

Графики и свойства
тригонометрических функций синуса
и косинуса

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ, ЗАДАННЫЕ ФОРМУЛАМИ

$$Y = \sin X \quad \text{И} \quad Y = \cos X,$$

НАЗЫВАЮТ СООТВЕТСТВЕННО СИНОСОМ И КОСИНУСОМ.

Графики и свойства тригонометрических функций синуса и косинуса

- ★ График функции $y = \sin x$
- ★ Свойства функции $y = \sin x$
- ★ График функции $y = \cos x$
- ★ Свойства функции $y = \cos x$
- ★ Сравнение свойств функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Построение графика функции $y = \sin x$ с применением тригонометрического круга

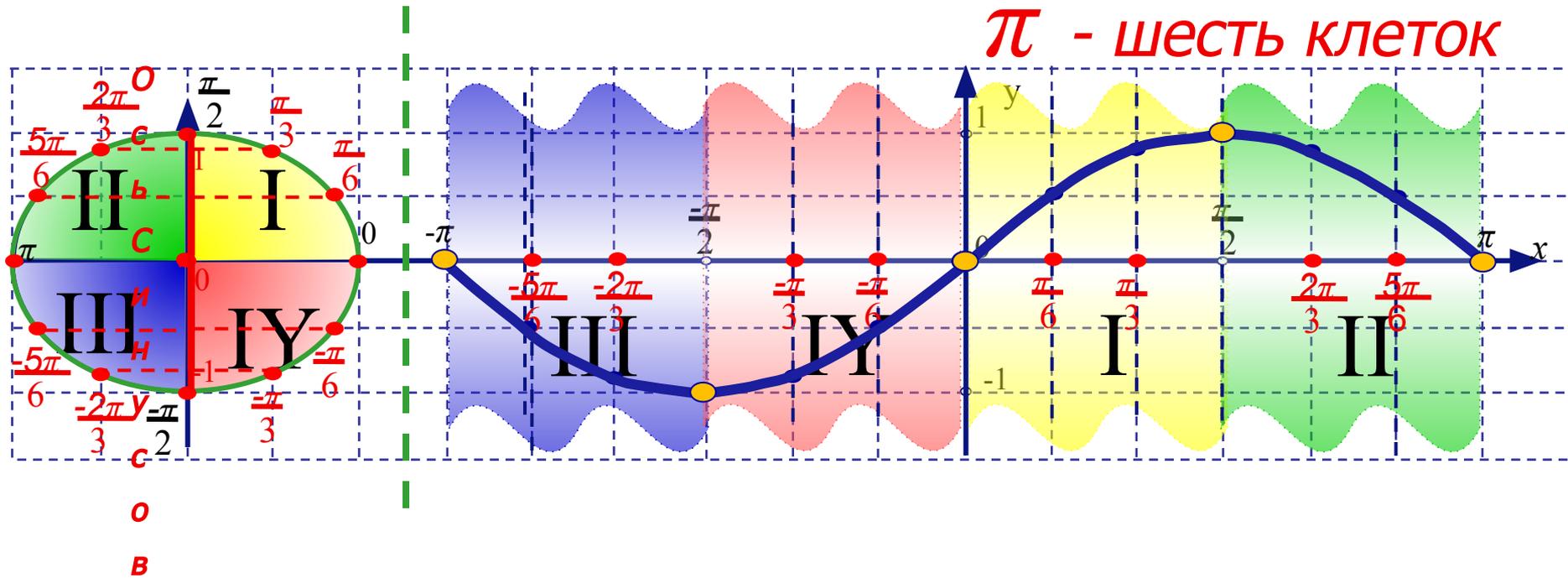
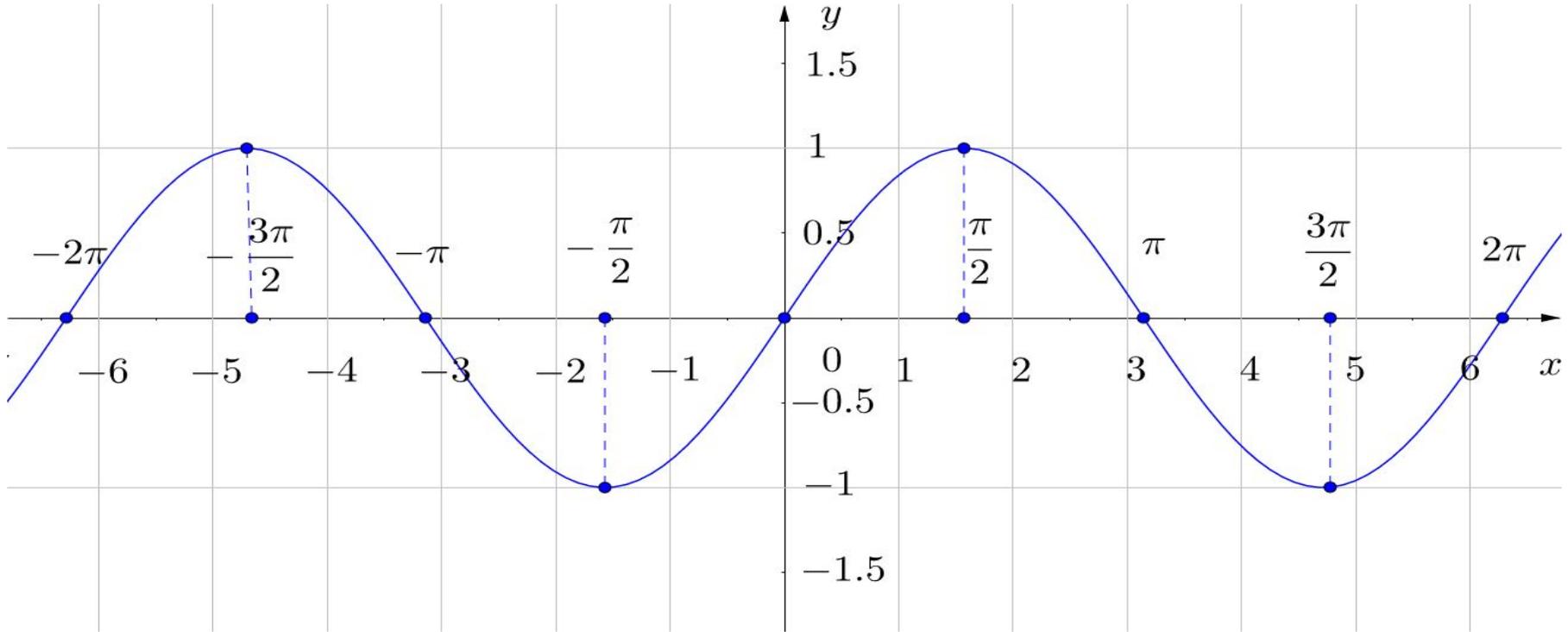
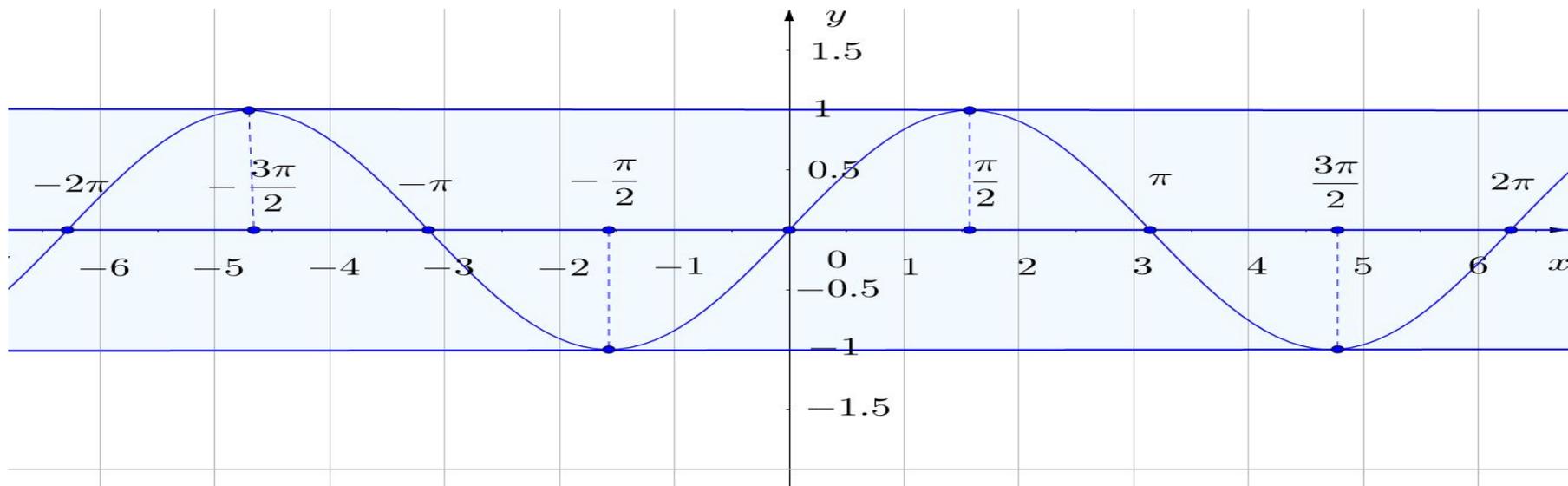


