GeekBrains

Часть 1 Тема 1

Знакомство с математическим анализом

Разделы и сущности математического анализа

International Mathematical Union

Перед началом работы необходимо установить программное средство Jupiter Notebook с ядром обработки Python 3.

В этом видео

1. Предмет математического анализа
2. Математические сущности

Предмет математического анализа

Разделы математического анализа

1. Дифференциальное исчисление
2. Интегральное исчисление

Понятия математического анализа

1. Множество
2. Последовательность
3. Функция

Множество

Набор объектов (элементов)

Одно объединяющее свойство

$$A = \{2; 1; 5; 7; 3\}$$

Последовательность

Набор элементов множества, в котором каждому натуральному числу соответствует элемент

Для любого элемента можно записать следующий элемент

$$a_n = 2^n$$

$$b_m = ln(m)$$

Продолжите последовательность

1. 2; 4; 6; 8; ?
2. 2; -2; 2; -2; ?
3. 4; 7; 10; 13; ?
4. 3; 9; 27; 81; ?

Продолжите последовательность

1. 2; 4; 6; 8; ? $a_n = 2 \cdot n; ? = 10$
2. 2; -2; 2; -2; ? $b_n = (-1)^n \cdot 2; ? = 2$
3. 4; 7; 10; 13; ? $c_n = 3 \cdot n + 1; ? = 16$
4. 3; 9; 27; 81; ? $d_n = 3^n; ? = 243$

Функция

Правило, устанавливающее однозначную связь между элементами двух множеств

Каждому элементу первого - ровно один элемент из второго

$$F(x) = x^2$$
$$G(y) = 1 + y + y^2 - y^{-2}$$

GeekBrains

Итоги

1. Определены предмет и разделы математического анализа
2. Сформировано первичное представление о множестве, последовательности и функции

GeekBrains

Часть 1 Тема 2

Высказывания в математической логике

Состав высказывания и его применение в анализе

В этом видео

1. Состав высказывания
2. Сложные высказывания
3. Отрицание высказываний

Субъект в высказывании логики - это то, о чём говорится. В предложении, как правило, выражено подлежащим.

Существуют высказывания, состоящие из одного субъекта, например:

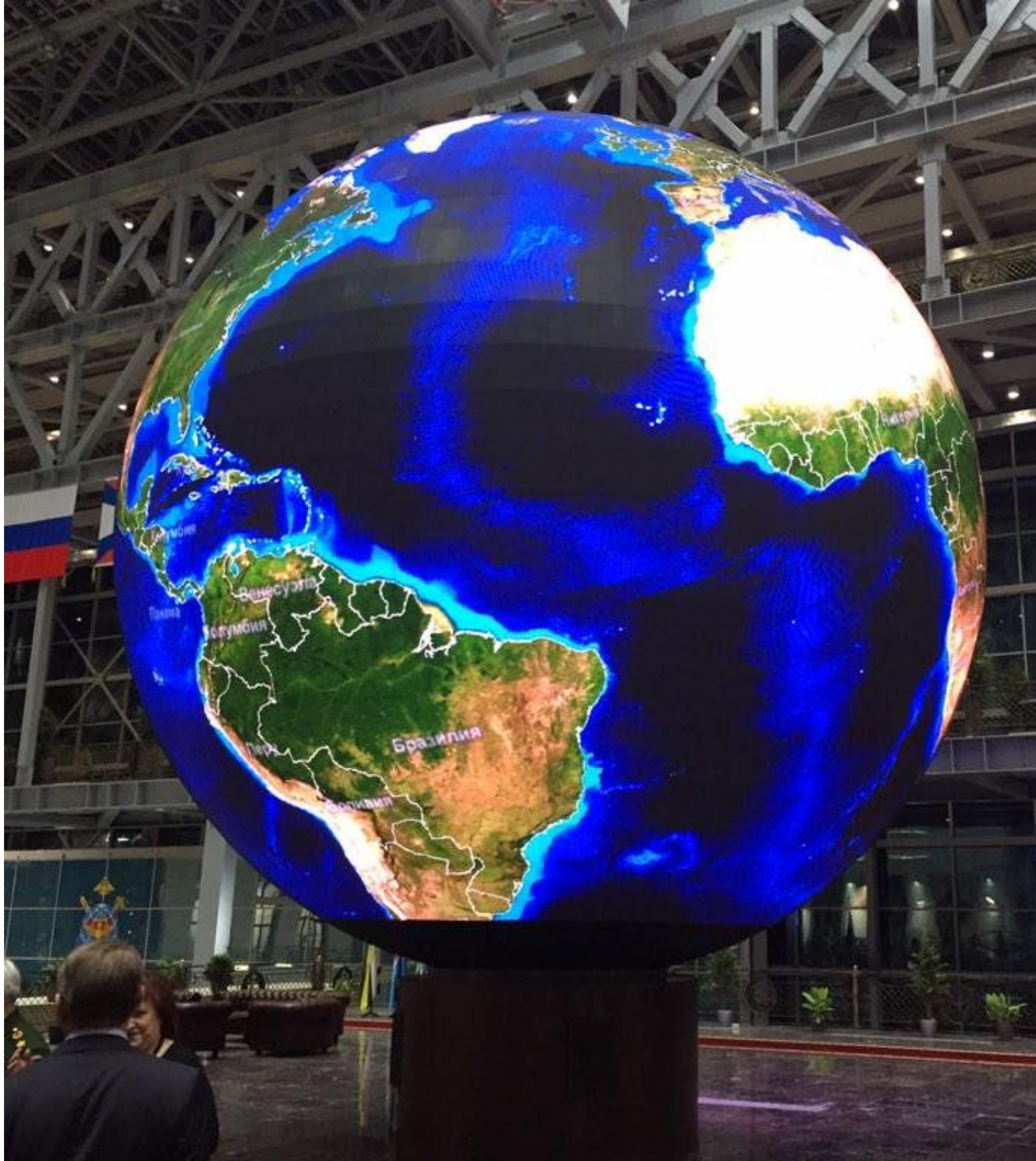
Ночь. Улица. Фонарь. Аптека.

