Следовательно,
 $BH = \frac{1}{2} BC =$ _____

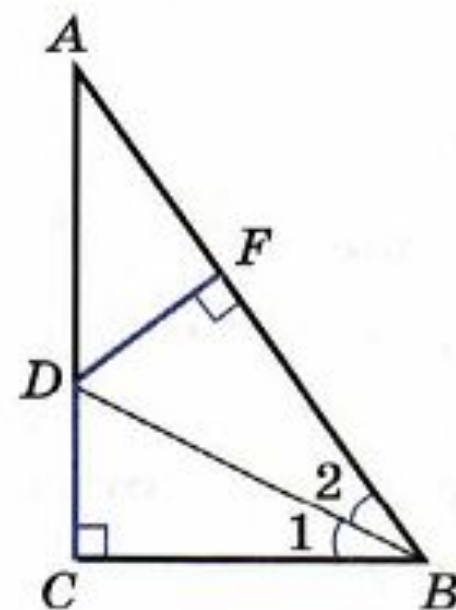
О т в е т .

$BH =$ _____



На рисунке BD — биссектриса прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C . Докажите, что точка D равноудалена от прямых BC и AB .

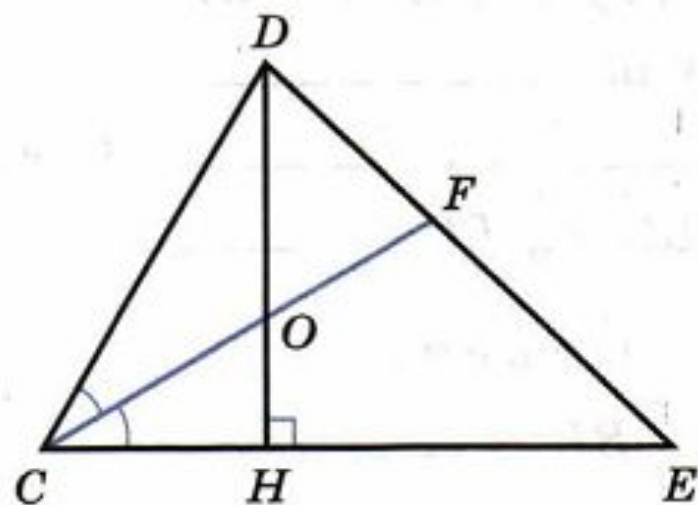
Доказательство. Проведем из точки D перпендикуляр DF к стороне AB (см. рисунок). Прямоугольные треугольники BCD и BFD равны по _____
_____. Отсюда следует, что $DC =$ _____, т. е. расстояния от точки D до прямых BC и AB равны.



На рисунке CF — биссектриса треугольника CDE , DH — высота, $\angle C = 60^\circ$, $CO = 12$ см. Найдите расстояния от точки O до прямых CE и CD .

Решение. _____

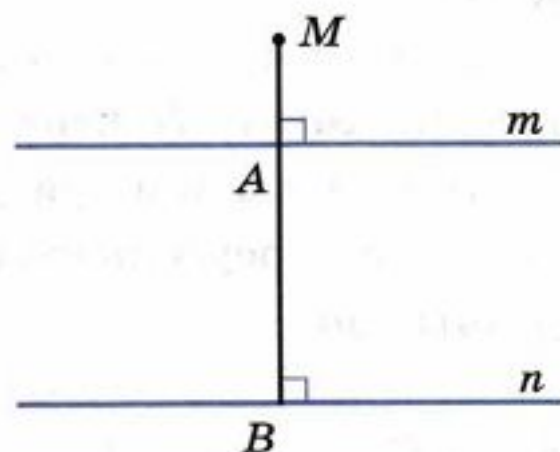
Ответ. _____



На рисунке $m \parallel n$. Расстояние от точки M до прямой m равно 3,8 см, а до прямой n — 12,2 см. Найдите расстояние между прямыми m и n .

Решение. _____

Ответ. _____



На рисунке $AB \parallel CD$, $CB = 24$ см,
 $\angle BCD = 30^\circ$. Найдите расстояние
между прямыми AB и CD .

Решение. _____

Ответ. _____

