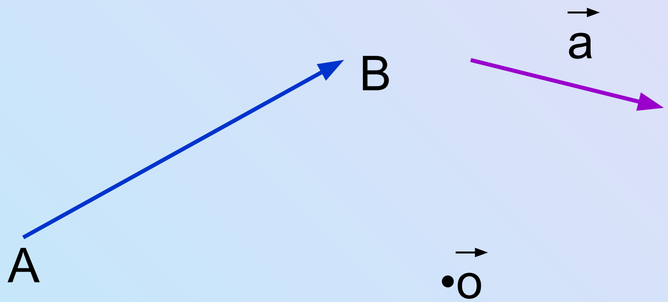
Вектором называется направленный отрезок.



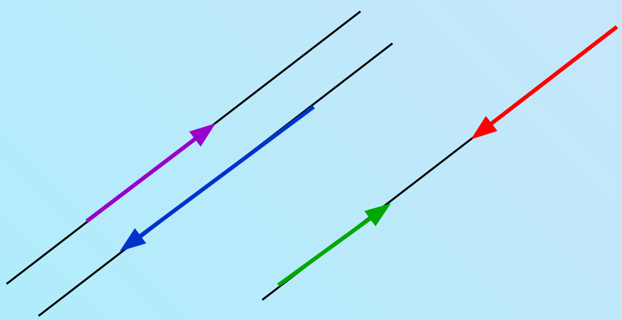
Векторы обозначаются:

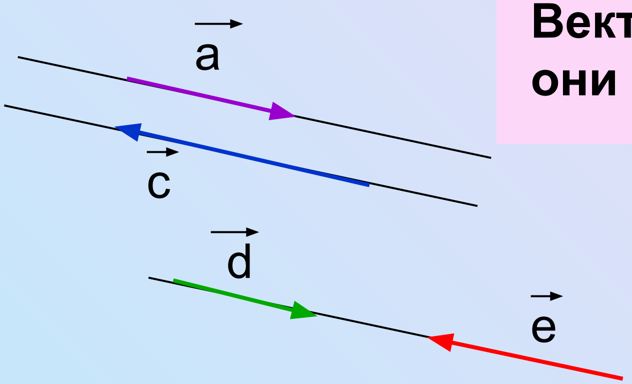
$\vec{AB}$, $\vec{a}$, $\vec{o}$

Вектор $\vec{o}$- нулевой. $|\vec{o}|=0$

Модулем вектора называется длина содержащего его отрезка.
$|\vec{AB}|=AB$

Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат либо на одной, либо на параллельных прямых.





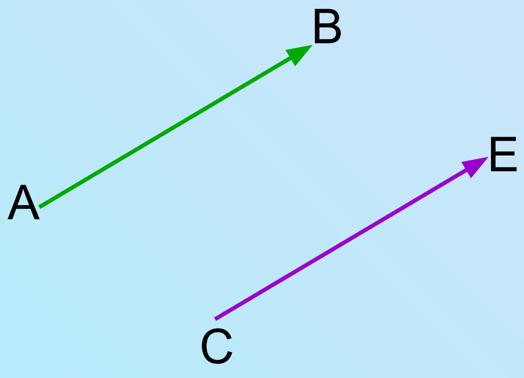
Векторы называются сонаправленными, если они коллинеарны и направлены в одну сторону.

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{d}$ $\vec{e} \uparrow\uparrow \vec{c}$

Векторы называются противоположно направленными, если они коллинеарны и направлены в противоположные стороны.

$\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{c}$ $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{e}$ $\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{d}$

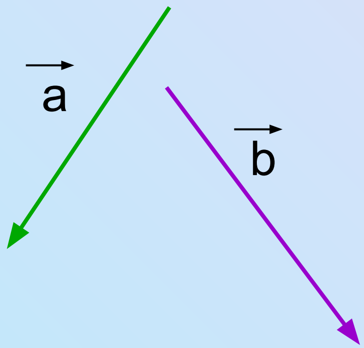
Векторы называются равными , если они сонаправлены и их длины равны.