График функции $y = \sin x$



Свойства функции $y = \sin x$

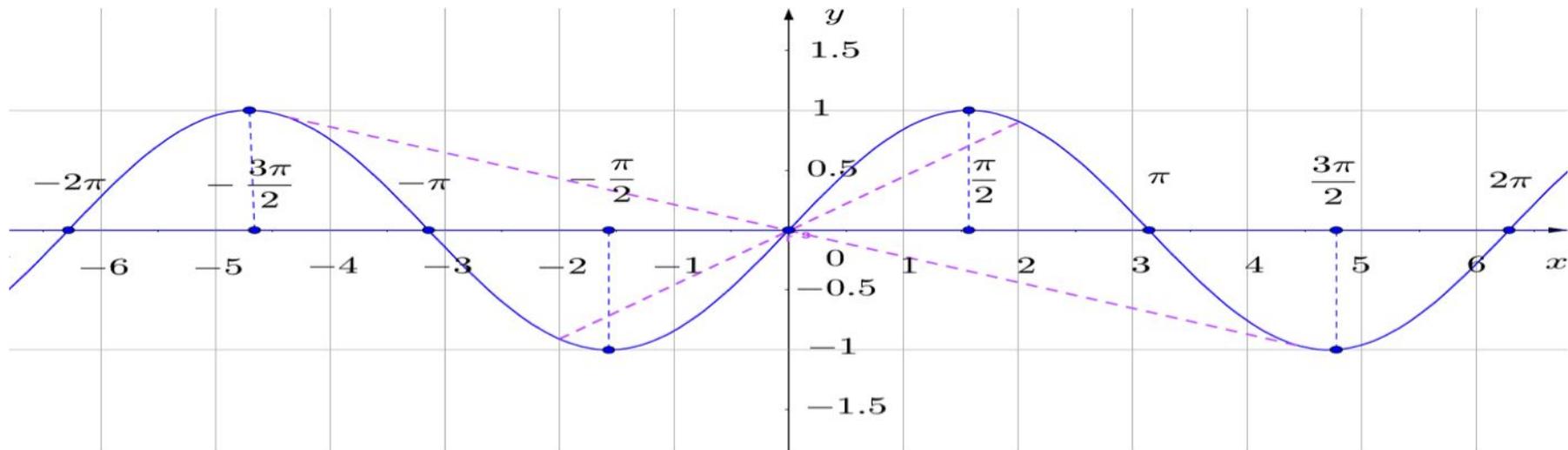
1. Область определения функции $y = \sin x$: $D(\sin x) = \mathbb{R}$
2. Множество значений функции $y = \sin x$: $E(\sin x) = [-1, 1]$



Свойства функции $y = \sin x$

3. Функция $y = \sin x$ нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$.

