

«Если есть труд – значит,
будет и успех!»

Карл Фридрих Гаусс



КАРЛ ФРИДРИХ ГАУСС

(1777–1855)



Математический талант Гаусса проявился ещё в детстве.

По легенде, школьный учитель математики, чтобы занять детей на долгое время, предложил им сосчитать сумму чисел от 1 до 100.

Юный Гаусс мгновенно получил результат.

А вы сможете?

Устная работа

- Последовательность (x_n) задана формулой: $x_n = n^2$.
- Какой номер имеет член этой последовательности, если он равен 144? 225? 100?

$$144 = 12^2 = x_{12} \quad 225 = x_{15}, \quad 100 = x_{10}$$

- Являются ли членами этой последовательности числа 48? 49? 168?

**48 и 168 не являются членами последовательности,
49 – является.**

- О последовательности (u_n) известно, что $u_1=2, u_{n+1}=3u_n+1$.

- Как называется такой способ задания последовательности? **Рекуррентный способ**

- Найдите первые четыре члена этой последовательности.

$$u_1=2$$

$$u_2=3u_1+1=7$$

$$u_3=3u_2+1=22$$

$$u_4=3u_3+1=67$$

Выявите закономерность и задайте последовательность рекуррентной формулой

1) 1, 2, 3, 4, 5, ...

$$a_n = a_{n-1} + 1$$

2) 2, 5, 8, 11, 14, ...

$$a_n = a_{n-1} + 3$$

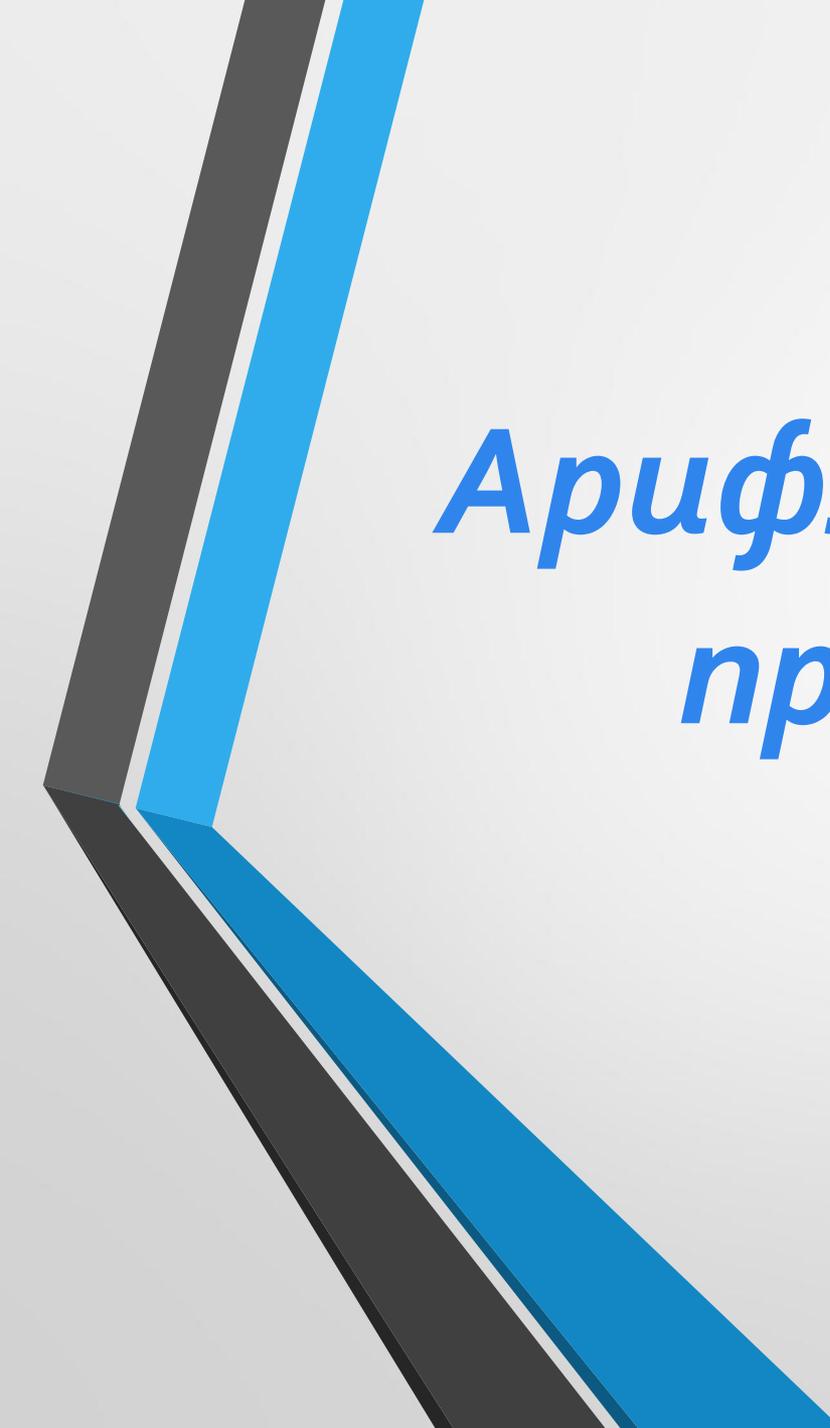
3) 8, 6, 4, 2, 0, -2, ...