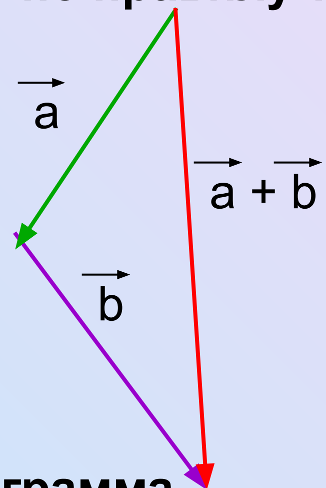
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CE}$, если

$\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CE}$, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CE}|$

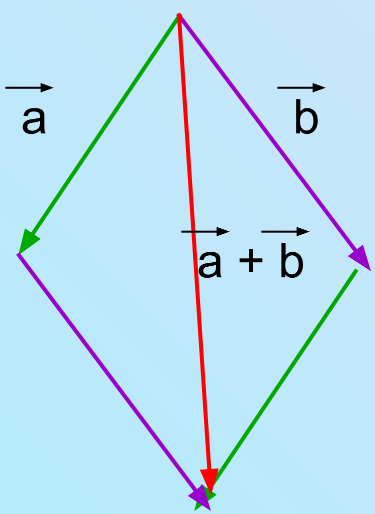
Сложение и вычитание векторов



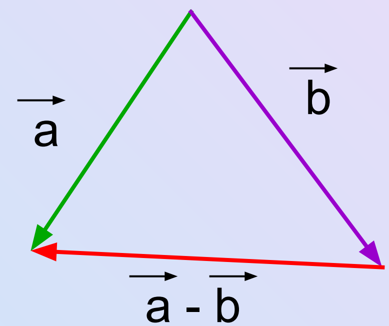
1.Сложение по правилу треугольника



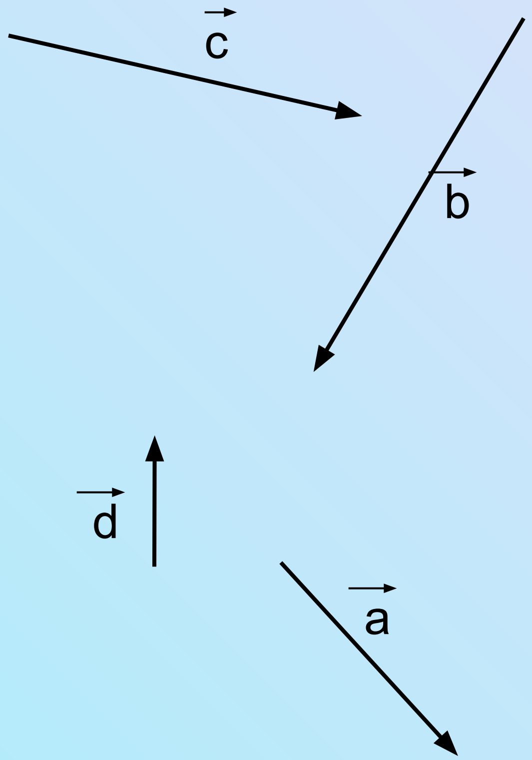
2.Сложение по правилу параллелограмма

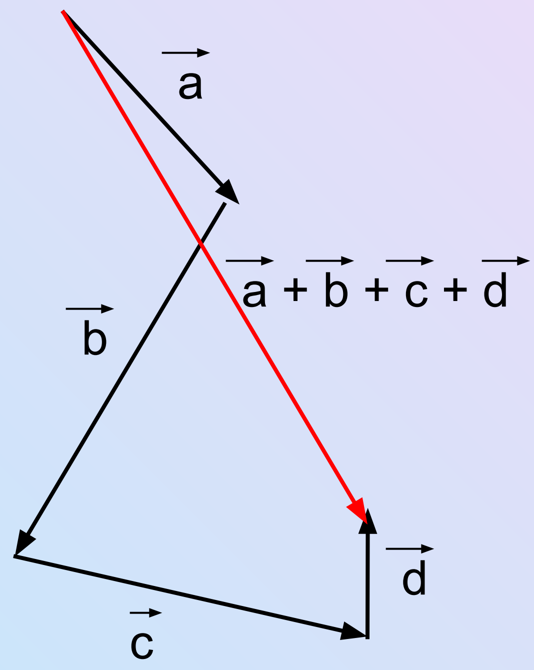


3. Правило вычитания



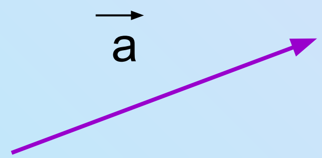
Правило сложения нескольких векторов

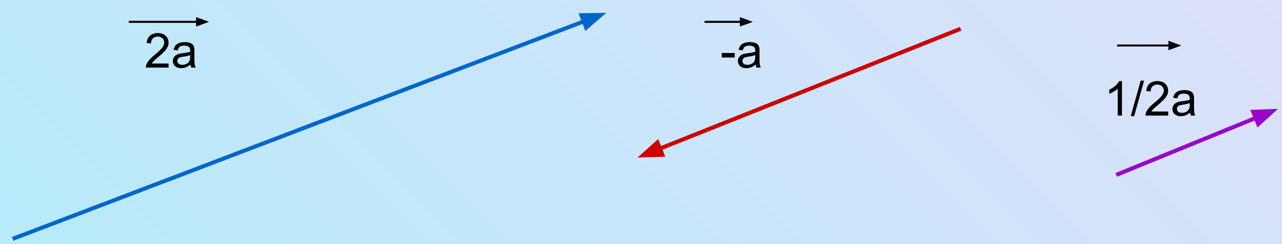




Умножение вектора на число

Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$ Длина которого равна $|k|\cdot|\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены при $k \leq 0$.

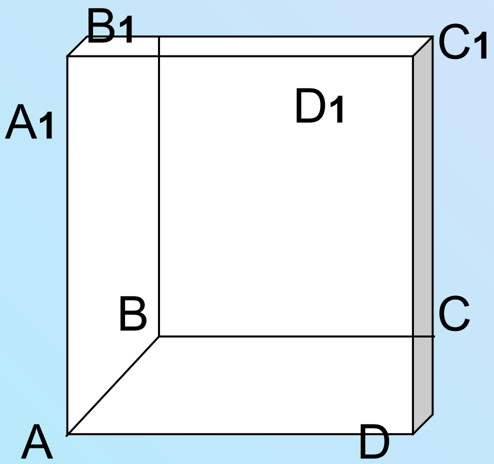




Дано: ABCDA1B1C1D1 - параллелепипед.

Упростите выражение:

$\vec{C_1D}-\vec{DA}+\vec{CD}+\vec{D_1A_1}+\vec{AB_1}+\vec{CC_1}$



Решение:

Воспользуемся свойствами сложения векторов

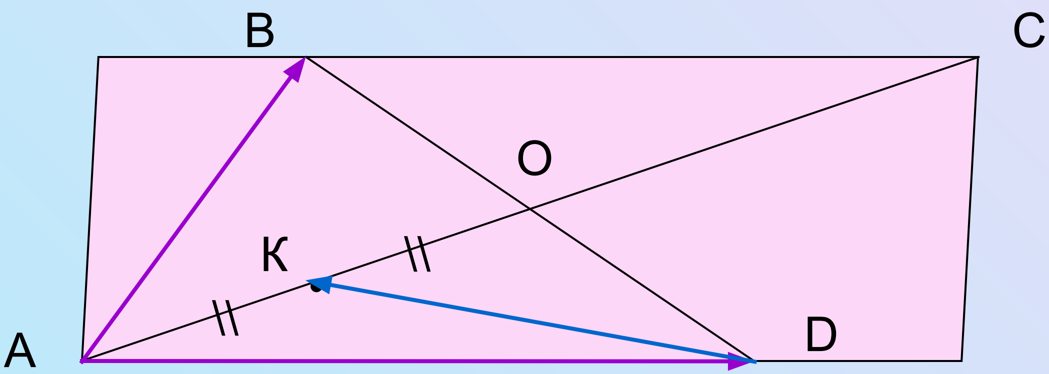
$\vec{CC_1}+\vec{C_1D}=\vec{CD}$,

$\vec{D_1A_1}-\vec{DA}=\vec{0}$,

Получаем: $\vec{CD}+\vec{CD}+\vec{AB_1}$,

$\vec{CD}=\vec{BA}$, $\vec{BA}+\vec{AB_1}=\vec{BB_1}$, $\vec{CD}+\vec{BB_1}=\vec{BA_1}$

$ABCD$ — параллелограмм, O — точка пересечения диагоналей, K — середина отрезка AO. Выразите $\overrightarrow{DK}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.