Предикат в высказывании логики - это то, что говорится о субъекте.

В предложении, как правило, выражено сказуемым.

Пример высказывания, состоящего из субъекта и предиката:

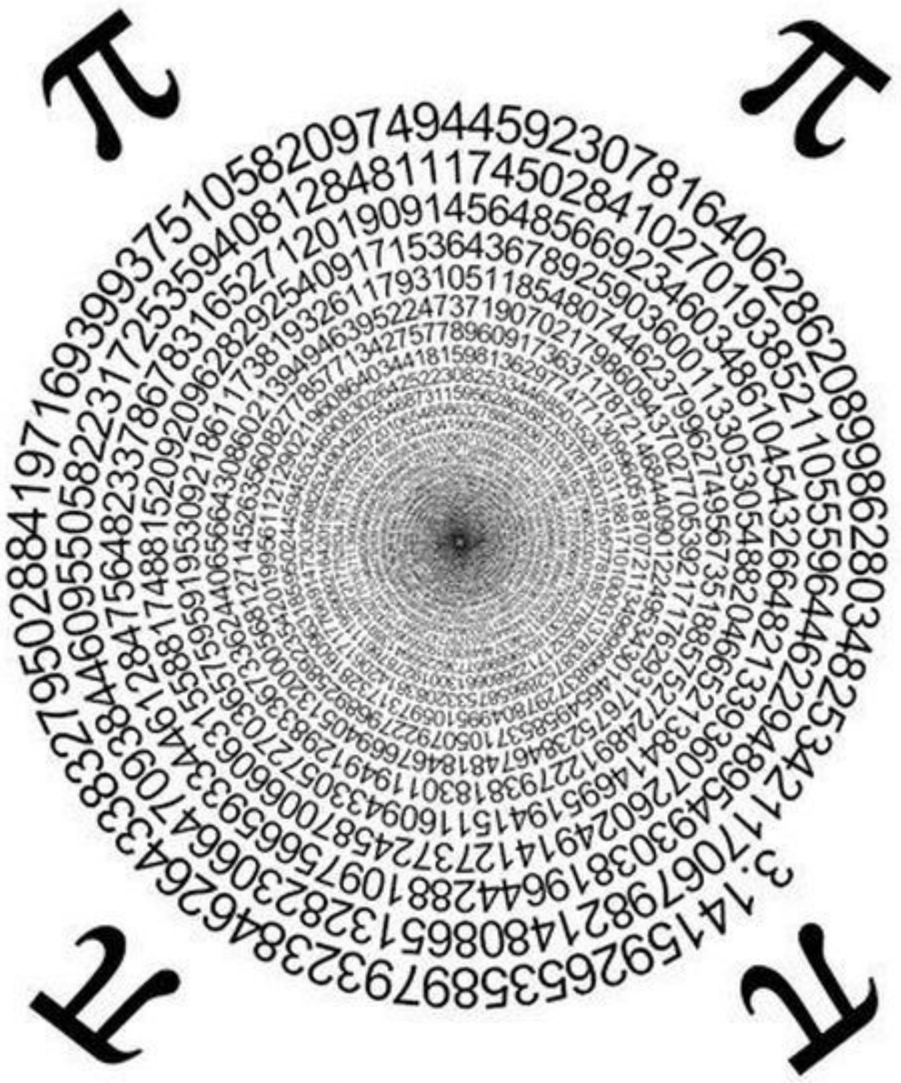
$\underbrace{\text{Глобус}}_{\text{субъект}} - \underbrace{\text{модель земного шара}}_{\text{предикат}}.$



Связка в высказывании логики - помогает выразить отношение субъекта к предикату или соединяет простые высказывания.

Пример высказывания, состоящего из субъекта, предиката и связки:

$\underbrace{\text{Число пи}}_{\text{субъект}}\ \underbrace{\text{является}}_{\text{связка}}\ \underbrace{\text{целым}}_{\text{предикат}}.$



Квантор в высказывании логики - реализует для высказывания всеобщность, существование или единственность.

Примеры математических высказываний

Высказывание	Запись в обозначениях
Любой элемент во множестве S - больше трех.	$\forall s \in S : 3 < s$
Существуют отрицательные элементы в S.	$\exists s \in S : 0 < s$
Существует единственный нулевой элемент в S.	$\exists! s \in S : s = 0$

Объединение высказываний

1. Любой элемент P - рациональное число.
2. Любой элемент Q - натуральное число.

1 и 2: Любой элемент P - рациональное число и любой элемент Q - натуральное число.

$$\forall p \in P : p \subset \mathbb{R} \;\&\; \forall q \in Q : q \subset \mathbb{N}$$

Высказывания со многими предикатами

1. Любой элемент S - положительный, меньший трех и делящийся на два без остатка.

$$\forall s \in S : s > 0, s < 3, s \bmod 2 = 0$$

Высказывания со многими субъектами

1. Любой элемент из S и P - положительный

$$\forall s \in S, s \in P : s > 0$$

Вложенные высказывания

Вид вложения	Высказывание на русском языке	Высказывание в обозначениях
Субъект как высказывание	Все положительные элементы из S - натуральные.	$\forall(s > 0) \in S : s \subset \mathbb{N}$
Предикат как высказывание	Существует элемент S такой, что он меньше любого элемента P	$\exists s \in S : (\forall p \in P : s < p)$

Примеры математических высказываний

Высказывание	Запись в обозначениях
А включено в В тогда и только тогда, когда для любого а из А справедливо, что он входит в В.	$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall a \in A\colon a \in B$
А не пересекается с В тогда и только тогда, когда для любого а из А справедливо, что он не входит в В.	$A \not\cap B \Leftrightarrow \forall a \in A\colon a \notin B$
А пересекается с В тогда и только тогда, когда существует а из А, для которого справедливо, что он входит в В.	$A \cap B \Leftrightarrow \exists a \in A\colon a \in B$

При отрицании высказывания квантор всеобщности заменяется квантором существования и наоборот.