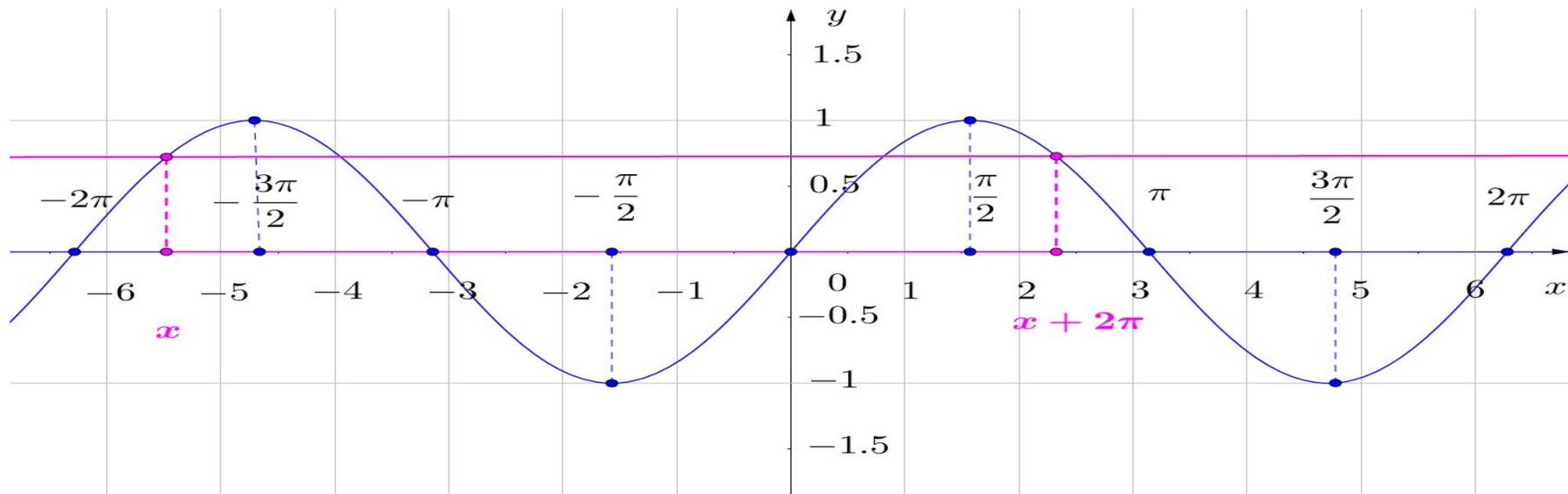
График функции симметричен относительно начала координат.



Свойства функции $y = \sin x$

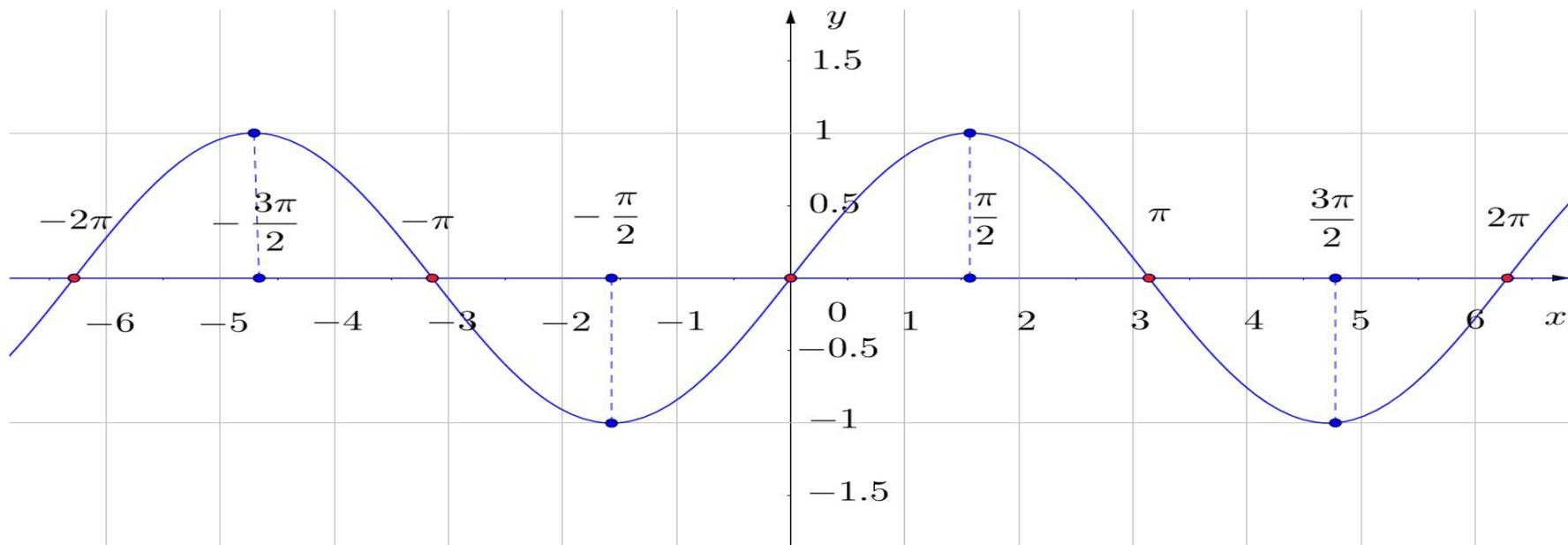
4. Функция $y = \sin x$ периодическая.

