

ГИА - 2016

Открытый банк заданий по математике

Задача №3



Свойства корня n -ой степени

$$1) \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$4) \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$2) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$5) \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$3) \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$6) \sqrt[n]{a^n} = a$$

Теорема 1. Корень n -ой степени ($n = 2, 3, 4, \dots$) из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению корней n -ой степени из этих чисел.

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Пример 1.

Вычислить: $\sqrt[3]{27 \cdot 64} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$

Пример 2.

Вычислить: $\sqrt[4]{108 \cdot 192} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 4} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 4^3} =$
 $= \sqrt[4]{3^3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4^3} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 4^4} =$
 $= \sqrt[4]{(3 \cdot 4)^4} = 3 \cdot 4 = 12$

Теорема 2. Корень n -ой степени из отношения неотрицательного числа a и положительного числа b равен отношению корней n -ой степени из этих чисел.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример 3.

Вычислить: $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2} = 1,5$

Пример 4.

Вычислить: $\frac{\sqrt[4]{405}}{\sqrt[4]{80}} = \sqrt[4]{\frac{405}{80}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 81}{5 \cdot 16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2} = 1,5$

Теорема 3. Чтобы возвести корень n -ой степени из неотрицательного числа a в натуральную степень k , надо в эту степень возвести подкоренное выражение.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример 6.

Вычислить: $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{(2^2)^3} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

Теорема 4. Чтобы извлечь корень n -ой степени из корня k -ой степени из неотрицательного числа a , надо извлечь корень kn -ой степени из этого числа.

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример 7.

Упростить выражение: а) $\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt[3 \cdot 2]{a} = \sqrt[6]{a}$

$$б) \sqrt[4]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[4 \cdot 3]{a} = \sqrt[12]{a}$$

Теорема 5. Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же число, то значение корня не изменится.

$$\sqrt[m \cdot p]{a^{k \cdot p}} = \sqrt[m]{a^k}$$

Пример 8. а) $\sqrt[12]{a^{16}} = \sqrt[3]{a^4}$ б) $\sqrt[3]{a} = \sqrt[6]{a^2}$

Пример 9.

Упростим выражение: $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^6} \cdot \sqrt[12]{a^4} \cdot \sqrt[12]{a^3} =$
 $= \sqrt[12]{a^6 \cdot a^4 \cdot a^3} = \sqrt[12]{a^{13}}$

1. Найдите значение выражения $(\sqrt{86} + 1)^2$:

- 1) $85 + 2\sqrt{86}$ 2) 85 3) $87 + 2\sqrt{86}$ 4) $87 + \sqrt{86}$

Ответ: 3

2. Найдите значение выражения $\sqrt{75 \cdot 12 \cdot 15}$:

- 1) $30\sqrt{15}$ 2) $30\sqrt{30}$ 3) $90\sqrt{5}$ 4) $150\sqrt{3}$

Ответ: 1

3. Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{12})^2}{24}$.

Ответ: 2

4. Найдите значение выражения $1\frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{98}}$

Ответ: 0,25

5. Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

6. Найдите значение выражения $\sqrt{0,48} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}$

Ответ: 0,2

7. Найдите значение выражения $\sqrt{2^2 \cdot 5^4 \cdot 7^2}$.

- 1) $\sqrt{350}$ 2) 350 3) 70 4) 122500

Ответ: 2

8. Найдите значение выражения: $\sqrt{5 \cdot 72} \cdot \sqrt{30}$

- 1) $60\sqrt{15}$ 2) $60\sqrt{6}$ 3) 180 4) $60\sqrt{3}$

Ответ: 4

9. Упростите выражение: $(9\sqrt{72} - \sqrt{18} + \sqrt{450})$

Ответ: 22

10. Упростите выражение: $\left(\sqrt{75} + \frac{5}{3}\sqrt{243} - \sqrt{300}\right)$:

Ответ: 2

11. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

2) $\sin 30^\circ$

3) π

4) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

Ответ: 2

12. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{10} + 5)(\sqrt{10} + 5)$ 2) $(\sqrt{10} - 5)^2$ 3) $\frac{5 - \sqrt{81}}{2}$ 4) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{6}$

Ответ: 3

13. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{3})^3$ 2) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$ 3) $(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}+1)$ 4) $-(\sqrt{7}+1)(1-\sqrt{7})$

Ответ: 4

14. Среди указанных ниже выражений найдите такое, значение которого является числом рациональным.

1) $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^3$ 2) $\sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[3]{2}$ 3) $(\sqrt{2}-1)^2$ 4) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$

Ответ: 2

15. Какое из данных чисел $\sqrt{36}$, $\sqrt{0,036}$, $\sqrt{0,36}$ является иррациональным?

Ответ: 2

16. Сумма какого из следующих чисел с числом $2\sqrt{5}$ рациональна?

- 1) $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$ 2) $(\sqrt{5}-1)^2$ 3) $(\sqrt{5}-2)^2$ 4) $\sqrt{2}-\sqrt{5}$

Ответ: 2

17. Значение какого из выражений является числом рациональным?