Отрицание простых высказываний

Для любого элемента S справедливо
$S\,mod\,3 = 0$

$\forall s \in S: \; S\,mod\,3 = 0$

Существует элемент S для которого справедливо $S\,mod\,3 \neq 0$

$\exists s \in S: \; S\,mod\,3 \neq 0$

Существует элемент P, для которого справедливо $|P| > 6$

$\exists p \in P: \; |P| > 6$

Для любого элемента P справедливо
$|P| \leq 6$

$\forall p \in P: \; |P| \leq 6$

Отрицание сложных высказываний

Высказывание	Отрицание
$\forall s \in S: \; s > 0, s < 3, s \, mod \, 2 = 0$	$\exists s \in S: \; s \leq 0 \,\|\, s \geq 3 \,\|\, s \, mod \, 2 \neq 0$
$\exists s \in S: \; (\forall p \in P: \; s < p)$	$\forall s \in S: \; (\exists p \in P: \; s \geq p)$

Высказывания со многими предикатами

1. Любой элемент S - положительный, меньший трех и делящийся на два без остатка.

$$\forall s \in S : s > 0, s < 3, s \bmod 2 = 0$$

Итоги

1. Составные части высказывания: субъект, предикат, связка, квантор
2. Сложные высказывания бывают объединенные, вложенные и с однородными членами
3. При отрицании меняется квантор и предикат.

GeekBrains

Часть 1 Тема 3

Фундаментальные числовые множества

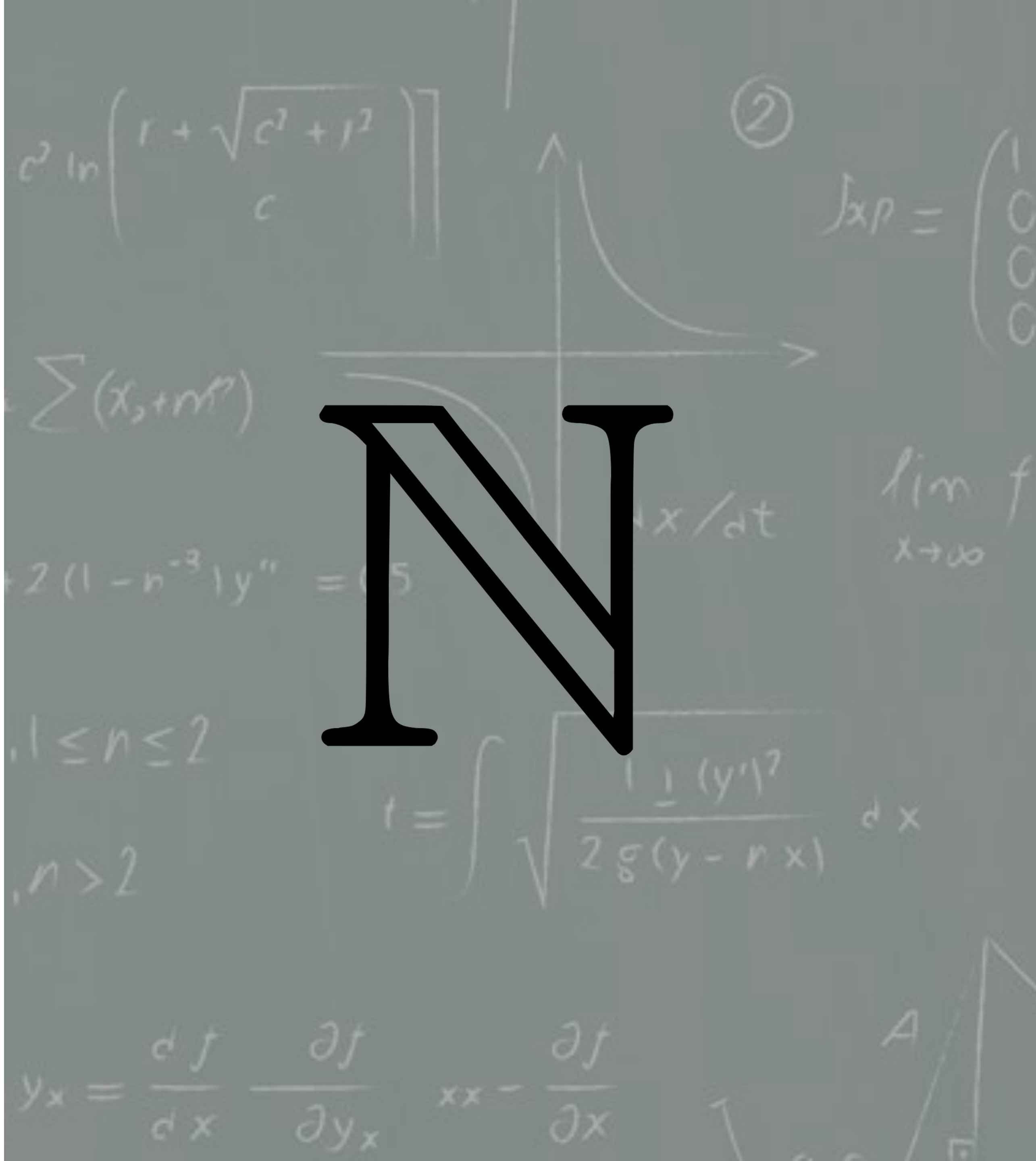
Представление о числовых множествах и их иерархии