Решение:

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AO}=1/2\overrightarrow{AC}=1/2(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$,

$\overrightarrow{AK}=1/2\overrightarrow{AO}=1/4(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$,

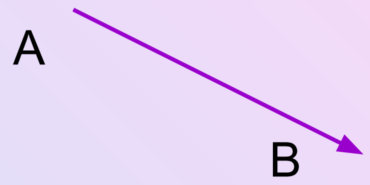
$\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{AD}=1/4(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})-\overrightarrow{AD}=$

$=1/4\overrightarrow{AB}+1/4\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD}=1/4\overrightarrow{AB}-3/4\overrightarrow{AD}$

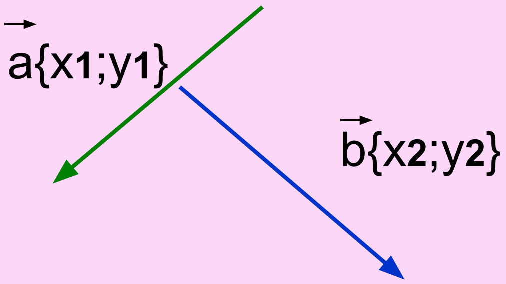
.

Координаты вектора

Пусть A $(x_1;y_1)$, B $(x_2;y_2)$,
$\overrightarrow{AB}$ $(x_2-x_1;y_2-y_1)$,



$\vec{a}\{x_1;y_1\}$, $\vec{b}\{x_2;y_2\}$,
$\vec{a}+\vec{b}$ $\{x_1+x_2;y_1+y_2\}$,
$\vec{a}-\vec{b}$ $\{x_1-x_2;y_1-y_2\}$,
$k\vec{a}$ $\{kx_1;ky_1\}$

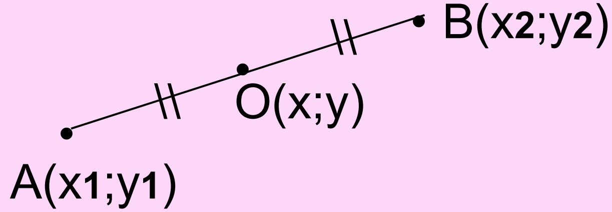


Правила:

1. **Каждая координата суммы двух и более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.**
2. **Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.**
3. **Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на число.**

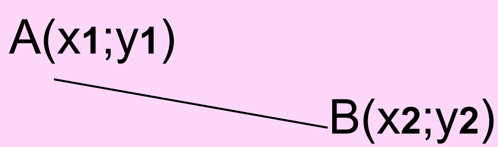
Формулы в координатах.

1. **Координаты середины отрезка**



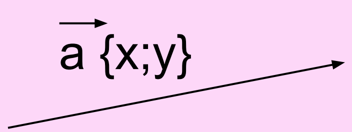
$$X=\frac{x_1+x_2}{2} \qquad У=\frac{y_1+y_2}{2}$$

2.Расстояние между двумя точками



$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

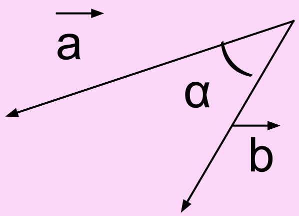
3.Вычисление длины вектора



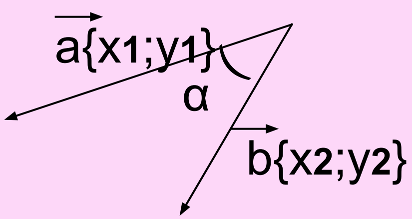
$$|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$$

Скалярное произведение векторов.

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.



$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha$$

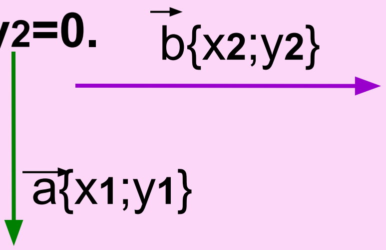


Скалярное произведение векторов $\vec{a}\{x_1;y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2;y_2\}$ выражается формулой

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$$

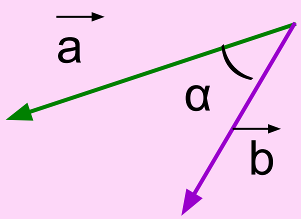
следствия

1. **Ненулевые векторы $\vec{a}\{x_1;y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2;y_2\}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение равно 0, т.е. $x_1x_2+y_1y_2=0$.**



2. Косинус угла α между ненулевыми векторами $\vec{a}\{x_1;y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2;y_2\}$ выражается формулой

$$\cos\alpha=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$$



1.Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты А(2;2),В(8;10),С(8;8)