$$a_n = a_{n-1} + (-2)$$

4) 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; ...

$$a_n = a_{n-1} + 0,5$$

$$a_n = a_{n-1} + d$$



Арифметическая прогрессия

Что такое ПРОГРЕССИЯ?



- Термин «прогрессия» имеет латинское происхождение (progression), что означает «движение вперед» и был введен римским автором [Боэцием](#) (VI в.).
- Этим термином в математике прежде именовали всякую последовательность чисел, построенную по такому закону, который позволяет неограниченно продолжать эту последовательность в одном направлении. В настоящее время термин «прогрессия» в первоначально широком смысле не употребляется.
- Два важных частных вида прогрессий – арифметическая и геометрическая – сохранили свои названия.

БОЭЦИЙ

- Аниций Манлий Торкват Северин Боэций, в исторических документах Аниций Манлий, один из наиболее авторитетных государственных деятелей своего времени, знаток и ценитель греческой и римской античности, философ-неоплатоник, теоретик музыки, христианский теолог.
- Помимо богословских трудов в трактатах по дисциплинам квадривия — арифметике и музыке — передал европейской цивилизации метод и базовые знания лучших греческих авторов (преимущественно пифагорейцев) в области «математических» наук.



Боэций (слева) на фреске Рафаэля «Афинская школа»

Определение арифметической прогрессии

Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего и одного и того же числа d , называется арифметической прогрессией.

Число d называют разностью арифметической прогрессии.

$$a_n = a_{n-1} + d$$

$$d = a_n - a_{n-1}$$

арифметической прогрессии

- 2, 6, 10, 14, 18, $d=4, a_{n+1} > a_n$
- 11, 8, 5, 2, -1, $d=-3, a_{n+1} < a_n$
- 5, 5, 5, 5, 5, $d=0, a_{n+1} = a_n$
- Если в арифметической прогрессии **разность положительна ($d > 0$)**, то прогрессия является **возрастающей**.
- Если в арифметической прогрессии **разность отрицательна ($d < 0$)**, то прогрессия является **убывающей**.
- В случае , если **разность равна нулю ($d = 0$)** и все члены прогрессии равны одному и тому же числу, последовательность называется **стационарной**.

Для обозначения того, что последовательность (a_n) является арифметической прогрессией, иногда бывает удобна следующая запись:

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Значок \div заменяет словосочетание «арифметическая прогрессия».

Если в арифметической прогрессии отбросить все члены, следующие за каким-то конкретным членом последовательности, например за a_n , то получится *конечная арифметическая прогрессия*

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_n.$$

Иногда в конечной арифметической прогрессии удобно записывать не только несколько членов в начале, но и несколько членов в конце, например так:

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n.$$

Задание арифметической прогрессии формулой n – ого члена

Дано: (a_n) – арифметическая прогрессия, a_1 – первый член прогрессии, d – разность.

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

$$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$$

• • •

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

*- формула n – ого члена
арифметической
прогрессии*

Формула n – ого члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что $a_1 = 5$, $d = 4$. Найти a_{22} .

$$a_{22} = a_1 + 21d = 5 + 21 \cdot 4 = 89.$$

Формула n – ого члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что $a_1 = -2$, $d = 3$, $a_n = 118$. Найти n .

$$a_n = a_1 + (n - 1)d;$$

$$118 = -2 + (n - 1) \cdot 3;$$

$$118 = 3n - 5;$$

$$n = 41.$$

Формула n – ого члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что $d = -2$, $a_{39} = 83$. Найти a_1 .

$$a_{39} = a_1 + 38d;$$

$$83 = a_1 + 38 \cdot (-2);$$

$$a_1 = 159.$$

Формула n – ого члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что $a_1 = 7$, $a_{15} = -35$. Найти d .

$$a_{15} = a_1 + 14d;$$

$$-35 = 7 + 14d;$$

$$14d = -42;$$

$$d = -3.$$

Математический диктант:

d -это...арифметической прогрессии

разность

n -это...члена арифметической прогрессии

номер

Если разность арифметической прогрессии отрицательное число, то прогрессия...

убывающая

Если разность арифметической прогрессии положительное число, то прогрессия...

возрастающая

РЕФЛЕКСИЯ

Какие знания я получил?

Ответьте на
вопрос ..

Смогу ли я объяснить эту
тему другу?

Доволен ли я своей
работой на уроке?



Ваша оценка «

»