В этом видео

1. Натуральные числа
2. Целые числа
3. Рациональные числа
4. Вещественные числа
5. Комплексные числа

Натуральные числа

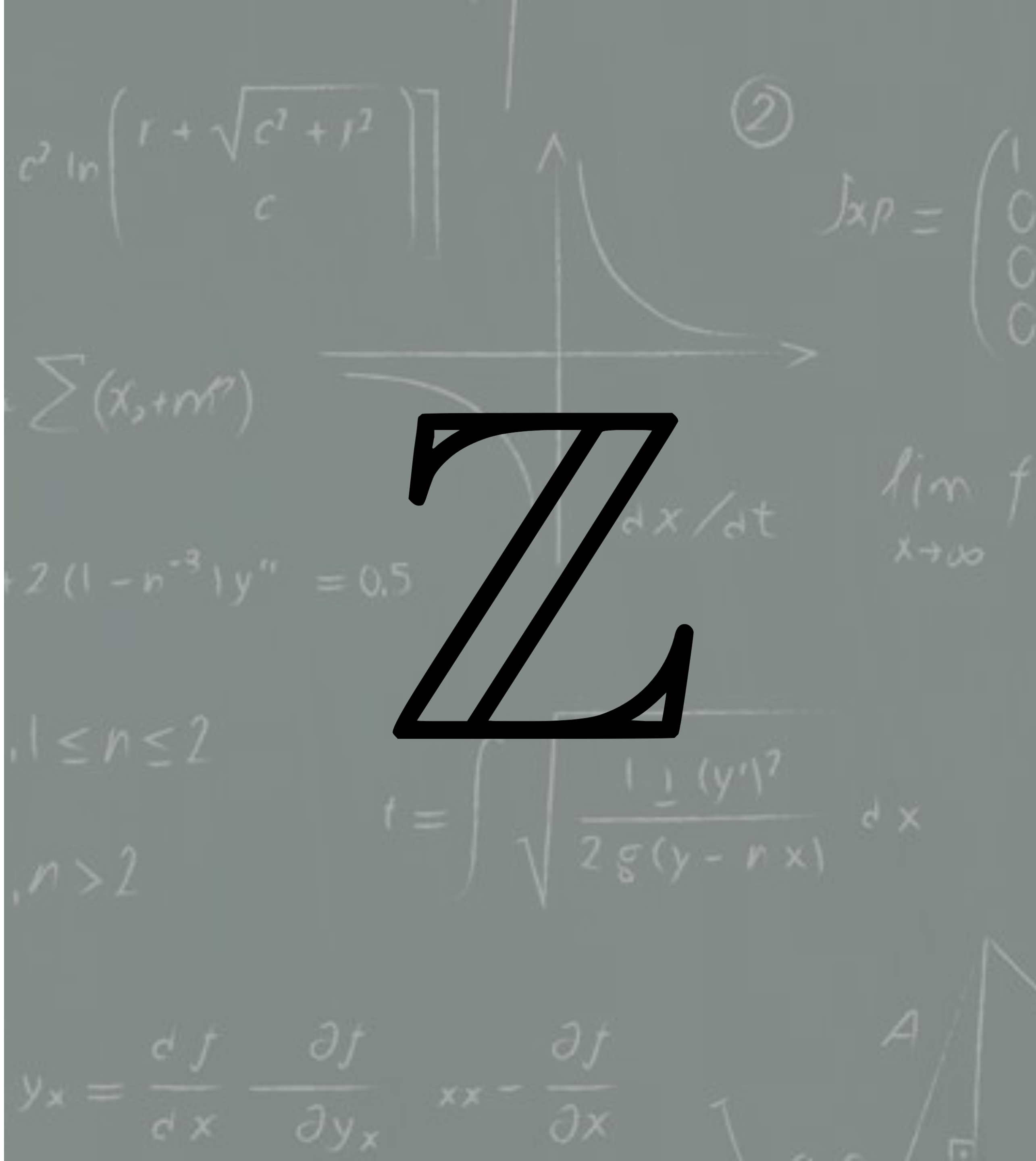
Множество натуральных чисел включает числа, возникающие при счёте: 1, 2, 3 и т.д. Расширенное множество натуральных чисел содержит ноль.



Целые числа

Множество целых чисел расширяет множество натуральных чисел нулём и отрицательными числами: 5, 0, -7