Период функции равен 2π : $\sin(x+2\pi k) = \sin x$, $k \in \mathbb{Z}$



Свойства функции $y = \sin x$

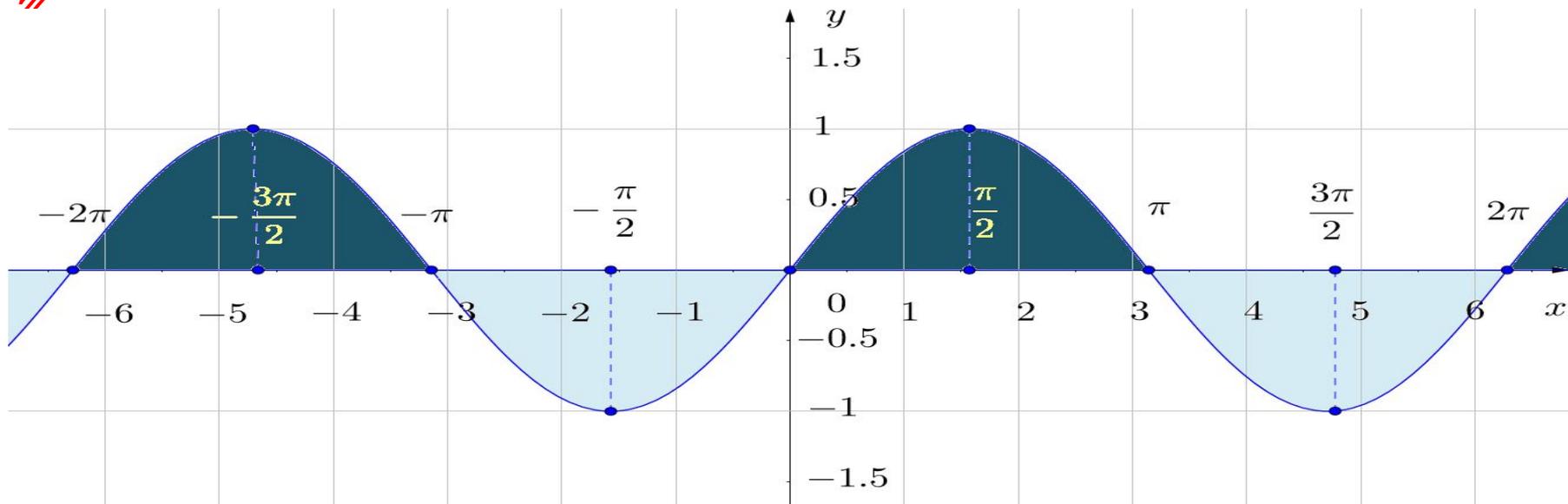
5. Нули функции $y = \sin x$: $\sin x = 0$ при $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$



Свойства функции $y = \sin x$

6. Промежутки знакопостоянства функции $y = \sin x$:

$\sin x > 0$ при $x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k)$, $\sin x < 0$ при $x \in (\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$



Свойства функции $y = \sin x$

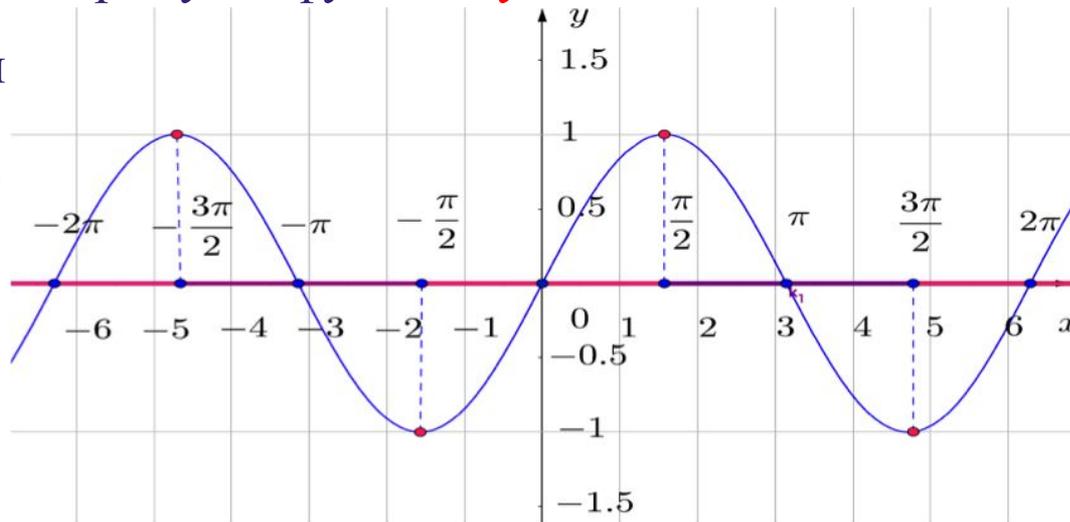
7. Промежутки монотонности и экстремумы функции $y = \sin x$

Функция $y = \sin x$ **возрастает** при

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$

Функция $y = \sin x$ **убывает** при

$$x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$



Экстремумы функции $y = \sin x$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$y_{\max} = 1$ при

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$y_{\min} = -1$ при

Аналогично строится график функции $y=\cos x$, он симметричен относительно оси OY .