- 1) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3})$ 2) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$ 3) $\sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})}$
4) $(\sqrt{2})^3$

Ответ: 3

18. Значение какое из выражений является наименьшим?

- 1) $3 - \sqrt{3}$ 2) $\sqrt{5}$ 3) $5 - \sqrt{4}$ 4) $4 - \sqrt{5}$

Ответ: 1

19. Сравните предложенные числа. В ответе укажите наименьшее из них.

1) $3\sqrt{2}$

2) $2\sqrt{3}$

3) 4

4) $\sqrt{15}$

Ответ: 2

20. Расположите в порядке убывания числа $3\sqrt{5}$; 7 ; $4\sqrt{3}$

1) $4\sqrt{3}$; 7 ; $3\sqrt{5}$

2) 7 ; $4\sqrt{3}$; $3\sqrt{5}$

3) $3\sqrt{5}$; $4\sqrt{3}$; 7

4) $3\sqrt{5}$; 7 ; $4\sqrt{3}$

Ответ: 2

21. В каком случае числа $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{3}$ и 5 расположены в порядке убывания?

1) $5; 2\sqrt{5}; 3\sqrt{3}$

2) $3\sqrt{3}; 2\sqrt{5}; 5$

3) $2\sqrt{5}; 5; 3\sqrt{3}$

4) $3\sqrt{3}; 5; 2\sqrt{5};$

Ответ: 4

Определение

Степенью числа α с натуральным показателем n , большим 1, называется выражение α^n , равное произведению n множителей, каждый из которых равен α .

$$\alpha^n = \alpha \alpha \dots \alpha.$$

n раз

Степенью числа α с показателем 1 называется само число α .

$$\alpha^1 = \alpha.$$

Свойства степени

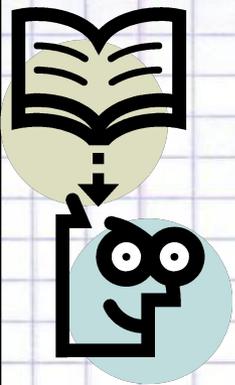
$$a^n \cdot a^k = a^{n+k};$$

$$a^n : a^k = a^{n-k}, \text{ где } n > k, a \neq 0;$$

$$(a^n)^k = a^{nk};$$

$$a^n b^n = (ab)^n;$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ где } b \neq 0.$$



Вычислите, представьте в виде степени или упростите, если возможно

$$\frac{x^2 \cdot x^8}{x} = x^{2+8-1} = x^9$$

$$c^4 \cdot (c^5)^4 = c^4 \cdot c^{5 \cdot 4} = c^{4+20} = c^{24}$$

$$(c^8)^2 : (c^4)^4 = c^{8 \cdot 2} : c^{4 \cdot 4} = c^{16-16} = 1$$

$$\frac{(c^3)^4 \cdot c}{c^3 \cdot (c^2)^2} = \frac{c^{3 \cdot 4} \cdot c}{c^3 \cdot c^{2 \cdot 2}} = \frac{c^{12+1}}{c^{3+4}} = c^{13-7} = c^6$$

$$(3c)^4 : c^4 = \frac{3^4 \cdot \cancel{c^4}}{\cancel{c^4}} = 81$$

3. Найдите значение выражения $\frac{5^{-2} \cdot 5^{-6}}{5^{-5}}$.

1) $\frac{1}{125}$

2) 125

3) $-\frac{1}{125}$

4) -125

Ответ: 1

3. Вычислите: $\frac{11^{-12} \cdot 11^{-11}}{11^{-21}}$.

1) -121

2) 121

3) $-\frac{1}{121}$

4) $\frac{1}{121}$

Ответ: 4

3. Найдите значение выражения $(1,8 \cdot 10^{-3}) : (2 \cdot 10^{-4})$.

1) 38

2) 9

3) 0,9

4) 3,8

Ответ: 2

3. Найдите значение выражения $(2,7 \cdot 10^{-3}) \cdot (2 \cdot 10^{-2})$.

- 1) 0,00054 2) 0,000054 3) 0,0000054 4) 0,00000054

Ответ: 2

Какое из следующих выражений равно произведению $27 \cdot 3^n$?

1) 3^{n+3}

2) 3^{3n}

3) 81^n

4) 27^n

Ответ: 1

Какое из следующих выражений равно произведению $16 \cdot 2^n$?

1) 2^{n+4}

2) 2^{4n}

3) 32^n

4) 16^n

Ответ: 1

Какое из выражений равно степени 3^{2-k} ?

1) $\frac{3^2}{3^k}$

2) $\frac{3^2}{3^{-k}}$

3) $3^2 - 3^k$

4) $(3^2)^{-k}$

Ответ: 1

Представьте выражение $(m^{-2})^{-4} \cdot m^{18}$ в виде степени с основанием m .

1) m^{-24}

2) m^{26}

3) m^{-10}

4) m^{12}

Ответ: 2