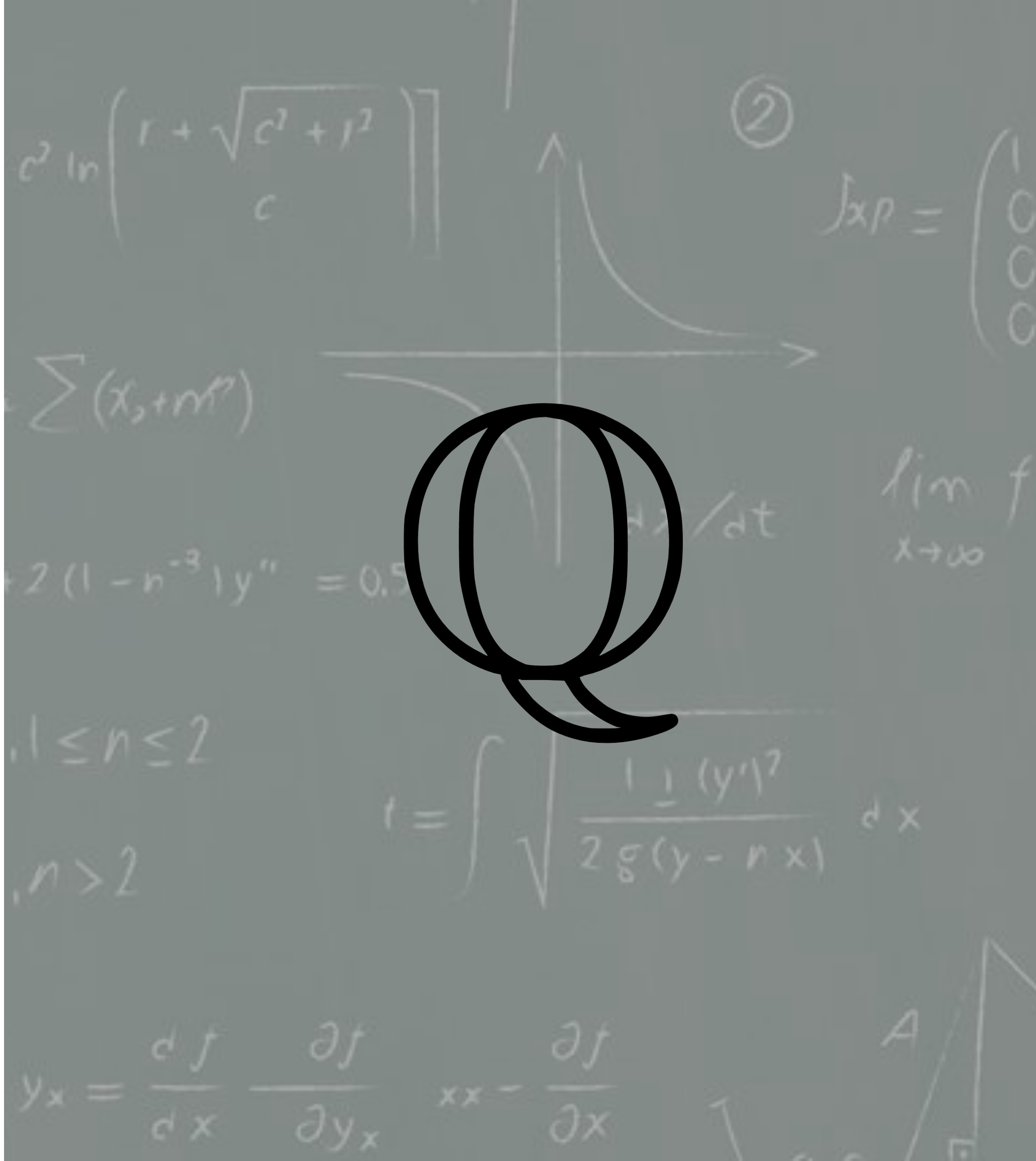
Отрицательные числа возникли примерно в VII веке в древних Индии и Китае.



Рациональные числа

Множество рациональных чисел содержит также все числа, которые можно представить в виде рациональной дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 0,12 и т.д.

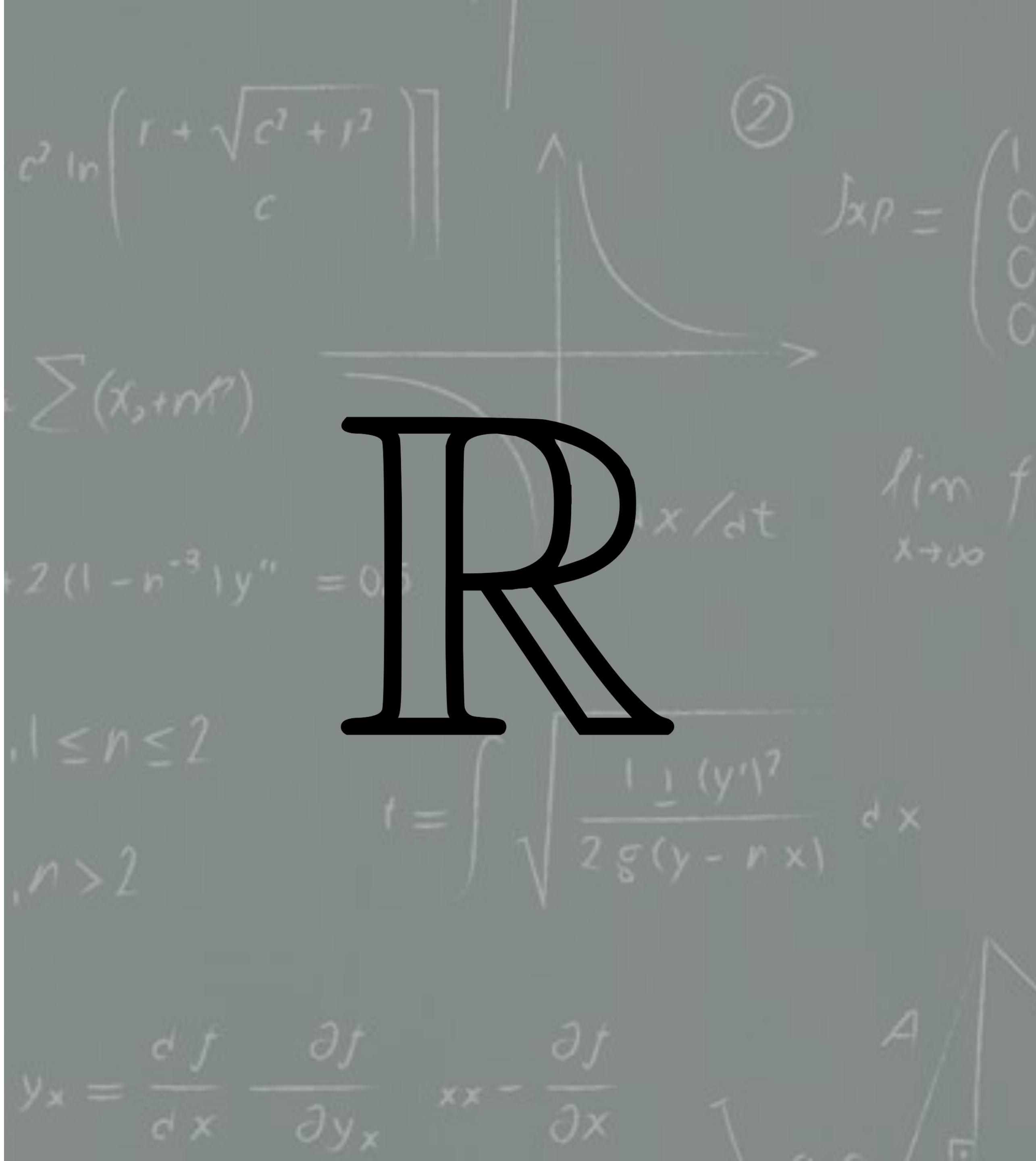
Рациональные числа старше, чем отрицательные.