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π
$y=\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1

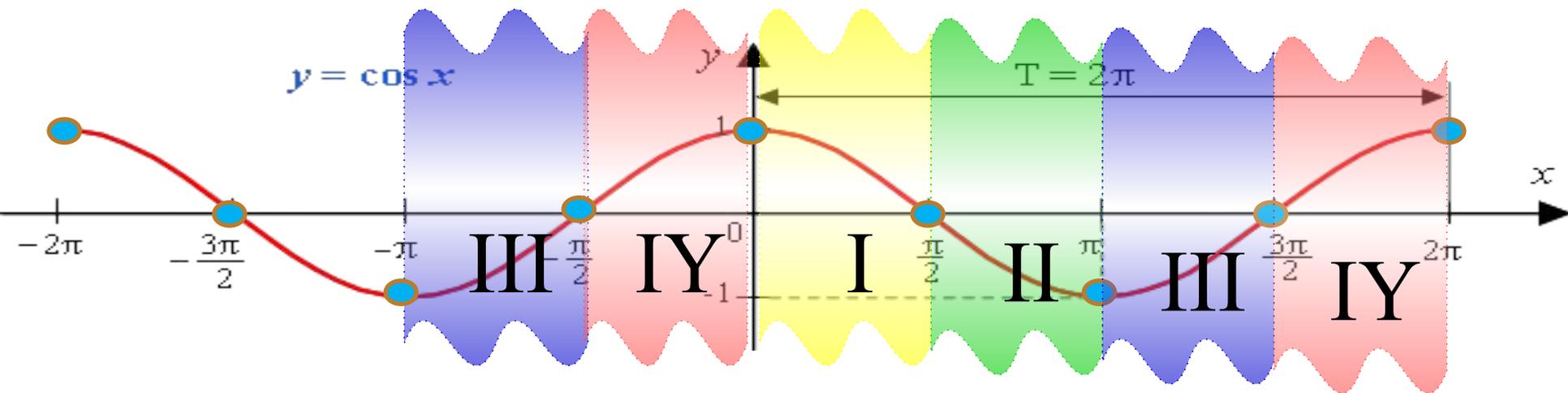
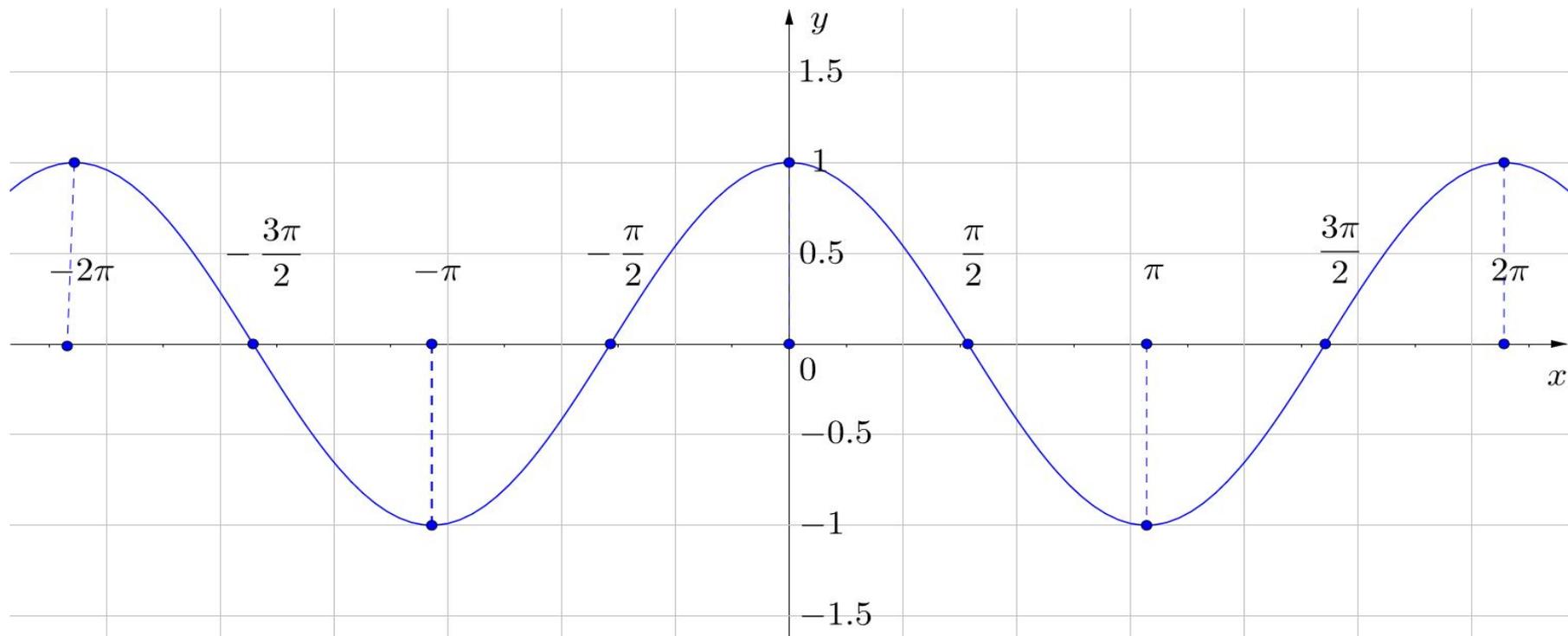
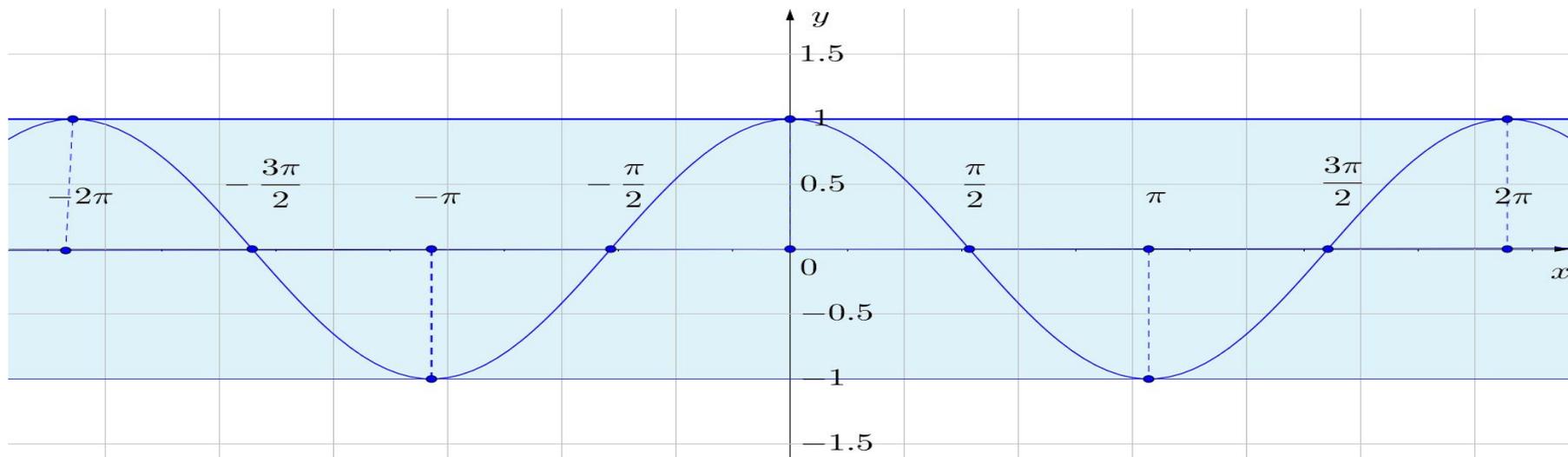