Найдем длины сторон треугольника

1)A(2;2),B(8;10). $a=\sqrt{(8-2)^2+(10-2)^2}=\sqrt{36+64}=10$

2)B(8;10),C(8;8). $b=\sqrt{(8-8)^2+(10-8)^2}=\sqrt{4}=2$

3)A(2;2),C(8;8). $c=\sqrt{(8-2)^2+(8-2)^2}=6\sqrt{2}$

Найдем площадь по формуле Герона

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p=(12+6\sqrt{2})/2=6+3\sqrt{2}$

$S=\sqrt{(6+3\sqrt{2})(6+3\sqrt{2}-10)(6+3\sqrt{2}-2)(6+3\sqrt{2}-6\sqrt{2})}=\sqrt{(6+3\sqrt{2})(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)(6-3\sqrt{2})}=$

«первый и четвертый множители образуют формулу, второй и третий тоже»

$=\sqrt{(36-18)(18-16)}=\sqrt{18*2}=6$

Ответ: 6

3.Дан треугольник ABC. A(-6;1)B(2;4)C(2;-2)
Доказать:1)треугольник ABC равнобедренный
2)найти высоту треугольника, проведенную из вершины A

Решение:

1) Найдем длины сторон треугольника

A(-6;1),B(2;4). $AB=\sqrt{(2+6)^2+(4-1)^2}=\sqrt{73}$

B(2;4),C(2;-2).$BC=\sqrt{(2-2)^2+(4+2)^2}=\sqrt{36}=6$

A(-6;1),C(2;-2).$AC=\sqrt{(2+6)^2+(1+2)^2}=\sqrt{73}$

Т.к. AB=AC, то ΔABC-равнобедр. с основанием BC.

2)Высота, проведенная к основанию является медианой.

O(x;y) –середина основания.

x=(2+2)/2=2, y=(4-2)/2=1. O(2;1).

Найдем высоту AO:

$AO=\sqrt{(2+6)^2+(1-1)^2}=8$

Ответ:8

4.При каком значении t вектор $2\vec{a}+t\vec{b}$ перпендикулярен вектору $\vec{b}-\vec{a}$, если $\vec{a}\{2;-1\}$, $\vec{b}\{4;3\}$?

Решение:

Т.к. векторы $2\vec{a}+t\vec{b}$ и $\vec{b}-\vec{a}$ перпендикулярны, то и их скалярное произведение

равно 0. Т.е. $(2a+tb)\cdot(b-a)=0$

$$2ab-2a^2+tb^2-tab=0$$

$$ab=2\cdot4+3\cdot(-1)=8-3=5,\ a^2=4+1=5,\ b^2=16+9=25$$

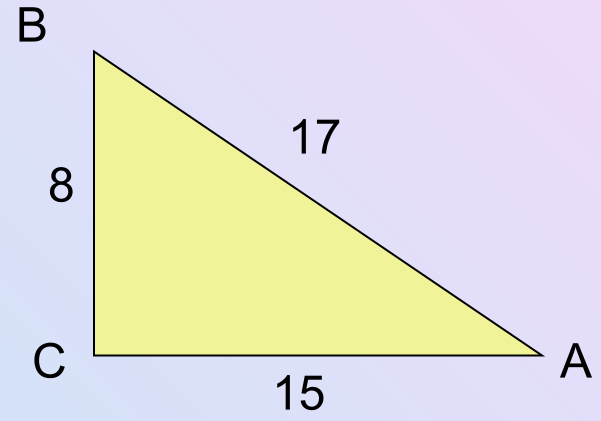
$$2\cdot5-2\cdot5+t\cdot25-t\cdot5=0$$

$$10-10+20t=0$$

$$t=0$$

Ответ: 0

5.В треугольнике АВС АВ=17 см, ВС=8 см, АС=15 см, Найдите:
а) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$;
б) длину окружности, описанной около треугольника;



Решение:

1) $AB^2=BC^2+AC^2$

$17^2=8^2+15^2$

289=289, ΔАВС- прямоугольный, <C=90°.

2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=17\cdot 15\cdot \cos A$; $\cos A=15/17$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=17\cdot 15\cdot 15/17=225$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=17\cdot 8\cdot \cos B$; $\cos B=8/17$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=17\cdot 8\cdot 8/17=64$

$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=15\cdot 8\cdot \cos 90°=0$

$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0$;

3) C=2ПR=dП (АВ-диаметр)

С=17П

Ответ: а) 225,64,0
б)17П