Вещественные числа

Множество вещественных чисел также включает числа, которые нельзя представить в виде обыкновенной дроби, такие как π, γ, e, корень квадратный из двух и другие.

Также оно называется числовой осью.

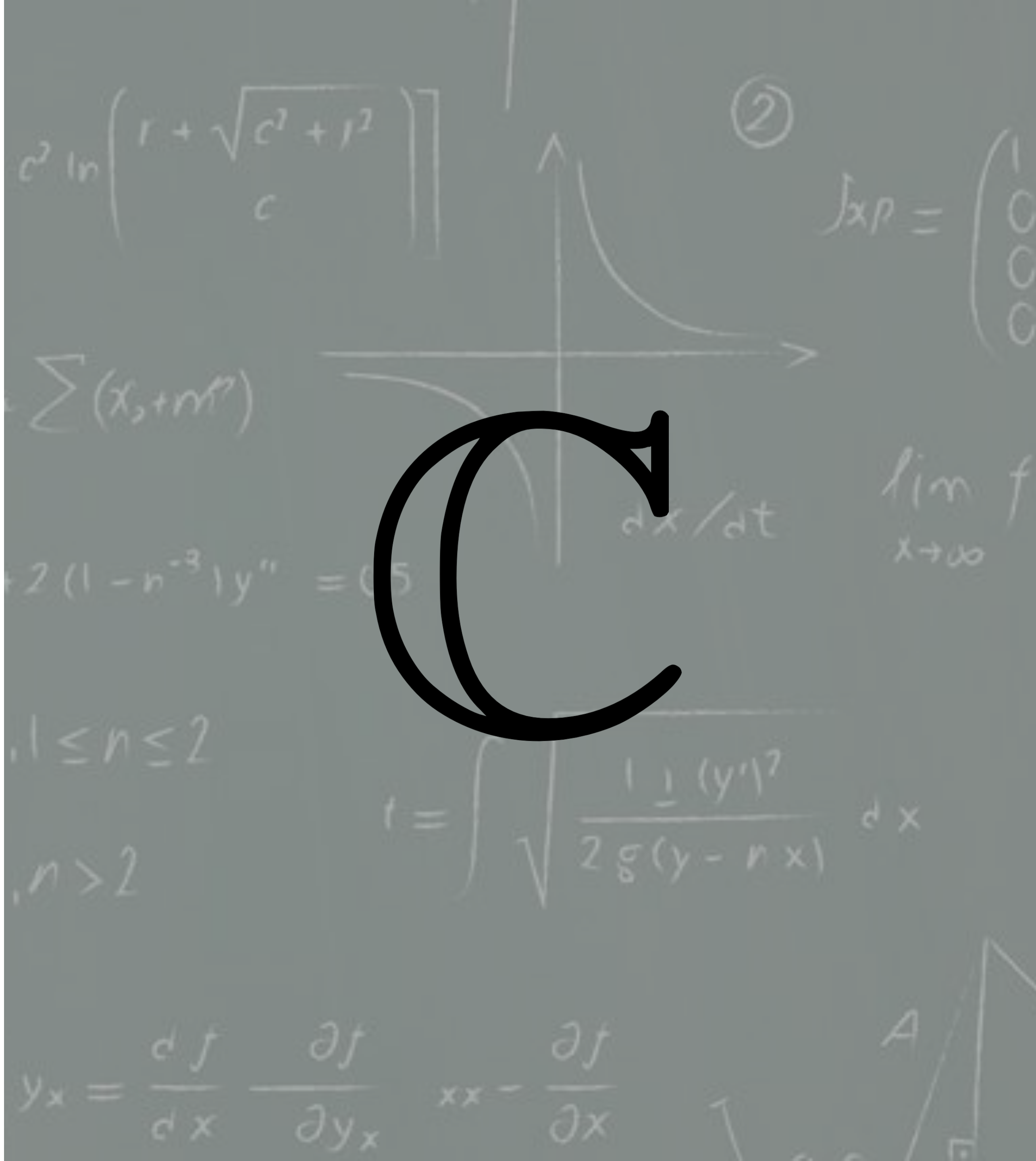


Комплексные числа

Множество комплексных чисел содержит числа вида $a + bi$, где a и b - вещественные, а i в квадрате дает минус единицу.