График функции $y = \cos x$



Свойства функции $y = \cos x$

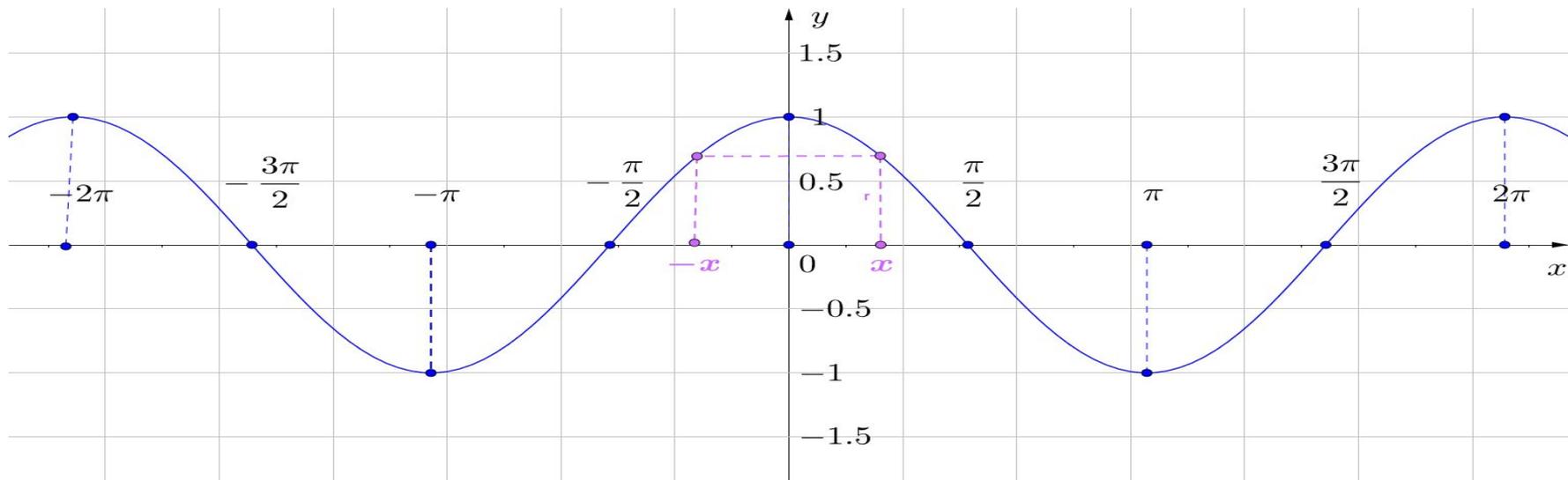
1. Область определения функции $y = \cos x$: $D(\cos x) = \mathbb{R}$
2. Множество значений функции $y = \cos x$: $E(\cos x) = [-1, 1]$



Свойства функции $y = \cos x$

3. Функция $y = \cos x$ четная: $\cos(-x) = \cos x$.