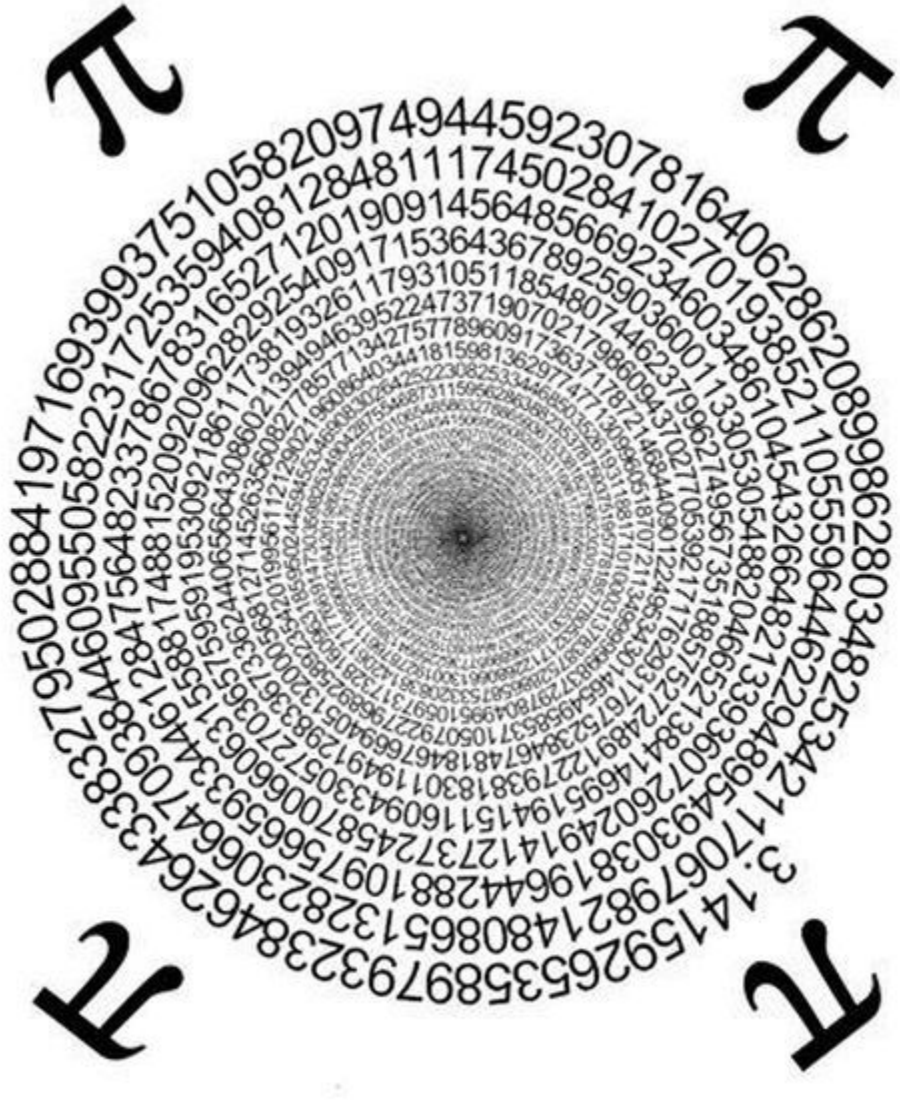
$$Re(C) = a$$

$$Im(C) = bi$$



Алгебраические и трансцендентные числа

Трансцендентным называется число, которое не может быть корнем многочлена в рациональных числах. Прочие числа являются алгебраическими.



Пример

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x_1 = \sqrt{2}$$

$$x_2 = -\sqrt{2}$$

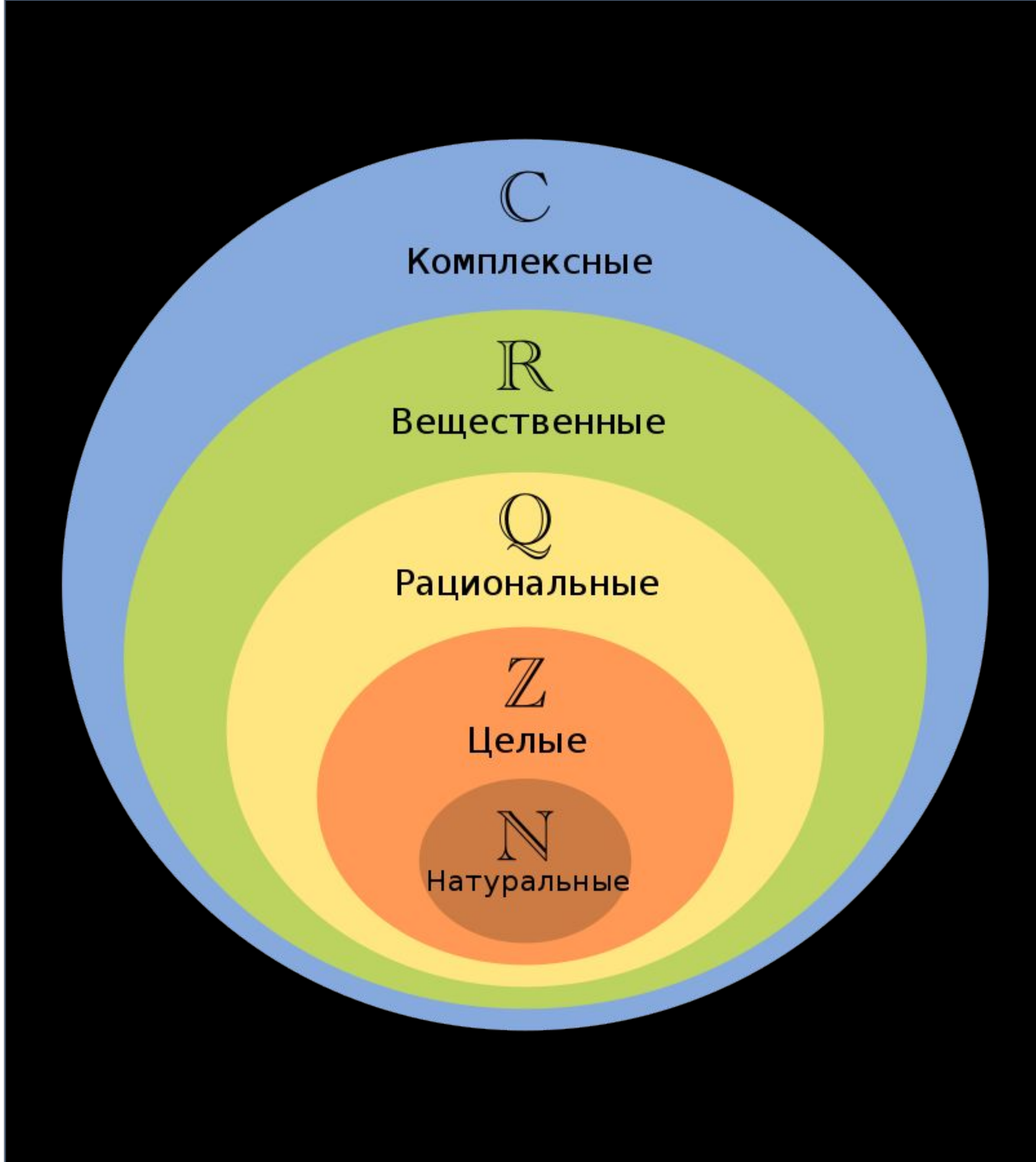
Алгебраические или трансцендентные?

$$\pi + e; \pi - e; \pi \cdot e; \frac{\pi}{e};$$

$$\pi^e; \pi^{\sqrt{2}}; \ln \pi; \pi^\pi;$$

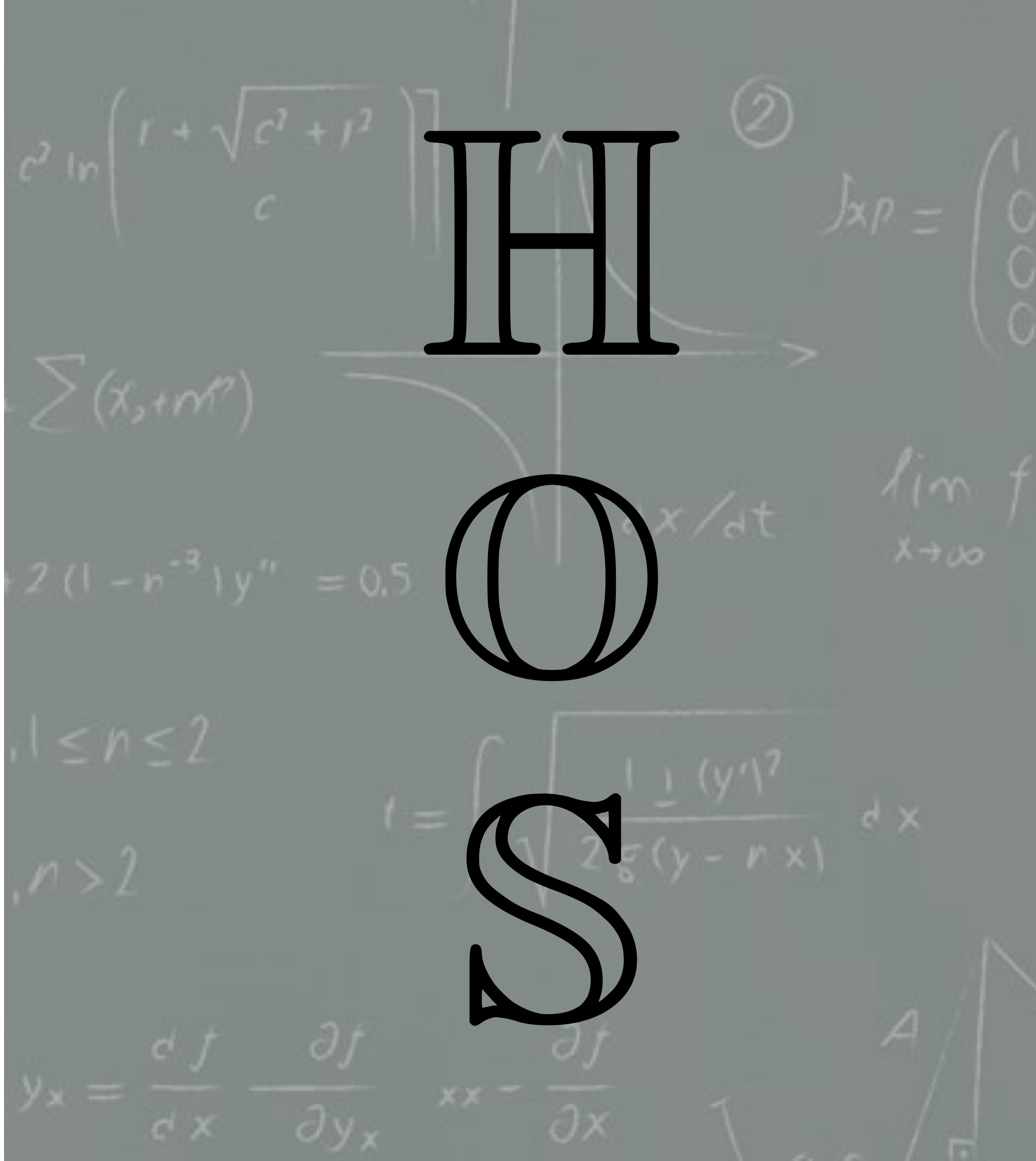
$$e^{\pi^2}; 2^e; e^e; e^{e^e}$$

Иерархия числовых множеств



Гиперкомплексные числа

- Кватерионы
- Октонионы
- Седенионы



Итоги

1. Всего есть пять фундаментальных числовых множеств.
2. Числовые множества входят друг в друга как матрёшки