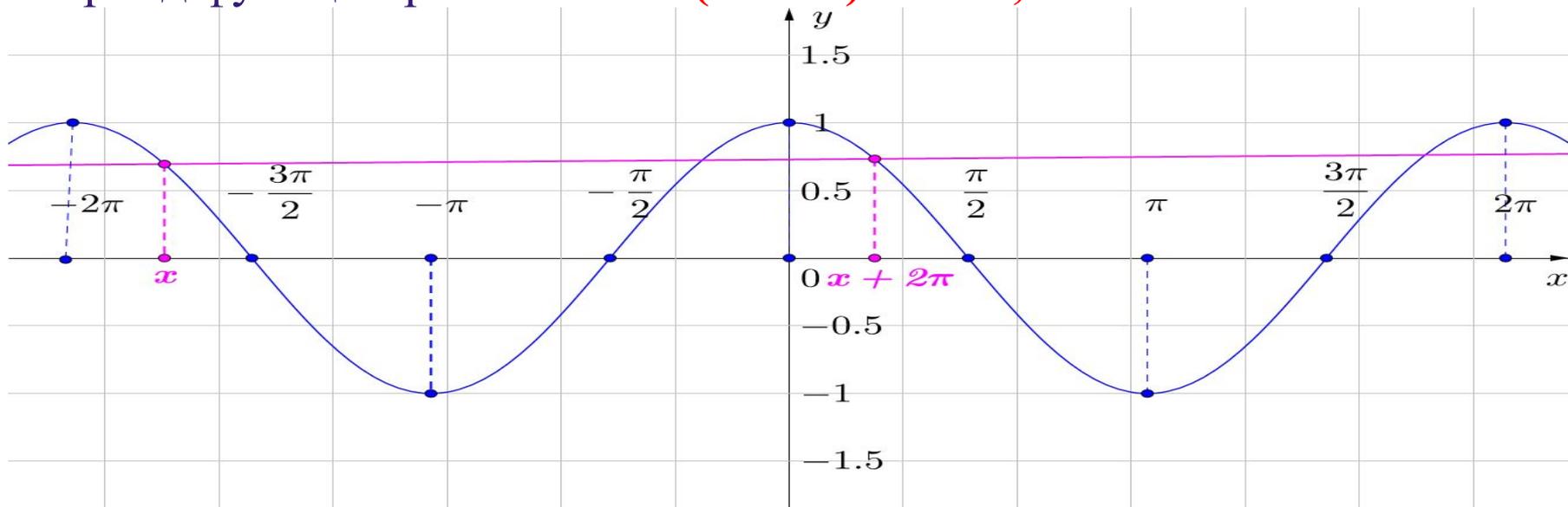
График функции симметричен относительно начала координат.



Свойства функции $y = \cos x$

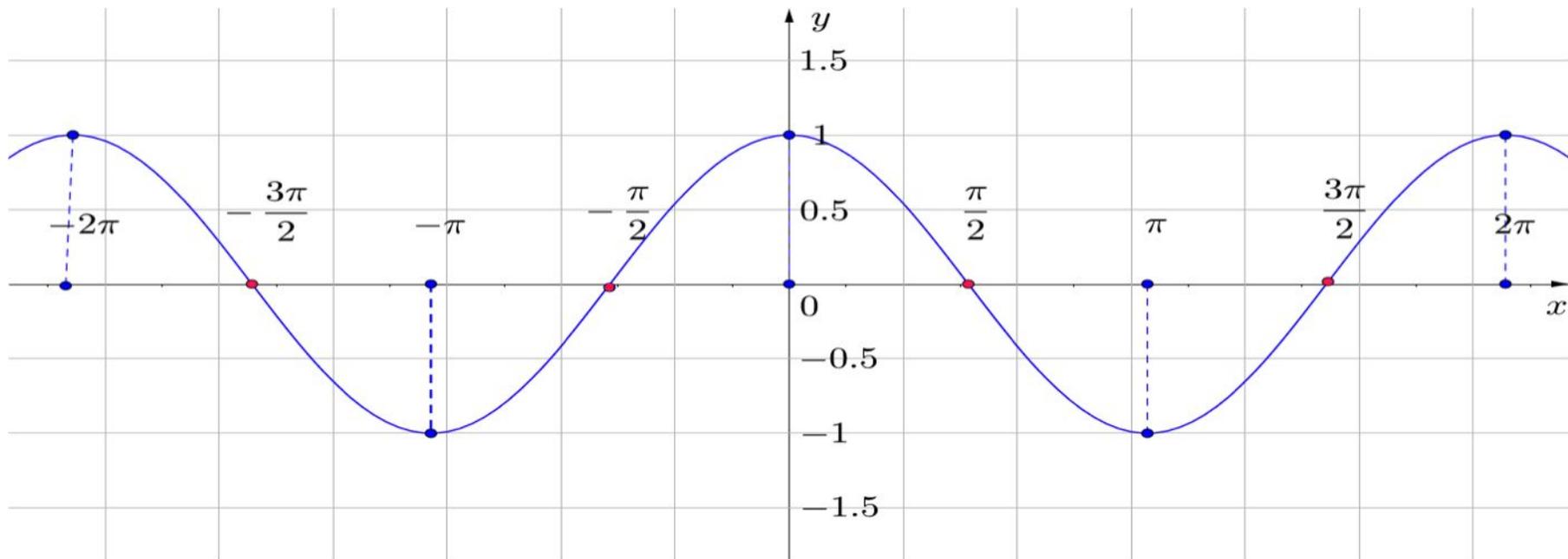
4. Функция $y = \cos x$ периодическая.

Период функции равен 2π : $\cos(x+2\pi k) = \cos x$, $k \in \mathbb{Z}$.



Свойства функции $y = \cos x$

5. Нули функции $y = \cos x$: $\cos x = 0$ при $x = \pi/2 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

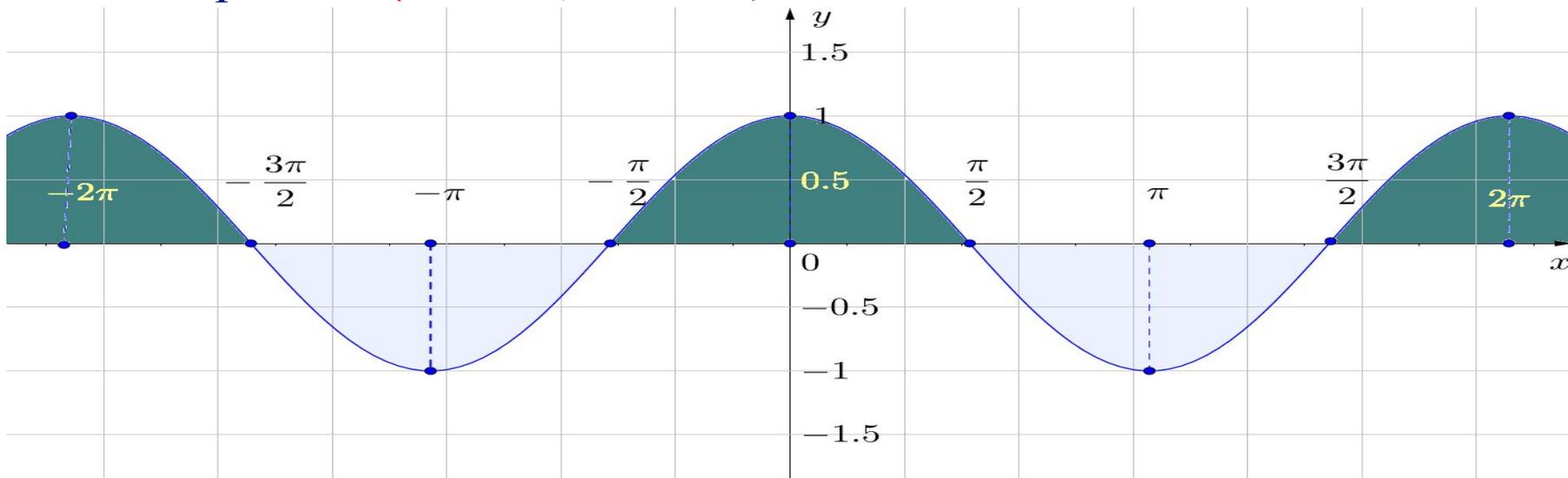


Свойства функции $y = \cos x$

6. Промежутки знакопостоянства функции $y = \cos x$:

$\cos x > 0$ при $x \in (-\pi/2 + \pi k; \pi/2 + \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$

$\cos x < 0$ при $x \in (\pi/2 + \pi k; 3\pi/2 + \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$



Свойства функции $y = \cos x$

7. Промежутки монотонности и экстремумы функции $y = \cos x$

Функция **возрастает** при

$$x \in (-\pi + 2\pi k; 2\pi k), \quad k \in \mathbb{Z}$$

Функция **убывает** при

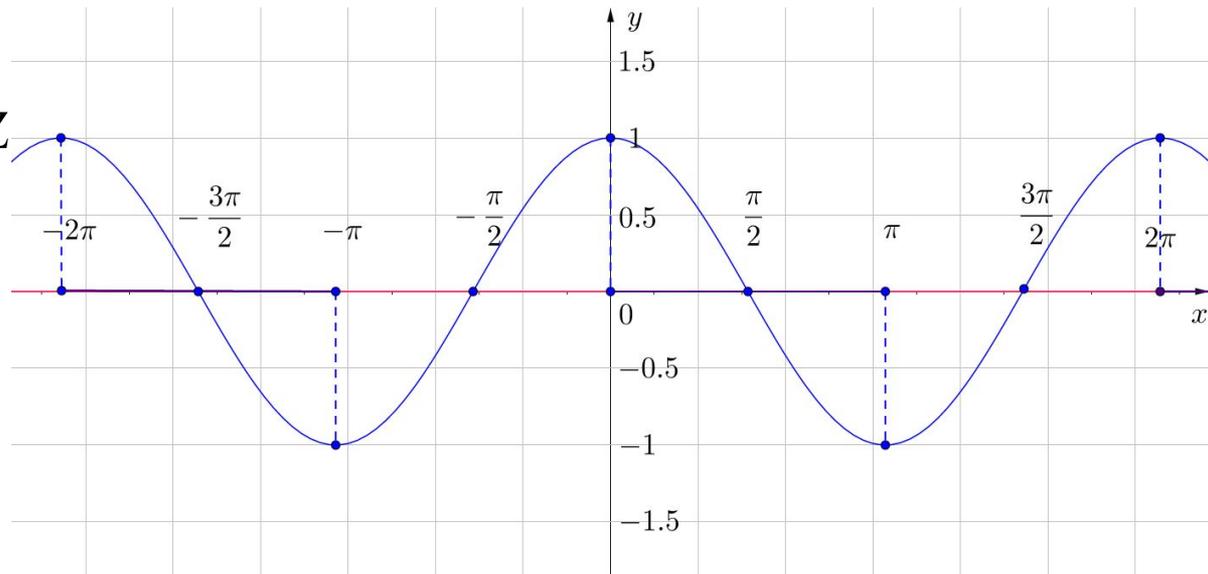
$$x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k), \quad k \in \mathbb{Z}$$

Экстремумы функции
 $x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$y_{\max} = 1$ при

$$x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$y_{\min} = -1$ при



Сравнение свойств функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$

Функция		$y = \sin x$	$y = \cos x$
Область определения		$D(\sin x) = \mathbb{R}$	$D(\cos x) = \mathbb{R}$
Множество значений		$E(\sin x) = [-1, 1]$	$E(\cos x) = [-1, 1]$
Четность и нечетность		нечетная	четная
Нули функции		$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
Промежутки знакопостоянства	$y(x) > 0$	$x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k)$	$x \in (-\pi/2 + \pi k; \pi/2 + \pi k) k \in \mathbb{Z}$
	$y(x) < 0$	$x \in (\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$	$x \in (\pi/2 + \pi k; 3\pi/2 + \pi k) k \in \mathbb{Z}$
Промежутки монотонности	$f(x) \uparrow$	$x \in (-\pi/2 + \pi k; \pi/2 + \pi k) k \in \mathbb{Z}$	$x \in (-\pi + 2\pi k; 2\pi k) k \in \mathbb{Z}$
	$f(x) \downarrow$	$x \in (\pi/2 + \pi k; 3\pi/2 + \pi k) k \in \mathbb{Z}$	$x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k) k \in \mathbb{Z}$